F 1130

KAT

(21) 318/1

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

TOMUL XXI — FASCICOLA 1

IANUARIE — MARTIE

1959

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

apare, cu patru fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul Politehnic Bucureşti. In limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara Institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu Redacţia şi Administraţia Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

издаётся в четырех годовых выпусках продолжением прежних научных периодических журналов «Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées» и «Buletinul Politehnicei din Bucureşti».

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с Редакцией и Руководством Бюллетеня производится по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

est une publication trimestrielle, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'Institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges des publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI

TOMUL XXI — FASCICOLA 1

IANUARIE — MARTIE

1959

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. *I. Agîrbiceanu*; Prof. Dr. *I. S. Antoniu*; Conf. *I. Berceanu*; Prof. Dr. *E. Bratu*; Prof. *Gh. Buzdugan*; Conf. *S. Călin* cand. Șt. Th.; Prof. *C. Ionescu-Bujor*; Prof. Dr. *Gh. Manea*; Acad. Prof. Dr. *Tr. Negrescu*; Acad. Prof. Dr. *C. Nenițescu*; Prof. *C. Penescu*; Prof. *M. Postelnicescu*; Prof. Dr. *R. Rădulet* membru corespondent al Academiei R.P.R.; Prof. *Al. Spătaru*; Prof. *L. Stoicescu*; Prof. Dr. *T. Tănăsescu*, membru corespondent al Academiei R. P. R.

Redactor responsabil: Prof. *C. Dinculescu*
membru corespondent al Academiei R. P. R.

SUMAR

MATEMATICĂ

C. IONESCU-BUJOR — Sur les transformations correspondantes par rapport à une transformation donnée . . . 13

G. BOGDAN-TEODORESCU — Asupra unei ecuații cu derivate parțiale de tip parabolic de ordin superior lui 2. 29

HIDRAULICĂ

D. PAVEL — Hydroenergetische Berechnung der Gezeitenkraftwerke. 45

ENERGETICĂ

G. DRĂGAN — Contribuții la determinarea supratensiunii în cazul căderii trăsnetului pe conductorul de protecție al unei linii aeriene de înaltă tensiune. 75

A. ARIE — Contributions au calcul mécanique des conducteurs des lignes électriques aériennes et des barres flexibles des stations électriques aériennes. 89

RADIOCOMUNICAȚII

M. SĂVESCU — O metodă de calcul al răspunsului rețelelor liniare la semnale modulate în frecvență. 109

TELEFONIE

S. CONDREA — L'induction mutuelle entre deux lignes avec retour par le sol 119

REZISTENȚA MATERIALELOR

G. BĂRĂNESCU — Un problème relatif au calcul à la fatigue. 131

A. PETRE — Détermination de l'équation differentielle de la ligne élastique dans le cas des barres droites sous l'action des charges longitudinales et transversales. 145

TERMOTEHNICĂ

P. VEZEANU — Du juste choix des diamètres des tubes dans la construction des chaudières a vapeur aquatubulaires. . 157

METALURGIE

TR. NEGRESCU — Структурные основы абсорбционной способности для серы жидких металлургических шлаков 171

NECROLOG

I. S. ANTONIU — Academicien C. I. Budeanu. 193

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

К. ИОНЕСКУ-БУЖОР — О соответствующих преобразованиях в соотношение с даным преобразованием . . 13

Г. БОГДАН-ТЕОДОРЕСКУ — Об одном уравнении в частных производных параболического типа выше второго порядка 29

ГИДРАВЛИКА

Д. ПАВЕЛ — Гидроэнэргетический расчёт цриливных гэс. 45

ЭНЕРГЕТИКА

Г. ДРЭГАН — К определению перенапряжения появляющегося при ударе мольнии в защитный провод линий передаии высокогонапряженя 75

А. АРИЕ — К механическому расчёту проводов воздушных линий электропередачи и шин подстанций 89

РАДИОСВЯЗЬ

М. СЭВЕСКУ — Метод расчёта выходных напряжений цепей на вход которых применяется частотные модулированные сигналы 109

ТЕЛЕФОНИЯ

С. КОНДРЕА — Взаимоиндукция между двумя однопроводными линиями 119

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРЯЛОВ

Г. БЭРЭНЕСКУ — О некоторых вопросах в связи с расчетам предела усталости 131

А. ПЕТРЕ — Установление дифференциального уравнения срединного деформированного волокна в случае прямых балок нагруженных аксиальными и поперечными силами 145

ТЕРМОТЕХНИКА

П. ВЕЗЕАНУ — О правильном выборе диаметра труб при производстве паровых котлов с водянымн трубами . . 157

МЕТАЛЛУРГИЯ

ТР. НЕГРЕСКУ — Структурные основы абсорбционной способности для серы жндких металлургических шлаков . 171

НЕКРОЛОГ

И. С. АНТОНИУ — Академик К. Будеану 193

CONTENTS

MATHEMATICS

C. IONESCU-BUJOR — Corresponding transformations in connexion with a given transformation. 13

G. BOGDAN-TEDORESCU — On the equation with partial derivations of the parabolic tip order superior to 2. . . . 29

HYDRODINAMICS

D. PAVEL — Hydroenergetical calculation of tidal power plants. 45

ELECTRIC POWER

G. DRĂGAN — Contributions to the determination of the overvoltage during a lightning-discharge in the protective conductor of a high-voltage transmission line. 75

A. ARIE — Contributions to the mechanical calculation for transmission line conductors and for flexible buses of antdoor substations. 89

RADIOCOMMUNICATIONS

M. SĂVESCU — A method for calculating the response of a lineair network to frequency modulated signals . . . 109

TELEPHONY

S. CONDREA — Mutual induction betwen two lines with ground return. . . . . , 119

STRENGTH OF MATERIALS

G. BĂRĂNESCU — Uber einige Fragen im zussammenhang rance calculation. 131

A. PETRE — Determination of differential equations of the center line curve for a deflected beam under axial and lateral loads. 145

THERMODYNAMICS

P. VEZEANU — About the right choise of the pipe's diameter in the building of water pipe steam boilers 157

METALLURGY

TR. NEGRESCU — Structural backgrounds of the sulphur-absorption capacity of liquid metallurgical slags. . . 171

OBITUARY

I. S. ANTONIU — Academian C. I. Budeanu 193

SOMMAIRE

MATHEMATIQUE

C. IONESCU-BUJOR — Sur les transformations correspondantes par rapport à une transformation donnée 13

G. BOGDAN-TEODORESCU — Sur une équation aux dérivées partielles du typ parabolique d'ordre supérieur a 2. . . 29

HYDRAULIQUE

D. PAVEL — Calcul hidroénergétique des usines maréemotrices. 45

ENERGETIQUE

D. DRĂGAN — Contributions à la détermination de la surtension au cas où la foudre tombe sur le conducteur de protection d'une ligne de transmission à haute tension. . . 75

A. ARIE — Contributions au calcul mécanique des conducteurs des lignes électriques aériennes et des barres flexibles des stations électriques aériennes. 89

RADIOCOMMUNICATIONS

M. SĂVESCU — Une méthode de calcul de la réponse des réseaux linéaires aux signaux modulés en fréquence . . 109

TÉLEPHONIE

S. CONDREA — L'induction mutuelle entre deux lignes avec retour par le sol. 119

RESISTANCE DES MATERIAUX

G. BĂRĂNESCU — Un problème relatif au calcul à la fatigue. 131

A. PETRE — Détermination de l'équation differentielle de la ligne élastique dans le cas des barres droites déformées sous l'action des charges longitudinales et transversales. 145

THERMOTECHNIQUE

P. VEZEANU — Du juste choix des diamètres des tubes dans la construction des chaudières a vapeur aquatubulaires. . 157

METALLURGIE

TR. NEGRESCU — Les fondements d'ordre structural de la capacité d'absorption pour le soufre des laitiers métallurgiques liquides. 171

NECROLOGE

I. S. ANTONIU — Academicien C. I. Budeanu 193

INHALT

MATHEMATIK

C. IONESCU-BUJOR — Uber die entschprechenden Transformationen in Beziehung auf eine gegebene Transformation. 13

G. BOGDAN-TEODORESCU — Uber einer partiellen differentialgleichung von parabolischen Typus Ordnung grösser als 2 29

HYDRODYNAMIK

D. PAVEL — Hydroenergetische Berechnung der Gezeitenkraftwerke. 45

ENERGETIK

G. DRĂGAN — Zur Bestimmung der Uberspannung in dem vom Blitz getroffenen Schutzleiter einer Hochspannungsfernleitung. 75

A. ARIE — Zur mechanischen Berechnung der Freileitungen und der biegsamen Samelleitungen in Freiluftanlagen. . 89

FUNKTECHNIK

M. SĂVESCU — Ein Verfahren zur Berechnung des Verhaltens linearer Netze bei Frequenzmodulierten signalen. . . 109

FERNSPRECHWESEN

S. CONDREA — Gegenseitige Induktion zwischen zwei Leitungen mit Erdrückleitung. 119

FESTIGKEITSLEHRE

G. BĂRĂNESCU — Uber einige Fragen im zussammenhang mit der Berechnung au Danerfestigkeit. 131

A. PETRE — Die Bestimung der differentialglechung der ellastischen linie im Falle des Geraden tragers durch axiale und quere Belastung. 145

THERMODYNAMIK

P. VEZEANU — Die richtige wahl des Rohrdurchmessers bei der Konstruction des Dampfkessels mit Wasserrohren. . 157

METALLURGIE

TR. NEGRESCU — Structurale Grundlagen der Schwefelabsorptionsfähigkeit der flüssigen metallurgischen Schlaken. 171

NACHRUF

I. S. ANTONIU — Akademiker C. I. Budeanu 193

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 1

MATEMATICA

517.5

SUR LES TRANSFORMATIONS CORRESPONDANTES PAR RAPPORT À UNE TRANSFORMATION DONNÉE

par CONSTANTIN IONESCU-BUJOR

I.

1°. *La correspondante d'une transformation par rapport à une transformation donnée.*

Soit donné l'ensemble de transformations $[T]$ *et une transformation* τ. *La correspondante de la transformation* $T \in [T]$ *par rapport à* τ *est une transformation* $T_1 \in [T]$ *telle que* τ *transformant un point quelconque* M *en* M_1, *les points* M' M_1 *étant transformés en* M', M_1' *par* T, T_1, *le point* M' *est transformé en* M_1' *par* τ.

La condition nécessaire et suffisante pour que T_1 soit la correspondante de la transformation T par rapport à τ est *)

$$\tau T = T_1 \tau, \tag{1}$$

Aussi nous avons

$$T_1 = \tau T \tau^{-1} \tag{2}$$

et

$$T = \tau^{-1} T_1 \tau. \tag{3}$$

Donc, si T_1 *est la correspondante de la transformation* T *par rapport à* τ, *alors* T *est la correspondante de la transformation* T_1 *par rapport à* τ^{-1}.

2°. *Propriétés.*

a) *Si* $[T]$ *est un ensemble de transformations tel que le produit de deux transformations quelconques de l'ensemble soit équivalent à une transformation de* $[T]$, *si* T_1', T_1'' *sont les correspondantes des transformations* $T' \in [T]$, $T'' \in [T]$ *par rapport à* τ, *alors* $(T'T'')_1$, *la correspondante de la transformation* $T'T''$ *par rapport à* τ, *est* $T_1' T_1''$.

En effet

$$T_1' = \tau T' \tau^{-1},$$
$$T_1'' = \tau T'' \tau^{-1},$$

*) C. Ionescu-Bujor: Sur les suites de points obtenues par une suite de transformations. Bulletin de l'Institut Polytechnique de Bucarest, Tome XX. Fasc. 3, p. 13.

donc

$$T_1' \; T_1'' = (\tau \, T' \, \tau^{-1}) \, (\tau \, T'' \, \tau^{-1}) = \tau (T' \, T'') \, \tau^{-1}.$$

Comme

$$T_1' \in [T], \quad T_1'' \in [T],$$

il résulte

$$T_1' \; T_1'' \in [T],$$

donc

$$(T' \, T'')_1 = T_1' \; T_1''. \tag{4}$$

Conséquence.

Si $[T]$ *est un ensemble de transformations tel que le produit de deux transformations quelconques de cet ensemble soit équivalent à une transformation de* $[T]$, *si* T_1 *est la correspondante de la transformation* $T \in [T]$ *par rapport à* τ, *alors* $(T^p)_1$, *la correspondante de la transformation* T^p *par rapport à* τ, *est* T_1^n.

$$(T^p)_1 = T_1^p. \tag{5}$$

b) *Si* $[T]$ *est un ensemble de transformations contenant l'inverse de chaque transformation qui lui appartient, si* T_1 *est la correspondante de la transformation* $T \in [T]$, *alors* $(T^{-1})_1$, *la correspondante de la transformation* T^{-1} *par rapport à* τ, *est* T_1^{-1}.

On a

$$T_1 = \tau \, T \, \tau^{-1},$$

d'où

$$T_1^{-1} = \tau \, T^{-1} \, \tau^{-1}.$$

Cette équivalence prouve que

$$(T^{-1})_1 = T_1^{-1}. \tag{6}$$

c) *Si* $[t]$ *est un groupe de transformations, inclus dans l'ensemble* $[T]$, *si* $[t_1]$ *est l'ensemble formé par les correspondantes des transformations* t *par rapport à* τ, *alors* $[t_1]$ *est un groupe inclus dans* $[T]$.

Si $t \in [t]$, on a aussi $t^{-1} \in [t]$.

Désignons par t_1 la correspondante de la transformation t par rapport à τ.

$$t_1 \in [t_1].$$

La correspondante de la transformation t^{-1} par rapport à τ, $(t^{-1})_1$, appartient à $[T]$, de même

$$(t^{-1})_1 = t_1^{-1},$$

donc

$$t_1^{-1} \in [t_1]. \tag{7}$$

Si $t' \in [t], t'' \in [t]$, on a aussi $t'\ t'' \in [t]$.

Soient t_1', t_1'' les correspondantes des transformations t', t'' par rapport à τ,

$$t_1' \in [t_1],\ t_1'' \in [t_1].$$

La correspondante de la transformation $t't''$ par rapport à τ est $(t't'')_1$,

$$(t'\ t'')_1 \in [t_1]$$

Mais

$$(t'\ t'')_1 = t_1'\ t_1'',$$

donc

$$t_1'\ t_1'' \in [t_1]. \tag{8}$$

On conclut que l'esemble $[t_1]$ est un groupe qui appartient à $[T]$ car $[t] \subset [T]$.

d). *Exemple.* Si $[H]$ est l'ensemble des homothéties de l'espace, $[h]$ le groupe des homothéties dont le centre est O, si S est la symétrie définie par le plan P qui ne contient pas le point O, la correspondante d'une homothétie $h \in [h]$ par rapport à S est une homothétie h_1 ayant comme centre le point O_1, le symétrique du point O par rapport à P et le même rapport comme h, parceque

$$S\,h = h_1\,S.$$

L'ensemble $[h_1]$ est un groupe isomorphe à $[h]$.

3°. *Si T_1 est la correspondante de la transformation T par rapport à τ, pour que T soit la correspondante de la transformation T_1 par rapport à τ, il faut et il suffit que τ soit une transformation involutive d'ordre 1 ou que $\tau^2\,T$ soit commutatif.*

a) Si

$$T_1 = T,$$

la correspondante de la transformation T_1 par rapport à τ est évidemment T. On a, comme nous avons montré à (1):

$$\tau\,T = T\,\tau$$

ou

$$\tau^2 T = \tau\,T\,\tau = T\,\tau^2.$$

Si T_1 n'est pas équivalent à T, comme T_1 est la correspondante de T par rapport à τ,

$$T_1 = \tau\,T\,\tau^{-1}.$$

En supposant que T est la correspondante de T_1 par rapport à τ,

$$T = \tau\,T_1\,\tau^{-1}.$$

On déduit

$$T = \tau(\tau T \tau^{-1})\ \tau^{-1} = \tau^2 T \tau^{-2}$$

ou

$$T\tau^2 = \tau^2 T.$$

Cette équivalence est vraie si $\tau^2 = 1$. Si $\tau^2 \neq 1$, on conclut la commutativité de $\tau^2 T$.

b) Soit T_2 la correspondante de la transformation T_1 par rapport à τ. On a

$$T_2 = \tau T_1 \tau^{-1} = \tau(\tau T \tau^{-1})\tau^{-1} = \tau^2 T \tau^{-2}.$$

Si $\tau^2 = 1$, il résulte

$$T_2 = T.$$

Si $\tau^2 \neq 1$, mais $\tau^2 T = T\tau^2$, il résulte

$$T_2 = (\tau^2 T)\tau^{-2} = (T\tau^2)\tau^{-2} = T.$$

Note. Lorsque $[T]$ est l'ensemble des homothéties de l'espace et τ est la symétrie S définie par le plan P, comme $S^2 = 1$, on déduit que T_1, la correspondante de T par rapport à S, a T comme correspondante par rapport à S.

4°. *Si $[T]$ est un groupe non commutatif, si la transformation $\tau \in [T]$ n'est pas involutive d'ordre 1, alors T_1 la correspondante d'une transformation quelconque $T \in [T]$, ne peut pas avoir T comme correspondante par rapport à τ.*

En désignant par T_2 la correspondante de la transformation T_1, par rapport à τ, pour avoir

$$T_2 = T,$$

il est nécessaire qu'on ait

$$\tau^2 T = T\tau^2,$$

ce qui est absurde, car $\tau^2 \in [T]$ qui est un groupe non commutatif.

5°. *La correspondante par itération d'une transformation.*

On donne l'ensemble de transformations $[T]$ de même qu'une transformation τ. Supposons que chaque transformation de l'ensemble $[T]$ a une transformation correspondante par rapport à τ. Notons T_1 la correspondante de T par rapport à τ, T_2 la correspondante de la transformation T_1 par rapport à τ et — en général — T_n la correspondante de la transformation T_{n-1} par rapport à τ.

La transformation T_n, déduite par itération de T_1 est la correspondante d'ordre n de la transformation T par rapport à τ.

Si T_n est la correspondante d'ordre n de la transformation T par rapport à τ, alors

$$T_n = \tau^n T \tau^{-n}. \qquad (9)$$

La proposition réciproque est vraie.

On a

$$T_1 = \tau\, T\, \tau^{-1},$$

$$T_2 = \tau\, T_1\, \tau^{-1} = \tau\,(\tau\, T\, \tau^{-1})\, \tau^{-1} = \tau^2\, T\, \tau^{-2}.$$

Admettons que

$$T_{k-1} = \tau^{k-1}\, T\, \tau^{1-k}.$$

Il résulte

$$T_k = \tau\, T_{k-1}\, \tau^{-1} = \tau\,(\tau^{k-1}\, T\, \tau^{1-k})\, \tau^{-1} = \tau^k T\, \tau^{-k}.$$

Donc l'équivalence (9) est vraie.

Si une transformation T' satisfait aux conditions

$$T' \in [T],$$

$$T' = \tau^n\, T \tau^{-n},$$

alors

$$T' = T_n.$$

Conséquence.

L'interprétation de l'équivalence (9) conduit au résultat :

La correspondante d'ordre n de la transformation T par rapport à τ *est aussi la correspondante d'ordre 1 de la transformation T par rapport à* τ^n.

6°. *Si* T_n *est la correspondante d'ordre n de la transformation T par rapport à* τ, *pour que T soit la correspondante de* T_n *par rapoort à* τ, *il faut et il suffit que* τ *soit une transformation involutive d'ordre n ou*

$$\tau^{n+1}\, T = T \tau^{n+1}.$$

Soit T_{n+1} la correspondante de T_n par rapport à τ. On a

$$T_{n+1} = \tau^{n+1}\, T\, \tau^{-(n+1)}.$$

Pour avoir

$$T_{n+1} = T,$$

il faut

$$\tau^{n+1} = 1,$$

ou bien

$$\tau^{n+1}\, T = T\, \tau^{n+1}.$$

7°. *La correspondante d'ordre n d'une inversion projective par rapport à une homographie.*

Etant donnés le triangle T et le point U dans son plan, nous avons défini **) l'inversion projective P par rapport au système (T, U) comme

**) C. Ionescu-Bujor : Sur certaines suites de transformations. Bulletin de l'Institut Polytechnique. Tome XX. Fasc. 2, p. 13.

une transformation qui fait correspondre à un point M le point N satisfaisant aux conditions :

$$A(BCUN)=\frac{1}{A(BCUM)},\quad B(CAUN)=\frac{1}{B(CAUM)},$$

$$C(ABUN)=\frac{1}{C(ABUM)}.$$

Si H est une homographie plane et T_n, U_n les transformés de T, U par H, si l'on note P_n l'inversion projective par rapport au système (T_n, U_n), nous avons montré dans la note mentionnée l'équivalence

$$P_n = H^n P H^{-n}.$$

Il résulte que P_n est la correspondante d'ordre n de l'inversion projective P par rapport à l'homographie H.

P est la correspondante de P_n (§ 6°) par rapport à H si H est involutive d'ordre n ou

$$H^{n+1} P = P H^{n+1},$$

8°. *La suite des produits* τT_i.

La considération des correspondantes des transformations par rapport à une transformation donnée nous permet la généralisation des résultats obtenus à § 5° de la note**).

T_i étant la correspondante d'ordre i de la transformation T par rapport à τ, , considérons les transformations

$$\Gamma_{i+1} = \tau T_i \,(i = 0, 1, \ldots, T_0 = T).$$

Arretons-nous à la suite des transformations :

$$\Gamma_1, \Gamma_2 \Gamma_1, \Gamma_3 \Gamma_2 \Gamma_1, \ldots \tag{10}$$

On a

$$\Gamma_1 = \tau T,$$

$$\Gamma_2 \Gamma_1 = (\tau T_1)(\tau T) = \tau (\tau T \tau^{-1})(\tau T) = \tau^2 T^2.$$

Supposons que

$$\Gamma_{k-1} \Gamma_{k-2} \ldots \Gamma_1 = \tau^{k-1} T^{k-1}.$$

Il résulte

$$\Gamma_k \Gamma_{k-1} \ldots \Gamma_1 = \tau T_{k-1} (\tau^{k-1} T^{k-1}) =$$

$$= \tau (\tau^{k-1} T \tau^{1-k})(\tau^{k-1} T^{k-1}) = \tau^k T^k.$$

Donc

$$\Gamma_n \Gamma_{n-1} \ldots \Gamma_1 = \tau^n T^n. \tag{11}$$

**) C. Ionescu-Bujor : Sur certaines suites de transformations. Bulletin de l'Institut Polytechnique. Tome XX. Fasc. 2, p. 13.

On déduit l'équivalence de la suite (10) à

$$\tau T, \tau^2 T^2, \ldots, \tau^n, T^n, \ldots \tag{12}$$

Lorsque T est une transformation involutive d'ordre $(p-1)$,

$$T^p = 1,$$

et la suite (12) devient

$$\tau T, \tau^2 T^2, \ldots, \tau^{p-1} T^{p-1}, \tau^p, \tau^{p+1} T, \tau^{p+2} T^2, \ldots, \tau^{2p-1} T^{p-1}, \tau^{2p}, \tau^{2p+1} T, \ldots \tag{12'}$$

Alors, en considérant un point M, en désignant par

$$M_1, M_2, \ldots M_n, \ldots \tag{13}$$

la suite des points obtenus en appliquant au point M les transformations de la suite (10), nous observons qu'après la déduction des points

$$M, M_1, M_2, \ldots M_{p-1} \tag{14}$$

par l'application de

$$1, \tau T, \tau^2 T^2, \ldots, \tau^{p-1} T^{p-1}$$

au point M, nous aurons

$$M_p, M_{p+1}, \ldots, M_{2p-1}$$

en transformant par τ^p la suite (14).

En général, les points

$$M_{qp}, M_{qp+1}, \ldots, M_{(q+1)p-1}$$

seront obtenus par l'application de τ_{qp} aux points de la suite (14).

Note. Si T est une inversion projective, définie par le triangle ABC et par le point U, si τ est une homographie plane, alors $p = 2$ et nous obtenons les résultats que nous avons donnés **).

9°. $[T]$ *l'ensemble des homothéties de l'espace,* τ *une transformation perspective — affine.*

Soit $T \in [T]$ une homothétie dont le centre est O et le raport k, τ une transformation perspective-affine définie par le plan π, une direction Δ non parallèle à π, par le nombre réel λ. τ transforme un point M en M_1. On a

$$M M_1 \parallel \Delta, \; M m : m M_1 = \lambda.$$

(m le point d'intersection de la droite MM_1 et du plan π).

Si O_1 est le transformé du point O par τ, l'homothétie T_1, dont le centre est O_1 et le rapport k, est la correspondante de l'homothétie T par rapport à τ, parceque

$$\tau T = T_1 \tau.$$

**) C. Ionescu-Bujor : Sur certaines suites de transformation. Bulletin de l'Institut Polytechnique. Tome XX. Fasc. 2, p. 13.

La correspondante d'ordre n de l'homothétie T est l'homothétie T_n ayant comme centre le point O_n et le rapport k. O_n est le transformé du point O par τ^n, il appartient à la droite OO_1, et satisfait à la condition

$$Oo : oO_n = (-1)^{n-1}\lambda^n$$

(o l'intersection de la droite OO_1 et du plan π).

Si $\lambda = 1$, alors $\tau^2 = 1$, par conséquent la correspondante de l'homothétie T_1 par rapport à τ est T,

$$T_2 = T.$$

Donc la suite de points (13), déduite de M par les transformations de la suite (10), est donnée par la suite de transformations

$$\tau T,\ T^2\,\tau T^3,\ T^4, \ldots$$

appliquée au point M.

Il résulte l'appartenance des points

$$M_2,\ M_4, \ldots, M_{2p}, \ldots$$

à la droite OM. De même les points

$$M_1,\ M_3, \ldots, M_{2p-1}, \ldots$$

appartiennent à la droite $O_1 M_1$.

10°. *L'ensemble de transformations symétrique par rapport à l'ensemble* $[\tau]$.

Un ensemble de transformations $[T]$ *est symétrique par rapport à un autre ensemble de transformations* $[\tau]$, *si chaque transformation* $T \in [T]$ *a une correspondante par rapport à chaque transformation* $\tau \in [\tau]$.

Si $[T]$ est un ensemble symétrique par rapport à l'ensemble $[\tau]$, à chaque $T \in [T]$ et $\tau \in [\tau]$ il correspond une transformation $T_1 \in [T]$, telle que

$$\tau T = T_1 \tau.$$

En notant $[T_1]$ l'ensemble des correspondantes des transformations de l'ensemble $[T]$ par rapport à toutes les transformations de l'ensemble $[\tau]$, il résulte

$$[T_1] \subset [T].$$

Si

$$[T_1] = [T],$$

l'ensemble est *parfaitement symétrique* par rapport à $[\tau]$. En ce cas chaque transformation $T \in [T]$ admet une correspondante T_1 par rapport à τ, de même qu'elle est la correspondante d'une transformation $T_2 \in [T]$ par rapport à τ.

Définition.

Un ensemble de transformations $[T]$ *est parfaitement symétrique par rapport à l'ensemble* $[\tau]$ *si chaque transformation* $T \in [T]$ *a une correspondante par rapport à toute* $\tau \in [\tau]$, *de même qu'elle est la correspondante d'une transformation* $T_2 \in [T]$ *par rapport à toute* $\tau \in [\tau]$.

Si $[T]$ est un ensemble parfaitement symétrique par rapport à l'ensemble $[\tau]$, à chaque $T \in [T]$ et $\tau \in [\tau]$ il correspond $T_1 \in [T]$, $T_2 \in [T]$, qui vérifient les equivalences

$$\tau T = T_1 \tau$$

$$T \tau = \tau T_2 .$$

Exemples. Si $[\tau]$ *est un ensemble de transformations involutives d'ordre 1, un ensemble* $[T]$ *symétrique par rapport à* $[\tau]$ *est parfaitement symétrique par rapport à* $[\tau]$.

L'ensemble des homothéties de l'espace est parfaitement symétrique par rapport à l'ensemble des transformations perspective-affines définies par un plan π, ayant le rapport $\lambda = 1$.

$[T]$, l'ensemble des translations de l'espace est parfaitement symétrique par rapport à l'ensemble $[S]$ des symétries définies par tous les plans de l'espace.

En effet, la correspondante de la translation T, dont le vecteur est $\bar{v}$ par rapport à la symétrie S, définie par le plan P, est la translation T_1, dont le vecteur $\bar{v}_1$ est le symétrique de $\bar{v}$ par rapport à P, parceque

$$S T = T_1 S .$$

Chaque T a une correspondante par rapport à chaque S, donc $[T]$ est symétrique par rapport à $[S]$. Mais $S^2 = 1$. Donc $[T]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[S]$.

11°. *Théorème.*

Si un ensemble $[T]$ *est symétrique ou parfaitement symétrique par rapport à l'ensemble* $[\tau]$, *il est symétrique ou parfaitement symétrique par rapport à* $[\tau^n]$.

On suppose d'abord $[T]$ symétrique par rapport à $[\tau]$. Alors pour chaque $T \in [T]$ et $\tau \in [\tau]$, nous avons $T_1 \in [T]$ telle que

$$T_1 = \tau T \tau^{-1} .$$

La transformation T_1 admet aussi une correspondante $T_2 \in [T]$ par rapport à τ etc. Donc T admet une correspondante d'ordre n, T_n, par rapport à τ. On a

$$T_n = \tau^n T \tau^{-n} .$$

Par conséquent T admet une correspondante T_n par rapport à τ^n, $[T]$ est symétrique par rapport à $[\tau^n]$.

On suppose $[T]$ parfaitement symétrique par rapport à $[\tau]$. Alors chaque $T \in [T]$ admet une correspondante par rapport à chaque $\tau^n \in [\tau]$.

Par hypothèse à $T \in [T]$ on attache $T_1' \in [T]$ qui a T comme correspondante par rapport à $\tau \in [\tau]$

$$T = \tau T_1' \tau^{-1}.$$

De même à T_1' on attache $T_2' \in [T]$ qui a T_1' comme correspondante par rapport à τ

$$T_1' = \tau T_2' \tau^{-1}.$$

Donc

$$T = \tau(\tau T_2' \tau^{-1})\tau^{-1} = \tau^2 T_2' \tau^{-2}.$$

En continuant de la même manière, on trouve $T_n' \in [T]$, telle que

$$T = \tau^n T_n' \tau^{-n}.$$

Il résulte qu'il existe une transformation T_n' dont la correspondante par rapport à τ^n est T.

On conclut que $[T]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[\tau^n]$.

12°. *Théorème.*

Si $[T]$, $[V]$ *sont deux ensembles de transformations symétriques par rapport à* $[\tau]$ *l'ensemble* $[TV]$ *est symétrique par rapport à* $[\tau]$.

Pour chaque $T \in [T]$, $V \in [V]$, $\tau \in [\tau]$ nous avons

$$T_1 \in [T],\ V_1 \in [V],$$

qui vérifient les équivalences

$$T_1 = \tau T \tau^{-1},\ V_1 = \tau V \tau^{-1}.$$

Il résulte

$$T_1 V_1 = \tau (TV) \tau^{-1}.$$

Comme

$$T_1 V_1 \in [TV],$$

on déduit que $T_1 V_1$ est la correspondante de la transformation TV par rapport à τ. Donc $[TV]$ est symétrique par rapport à $[\tau]$.

En général, si $[A]$, $[B]$, . . . , $[L]$ *sont n ensembles de transformations symétriques par rapport à* $[\tau]$, *l'ensemble* $[AB \ldots L]$ *est symétrique par rapport à* $[\tau]$.

Conséquence. Si $[T]$ *est un ensemble de transformations symétrique par rapport à* $[\tau]$, $[T^n]$ *est aussi un ensemble symétrique par rapport à* $[\tau]$.

13°. *Théorème.*

Si $[T]$, $[V]$ *sont deux ensembles de transformations parfaitement symétriques par rapport à* $[\tau]$, *l'ensemble* $[TV]$ *est parfaitement symétrique par rapport à* $[\tau]$.

On a demontré (§ 12°) que $[TV]$ est symétrique par rapport à $[\tau]$. Comme $[T]$, $[V]$ sont parfaitement symétriques par rapport à $[\tau]$, on peut attacher $T_1' \in [T]$, $V_1' \in [V]$ à $T \in [T]$, $V \in [V]$, de manière que T, V soient les correspondantes de T_1', V_1' par rapport à $\tau \in [\tau]$. On a

$$T = \tau T_1' \tau^{-1},$$

$$V = \tau V_1' \tau^{-1},$$

d'où

$$TV = \tau(T_1' V_1')\tau^{-1}.$$

Mais

$$T_1' V_1' \in [TV].$$

Alors TV est la correspondante du produit $T_1' V_1'$ par rapport à τ, donc $[TV]$ est un ensemble parfaitement symétrique par rapport à $[\tau]$.

En général, si $[A]$, $[B]$, . . . $[L]$ *sont n ensembles de transformations parfaitement symétriques par rapport à* τ, *l'ensemble* $[AB \ldots L]$ *est parfaitement symétrique par rapport à* $[\tau]$.

Conséquence. Si $[T]$ *est un ensemble de transformations parfaitement symétrique par rapport à* $[\tau]$, *l'ensemble* $[T^n]$ *est aussi parfaitement symétrique par rapport à* $[\tau]$.

Application. L'ensemble $[H]$ des homothéties de l'espace est parfaitement symétrique par rapport à l'ensemble $[S]$ des symétries définies par tous les plans de l'espace.

Aussi l'ensemble $[T]$ des translations de l'espace est parfaitement symétrique par rapport à $[S]$.

On déduit du théorème démontré, que l'ensemble $[TH]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[S]$.

14°. *Théorème.*

Si le groupe de transformations $[T]$ *est parfaitement symétrique par rapport au groupe de transformations* $[\tau]$, *si* $[\tau T]$ *est l'ensemble des produits formés par tous les couples* τ, T, *où* $\tau \in [\tau]$, $T \in [T]$, *alors l'ensemble* $[\tau T]$ *est un groupe.*

a) Soit T_1 la correspondante de la transformation T par rapport à

$$T_1 \in [T].$$

En désignant par $(T^{-1})_1$ la correspondante de la transformation T^{-1} par rapport à τ,

$$T^{-1} = \tau^{-1}(T^{-1})_1 \tau.$$

Comme

$$(T^{-1})_1 = T_1^{-1},$$
$$T^{-1} = \tau^{-1} T_1^{-1} \tau.$$

On a donc

$$(\tau T)^{-1} = T^{-1}\tau^{-1} = (\tau^{-1} T_1^{-1}\tau)\tau^{-1} = \tau^{-1} T_1^{-1}.$$

Parceque

$$\tau^{-1} \in [\tau],\ T_1^{-1} \in [T],$$

nous avons

$$\tau^{-1} T_1^{-1} \in [\tau T].$$

Il résulte

$$(\tau T)^{-1} \in [\tau T].$$

b) Soit $T' \in [T]$, $T'' \in [T]$ et $\tau_1 \in [\tau]$, $\tau_2 \in [\tau]$.

Nous prouverons l'équivalence du produit $(\tau_1 T')\ (\tau_2 T'')$ à une transformation de l'ensemble $[\tau T]$.

En effet, $[T]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[\tau]$. Il existe donc une transformation $T_2' \in T$ dont la correspondante par rapport à τ_2 est T'. On a

$$\tau_2 T_2' = T' \tau_2.$$

Alors

$$(\tau_1 T')\ (\tau_2 T'') = \tau_1 (T' \tau_2)\ T'' = \tau_1 (\tau_2 T_2')\ T''.$$

Mais

$$\tau_1 \tau_2 = \tau \in [\tau],\ T_2' T'' = T \in [T],$$

donc

$$(\tau_1 T')\ (\tau_2 T'') = \tau T \in [\tau T].$$

Les résultats que nous avons obtenus prouvent que $[\tau T]$ est un groupe.

Note. Tout produit $T\tau$ est équivalent à une transformation du groupe $[\tau T]$.

Si T' a T comme correspondante par rapport à τ, nous avons

$$\tau T' = T \tau.$$

Mais $T' \in [T]$ parceque $[T]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[\tau]$. Donc $\tau T' \in [\tau T]$.

15°. *Application.*

$[H]$ étant le groupe des homothéties dont le centre est O, $[T]$ l'ensemble des translations de l'espace, l'ensemble $[HT]$ est un groupe.

Si T est la translation dont le vecteur est $\bar{v}$, H l'homothétie dont le centre est O et le rapport k, la correspondante de la translation T par rapport à H est la translation T_1 définie par le vecteur $k\bar{v}$ parceque

$$H T = T_1 H.$$

Chaque translation T admet une correspondante par rapport à H. Elle est de même la correspondante d'une translation par rapport à H.

Par conséquent, $[T]$ est un groupe parfaitement symétrique par rapport au groupe $[H]$.

Conformément au théorème 14°, $[HT]$ est groupe.

16°. *Si les groupes de transformations $[T]$, $[V]$ sont parfaitement symétriques par rapport au groupe de transformations $[\tau]$, si l'ensemble $[TV]$ des produits TV est groupe, alors l'ensemble $[TV\tau]$ des produits $TV\tau$ est aussi un groupe.*

Comme les groupes $[T]$, $[V]$ sont parfaitement symétriques par rapport au groupe $[\tau]$, le groupe $[TV]$ est parfaitement symétrique (§ 13°) par rapport à $[\tau]$. Alors $[TV\tau]$ est un groupe.

17°. *Théorème.*

Soit donné le groupe de transformations $[T]$ *parfaitement symétrique par rapport au groupe* $[\tau]$. *Si*

$$[S] = [T] \cup [\tau] \cup [\tau T],$$

alors $[S]$ *est aussi un groupe.*

Nous avons démontré (§14°) que $[\tau T]$ est un groupe de transformations. Donc si

$$T \in [T],\ \tau \in [\tau],\ \tau T \in [\tau T],$$

nous avons aussi

$$T^{-1} \in [T],\ \tau^{-1} \in [\tau],\ (\tau T)^{-1} \in [\tau T],$$

donc

$$T^{-1} \in [S],\ \tau^{-1} \in [S],\ (\tau T)^{-1} \in [S].$$

Si

$$T_1 \in [T],\ T_2 \in [T],$$

on a

$$T_2 T_1 \in [T], \text{ donc } T_2 T_1 \in [S].$$

De même si

$$\tau_1 \in [\tau],\ \tau_2 \in [\tau],$$

il résulte

$$\tau_2 \tau_1 \in [S],$$

De

$$\tau_1 T_1 \in [\tau T],\ \tau_2 T_2 \in [\tau T]$$

on déduit

$$(\tau_2 T_2)\ (\tau_1 T_1) \in [S].$$

Considérons maintenant

$$T_1 \in [T],\ \tau_1 \in [\tau].$$

Comme

$$T_1 \tau_1 = \tau_1 T_1',$$

si T_1' est la transformation qui a T_1 comme correspondante par rapport à τ, on a

$$T_1 \tau_1 \in [S].$$

Pour

$$T_2 \in [T] \text{ et } \tau_1 T_1 \in [\tau T],$$

le produit $(\tau_1 T_1) T_2$ appartient à $[S]$ car

$$T_1 T_2 = T \in [T].$$

De même le produit $T_2 (\tau_1 T_1)$ appartient à l'ensemble $[S]$, car T_2' étant la transformation dont la correspondante par rapport à τ_1 est T_2, on a

$$T_2\ (\tau_1 T_1) = (T_2 \tau_1)\ T_1 = (\tau_1 T_2')\ T_1 = \tau_1 T,$$

où

$$T_2' T_1 = T \in [T].$$

Il résulte

$$T_2 (\tau_1 T_1) \in [S].$$

Soit

$$\tau_2 \in [\tau], \ \tau_1 T_1 \in [\tau T].$$

On a

$$\tau_2 (\tau_1 T_1) \in [S]$$

car

$$\tau_2 \tau_1 = \tau \in [\tau].$$

Aussi

$$(\tau_1 T_1) \tau_2 = \tau_1 (T_1 \tau_2) = \tau_1 (\tau_2 T_1'),$$

où T_1' est la transformation dont la correspondante par rapport à τ_2 est T_1.

Si

$$\tau_1 \tau_2 = \tau_3,$$

on conclut

$$(\tau_1 T_1) \tau_2 \in [\tau T] \subset [S].$$

Donc le produit des transformations de l'ensemble $[S]$ est équivalent à une transformation de l'ensemble $[S]$.

Alors l'ensemble $[S]$ est un groupe.

Exemple. Si $[T]$ *est l'ensemble des translations de l'espace et* $[H]$ *l'ensemble des homothéties dont le centre est le point O, l'ensemble* $[S]$

$$[S] = [T] \cup [H] \cup [HT]$$

est un groupe.

$[T]$, $[H]$ sont des groupes. $[T]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[H]$. Par conséquent on déduit du théorème démontré que $[S]$ est un groupe.

La Chaire de Mathématique
Institut Polytechnique de Bucarest

О СООТВЕТСТВУЮЩИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯХ В СООТНОШЕНИЕ С ДАННЫМ ПРЕОБРАЗОВАНИЕМ

(Краткое содержание)

Считая два преобразующих множества $[T]$, $[\tau]$ представляем несколько свойств, касающихся следующих понятий:

Корреспондент преобразования $T \in [T]$ в соотношение с преобразованием $\tau \in [\tau]$

множество преовразований $[T]$ симетрично в соотношение с множеством $[\tau]$

множество преобразований $[T]$ совершенно симетрично в соотношение с множеством $[\tau]$.

CORRESPONDING TRANSFORMATIONS IN CONNEXION WITH A GIVEN TRANSFORMATION

(Summary)

Considering two sets of transformations $[T]$, $[\tau]$, we give some properties on the next notions:

the corresponding transformation of a transformation $T \in [T]$ in connexion with a transformation $\tau \in [\tau]$,

the symmetric set of transformations $[T]$ in connexion with the set of transformations $[\tau]$,

the perfect symmetric set of transformations $[T]$ in connexion with the set of transformations $[\tau]$.

SUR LES TRANSFORMATIONS CORRESPONDANTES PAR RAPPORT À UNE TRANSFORMATION DONNÉE

(Résumé)

En considerant deux ensembles de transformations $[T]$, $[\tau]$, nous présentons quelques propriétés concernant les notions suivantes:

la correspondante d'une transformation $T \in [T]$ par rapport à une transformation $\tau \in [\tau]$,

l'ensemble de transformations $[T]$ symétrique par rapport à l'ensemble $[\tau]$,

l'ensemble de transformations $[T]$ parfaitement symétrique par rapport à l'ensemble $[\tau]$.

UBER DIE ENTSCHPRECHENDEN TRANSFORMATIONEN IN BEZIEHUNG AUF EINE GEGEBENE TRANSFORMATION

(Zusammenfassung)

Betrachtend zwei Mengen von Transformationen $[T]$, $[\tau]$, geben wir einige Sätze über die folgenden Kenntnisse:

die entsprechende Transformation einer Transformation $T \in [T]$ in Beziehung auf eine Transformation $\tau \in [\tau]$

die symmetrische Menge von Transformationen $[T]$ in Beziehung auf die Menge $[\tau]$,

die vollkommensymmetrische Menge von Transformationen $[T]$ in Beziehung auf die Menge $[\tau]$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 1

512.9

ASUPRA UNEI ECUAȚII CU DERIVATE PARȚIALE DE TIP PARABOLIC DE ORDIN SUPERIOR LUI 2 *)

de GABRIELA BOGDAN-TEODORESCU

În studiul întreprins asupra ecuației cu derivate parțiale de ordinul $2n$, de forma:

$$\prod_{i=1}^{n}\left(\Delta - \alpha_i \frac{\partial}{\partial t}\right) u = 0$$

cu $\Delta u = \sum^{p} \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2}$ și α_i constante > 0, utilizînd transformările Laplace și Fourier, am obținut unele rezultate, rezolvînd în cazul $n = 2$, problema la limită pentru:

$$x \in (-\infty, +\infty) \qquad t \in [0, T] \qquad (T > 0)$$

În această lucrare vom rezolva problema construirii unei funcții care să verifice ecuația (1) pentru $n = 3$' și $p = 3$, în stratul $x_i \in (-\infty, +\infty)$ $i = 1, 2, 3$ $t \in (O, T)$ $(T > 0)$ și care să verifice condițiile la limită:

$$\lim_{t \to 0+} u(x_1\, x_2\, x_3, t) = f_1(x_1\, x_2\, x_3)$$

$$\lim_{t \to 0^+} \frac{\partial u}{\partial t} = f_2(x_1\, x_2\, x_3) \qquad \lim_{t \to 0^+} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = f_3(x_1\, x_2\, x_3)$$

Întrucît pentru rezolvarea acestei probleme, vom utiliza transformatele Fourier și Laplace, va trebui să facem asupra funcțiilor $f_i(x_1\, x_2\, x_3)$ anumite presupuneri care să facă posibilă aplicarea metodei.

În primul rînd, deoarece ar trebui să facem presupunerea că funcțiile $f_2(x)$ și $f_3(x)$ au în origină un zero de ordin superior lui 4, atît pentru a evita această presupunere cît și pentru a obține pentru funcții care rezolvă problema pusă, o expresie mai simplă, vom schimba datele problemei care va deveni următoarea:

*) Comunicare prezentată la a IV-a sesiune științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București (19 octombrie 1958).

Fiind dată ecuația:

$$\prod_{i=1}^{3}\left(\Delta - \alpha_i \frac{\partial}{\partial t}\right) u = 0. \qquad \Delta = \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_i^2},\ \alpha_i > 0 \tag{1}$$

să se găsească o funcție $u(x_1, x_2, x_3, t)$ care să verifice ecuația (1) în stratul $x_i \in (-\infty, +\infty)$; $t \in (O, T)$ $(T > 0)$ ecuația (1) și condițiile la limita următoare:

$$\begin{aligned} &\lim_{t\to 0^+} u(x_1\, x_2\, x_3, t) = \varphi_1(x_1\, x_2\, x_3) \\ &\lim_{t\to 0^+} \frac{\partial u}{\partial t} = \Delta\, \varphi_2(x_1\, x_2\, x_3) \\ &\lim_{t\to 0^+} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \Delta\Delta\, \varphi_3(x_1\, x_2\, x_3) \end{aligned} \tag{2}$$

Funcțiile $\varphi_1(x)$; $\Delta\varphi_2(x) = f_2(x)$, $\Delta\Delta\,\varphi_3(x) = f_3(x)$ le voi presupune de modul sumabile, adică există integralele:

$$\int_R |\varphi_1(x)|\,dx \qquad \int_R |\Delta\varphi_2(x)|\,dx; \qquad \int_R |\Delta\Delta\,\varphi_3(x)|\,dx$$

R fiind tot spațiul.

În cazul cînd $\varphi_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ au variație mărginite și sînt continue aproape peste tot, formulele de inversiune sînt valabile și toate operațiunile necesitate de aplicarea metodei sînt justificate.

Pentru rezolvarea problemei voi utiliza transformata Laplace în raport cu variabila t și apoi transformata Fourier în raport cu variabilele spațiale x_1 x_2 x_3.

Ecuația (1) poate fi scrisă sub forma:

$$E[u] = C\frac{\partial^3 u}{\partial t^3} - B\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\Delta u) + A\frac{\partial}{\partial t}(\Delta^2 u) - \Delta^3 u = 0 \tag{3}$$

Cu notațiile următoare:

$$A = \sum_1 \alpha_i \qquad B = \frac{1}{2}\sum_{i\neq j} \alpha_i\, \alpha_j \qquad C = \alpha_1\, \alpha_2\, \alpha_3 \tag{4}$$

Aplic transformata Laplace în raport cu variabila t, cu notațiile:

$$\begin{aligned} &\psi(p, x_1\, x_2\, x_3) = \int_0^\infty e^{-pt}\, u(x_1\, x_2\, x_3,\ t)\,dt \\ &u_0 = u(x_1\, x_2\, x_3, 0) \quad \text{sau} \quad u_0 = u(x, t)\big|_{t=0} \\ &u_1 = \frac{\partial u}{\partial t}\bigg|\, t = 0 \\ &u_2 = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\bigg|\, t = 0 \end{aligned} \tag{5}$$

Vom avea:

$$\mathfrak{L}[u] = \psi(p, x_1 x_2 x_3)$$

$$\mathfrak{L}\left[\frac{\partial u}{\partial t}\right] = p\psi - u_0$$

$$\mathfrak{L}\left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right] = p^2\psi - pu_0 - u_1$$

$$\mathfrak{L}\left[\frac{\partial^3 u}{\partial t^3}\right] = p^3\psi - p^2u_0 - pu_1 - u_2$$

$$\mathfrak{L}[E(u)] = Cp^3\psi - Bp^2\Delta\psi + Ap\Delta^2\psi - \Delta^3\psi - Cp^2u_0 - Cpu_1 - Cu_2 + Bp\Delta u_0 + Bu_0\Delta u_1 - A\Delta^2 u_0 = 0.$$

sau

$$Cp^3\psi - Bp^2\Delta\psi + Ap\Delta^2\psi - \Delta^3\psi = A\Delta^2 u_0 - Bp\Delta u_0 - B\Delta u_1 + Cp^2u_0 + Cpu_1 + Cu_2 \tag{6}$$

Aplicăm transformata Fourier în raport cu variabilele spațiale x_1, x_2 x_3. Avem

$$\mathfrak{F}_{x_1 x_2 x_3}(\Delta^3\psi) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \iiint_R \Delta^3\psi e^{i(\xi x_1 + \eta x_2 + \zeta x_3)}\, dx_1\, dx_2\, dx_3 =$$

$$= -(\xi^2 + \eta^2 + \xi^2)^3\ \mathfrak{F}(\psi) = -r^6\,\Phi(p, \xi, \eta, \zeta) \tag{7}$$

$$\mathfrak{F}_{x_1 x_2 x_3}[\Delta^2\psi] = r^4\Phi(p, \xi, \eta\zeta)$$

$$\mathfrak{F}_{x_1 x_2 x_3}[\Delta\psi] = -r_2\,\Phi(p, \xi, \eta, \zeta)$$

$$\mathfrak{F}_{x_1 x_2 x_3}[\psi(p, x_1 x_2 x_3)] = \Phi(p, \xi, \eta, \zeta)$$

Notăm

$$\Phi_0(p, \xi, \eta, \zeta) = \mathfrak{F}(u_0) = \mathfrak{F}\,\varphi_1\,; \quad -r\ \Phi_1(p, \xi, \eta, \zeta) = \mathfrak{F}(u_1) = -r^2\,\mathfrak{F}(\varphi_2) \tag{8}$$

$$r^4\,\Phi_2(p, \xi, \eta, \zeta) = \mathfrak{F}(u_2) = r^4\,\mathfrak{F}(\varphi_2)$$

deoarece u_0, u_1, u_2 sînt respectiv φ_1, $\Delta\varphi_2$, $\Delta\Delta\varphi_3$

Aplicînd acum transformata Fourier ecuației (6).

Vom avea

$$Cp^3\Phi + Bp^2r^2\Phi + Apr^4\Phi + r^6\Phi = \mathfrak{F}(\xi, \eta, \zeta, p)$$

sau încă înlocuind valorile coeficienților A, B, C din (4) vom avea

$$\Phi = \frac{F(\xi, \eta, \zeta, p)}{(\alpha_1 p + r^2)(\alpha_2 p + r^2)(\alpha_3 p + r^2)}$$

explicitînd funcția $F(\xi, \eta\, \zeta, p)$ vom avea pentru Φ, expresia

$$\Phi(\xi, \eta, \zeta, p) = \frac{Cp^2 \mathfrak{F}(u_0)}{(\alpha_1 p + r^2)(\alpha_2 p + r^2)(\alpha_3 p + r^2)} +$$

$$+ \frac{p[c\mathfrak{F}(u_1) - B\mathfrak{F}(\Delta u_0)]}{(\alpha_1 p + r^2)(\alpha_2 p + r^2)(\alpha_3 p + r^2)} + \frac{C\mathfrak{F}(u_2) - B\mathfrak{F}(\Delta u_1) + A\mathfrak{F}(\Delta^2 u_0)}{(\alpha_1 p + r^2)(\alpha_2 p + r^2)(\alpha_3 p + r^2)} \quad (9)$$

Vom considera pe rînd aceste trei fracții, vom aplica întîi transformata inversă $\mathfrak{L}^{-1}$ și apoi $\mathfrak{F}^{-1}$ Notez :

$$G_1(p, r) = \frac{1}{(\alpha_1 p + r^2)(\alpha_2 p + r^2)(\alpha_3 p + r)}$$

$$\mathfrak{L}^{-1}\left[\frac{1}{\alpha_i p + r^2}\right] = \frac{1}{\alpha_i} e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_i}}$$

$$\mathfrak{L}^{-1}\left[\frac{1}{(\alpha_1 p + r^2)(\alpha_2 p + r)}\right] = \frac{1}{\alpha_1} e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_1}} \times \frac{1}{\alpha_2} e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_2}}$$

$$\mathfrak{L}^{-1}\left[\frac{1}{(\alpha_1 p + r^2)(\alpha_2 p + r^2)} = \frac{1}{(\alpha_2 - \alpha_1) r^2}\left[e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_2}} - e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_1}}\right]\right.$$

$$\mathfrak{L}^{-1}\left[\frac{1}{(\alpha_1 p + r^2)(\alpha_2 p + r^2)(\alpha_3 p + r^2)}\right] = \frac{1}{(\alpha_2 - \alpha_1) r^2}\left[e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_1}} - e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_1}}\right] \times$$

$$\times \frac{1}{\alpha_3} e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_3}} = \frac{\alpha_1 e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_1}}}{(\alpha_2 - \alpha_1)(\alpha_3 - \alpha_1) r^4} + \frac{\alpha_2 e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_2}}}{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_3 - \alpha_2) r^4} + \quad (10)$$

$$+ \frac{\alpha_3 e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_3}}}{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_3) r^4}$$

Considerăm acum fracțiile de forma

$$G_2(p, r) = \frac{p}{(\alpha_1 p + r^2)(\alpha_2 p + r^2)(\alpha_3 p + r^2)}$$

$$\mathfrak{L}^{-1}\left[\frac{p}{(\alpha_1 p + r^2)(\alpha_2 p + r^2)}\right] = \frac{\alpha_2 e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_1}} - \alpha_1 e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_2}}}{r^2 (\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_3 - \alpha_2)}$$

$$\mathfrak{L}^{-1}\left[\frac{p}{(\alpha_1 p + r^2)(\alpha_2 p + r^2)(\alpha_3 p + r^2)}\right] = -\frac{e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_1}}}{r^2 (\alpha_3 - \alpha_1)(\alpha_2 - \alpha_1)}$$

$$- \frac{e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_2}}}{r^2 (\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_3 - \alpha_2)} - \frac{e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_3}}}{r^2 (\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_3)}$$

și în sfîrșit

$$\mathfrak{L}^{-1}\left[\frac{p^2}{(\alpha_1 p+r^2)(\alpha_2 p+r^2)(\alpha_3 p+r^2)}\right]=\frac{e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_1}}}{\alpha_1(\alpha_2-\alpha_1)(\alpha_3-\alpha_1)}+$$

$$+\frac{e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_2}}}{\alpha_2(\alpha_1-\alpha_2)(\alpha_3-\alpha_2)}+\frac{e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_3}}}{\alpha_3(\alpha_1-\alpha_2)(\alpha_2-\alpha_3)} \tag{12}$$

În expresia $\Phi(r,p)$ dată de (9) intervin transformatele $\mathfrak{F}(\Delta u_0)$, $\mathfrak{F}(\Delta u_1)$, $\mathfrak{F}(\Delta^2 u_0)$. Să le exprimăm cu ajutorul transformatelor Φ_0, Φ_1, Φ_2

$$\mathfrak{F}(u_0)=\Phi_0(r)$$

$$\mathfrak{F}(\Delta u_0)=-r^2\Phi_0(r)$$

$$\mathfrak{F}(\Delta^2 u_0)=r^4\Phi_0(r)$$

$$\mathfrak{F}(u_1)=-r^2\Phi_1(r)$$

$$\mathfrak{F}(\Delta u_1)=r^4\Phi_1(r)$$

$$\mathfrak{F}(u_2)=r^4\Phi_2(r)$$

Făcînd înlocuirile respective, obținem pentru $\Phi(r,p)$ expresia

$$\Phi(r,p)=\frac{Cp^2\Phi_0(r)+p[Br^2\Phi_0(r)-Cr^2\Phi_1(r)]}{(\alpha_1 p+r^2)(\alpha_2 p+r^2)(\alpha_3 p+r^2)}+$$

$$+\frac{Cr^4\Phi_2(r)-Br^4\Phi_1(r)+Ar^6\Phi_0(r)}{(\alpha_1 p+r^2)(\alpha_2 p+r^2)(\alpha_3 p+r^2)}$$

Acum luînd transformata inversă $\mathfrak{L}^{-1}$ și ținînd seama de (10), (11) și (12) avem

$$\mathfrak{L}^{-1}[\Phi(r,p)]=\Phi_0(\xi,\eta,\zeta)\left[\frac{\alpha_1^2 e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_1}}}{(\alpha_2-\alpha_1)(\alpha_3-\alpha_1)}+\right.$$

$$\left.+\frac{\alpha_2^2 e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_2}}}{(\alpha_1-\alpha_2)(\alpha_3-\alpha_2)}+\frac{\alpha_3^2 e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_3}}}{(\alpha_1-\alpha_3)(\alpha_3-\alpha_3)}\right]-$$

$$-\Phi_1(\xi,\eta,\zeta)\left[\frac{\alpha_1^2(\alpha_2+\alpha_3)e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_1}}}{(\alpha_2-\alpha_1)(\alpha_3-\alpha_1)}+\frac{\alpha_2^2(\alpha_1+\alpha_3)e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_2}}}{(\alpha_1-\alpha_2)(\alpha_3-\alpha_2)}+\frac{\alpha_3^2(\alpha_1-\alpha_2)e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_3}}}{(\alpha_1-\alpha_3)(\alpha_2-\alpha_3)}\right]$$

$$+\Phi_2(\xi,\eta,\zeta)\left[\frac{\alpha_1^2\alpha_2\alpha_3 e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_1}}}{(\alpha_2-\alpha_1)(\alpha_3-\alpha_1)}+\frac{\alpha_2\alpha_2^2\alpha_3 e^{-\frac{r^2 t}{\alpha_2}}}{(\alpha_1-\alpha_2)(\alpha_3-\alpha_2)}+\frac{\alpha_1\alpha_2\alpha_3^2 e^{-\frac{r_3 t}{\alpha_3}}}{(\alpha_1-\alpha_3)(\alpha_2-\alpha_3)}\right] \tag{13}$$

Să aplicăm acum transformata Fourier inversă relației (13) Avem

$$\mathfrak{F}^{-1}[\mathfrak{L}^{-1}[\Phi(r,p)]=u(x_1,x_2,x_3,t)=\frac{\alpha_1^2}{(\alpha_2-\alpha_1)(\alpha_3-\alpha_1)}\mathfrak{F}^{-1}[\Phi_0(r)e^{-\frac{r^2t}{\alpha_1}}]+$$

$$+\frac{\alpha_2^2}{(\alpha_1-\alpha_2)(\alpha_2-\alpha_3)}\mathfrak{F}^{-1}[\Phi_0(r)e^{-\frac{r^2t}{\alpha_2}}]+\frac{\alpha_3^2}{(\alpha_1-\alpha_3)(\alpha_2-\alpha_3)}\mathfrak{F}^{-1}[\Phi(r)e^{-\frac{r^2t}{\alpha_3}}]-$$

$$-\frac{\alpha_1^2(\alpha_2+\alpha_3)e^{-\frac{r^2t}{\alpha_1}}}{(\alpha_2-\alpha_1)(\alpha_3-\alpha_1)}\mathfrak{F}^{-1}[\Phi_1(r)e^{-\frac{r^2t}{\alpha_1}}]-\frac{\alpha_2^2(\alpha_1+\alpha_3)}{(\alpha_1-\alpha_2)(\alpha_3-\alpha_2)}\mathfrak{F}^{-1}[\Phi_1(r)e^{-\frac{r^2t}{\alpha_2}}]-$$

$$-\frac{\alpha_3^2(\alpha_1+\alpha_2)}{(\alpha_1-\alpha_3)(\alpha_2-\alpha_3)}\mathfrak{F}^{-1}[\Phi_1(r)e^{-\frac{r^2t}{\alpha_3}}]+\frac{\alpha_1^2\alpha_2\alpha_3}{(\alpha_2-\alpha_1)(\alpha_3-\alpha_1)}\mathfrak{F}^{-1}[\Phi_2(r)e^{-\frac{r^2t}{\alpha_1}}+$$

$$+\frac{\alpha_1\alpha_2^2\alpha_3}{(\alpha_1-\alpha_2)(\alpha_3-\alpha_2)}\mathfrak{F}^{-1}[\Phi_2(r)e^{-\frac{r^2t}{\alpha_2}}]+\frac{\alpha_1\alpha_2\alpha_3^2}{(\alpha_1-\alpha_3)(\alpha_2-\alpha_3)}\mathfrak{F}^{-1}[\Phi_2(r)e^{-\frac{r^2t}{\alpha_3}}]$$

Să calculăm transformata produsului

$$\mathfrak{F}^{1-}[\Phi_i(r)e^{-\frac{r^2t}{\alpha_i}}]$$

Vom utiliza teorema produsului de compoziție, anume: Dacă $F(r)$ și $G(r)$ sînt transformatele funcțiilor $f(x_i)$ și $g(x_i)$ respectiv, atunci transformata Fourier a produsului $F(r)$. $G(r)$ va fi:

$$\iiint_R F(r)G(r)e^{-i(x_1\xi_2+x_2\xi_2+x_3\xi_3}\,d\xi_1\,d\xi_2\,d\xi_3=$$

$$\iiint_R f(\xi_1,\xi_2,\xi_3)\,g(x_1-\xi_1,\ x_2-\xi_2,\ x_3-\xi_3)\,d\xi_1\,d\xi_2\,d\xi_3$$

Știm că Φ_i sînt transformatele funcțiilor φ_i; să vedem care este originalul funcției $e^{-\frac{r^2t}{\alpha_i}}$

$$G_i(\xi_1,\xi_2,\xi_3)=e^{-\frac{(\xi_1^2+\xi_2^2+\xi_3^2)t}{\alpha_i}}$$

$$g_i(x_1\,x_2\,x_3)=\left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2}\iiint_R e^{-\frac{r^2t}{\alpha_i}}\,e^{-(\xi_1x_1+\xi_2x_2+\xi_3x_3)}\,d\xi_1\,d\xi_2\,d\xi_3$$

$$g_i(x_1\,x_2\,x_3)=\left(\frac{\alpha_i}{2t}\right)^{3/2}e^{-\frac{(x_1^2+x_2^2+x_3^2)\alpha_i}{4t}}$$

Deci

$$\mathfrak{F}^{-1}[\Phi_i(\xi_1,\xi_2,\xi_3)e^{-\frac{r^2t}{\alpha_i}}]=\left(\frac{1}{2\pi}\right)\left(\frac{\alpha_i}{2t}\right)^{3/2}\iiint_R\varphi_i(\xi_1,\xi_2,\xi_3)\,e^{-\frac{\alpha_i\Sigma(x_i-\xi)^2}{4t}}\,d\xi_1\,d\xi_2\,d\xi_3$$

Vom obține deci pentru $u(x_1, x_2, x_3, t)$ următoarea expresie:

$$u(x_1, x_2, x_3\, t = \left(\frac{1}{2\pi t}\right)^{3/2}\left[\sum_{i=1}^{3} \frac{\alpha_i^{7/2}}{(\alpha_{i+1} - \alpha_i)(\alpha_{i+2} - \alpha_i)} I_{1,i} + \right.$$

$$\left. + \sum_{i=1}^{3} \frac{\alpha_i^{7/2}(\alpha_{i+1} + \alpha_{i+2})}{(\alpha_{i+1} - \alpha_i)(\alpha_{i+2} - \alpha_i)} I_{2,i} + \sum_{i=1}^{3} \frac{\alpha_i^{7/2}\alpha_{i+1}\alpha_{i+2}}{(\alpha_{i+1} - \alpha_i)(\alpha_{i+2} - \alpha_i)} I_{3,i}\right]$$

cu notația

$$I_{j,k} = \iiint_R \varphi_j(\xi_1 \xi_2 \xi_3)\, e^{-\frac{\alpha_k \Sigma (x-\xi)^2}{4t}} d\xi_1\, d\xi_2\, d\xi_3$$

și cu $\alpha_4 = \alpha_1$ $\alpha_5 = \alpha_2$.

Pentru a putea scrie formula (15) este suficient să presupunem funcțiile φ_j mărginite în tot spațiul, sau mai precis, că funcțiile φ_j verifică inegalitățile următoare

$$|\varphi_j(x)| < M_j\, e^{kr^2}$$

În acest caz integralele care apar în membrul II al formulei (15) sînt uniform convergente în tot stratul

$$0 < t < \frac{1}{4k}$$

împreună cu toate derivatele în raport cu x_i și t.

Rămîne să vedem dacă această funcție dată de formula (15) verifică ecuația (1) și condițiile la limită (2).

Pentru a arăta că funcția dată de (15) verifică ecuația (1) voi considera integrala

$$I_{j,k} = \frac{1}{t^{3/2}} \iiint_R \varphi_j(\xi_1 \xi_2 \xi_3)\, e^{-\frac{\alpha_k \Sigma (x_i - \xi_i)^2}{4t}} d\xi_1, d\xi_2, d\xi_3 =$$

$$= \frac{1}{t^{3/2}} \int_R \varphi_j(\xi)\, e^{-\frac{\alpha_k \Sigma (x-\xi)^2}{4t}} d\xi$$

și vom calcula ΔI_{jk}, $\Delta^2 I_{jk}$, $\Delta^3 I_{jk}$,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Delta^2 I_{jk}) \quad \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\Delta I_{jk}) \quad \frac{\partial^3}{\partial t^3}(I_{jk})$$

Vom avea

$$\Delta I_{jk} = -\frac{3\alpha_k}{2t^{5/2}} \int_R \varphi_j(\xi)\, e^{-\frac{\alpha_k \Sigma (x-j)^2}{4t}} d\xi +$$

$$+ \frac{\alpha_k^2}{4t^{7/2}} \int_R \varphi_j(\xi) \Sigma (x-\xi)^2\, e^{-\frac{\alpha_k \Sigma (x-j)^2}{4t}} d\xi$$

$$\Delta^2 I_{jk} = \frac{15\alpha_k^2}{4t^{7/2}} \int_R \varphi_j(\xi)\, e^{-\frac{\alpha_k \Sigma (x-\xi)^2}{4t}}\, d\xi -$$

$$- \frac{5\alpha_k^3}{4t^{9/2}} \int_R \varphi_j(\xi)\, \Sigma (x-\xi)^2\, e^{-\frac{\alpha_k \Sigma (x-\xi)^2}{4t}}\, d\xi +$$

$$+ \frac{\alpha_k^4}{16t^{11/2}} \int_R \varphi_j(\xi)\, [\Sigma (x-\xi)^2]^2\, e^{-\frac{\alpha_k \Sigma (x-j)^2}{4t}}\, d\xi$$

$$\Delta^3 I_{ki} = \frac{-105\alpha_k^3}{8t^{9/2}} \int_R \varphi_j(\xi)\, e^{-\frac{\alpha_k \Sigma (x-\xi)^2}{4t}}\, d\xi +$$

$$+ \frac{105\alpha_k^4}{16t^{11/2}} \int_R \varphi_j(\xi)\, \Sigma (x-\xi)^2\, e^{-\frac{\alpha_k \Sigma (x-\xi)^2}{4t}}\, d\xi -$$

$$- \frac{21\alpha_k^5}{32\, t} \int_R \varphi_j(\xi)\, [\Sigma (x-\xi)^2]^2\, e^{-\frac{\alpha_k \Sigma (x-\xi)^2}{4t}}\, d\xi -$$

$$+ \frac{\alpha_k^6}{64t^{15/2}} \int_R [\Sigma (x-\xi)^2]^3\, \varphi_j(\xi)\, e^{-\frac{\alpha_k \Sigma (x-\xi)^2}{4t}}\, d\xi$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Delta^2 I_k) = -\frac{105\alpha_k^2}{8t^{9/2}} \int_R \varphi_j(\xi)\, e^{-\frac{\alpha_k \Sigma (x-\xi)^2}{4t}}\, d\xi +$$

$$+ \frac{105\alpha_k^2}{16t^{11/2}} \int_R \varphi_j(\xi)\, \Sigma (x-\xi)^2\, e^{-\frac{\alpha_k \Sigma (x-\xi)^2}{4t}}\, d\xi -$$

$$- \frac{21\alpha_k^4}{32t^{13/2}} \int_R [\Sigma (x-\xi)^2]^2\, \varphi_j(\xi)\, e^{-\frac{\alpha_k \Sigma (x-\xi)^2}{4t}}\, d\xi +$$

$$+ \frac{\alpha_k^5}{64t^{15/2}} \int [\Sigma (x-\xi)^2]^3\, \varphi_j(\xi)\, e^{-\frac{\alpha_k \Sigma (x-\xi)^2}{4t}}\, d\xi +$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\Delta I_k) = -\frac{105\alpha_k}{8t^{9/2}} \int_R \varphi_j(\xi)\, e^{-\frac{\alpha_k \Sigma (x-\xi)^2}{4t}}\, d\xi +$$

$$+ \frac{105\alpha_k^2}{16t^{11/2}} \int_R \Sigma (x-\xi)^2\, \varphi_j(\xi)\, e^{-\frac{\alpha_k \Sigma (\alpha-\xi)^2}{4t}}\, d\xi -$$

$$-\frac{21\alpha_k^3}{32t^{13/2}}\int_R [\Sigma(x-\xi)^2]^2\varphi_j(\xi)\,e^{-\frac{\alpha_k\Sigma(x-\xi)^2}{4t}}d\xi+$$

$$+\frac{\alpha_k^4}{64t^{15/2}}\int_R [\Sigma(x-\xi)^2]^3\varphi_j(\xi)\,e^{-\frac{\alpha_k\Sigma(x-\xi)^2}{4t}}d\xi$$

$$\frac{\partial^3 U}{\partial t^3}=-\frac{105}{8t^{9/2}}\int_R \varphi_j(\xi)\,e^{-\frac{\alpha_k\Sigma(x-\xi)^2}{4t}}d\xi+$$

$$+\frac{105\alpha_k}{16t^{11/2}}\int_R \Sigma(x-\xi)^2\varphi_j(\xi)\,e^{-\frac{\alpha_k\Sigma(x-\xi)^2}{4t}}d\xi-$$

$$-\frac{21\alpha_k^2}{32t^{13/2}}\int_R [\Sigma(x-\xi)^2]^2\varphi_j(\xi)\,e^{-\frac{\alpha_k\Sigma(x-\xi)^2}{4t}}d\xi+$$

$$+\frac{\alpha_k^3}{64t^{15/2}}\int_R [\Sigma(x-\xi)^2]^3\varphi_j(\xi)\,e^{-\frac{\alpha_k\Sigma(x-\xi)^2}{4t}}d\xi$$

Înlocuind în ecuația (1), vedem că coeficienții integralelor care apar sînt identic nuli.

Coeficientul integralei:

$$\int \varphi_1(\xi)\,e^{-\frac{\alpha_i\Sigma(x-\xi)^2}{4t}}d\xi,$$

va fi

$$\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\frac{\alpha_1^{7/2}}{(\alpha_2-\alpha_1)(\alpha_3-\alpha_1)}\left\{-\frac{105}{8t^{9/2}}\alpha_1\alpha_2\alpha_3+(\alpha_1\alpha_2+\alpha_1\alpha_3+\alpha_2\alpha_3)\frac{105\alpha_1}{8t^{9/2}}-\right.$$

$$\left.-(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3)\frac{105\alpha_1^2}{8t^{9/2}}+\frac{105\alpha_1^3}{8t^{9/2}}\right\}=0$$

La fel pentru toate integralele care apar atunci cînd facem înlocuirea. Deci funcția dată de expresia (15) verifică ecuația dată.

Rămîne să vedem că funcția găsită verifică condițiile inițiale (2). Adică, să calculăm

$$\lim_{t\to 0^+} u(x_1\,x_2\,x_3\,t)$$

Toate integralele care apar în expresia lui $u(x,\,t)$ dată de (15) au un sens și cînd $t\to 0^+$, fiind uniform convergente pentru orice valoare a ui $t\in[O,T]$) cu $T>0$,

Avem, după cum se știe,

$$\lim_{t\to 0+} \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{3/2}} \iiint \varphi_j(\xi_1\,\xi_2\,\xi_3)\,\frac{e^{-\frac{\alpha_k \Sigma (x_j-\xi_j)}{4t}}}{t^{3/2}}\,d\xi_1\,d\xi_2\,d\xi_3 = \frac{\varphi_j(x_1\,x_2\,x_3)}{(\alpha_k)^{3/2}}$$

Deci

$$\lim_{t\to 0+} u(x_1\,x_2\,x_3,\,t) = \sum_{i=1}^{3} \frac{\alpha_i^2}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)\,(\alpha_{i+2}-\alpha)}\,\varphi_1(x) -$$

$$-\sum_{i=1}^{3} \frac{\alpha_i^2\,(\alpha_{i+1}+\alpha_{i+2})}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)\,(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\,\varphi_2 + \sum_{i=1}^{3} \frac{\alpha_i^2\,\alpha_{i+1}\,\alpha_{i+2}}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)\,(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\,\varphi_3$$

ori

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{\alpha_i^2}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)\,(\alpha_{i+2}-\alpha_i)} = 1$$

iar celelalte două sume sînt identic nule.

Deci vom avea

$$\lim_{t\to 0+} u(x_1\,x_2\,x_3) = \varphi_1(x_1\,x_2\,x_3)$$

Să considerăm pe $\dfrac{\partial u}{\partial t}$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \left(\frac{1}{2\pi t}\right)^{3/2}\left\{-\sum_{i=1}^{3} \frac{\alpha^{5/2}}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)\,(\alpha_{i+2}-\alpha_i)} \cdot \frac{3\alpha_i}{2t}\int_R \varphi_1(\xi)\,e^{-\frac{\alpha_i \Sigma (x-\xi)^2}{4t}}\,d\xi + \right.$$

$$+\sum_{i=1}^{3} \frac{\alpha_i^{5/2}}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)\,(\alpha_{i+2}-\alpha_i)} \cdot \frac{\alpha_i^2}{4t^2}\int_R \varphi_1(\xi)\,\Sigma(x-\xi)^2\,e^{-\frac{\alpha_i \Sigma (x-\xi)^2}{4t}}\,d\xi$$

$$+\sum_{i=1}^{3} \frac{\alpha_i^{5/2}(\alpha_{i+1}+\alpha_{i+2})}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)\,(\alpha_{i+2}-\alpha_i)} \cdot \frac{3\alpha_i}{2t}\int_R \varphi_2(\xi)\,e^{-\frac{\alpha_i \Sigma (x-\xi)^2}{4t}}\,d\xi -$$

$$-\sum_{i=1}^{3} \frac{\alpha_i^{5/2}(\alpha_{i+1}+\alpha_{i+2})}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)\,(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\,\frac{\alpha_i^2}{4t^2}\int_R \varphi_2(\xi)\,\Sigma(x-\xi)^2\,e^{-\frac{\alpha_i \Sigma (x-\xi)}{4t}}\,d\xi -$$

$$-\sum_{i=1}^{3} \frac{\alpha_i^{5/2}\,\alpha_{i+1}\,\alpha_{i+2}}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)\,(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\,\frac{3\alpha_i}{4t^2}\int_R \varphi_3(\xi)\,e^{-\frac{\alpha_i \Sigma (x-\xi)^2}{4t}}\,d\xi +$$

$$\left.+\sum_{i=1}^{3} \frac{\alpha_i^{5/2}\,\alpha_{i+1}\,\alpha_{i+2}}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)\,(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\,\frac{\alpha_i^2}{4t^2}\int_R \varphi_3(\xi)\,\Sigma(x-\xi)^2\,e^{-\frac{\alpha_i \Sigma (x-\xi)^2}{4t}}\,d\xi\right\}$$

Aceasta mai poate fi scris sub forma

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\left(\frac{1}{2\pi t}\right)^{3/2}\left\{\sum_{i=1}^{3}\frac{\alpha_i^{5/2}}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)\,(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\int_R \varphi_1(\xi)\,\Delta\left[e^{-\frac{\alpha_i\,\Sigma\,(x-\xi)^2}{4t}}\right]d\xi-\right.$$

$$-\sum_{i=1}^{3}\frac{\alpha_i^{5/2}(\alpha_{i+1}+\alpha_{i+2})}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)\,(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\int_R \varphi_2(\xi)\,\Delta\left[e^{-\frac{\alpha_i\,\Sigma\,(x-\xi)^2}{4t}}\right]d\xi+$$

$$\left.+\sum_{i=1}^{3}\frac{\alpha_i^{5/2}\,\alpha_{i+1}\,\alpha_{i+2}}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)\,(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\int_R \varphi_3(\xi)\,\Delta\left[e^{-\frac{\alpha_i\,\Sigma\,(x-\xi)^2}{4t}}\right]d\xi\right.$$

Acum integrînd prin părți de două ori, vom obține:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\left(\frac{1}{2\pi t}\right)^{3/2}\left\{\sum_{i=1}^{3}\frac{\alpha_i^{5/2}}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)\,(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\int_R \Delta\varphi_1(\xi)\;e^{-\frac{\alpha_i\,\Sigma\,(x-\xi)^2}{4t}}\,d\xi-\right.$$

$$-\sum_{i=1}^{3}\frac{\alpha_i^{5/2}(\alpha_{i+1}+\alpha_{i+2})}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)\,(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\int_R \Delta\varphi_2(\xi)\;e^{-\frac{\alpha_i\,\Sigma\,(x-\xi)^2}{4t}}\,d\xi+$$

$$\left.+\sum_{i=1}^{3}\frac{\alpha_i^{5/2}\,\alpha_{i+1}\,\alpha_{i+2}}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)\,(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\int_R \Delta\varphi_3(\xi)\;e^{-\frac{\alpha_i\,\Sigma\,(x-\xi)^2}{4t}}\,d\xi\right\}$$

Să vedem ce se întîmplă cînd $t\to 0$. Avem, precum am mai amintit

$$\lim\frac{1}{t^{3/2}}\int_R \Delta\varphi_1(\xi)\;e^{-\frac{\alpha_i\,\Sigma\,(x-\xi)^2}{4t}}\,d\xi=\left(\frac{2\pi}{\alpha_i}\right)^{3/2}\Delta\varphi_1(x)$$

Deci

$$\lim_{t\to 0+}\frac{1}{t^{3/2}}\frac{\partial u}{\partial t}=\sum_{i=1}^{3}\frac{\alpha_i}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)\,(\alpha_{i+2}+\alpha_i)}\Delta\varphi_1(x)-$$

$$-\sum_{i=1}^{3}\frac{\alpha_i\,(\alpha_{i+1}+\alpha_{i+2})}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)\,(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\Delta\varphi_2(x)+\sum_{i=1}^{3}\frac{\alpha_i\,\alpha_{i+1}\,\alpha_{i+2}}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)\,(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\Delta\varphi^3(x)$$

Ori

$$\sum_{i=1}^{3}\frac{\alpha_i}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)\,(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}=0;\quad\sum_{i=1}^{3}\frac{\alpha_i\,(\alpha_{i+1}+\alpha_{i+2})}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)\,(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}=-1$$

$$\sum_{i=2}^{3}\frac{\alpha_i\,\alpha_{i+1}\,\alpha_{i+2}}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)\,(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}=0$$

Deci

$$\lim_{t\to 0+}\frac{\partial u}{\partial t}=\Delta\varphi_2(x)$$

Să căutăm

$$\lim_{t\leftarrow 0+}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

Avem

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\left(\frac{1}{2\pi t}\right)^{3/2}\left\{\sum_{i=1}^{3}\frac{\alpha_i^{3/2}}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\left[\frac{15\alpha_i^2}{4t^2}\int\varphi_1(\xi)\,e^{-\frac{\alpha_i\Sigma(x-\xi)^2}{4t}}d\xi-\right.\right.$$

$$-\frac{5\alpha_i^3}{4t^3}\int\varphi_1(\xi)\,\Sigma(x-\xi)^2\,e^{-\frac{\alpha_i\Sigma(x-\xi)^2}{4t}}d\xi+$$

$$\left.+\frac{\alpha_i}{16t^4}\int\varphi_1(\xi)\,[\Sigma(x-\xi)^2]^2\,e^{-\frac{\alpha_i\Sigma(x-\xi)^2}{4t}}d\xi\right]-$$

$$-\sum_{i=1}^{3}\frac{\alpha_i^{3/2}(\alpha_{i+1}+\alpha_{i+2})}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\left[\frac{15\alpha_i^2}{4t^2}\int_R\varphi_2(\xi)\,e^{-\frac{\alpha_i\Sigma(x-\xi)^2}{4t}}d\xi-\right.$$

$$-\frac{5\alpha_i^3}{4t^3}\int_R\varphi_2(\xi)\,\Sigma(x-\xi)^2\,e^{-\frac{\alpha_i\Sigma(x-\xi)^2}{4t}}d\xi+$$

$$\left.+\frac{\alpha_i^4}{16t^4}\int_R\varphi_2(\xi)\,[\Sigma(x-\xi)^2]^2\,e^{-\frac{\alpha_i\Sigma(x-\xi)^2}{4t}}d\xi+\right.$$

$$+\sum_{i=1}^{3}\frac{\alpha_i^{3/2}\alpha_{i+1}\alpha_{i+2}}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\left[\frac{15\alpha_i^2}{4t^2}\int_R\varphi_3(\xi)\,e^{-\frac{\alpha_i\Sigma(x-\xi)^2}{4t}}d\xi-\right.$$

$$-\frac{5\alpha_i^3}{4t^3}\int_R\varphi_3(\xi)\,\Sigma(x-\xi)^2\,e^{-\frac{\alpha_i\Sigma(x-\xi)^2}{4t}}d\xi+$$

$$\left.\left.+\frac{\alpha_i^4}{6t^4}\int\varphi_3(\xi)\,[\Sigma(x-\xi)^2]^2\,e^{-\frac{\alpha_i\Sigma(x-\xi)^2}{4t}}d\xi\right]\right\}$$

Aceasta mai poate fi scris

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\left(\frac{1}{2\pi t}\right)^{3/2}\left\{\sum_{i=1}^{3}\frac{\alpha_i^{3/2}}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\int_R \varphi_1(\xi)\,\Delta^2\left[e^{-\frac{\alpha_i\Sigma(x-\xi)^2}{4t}}\right]d\xi-\right.$$

$$-\sum_{i=1}^{3}\frac{\alpha_i^{3/2}(\alpha_{i+1}+\alpha_{i+2})}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\int_R \varphi_2(\xi)\,\Delta^2\left[e^{-\frac{\alpha_i\Sigma(x-\xi)^2}{4t}}\right]d\xi+$$

$$\left.+\sum_{i=1\frac{2}{3}}^{3}\frac{\alpha_i^{3/2}\alpha_{i+1}\alpha_{i+2}}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\int_R \varphi_3(\xi)\,\Delta^2\left[e^{-\frac{\alpha_i\Sigma(x-\xi)^2}{4t}}\right]d\xi\right\}$$

Integrînd prin părți de patru ori, obținem

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\left(\frac{1}{2\pi t}\right)^{3/2}\left\{\sum_{i=1}^{3}\frac{\alpha_i^{3/2}}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\int_R \Delta^2\varphi_1(\xi)\,e^{-\frac{\alpha_i\Sigma(x-\xi)^2}{4t}}d\xi-\right.$$

$$-\sum_{1}^{3}\frac{\alpha_i^{3/2}(\alpha_{i+1}+\alpha_{i+2})}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\int_R \Delta^2\varphi_2(\xi)\,e^{-\frac{\alpha_i\Sigma(x-\xi)^2}{4t}}d\xi+$$

$$\left.+\sum_{1}^{3}\frac{\alpha_i^{3/2}(\alpha_{i+1}+\alpha_{i+2})}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\int_R \Delta^2\varphi_3(\xi)\,e^{-\frac{\alpha_i\Sigma(x-\xi)^2}{4t}}d\xi\right\}$$

Trecînd la limită pentru $t\to 0^+$, vom avea

$$\lim_{t\to 0^+}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\Delta^2\varphi_1(x)-$$

$$-\sum_{1}^{3}\frac{\alpha_{i+1}-\alpha_{i+2}}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\Delta^2\varphi_2(x)+\sum_{1}^{3}\frac{\alpha_{i+1}\alpha_{i+2}}{(\alpha_{i+1}-\alpha_i)(\alpha_{i+2}-\alpha_i)}\Delta^2\varphi_3(x)$$

Ori, sumele ce intervin, sînd primele două nule și a treia egală cu 1.

Deci

$$\lim_{t\to 0^+}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\Delta^2\varphi_3(x)$$

Deci, condițiile inițiale (2) sînt satisfăcute.

Catedra de Matematică
Institutul Politehnic București

ОБ ОДНОМ УРАВНЕНИИ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА ВЫШЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА

(Краткое содержание)

В данной работе автор изучает проблему Коши для уравнения

$$\prod_{i=1}^{3}\left[\Delta - \alpha_i \frac{\partial}{\partial t}\right] u = 0 \qquad (1)$$

α_i — постоянные > 0 и

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}.$$

Определяется решение уравнения (1) которое удовлетворяет условиям

$$u(x,t)\,|_{t=0} = \varphi_1(x) \qquad (x) = (x_1, x_2, x_3).$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = \Delta\,\varphi_2(x) \qquad (2)$$

$$\left.\frac{\partial^2 u}{\partial^2 t}\right|_{t=0} = \Delta\Delta\,\varphi_3(x)$$

где φ_1, $\Delta\varphi_2$, $\Delta\Delta\varphi_3$ функции данные в R_3.

С этой целью используется смещанное преобразование Лапласа-Фурье.

ON THE EQUATION WITH PARTIAL DERIVATIONS OF THE PARABOLIC TIP ORDER SUPERIOR TO 2

(Abstract)

In this study are explaining Cauchy's problem concerning the equation

$$\prod_{i=1}^{3}\left[\Delta - \alpha_i \frac{\partial}{\partial t}\right] u = 0 \qquad (1)$$

α_i being constant > 0 and $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}$ when the function $u(x,y)$ and the derivated $\frac{\partial u}{\partial t}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ are giving for $t = 0$, we determine the function, which verifies them.

We utilize the transformation of Laplace and Fourier, concerning the variables t and x_i.

SUR UNE ÉQUATION AUX DÉRIVÉES PARTIELLES DU TYP PARABOLIQUE D'ORDRE SUPÉRIEUR A 2

(Résumé)

Dans ce travail, l'auteur étudie le problème de Cauchy, pour l'équation

$$\prod_{i=1}^{3}\left[\Delta - \alpha_i \frac{\partial}{\partial t}\right] u = 0 \qquad (1)$$

α_i étant des constantes > 0 et

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\frac{\partial^2}{\partial x_3^2}$$

On détermine la solution de (1) qui vérifient les conditions

$$u(x,t)\big|_{t=0} = \varphi_1(x) \qquad (x) = (x_1\, x_2\, x_3)$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = \Delta\,\varphi_2(x) \qquad (2)$$

$$\left.\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right|_{t=0} = \Delta\Delta\,\varphi_3(x)$$

avec φ_1 $\Delta\varphi_2$ $\Delta\Delta\varphi_3$ fonctions données dans R_3.

On utilise à cet effet, une transformation mixte Laplace-Fourier.

UBER EINER PARTIELLEN DIFFERENTIALGLEICHUNG VON PARABOLISCHEN TYPUS, ORDNUNG GRÖSSER ALS 2

(Zusammenfassung)

In der vorliegenden Arbeit wird Cauchy's Problem für gleichungen des Typus (1).

$$\prod_{i=1}^{3}\left[\Delta - \alpha_i \frac{\partial}{\partial t}\right] u = 0 \qquad (1)$$

mit $\alpha_i > 0$, erörtert.

Sind die Werte der Funktion $u(x,t)$ und deren Ableitungen $\left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}$, $\left.\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right|_{t=0}$ gegeben, so kann man eine Funktion konstruiren, welche der Gleichung (1) zu der genzen Schicht $x \in (-\infty, +\infty)$; $t \in [0,T]$ $(T > 0)$ genügt, und welche für $t = 0$, die vorgeschriebenen Werte annimmt.

Die angewandte Methode ist die der Laplasschen Umformung betreffs der Veränderlichen t, und die von Fourier betreffs der Veränderlischen x_i.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 1

HIDRAULICĂ

HYDROENERGETISCHE BERECHNUNG DER GEZEITENKRAFTWERKE

von DORIN PAVEL

In der Fachliteratur wird der baldige Ausbau von Gezeitenkraftwerken in Aussicht gestellt, insbesonders der drei Kraftwerke im Mezengolf der Sowjetunion, des Rance-Kraftwerkes in Frankreich und anderer in

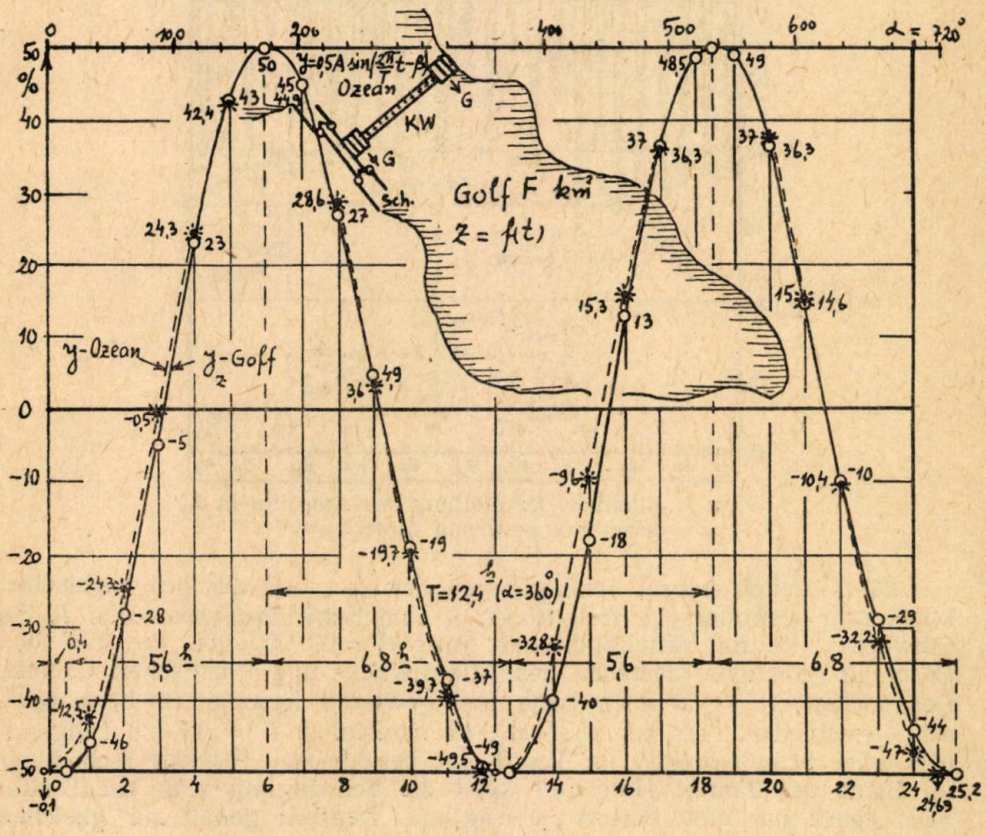


Abb. 1. Schwingung im Ozean und einem Golf

Grossbritanien, U.S.A., Kanada und Südamerika. Das energetische Potential der Ebbe und Flut aller Ozeane ist um ein Vielfaches grösser als dasjenige sämtlicher Flussläufe der Erde, aber dessen praktische Nutzung ist sehr beschränkt und nur durch die Eindämmung der günstigeren Golfe mit höherer Schwingungsamplitude möglich. Die durch die Flut erzeugten Geschwindigkeiten erreichen in gewissen Buchten 20 m/S, die bereits im XI. Jahrhundert durch schwimmende Mühlen ausgenützt wurden.

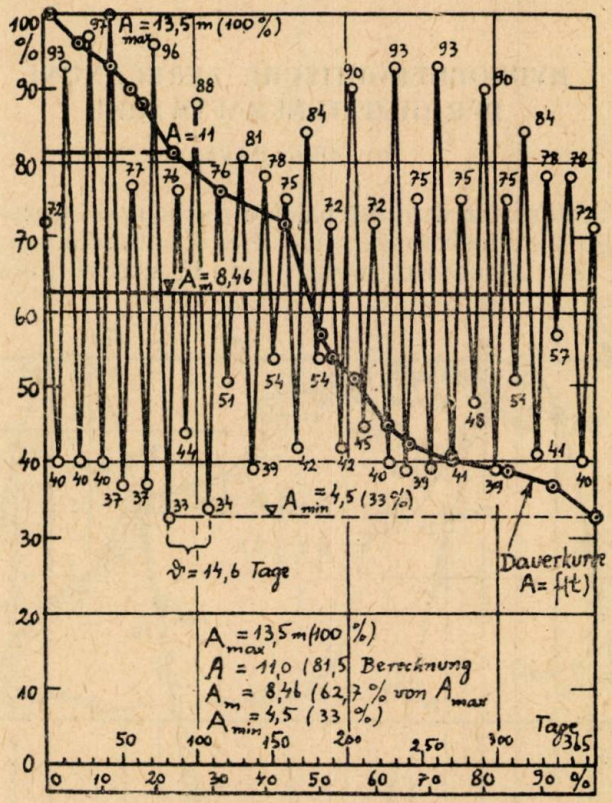


Abb. 2. Jährliche Darstellung der Amplituden A. deren Frequenz-und Dauerkurve

Die Gezeiten haben, abhängig von der Zeit und der geographischen Lage, sehr veränderliche Amplituden A und Schwingungsperioden T. So schwankt z. B. im Mittelländischen Meer $A = 0{,}2...0{,}5$, bis zu $A = 13....$ 18 m an günstigen Gestaden des Atlantischen- und Pazifischen Ozeans. Desgleichen ist T, je nach Lage und gewissen Resonanzerscheinungen, sehr verschieden, z. B. bei St. Malo, Frankreich ist $T = 12{,}4$ h (angenähert zwei Schwingungen im Tage) mit periodischer Phasenverschiebung im Laufe des Jahres. Hingegen weist die Schwingung z. B. bei Tonkin oder Tahiti nur eine Periode je Tag auf, ziemlich genau zur gheichen Tagesstunde.

Im freien Ozean ist die Schwingung beinahe rein sinusartig

$$y = 0{,}5\ A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \beta\right)$$

im Golf hingegen ist dieselbe etwas unsymetrisch, wie y_z aus Abb. 1 für einen bestimmten Tag bei St. Malo zeigt. Die Flutdauer von 5,6 ist kürzer als die Ebbe von 6,8 Stunden, die prozentuellen Abweichungen gegenüber y (gestrichelt in Abb. 1) sind genügend gering, sodass wir in den Berechnungsmethoden y als Sinusform betrachten.

Die täglichen Amplituden ändern sich (Abb. 2) für St. Malo mit der Periode $\vartheta = 14{,}6$ Tage. Es bedeuten $A_{max} = 13{,}5$ m (100%), $A_{min} = 4{,}5$ (33%), $A_m = 8{,}46$ m (62,7%) und $A = 11$ m (81,5%) die für die wirtschaftliche Ausbauleistung gültige Amplitude. Aus der A—Kurve folgen die prozentuellen Frequenz-und Dauerkurven.

Ueber die Nutzung der Gezeiten wurde in [1] berichtet; eine wertvolle Theorie entwickelte M. R. Gibrat [2], welche für die energetischen Rechnungen jedoch nicht genügt. Der Verfasser hat 1938 eine Berechnungsmethode entwickelt [3], die hier weitergeführt werden soll.

I. Die hydroenergetische Grundlage

1). *Ableitung der allgemeinen Gleichungen.*

Es bedeuten: y — die Schwingung im Ozean, z — im Golf, F (m^2) die Fläche des Golfes (in erster Annäherung konstant mit der kleinen Aenderung von z), δ — die Verschiebung von z zu y, T — Periode von y, β — Phasenverschiebung von y, die an gewissen Tagen $\beta = 0$ sein kann, $\alpha = \frac{2\pi}{T} t$, t—die Zeit in Stunden, Q (m^3/S) — die Wassermenge (+ beim Strömen vom Ozean zum Golf), $H = y - z$ die Fallhöhe, P (kW) die Leistung an den Klemmen der Generatoren, E_A — die Erzeugung für den Berechnungstag und E (GWh/J) die Jahreserzeugung. Bei sinusartigen Schwingungen im Ozean und Golf lassen sich folgende Gleichungen aufstellen:

$$y = 0{,}5\ A \sin \alpha \ldots \qquad (1)$$

$$z = 0{,}5\ A_z \sin (\alpha - \delta) \ldots \qquad (2)$$

Bei der Abriegelung einer Bucht durch: Dämme, Wehre mit Grundablässen, Zentrale mit Turbinen, ohne Pumpwirkung und Schleusen, wie die Skizze der Abb. 1. zeigt, kann z nur nach rechts mit δ laut Abb. 3 verschoben werden. Dabei steigt im Golf z höchstens bis zu dem Höchstwert z_{max}, welcher durch den den Schnittpunkt c mit der y — Kurve begrenzt ist. Das gleiche gilt auch für z_{min} mit Punkt e. Durch $\frac{dz}{dt} = 0$ und $\frac{d\alpha}{dt} = \frac{2\pi}{T}$

erhält man diese Werte und die Amplitude A_z:

$$\frac{dz}{dt} = 0{,}5\, A_z \cos(\alpha - \delta)\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\pi}{T} A_z \cos(\alpha = \delta) = 0$$

$$\alpha - \delta = \frac{\pi}{2} \text{ oder } \frac{3\pi}{2};\ \alpha = \delta + \frac{\pi}{2} \text{ bezw. } \delta + \frac{3}{2}\pi$$

$$z_{max} = 0{,}5\, A_z \sin\left(\delta + \frac{\pi}{2} - \delta\right) = 0{,}5\, A_z$$

$$y_c = 0{,}5\, A \sin\left(\delta + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}5\, A \cos\delta$$

Aus der Bedingung $z_{max} = y_c$ folgen:

$$A_z = A \cos\delta \ldots \tag{3}$$

$$z_{max} = 0{,}5\, A \cos\delta \ldots \tag{4}$$

$$z = 0{,}5\, A \cos\delta \sin(\alpha - \delta) \ldots \tag{5}$$

Die Fallhöhe des Gezeitenkraftwerkes beträgt:

$$H = y - z = 0{,}5\, A\, [\sin\alpha - \cos\delta \sin(\alpha - \delta)]$$

$$H = 0{,}5\, A (\sin^2\delta \sin\alpha + \sin\delta \cos\delta \cos\alpha) \ldots \tag{6}$$

$$H = 0{,}5\, A \sin\delta \cos(\alpha - \delta) \ldots \tag{6'}$$

Die Wassermengen Q (m^3/S), mit t (h) = 3600 (S), sowie $\frac{d\alpha}{dt} = \frac{2\pi}{T}$ berechnet, wobei in erster Annäherung die Seefläche des Golfes als F = konstant betrachtet wird (bei der Projektierung wird $F = f(z)$ berücksichtigt) ergeben:

$$Q = \frac{F}{3600}\frac{dz}{d\alpha}\frac{d\alpha}{dt} = 0{,}0008727\frac{AF}{T}\cos\delta\cos(\alpha - \delta) \ldots \tag{7}$$

Die Leistung wird mit Rücksicht auf den veränderlichen Wirkungsgrad η an den Klemmen der Generatoren berechnet. Da die Gezeitenkrafwerke mit einer grossen Anzahl Maschineneinheiten ausgerüstet sind, ist $\eta = f(H)$ grösstenteils nur von H abhängig. Durch den Betriebsplan können die Turbinen so eingeschaltet werden, dass jeweils der günstigste Bereich von Q mit hohen Wirkungsgraden η erzielt werde.

$$P = 9{,}81\, \eta\, QH = 0{,}004281\, A^2 \frac{F}{T}\eta \sin\delta \cos\delta \cos^2(\alpha - \delta),\ kW$$

$$P = 0{,}0021405\, A^2 \frac{F}{T}\eta \sin 2\delta \cos^2(\alpha - \delta) \ldots \tag{8}$$

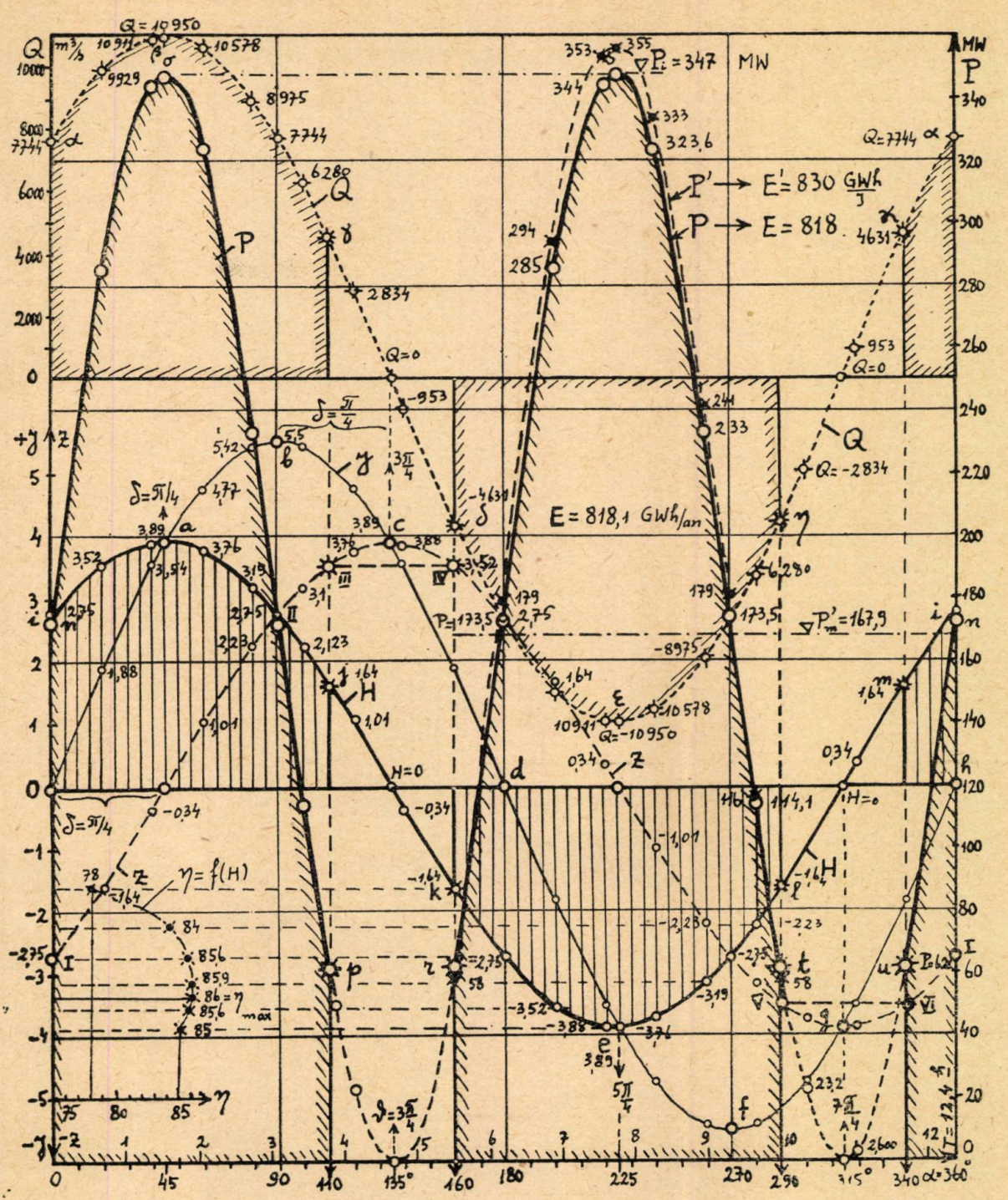


Abb. 3 Zahlenmässige Darstellung des Falles 2 $\left(\text{Sinusbetrieb mit } \delta = \frac{\pi}{4}\right)$

Die erzeugte Energie wird für einen Zyklus von $\alpha = 2\pi$ (entsprechend einer Periode T in Stunden) durch Integration erhalten:

$$E_{2\pi} = \int_0^{2\pi} P \, d\alpha - \Delta E, \; kWh$$

wobei ΔE der Ausfall an Energie, die durch das Stillsetzen der Turbinen bei Fallhöhen unter H_{min} (bei Kaplanturbinen $H_{min} \sim 0{,}4\, H_{max}$) bedeutet. Die Tages-oder Jahresenergie wird in den Zahlenbeispielen erläutert.

2. *Die günstigste Phasenverschiebung des sinusoidalen Betriebes*

Die Energie kann durch Mittelwerte der Fallhöhen H_m und der Wassermengen Q_m ausgedrückt werden

$$E = K\, Q_m\, H_m$$

Die Mittelwerte lassen sich leichter für eine halbe Periode berechnen, entsprechend $\alpha = \delta + \frac{\pi}{2}$ bis $\delta + \frac{3}{2}\pi$ (Abb. 3), in welcher H und Q (beide negativ wegen der umgekehrten Strömung vom Golf zum Ozean) das Vorzeichen nicht wechseln.

$$H_m = \frac{1}{\pi}\int_{\delta+\frac{\pi}{2}}^{\delta+\frac{3}{2}\pi} H \, d\alpha = \frac{A}{2\pi}\left[\sin^2\delta \int \sin\alpha \, d\alpha + \sin\delta\cos\delta \int \cos\alpha \, d\alpha\right]_{\delta+\frac{\pi}{2}}^{\delta+\frac{3}{2}\pi}$$

Das erste Integral liefert in den obigen Integrationsgrenzen $-2\sin\delta$, das zweite $-2\cos\delta$, somit wird:

$$H_m = -\frac{A}{\pi}(\sin^3\delta + \sin\delta\cos^2\delta) = -\frac{A}{\pi}\sin\delta \ldots \qquad (10)$$

$$Q_m = 0{,}0008727\, A\, \frac{F}{T}\,\frac{\cos\delta}{\pi}\int_{\delta+\frac{\pi}{2}}^{\delta+\frac{3}{2}\pi} \cos(\alpha-\delta)\, d\alpha = -\,0{,}0005556\, A\, \frac{r'}{T}\,\delta \ldots \qquad (11)$$

Das letzte Integral liefert den Wert -2. Fasst man sämtliche Konstanten der Gl. 9, 10, 11 zusammen, so ist die Energie laut (9):

$$E = C\sin\delta\cos\delta = 0{,}5\, C\sin 2\delta \ldots \qquad (9')$$

Das günstigste $\delta = \frac{\pi}{4}$ folgt aus E_{max} d.h. $\frac{\partial E}{\partial \delta} = C\cos 2\delta = 0$.

3. *Nicht sinusoidaler Betrieb des Golfwasserspiegels z.*

Durch einen entsprechenden Betrieb kann die zeitliche Aenderung des Wasserspiegels im Golf $z = F(\alpha)$ beliebig gestaltet werden.

a) *Die Lineare Funktion* $z = a\alpha + b$ gibt folgende Lösungen:

$$H = y - z = 0{,}5\, A \sin\alpha - a\alpha - b \ldots \tag{12}$$

$$Q = \frac{F}{3600}\,\frac{2\pi}{T}\,\frac{dz}{d\alpha} = 0{,}001745\,\frac{F}{T}\,a \ldots \tag{13}$$

$$P = 9{,}81\,\eta\, QH = 0{,}01712\,\eta\,\frac{F}{T}\,a\,(0{,}5\, A \sin\alpha - a\alpha - b) \ldots \tag{14}$$

Die grösste Leistung (Ausbauleistung P_a) folgt aus $\frac{\partial P}{\partial \alpha} = 0$ für

$\cos\alpha_P = \frac{2a}{A}$ d. h.

$$\sin\alpha_P = \sqrt{1 - \frac{4a^2}{A^2}} = \frac{1}{A}\sqrt{A^2 - 4a^2}\,; \quad \alpha = \arccos\frac{2a}{A}$$

$$P_a = 0{,}01712\,\eta\,\frac{F}{T}\left(0{,}5\,a\sqrt{A^2 - 4a^2} - a^2 \arccos\frac{2a}{A} - a\,b\right) \ldots \tag{15}$$

b) *Die parabolische Funktion* $z = a + b\,\alpha^2$

$$H = 0{,}5\, A \sin\alpha - a - b\,\alpha^2 \ldots \tag{12'}$$

$$Q = 0{,}001745\,\frac{F}{T}\,\frac{dz}{d\alpha} = 0{,}00349\,\frac{F}{T}\,b\alpha \ldots \tag{13'}$$

$$P = 0{,}0342\,\eta\,\frac{F}{T}\,b\,(0{,}5\, A\,\alpha \sin\alpha - a\,\alpha - b\,\alpha^3) \ldots \tag{16}$$

Die Ausbauleistung wird, wie im vorigen Fall, durch $\frac{\partial P}{\partial \alpha} = 0$ bestimmt.

4. *Sinusoidaler Zyklus mit Pumpbetrieb*

Wie bereits in I 1 erläutert wurde, kann z durch natürliche Strömung den Schnittpunkt C (Abb 3) nicht überschreiten. Wenn nun beim Schnittpunkt C ein Teil der Turbinen reversibel als Pumpen betrieben wird (Energie dem Netz entnommen), so kann z über C hinaus gesteigert werden. Es wird auch hier F = Konstant vorausgesetzt. Es sei die durch Pumpen erreichte Amplitude $A_z = k\,A$, wobei man für k Werte von 1 bis zu einem Höchstwert

$k = 1{,}7$ (bei höchster Nettoenergie, wie bei den Zahlenbeispielen berechnet wird) annehmen kann. Die Gleichnungen für diesen Fall, lauten:

$$y = 0{,}5\, A \sin\alpha \ldots (1);\quad z = 0{,}5\, k\, A \sin(\alpha - \delta) \ldots \tag{17}$$

$$H = y - z = 0{,}5\, A\, [\sin\alpha - k \sin(\alpha - \delta)] \ldots \tag{18}$$

$$H = 0{,}5\, A\, [\sin\alpha\,(1 - k\cos\delta) + k \sin\delta \cos\alpha] \ldots \tag{18'}$$

$$Q = 0{,}0008727\, k\, A \frac{F}{T} \cos(\alpha - \delta) \ldots \tag{19}$$

Die Gleichnung (19) ist mit (7) identisch, wenn k durch $\cos\delta$ ersetzt wird

$$P = 0{,}004281\ \eta\, k\, A^2 \frac{F}{T} [\sin\alpha \cos(\alpha - \delta) - k \sin(\alpha - \delta) \cos(\alpha - \delta)] \ldots \tag{20}$$

Durch das Einführen von $\sin(\alpha - \delta) = \sin\alpha \cos\delta - \cos\alpha \sin\delta$ und $\cos(\alpha - \delta) = \sin\alpha \sin\delta + \cos\alpha \cos\delta$ und Ordnen der Gl. (20) lässt sich die Leistung bei Turbinenbetrieb in kW, in folgender Form ausdrücken:

$$P = 0{,}00214\, \eta\, k\, A^2 \frac{F}{T} [\sin\delta + (k\cos 2\delta + \cos\delta) \sin 2\alpha + \\ + (k \sin 2\delta - \sin\delta) \cos 2\alpha \ldots] \tag{20'}$$

Während des Pumpbetriebes ist die Leistung in kW:

$$P_p = \frac{9{,}81}{\eta_p} Q_p H_p \ldots \tag{21}$$

wobei H_p und Q_p aus den Gl. 18—19 bei entsprechenden α — Werten berechnet wird.

5. *Berücksichtigung der Veränderlichkeit der Golffläche*

Die durch den Staudamm und das Kraftwerk abgeriegelte Fläche des Golfes F wurde in den obigen Abschnitten als Konstant vorausgesetzt. Dieses trifft nur bei senkrechten Ufern zu, welche in Ausnahmefällen anzutreffen sind.

Bei geböschten Ufern wächst F gleichzeitig mit dem Golfspiegel z.

Die mittels topograpischen Aufnahmen bestimmte Fläche kann als Funktion $F = f(z)$ verschiedene Formen annehmen, am häufigsten:

$$F = F_0 + K z^n \ldots \tag{22}$$

Der Exponent ist meistens $n = 1$, mit linear anwachsender Fläche $F = F_0 + K z \ldots (22')$ oder $n = 2$ mit parabolischem

$$F = F_0 + K z^2 \ldots \tag{22''}$$

In den allgemeinen Gleichungen sind $y\,z$ und H nicht von F abhängig, hingegen Q und P ändern sich mit F, wie folgt.

a) *Lineare Funktion für F und Sinusform für z:*

Die Wassermenge (Gl. 7) lautet, mit $\frac{d\alpha}{dt} = \frac{2\pi}{T}$ und F nach 22′:

$$Q = \frac{2\pi}{3600\,T}\left(F_0 + Kz\right)\frac{dz}{d\alpha} = \frac{0{,}001745}{T}\left[F_0\frac{dz}{d\alpha} + K\,\frac{d}{d\alpha}\left(\frac{z^2}{2}\right)\right] \qquad (7')$$

Mit $z = 0{,}5\,A\cos\delta\sin(\alpha-\delta)$ nach Gl. 4 lautet

$$Q = 0{,}0008727\,\frac{A}{T}\cos\delta\left[F_0\cos(\alpha-\delta) + \frac{K}{4}A\cos\delta\sin 2(\alpha-\delta)\right]\ldots \qquad (7'')$$

b) *Parabolische Form für F nach 22″ und Sinusform für z:*

$$Q = \frac{2\pi}{3600\,T}(F_0 + Kz^2)\frac{dz}{d\alpha} = \frac{0{,}001745}{T}\left(F_0\frac{dz}{d\alpha} + \frac{K}{3}\frac{dz^3}{d\alpha}\right)\ldots \qquad (7''')$$

$$Q = 0{,}0008727\,\frac{A}{T}\cos\delta\left[F_0\cos(\alpha-\delta) + \frac{K}{12}A^2\cos^2\delta\,\frac{d}{d\alpha}\sin^3(\alpha-\delta)\right]$$

$$Q = 0{,}0008727\,\frac{A}{T}\cos\delta\left\{F_0\cos(\alpha-\delta) + \frac{K}{16}A^2\cos^2\delta\left[\cos(\alpha-\delta) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \cos 3(\alpha-\delta)\right]\right\}\ldots \qquad (7^{IV})$$

c) *Lineare Formen für F und z*

$$F = F_0 + Kz;\; z = a\,\alpha + b;\; \frac{dz}{d\alpha} = a$$

$$Q = \frac{2\pi}{3600\,T}(F_0 + Kz)\frac{dz}{d\alpha} = 0{,}001745\,\frac{a}{T}(F_0 + K\,a\,\alpha + K\,b)\ldots \qquad (7^{V})$$

d) *Parabolische Formen für F und lineare Form für z*

$$F = F_0 + Kz^2;\; z = a\,\alpha + b$$

$$Q = \frac{0{,}001745}{T}\left(F_0\frac{dz}{d\alpha} + \frac{K}{3}\frac{dz^3}{d\alpha}\right) = 0{,}001745\,\frac{a}{T}\left[F_0 + K(a\,\alpha + b)^2\right]\ldots \qquad (7^{VI})$$

Die Leistung $P = 9{,}81\,\eta\,Q\,H$ erhält man mit der Fallhöhe aus den vorhergehenden Abschnitten und den Wassermengen laut 7′ bis 7^{VI}.

II. Anwendung der hydroenergetischen Methode

Fall 1 „Rance"

An Hand von einigen praktischen Betriebsarten wird die Anwendung obiger Methode erläutert. Laut der Literatur [1], [2] wird das entworfene Gezeitenkraftwerk „Rance" jährlich $E = 800$ GWh/J bei $P_a = 342$ MW Ausbauleistung, $T_0 = \frac{E}{P_a} = 2329$ h/J und $u = E/8760\,P_a = 0{,}267$ erzeugen, bei einer Golffläche $F = 20$ km² und den Gezeiten laut Abb. 1—2. Die praktische Anwendung unserer hydroenergetischen Methode soll, der Vergleichsmöglichkeit halber auf Grund der obigen $F = 20$ km², der Schwingung $y = 5{,}5 \sin \alpha$ (laut Abb. 1—2), bei $T = 12{,}4$ h, $\alpha = \frac{2\pi}{T} t = 0{,}507\,t$ und $\beta = 0$, mit $A = 11$ m für den berechneten Tag und $A_m = 8{,}46$ m als Jahresmittel durchgeführt werden. Die mittleren Wirkungsgrade $\eta = 0{,}83$ und $\eta_m = 0{,}78$ bezogen auf die Generatorenklemmen, sind für die Umrechnung der Jahreserzeugung $E = 365\ E_A \frac{A_m^2 \eta_m}{A^2 \eta} = 203\,E_A$ (GWh/J) notwendig. Es werden verschiedene Betriebsfälle energetisch berechnet und mit Fall 1 verglichen.

Fall 2. Reiner Sinusbetrieb von z mit dem günstigsten $\delta = \pi/4$ *(Abb 3)*

In Gl. (5) bis (8) werden eingesetzt: $F = 20 \cdot 10^6$ m², dann $0{,}5\,A = 5{,}5$; $\sin \delta = 0{,}707 = \cos \delta$; $\sin(\alpha - \delta) = 0{,}707\,(\sin \alpha - \cos \alpha)$; $\cos(\alpha - \delta) = 0{,}707(\sin \alpha + \cos \alpha)$ und z wie folgt:

$$z = 3{,}89 \sin(\alpha - \delta) = 2{,}75\,(\sin \alpha - \cos \alpha) \ldots \quad (5)$$

$$H = y - z = 2{,}75\,(\sin \alpha + \cos \alpha) \ldots \quad (6)$$

$$Q = 10947 \cos(\alpha - \delta) = 7742\,(\sin \alpha + \cos \alpha) \ldots \quad (7)$$

$$P = 208860\,\eta\,(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 \ldots \quad (8)$$

Die mit einem, in erster Annäherung, konstanten Wirkungsgrad $\eta = 0{,}83$ berechneten Werte für $P\ Q\ H$ sind in Abb. 3 zahlenmässig eingetragen. Bei einer maximalen Fallhöhe $H = 3{,}89$ m und $H_{max} = 3{,}89$ m ist $H_{min} = 1{,}64$ (rund 42% von H_{max}), sodass die Dreiecke zwischen $j - k$ und $l - m$ energetische Verluste darstellen. Die Integration der Leistung ergab, für den Berechnungstag mit $A = 11$ ($E_A = 4{,}03$ GWh/Tag und für das Jahr $E = 365\ E_A \frac{A_m^2 \eta_m}{A^2 \eta} = 818$ GWh/Jahr (gegenüber Rance um + 2,3% grösser). Die Ausbauleistung $P_a = 347$ MW wird mit $T_0 = \frac{E}{P_a} = 2333$ Stunden im Jahr ausgenützt, bei einem Nutzungskoeffizient von $u = \frac{E}{8760\,P_a} = 0{,}266$.

Bei veränderlichen Wirkungsgraden, laut Kurve $\eta = f(H)$ aus Abb. 3, erfolgt die Leistung nach der P' — Kurve und die Jahreserzeugung ist $E' = 830$ GWh/J.

Fall 3. Sinusbetrieb mit $\delta = \frac{\pi}{8}$, *bezw.* $\frac{3\pi}{8}$.

Wie vorhergehend bewiesen wurde, sind sämtliche Lösungen, mit δ verschieden von $\frac{\pi}{4}$ (optimaler Betrieb), um so ungünstiger je grösser die Abweichung der Phasenverschiebung δ von $\frac{\pi}{4}$ ist. Die Fälle $\delta = \frac{\pi}{8}$ und $\frac{3\pi}{8}$ sind, vom energetischen Standpunkt aus gesehen, einander gleichwertig; sie geben die gleiche Erzeugung $E = 584$ GWh/J und $P_a = 246$ MW. In maschineller Hinsicht ist $\frac{\pi}{8}$ ungünstiger, weil sie grössere Wassermengen bei kleineren Fallhöhen verarbeitet, deshalb sind deren Ausbaukosten grösser als bei $\delta = \frac{3\pi}{8}$.

Für diese Lösungen gelten die Gl. 5—8:

$$\delta = \frac{\pi}{8}$$

$$z_1 = 5{,}08 \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{8}\right);$$

$$H_1 = 0{,}808\ (\sin\alpha + 2{,}405 \cos\alpha);$$

$$Q_1 = 14310 \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{8}\right);$$

$$P_1 = 94119\ (\sin\alpha + 2{,}405 \cos\alpha) \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{8}\right);$$

$$\delta = \frac{3\pi}{8}$$

$$z_2 = 2{,}108 \sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{8}\right);$$

$$H_2 = 4{,}7\ (\sin\alpha + 0{,}414 \cos\alpha);$$

$$Q = 5940 \cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{8}\right);$$

$$P_2 = 227000\ (\sin\alpha + 0{,}414 \cos\alpha) \cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{8}\right);$$

Die erzeugten Energien sind in beiden Fällen um — 28,6% geringer als Fall 2 mit $\delta = \frac{\pi}{4}$, aus welchem Grund die berechneten Betriebsdiagramme nicht mehr beigefügt werden.

Fall 4. Parallelschaltung der zwei KW mit $\frac{\pi}{8}$ *und* $\frac{3\pi}{8}$.

Statt eines Golfes von $F = 20$ km² nehmen wir hier zweimal je $\frac{F}{2} = 10$ km² und planen den Betrieb so, dass ein Kraftwerk mit $\delta = \frac{\pi}{8}$, das andere mit $\frac{3\pi}{8}$, arbeitet. Die zusammengesetzte Leistung in kW beträgt (bei $\eta = 0{,}83 =$ Konstant als erste Annäherung, wie Fall 3): $P = 47060 (\sin a + 2{,}405 \cos \alpha) \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{8}\right) + 113500 (\sin \alpha + 0{,}414 \cos \alpha) \cos \left(\alpha - \frac{3\pi}{8}\right)$ und ist als Kurve a in Abb. 4 zahlenmässig eingetragen. Es folgt $P_a = 210$ MW und $E = 584$ GWh/J gleichwertig dem Falle 3, aber mit einer

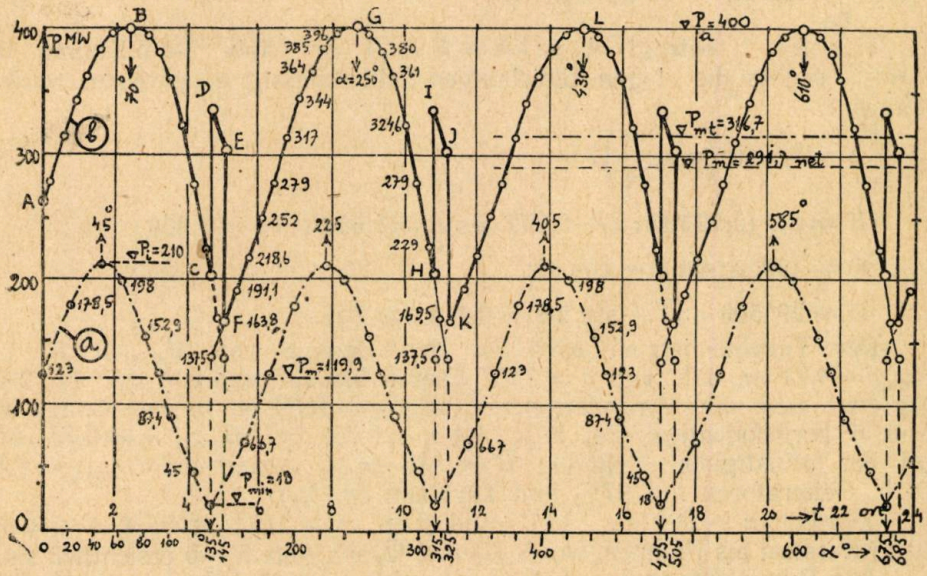


Abb. 4. Kurve des Parallelbetriebes von zwei KW, laut Fall 3 und 4

viel beständigeren Leistung und ohne Leistungsunterbrechungen, Das Verhältnis $\frac{P_m}{P_a} = 0{,}571$ ist in diesem Falle grösser und günstiger als 167,9/348 = 0,483 bei $\delta = \frac{\pi}{4}$.

Fall 5. Sinuskurve $\delta = \frac{\pi}{4}$ *mit Pumpbetrieb* $k = 1$

Der unter Abschnitt I 4 berechnete allgemeine Fall, angewandt für $F = 20$ km^2, $A = 11$ und $\delta = \frac{\pi}{4}$ gibt folgende Gleichungen:

$$z = 5{,}5\ k \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) \ldots \tag{17}$$

$$H = 5{,}5\left[\sin\alpha - k \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)\right] = 5{,}5\left[(1 - 0{,}707\,k)\sin\alpha + 0{,}707\,k\cos\alpha\right] \ldots \tag{18}$$

$$Q = 15483\ k \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right); \ldots \tag{19}$$

$$P = 0{,}0001221\ \eta\ k\ A^2 F\left[1 + \sin 2\alpha + (1{,}414\,k - 1)\cos 2\alpha\right] \ldots \tag{20}$$

$$P = 295500\ \eta\ k\ [1 + \sin 2\alpha + (1{,}414\,k - 1)\cos 2\alpha]. \quad kW \tag{20'}$$

$$P_p = \frac{9{,}81}{\eta_p} Q_p\ H_p \simeq 13\ Q_p\ H_p, \quad kW \tag{21}$$

Für $k = 1$ beträgt $A_z = kA = A = 11$ m (Abb. 5-a-b-Kurven für $k = 1$), sodass die obigen Gleichungen zahlenmässig ausgewertet werden können:

$$z = 5{,}5 \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right);$$

$$H = 5{,}5\ (0{,}293 \sin\alpha + 0{,}707 \cos\alpha) = 1{,}612 \sin\alpha + 3{,}889 \cos\alpha;$$

$$Q = 10953\ (\sin\alpha + \cos\alpha);$$

$$P = 295500\ \eta\ (1 + \sin 2\alpha + 0{,}414 \cos 2\alpha).$$

Der Turbinenbetrieb wird für den Bereich von $H_{min} = 1{,}61$ bis $H_{max} = 4{,}21$ m, d. h. von $\alpha = 315°$ über 0 bis 90° und von 135° bis 270° begrenzt und die Veränderlichkeit von $\eta = f(H)$ ist in den Zahlen der Abb. 5 berücksichtigt. Bei H_{min} ist $\eta = 0{,}75$, bei H_{max}, $\eta = 0{,}85$ und bei der günstigsten Fallhöhe $H = 0{,}85\ H_{max}$ erzielt man $\eta_{max} = 0{,}86$ (d. h. Generatoren mit 97% und Turbinen 88,7%).

Zwischen $\alpha = 90° \ldots 135°$ und $270° \ldots 315°$ arbeiten die Turbinen reversibel als Pumpen, wobei H_p und Q_p aus Abb. 5 —b ersichtlich sind.

Die Pumpleistung $P_p = 13\ Q_p\ H_p$ (kW) ist in Abb. 5-a (Skala von oben nach unten) zahlenmässig eingetragen.

Die Tagesenergie der Turbinen, mit Abzug der negativen Pumpenenergie, gibt die Nettoenergie für den berechneten Tag E_A und für das Jahr E:

$$E_A = 24\ (P_{mt} - P_{mp}) = 24\ (249600 - 3800) = 5899200 \text{ kWh/Tag};$$

$$E = 365 \left(\frac{8{,}46}{11{,}0}\right)^2 \frac{0{,}78}{0{,}83} E_A = 1198 \text{ GWh/J (Netto)}.$$

Gegenüber dem gleichen Zyklus $\delta = \frac{\pi}{4}$, aber ohne Pumpbetreib (Fall 2) gibt Fall 5 eine Mehrerzeugung von + 46,5% und bei $P_a = 525$ MW, eine Mehrleistung von + 51,3%, ohne einen Mehraufwand an Baukosten.

Fall 6, mit $k = 1{,}2$ (Abb. 5-a-b zweite Kurve).

$$z = 6{,}6 \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right);$$

$$H = 5{,}5\,(0{,}1515 \sin\alpha + 0{,}8484 \cos\alpha);$$

$$Q = 12712\,(\sin\alpha + \cos\alpha);$$

$$P = 354600\,\eta\,(1 + \sin 2\alpha + 0{,}697 \cos 2\alpha).$$

Es betragen: die Ausbauleistung $P_a = 678$ MW, die Jahresenergie bei Turbinenbetrieb $E_T = 1414$, Pumpenergie $E_p = 64$ (bei $P_p^{max} = 100$ MW) und die Nettoenergie $E = E_T - E_p = 1350$ GWh/Jahr.

Fall 7, mit $k = 1{,}414$.

Dieser Fall, mit verstärkter Pumpwirkung, gibt den Schnittpunkt von z mit $y_{max} = 5{,}5$ (Abb. 5-a-b dritte Kurve) und z_{max} erreicht 7,778 m.

$$z = 7{,}778 \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right); \qquad H = 5{,}5 \cos\alpha;$$

$$Q = 21893 \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = 15483\,(\sin\alpha + \cos\alpha);$$

$$P = 417700\,\eta \sin\alpha \cos\alpha + \cos^2\alpha).$$

Die Ausbauleistung beträgt $P_a = 865$ MW und die Energien $E_T = 1730$, $E_P = 208$ (bei $P_p^{max} = 227$ MW) und $E = 1522$ GWh/J.

Fall 8, mit $k = 1{,}6$.

$$z = 8{,}8 \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right); \quad H = 6{,}222 \cos\alpha - 0{,}722 \sin\alpha;$$

$$Q = 24773 \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = 17514\,(\sin\alpha + \cos\alpha);$$

$$P = 472800\,\eta\,(1 + \sin 2\alpha + 1{,}262 \cos 2\alpha).$$

Es betragen für diesen Fall (Abb. 5-a-b, vierte Kurve) $P_a = 1057$ MW, $P_p^{max} = 380$ MW, $E_T = 2046$, $E_P = 369$ und $E = 1677$ GWh/J (Netto).

Fall 9, mit $k = 1{,}8$ (Abb. 5-a-b, Kurve 5).

$$z = 9{,}9 \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right);$$

$$H = 7 \cos\alpha - 1{,}5 \sin\alpha;$$

$$Q = 19717\ (\sin\alpha + \cos\alpha);$$

$$P = 532000\ \eta\ (1 + \sin 2\alpha + 1{,}543 \cos 2\alpha);$$

$$P_a = 1295\ \text{MW};\ P_p^{max} = 590\ \text{MW};\ E_T = 2338;\ E_P = 672$$

und $E = 1666$ GWh/J (Netto).

Verglichen mit Fall 8 weist Fall 9 eine kleine Verminderung der Energieerzeugung auf, somit ist die hydroenergetisch günstigste Lösung zwischen Fall 8 und 9, d. h. bei $k \sim 1{,}7$ mit $E = 1700$ GWh/J (Netto) und $P_a = 1160$ MW.

Die behandelten Fälle 5—9 mit stetiger Verstärkung der Pumpwirkung von $k = 1$ bis 1,8 stützen sich auf den Sinusbetrieb mit $\delta = \frac{\pi}{4}$ (Grenzfall 2 ohne Pumpen $k = \cos\delta = 0{,}707$). Abb. 6 vergleicht die wichtigsten

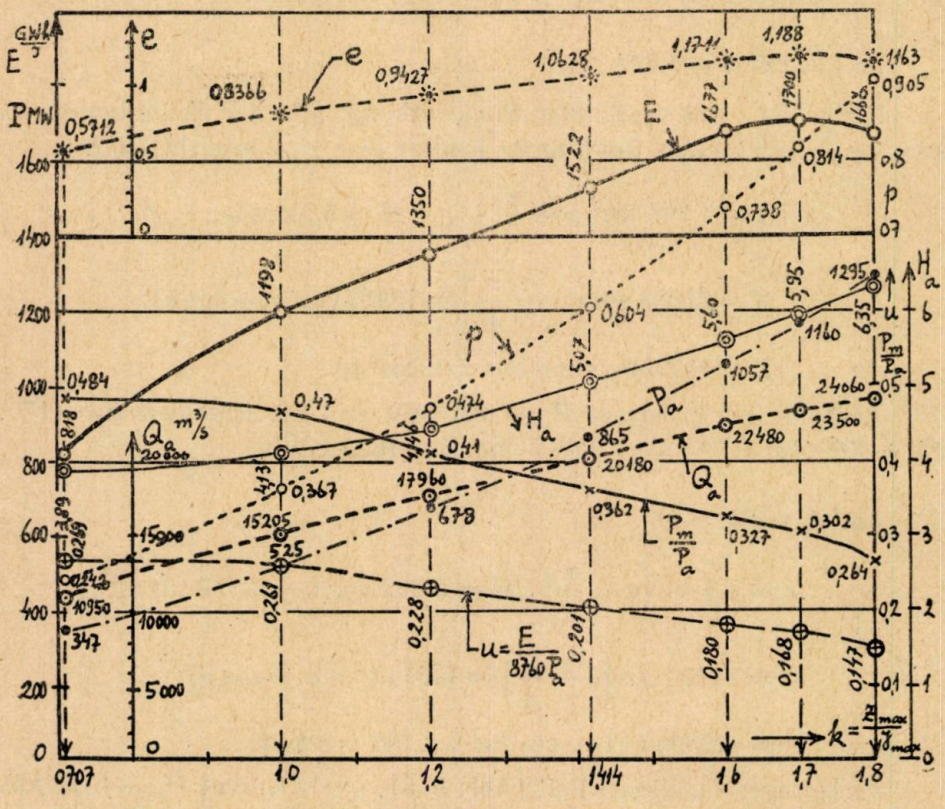


Abb. 6. Vergleichsdiagramm für die Fälle 2, 5, 6, 7, 8 und 9

Kennziffern der Betriebsfälle 2, 5, 6, 7, 8 und 9, u. z.: die Ausbauleistung P_a, die Nettoerzeugung $E = E_T - E_P$, deren Einheitswerte e und p, die Ausbaufallhöhe H_a und Wassermenge Q_a, den Nutzungskoeffizient $u = \frac{E}{8760\,P_a}$ und das Verhältnis $\frac{P_m}{P_a}$ des berechneten Tages.

Vom energetischen Standpunkt aus betrachtet, erscheint als Optimalbetrieb $k = 1{,}7$ mit grössten E, P_a, $p = \frac{P}{FA_m^2}$ und $e = \frac{E}{FA_m^2}$.

Je grösser die Pumpwirkung ist (k — grösser), umso mehr sinkt der Nutzungskoeffizient u der Ausbauleistung, d. h. die Leistungskurve $P = F(k$ wird immer unbeständiger und es sind grössere Wärme-und Wasserkraft-Reserven nötig. Betrachtet man die wirtschaftliche Seite des Problemes, unter Berücksichtigung der Ausbaukosten, der Jahreskosten, einschliesslich der nötigen Reserven und des Strompreises, so verschiebt sich k — optimal zwischen den Grenzen $k = 1{,}2$ bis $1{,}3$.

Fall 10. Linearer einfachwirkender z — Zyklus ohne Pumpbetrieb.

Für das gleiche Kraftwerk, hier mit 1 bezeichnet, für $F = 20$ km², $A = 11$ m, ist der einfache lineare Zyklus von $z_1 = a - b\widehat{\alpha} = 10{,}08 - \frac{55}{\pi}\widehat{\alpha} = 5{,}5\left(1{,}833 - \frac{\alpha^\circ}{180^\circ}\right)$ in der Abb. 7-a berechnet (Kurven z_1 H_1 P_1).

Die Schwingung im Ozean bleibt dieselbe $y = 5{,}5 \sin \alpha$ und von $\alpha = 0$ bis 90° (Punkt a) steigt z_1 gleichzeitig mit y alle Schützen der Grundablässe sind offen und das Wasser strömt auch durch die stillgesetzen Turbinen).

Von a bis b (bei 150°) bleibt $z_1 = y_{max} = 5{,}5$ m = Konstant, bei geschlossenen Schützen und Turbinen. Der Turbinenbetrieb fängt bei b an, der Wasserspiegel z_1 im Golf sinkt linear bis c (bei 330°) und das Wasser strömt vom Golf zum Ozean. Die Fallhöhe beträgt in dieser Phase:

$$H_1 = y - z_1 = 5{,}5\left(\sin\alpha + \frac{\alpha^\circ}{180^\circ} - 1{,}833\right).$$

Die Wassermenge ist von b bis c unveränderlich

$$Q = \frac{dV}{dt} = z_{max}\frac{F}{t} \quad \text{mit} \quad t = \frac{T}{2}3600 = 22320\ (S):$$

$$Q_1 = 5{,}5\,\frac{20 \cdot 10^6}{22320} = 4928\ \text{m}^3/\text{S}.$$

Die Vorzeichen von H_1 und Q_1 sind negativ bei $\alpha = 150° \ldots 330°$, hingegen ist P_1 positiv in allen Phasen, u.z. (zahlenmässig laut Abb. 7-a, Kurve P_1):

$$P_1 = 9{,}81\ \eta\ Q_1\ H_1 = 26589\ \eta \left(\sin \alpha - \frac{\alpha°}{180°} - 1{,}833 \right).$$

Die mittlere Leistung $P_{m1} = \frac{1}{T} \int_0^T P_1\ dt = 118$ MW gibt jährlich $E_1 = 575$ GWh/I, bei einer Ausbauleistung $P_{a1} = 312$ MW, sowie $T_{01} = \frac{E_1}{P_{a1}} = 1843$ h/J und $u_1 = 0{,}2104$.

Fall 11. Zwei KW laut Fall 10 mit 180° Phasenverschiebung.

Beide Kraftwerke, jedes mit $F = 20$ km² sind gleichartig berechnet; Nr 1 mit P_1 laut obiger Formel und Nr. 2 mit P_2 verschoben um 180°.

Die Zusammensetzung ergibt in Abb. 7-a der Leistungskurve A B C D E F mit $P_{a12} = P_{a1} = 312$ MW, aber $P_{m12} = 236$ MW. Die Jahreserzeugung $E_{12} = 2\ E_1 = 1150$ GWh, $T_{012} = 3686$ und $u_{12} = 0{,}4208$ viel güngstiger als Fall 10. Dieser Fall bezieht sich auf eine Gesamtfläche von 40 km².

Fall 12. Zusammensetzung des Falles 11 mit 2 anderen Kraftwerken.

Neben $P_1 + P_2$ der K.W. laut Fall 11 werden in zwei anderen Golfe $F_3 = F_4 = 20$ km² benützt. Zusammen wird hier eine Fläche von $F' = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 80$ km² ausgenützt. Die Leistungen P_3, P_4 und die Werte H_3 H_4 Q_3 Q_4 sind in der Abb. 7—8 berechnet. P_3 und P_4 sind symetrische Spiegelbilder mit der Phasenverschiebung von 180°. Die einzelnen Kurven der Abb. 7-a—b sind mit den berechneten Werten versehen.

Mit der Bezeichnung $P' = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$ betragen: $P'_a = 336$ MW, $P'_m = 303$ MW, $E' = 1476$ MW, $T'_0 = 4393$ und $u' = 0{,}5015$. Der Verlauf von $P = f(\alpha)$ ist sehr ausgeglichen (Kurve $G\,H\,I\,J\,K\,L\,M$ in Abb. 7-b) und das Verhältnis $\frac{P'_m}{P'_a} = 0{,}902$ ist im Vergleich mit den anderen Fällen äusserst günstig.

Fall 13. Einfachwirkender linearer Zyklus von z_1 mit Pumpbetrieb (Abb. 8)

Ausgehend vom Schnittpunkt a (Abb. 8-a) von $y_{max} = z_1 = 5{,}5$ m, wirken die reversiblen Turbinen als Pumpen, angetrieben von den

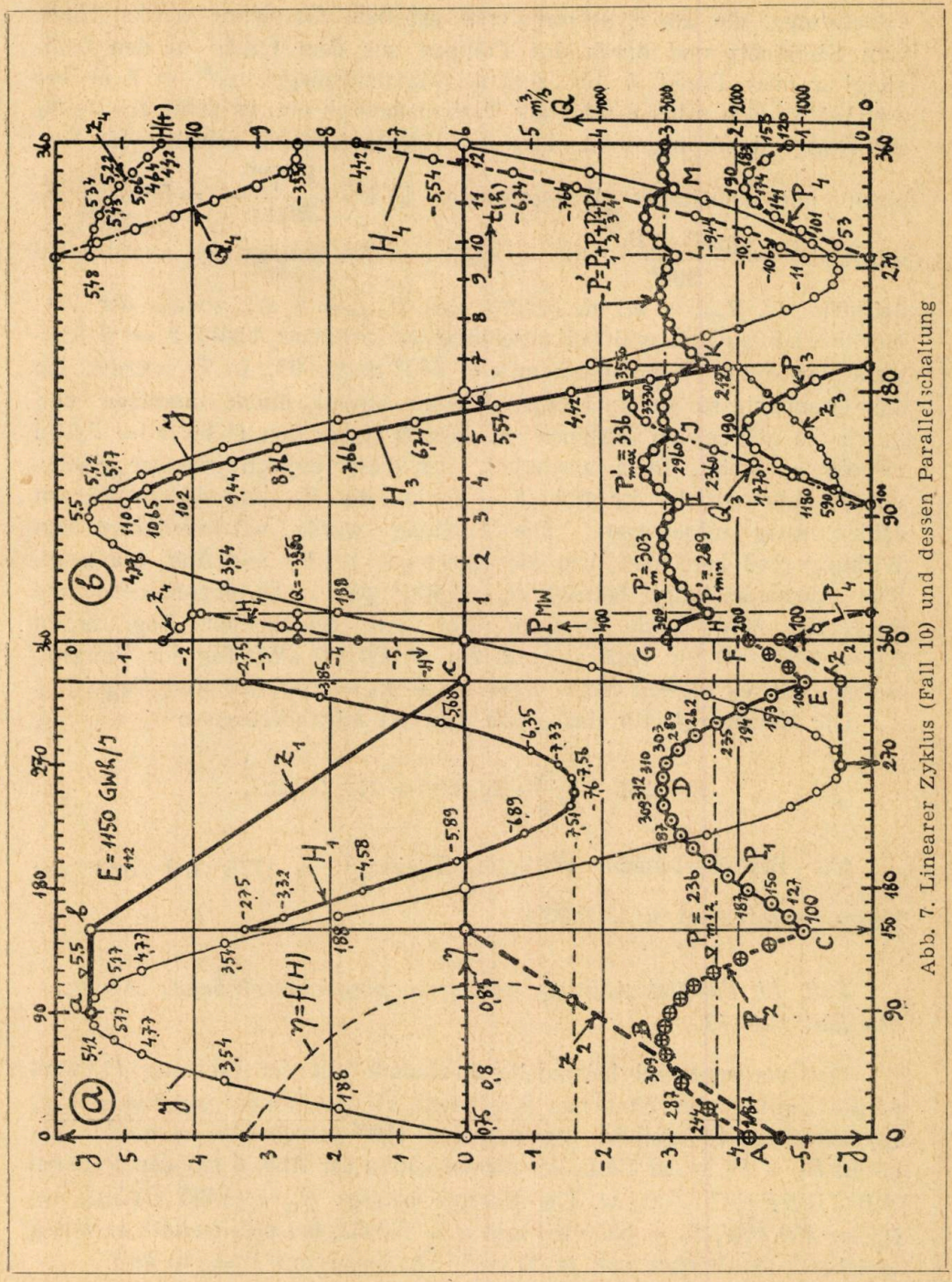


Abb. 7. Linearer Zyklus (Fall 10) und dessen Parallelschaltung

Generatoren, die als Synchromotoren arbeiten. Gespiesen werden diese vom Stromnetz und durch das Pumpen aus dem Ozean in den Golf, steigt z über Punkt b bis zum c (Maximalspiegel $z_1^{max} = 7$ m bei $\alpha = 135°$). Von c bis e setzt der Turbinenbetrieb ein, es sinkt $z_1 = a - b\alpha$ um 7 m und vorausgesetzt, dass F = Konstant bleibt, arbeiten die Turbinen mit konstanter Wassermenge $Q_1 = \frac{F\, z_1^{max}}{3600\, t} = 5940$ m³/S, während $t = \frac{325° - 135°}{360°} 12{,}4 = 6{,}545$ Stunden beträgt. Bei c sinkt die Fallhöhe auf $H_{min} = 3{,}1$ m (38,8% von $H_{max} = 8$ m), sodass der Turbinenbetrieb aufhört und bei geschlossenen Schützen bleibt $z = 0$ konstant von e bis O, entsprechend $\alpha = 360°$ bezw. 0°. In O werden die die Grundablässe geöffnet, das Wasser strömt durch dieselben und durch die gebremsten Turbinen so, dass z_1 linear von O bis $z = 5{,}5$ m (Punkt a) steigt. In a wiederholt sich dieser einfachwirkender Zyklus mit Pumpbetrieb. In der Abb. 8 — a sind die H_1 -und die P_1 Kurven zahlenmässig aufgetragen. Die Leistung wurde wit veränderlichem Wirkungsgrad berechnet, wie die Kurve $\eta = f(H)$ aus Abb. 8-a zeigt. Die Ausbauleistung beträgt $P_a = 400$ MW Turbinenbetrieb und $P_p = 150$ MW beim Pumpen. Für den berechneten Tag ergibt $E_A = 3\,800\,000$ für Turbinen und $E_P = 300\,000$ kWh/Tag für Pumpenbetrieb, d.h. es bleiben Netto $E_n = E_A - E_p = 3\,500\,000$ kWh/Tag.

Die Nutzenergie für das ganze Jahr ist folgendermassen:

$$E = 365 \frac{A_m^2\, \eta_m}{A^2\, \eta} E_n\, 10^{-6} = 710 \text{ GWh/J.}$$

Die Betriebsstunden betragen $T_0 = \frac{E}{P_a} = 1775$ h/J und der Nutzungskoeffizient $u = 0{,}2026$.

Fall 14 Parallelschaltung von zwei phasenverschobenen Kraftwerken laut Fall 13.

Das vorhergehend behandelte Kraftwerk mit der Leistung P_1 wird parallel mit einem ähnlichen Kraftwerk P_2 geschaltet, welches mit z_2 (symetrisches Spiegelbild von z_1), um 180° verschoben, arbeitet. Man erhält $P_1 + P_2$ in der Form der oberen Kurve der Abb. 4 mit den Punkten $A\,B\,C\,D\,E\,F\,G\,H\,I\,J$ u.s.w. Die Energie beträgt $E_{12} = 1420$ GWh/J, bei $P_a = 400$ MW, $T_0 = 3550$ h/J und $u = 0{,}4053$, bei pulsierender Leistung und bei 2 Golfflächen von je 20 km², d.h. insgesamt $F = 40$ km².

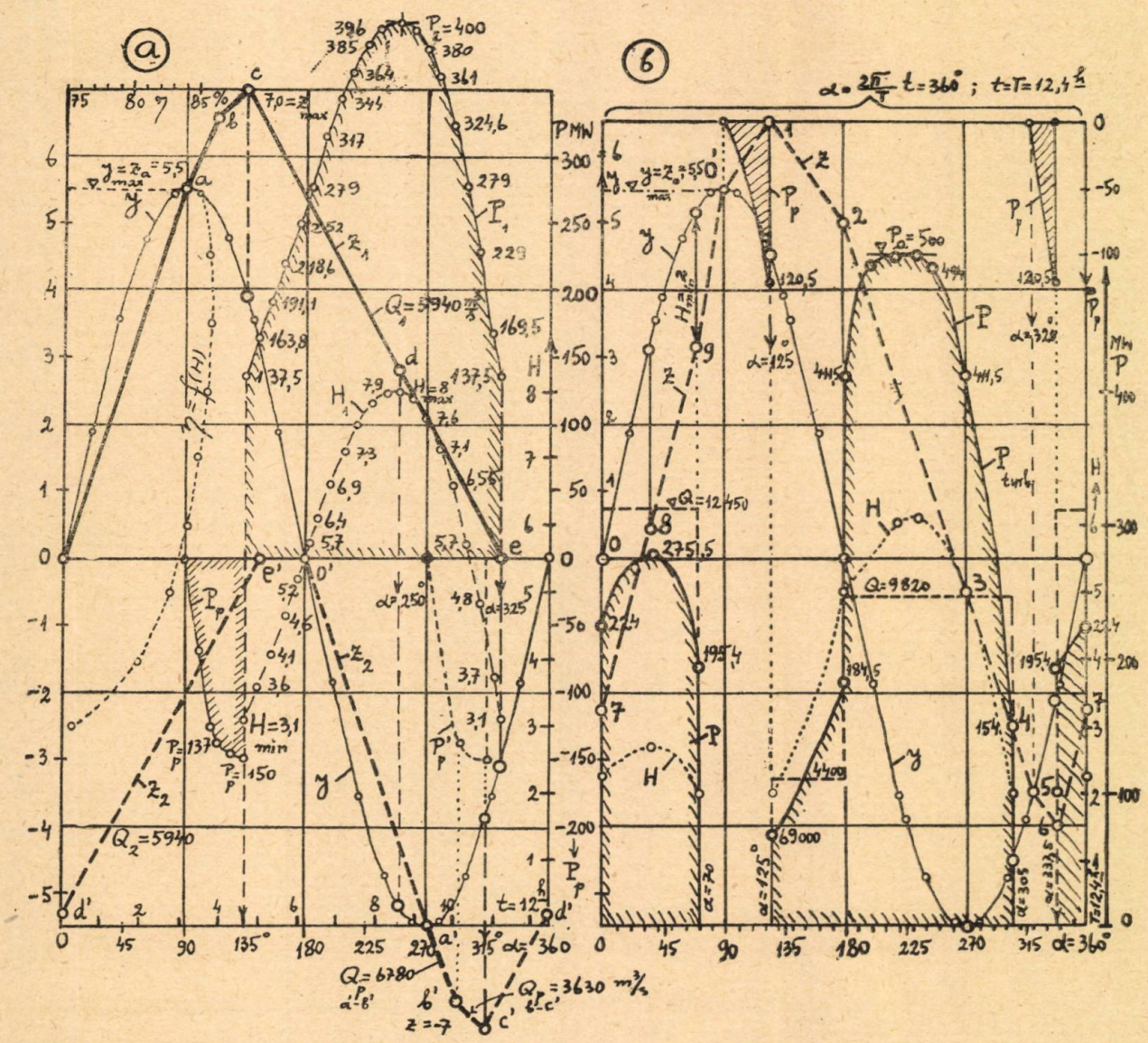


Abb. 8-a. Einfacher linearer Zyklus mit Pumpen (Fall 13); b - Doppelter linearer Zyklus mit Pumpen (Fall 15).

Fall 15 Nichtsinusoidaler doppeltwirkender Turbinen-und Pumpbetrieb (Abb. 8-b).

In der Abb. 8-b ist ein doppeltwirkender linearer Zyklus mit zusammengesetztem Turbinen-und Pumpbetrieb berechnet.

Ausgehend vom Punkt O' bei $\alpha = 90°$ und $y_{max} = 5{,}5 = z_0$, bis Punkt 1 ($\alpha = 125°$) setzt der Pumpbetrieb ein, mit linearem Anstieg von z, d.h. mit Q_p = Konstant. Die Pumpleistung P_p steigt bis 1 zu $P_p^{max} = 120{,}5$ MW. In der Abb. 8-b ist P_p mit negativem Masstab, von oben nach unten eingezeichnet und die nötige Pumpenergie, dem Stromnetz entnommen, ist schräg schraffiert. Von 1 bis 2-3-4 setzt die erste Halbphase des Turbinenbetriebes ein ($\alpha = 125°$ bis 305°). Die Turbinen werden von 1 bis 2 mit $Q = 4409$ und von 2-3-4 mit $Q = 9820$ m³/S = Konstant betrieben (siehe P — Kurve in Abb. 8 — b). Die Ausbauleistung beträgt $P_a = 500$ MW.

Von 4 bis 5, d.h. $\alpha = 305°$ bis 320°, werden sämtliche Schützen geöffnet, sowie ein Teil der gebremsten Turbinen, sodass das Wasser aus dem Golf zum Ozean strömt. Beim Schnittpunkt 5 ist $z = y$, wo die zwei Wasserspiegel ausgeglichen sind und hier setzt die zweite Pumpphase ein, diesmal mit umgekehrter Strömung vom Golf zum Ozean. Von nach sinkt z bis zum Punkt 6, wo $H_{min} = 2$ m den zweiten Turbinenbetrieb von 6—7—8—9 möglich macht. In 9 sinkt die Fallhöhe wieder auf $H_{min} = 2$ m und der Turbinenbetrieb setzt aus. Von 9 bis O' strömt das Wasser aus dem Ozean zum Golf u.z. durch die Schützen und durch einen Teil der gebremsten Turbinen, sodass z_9 bis $z_0 = 5{,}5$ m steigt und der Doppelzyklus sich wiederholt.

Für die Periode $T = 12{,}4$ h, d.h. $\alpha = 360°$ erhalten wir:

— zwei Turbinenbetriebe mit $E_A = 5\,568\,000$ kWh/Tag

— zwei Pumpenbetriebe mit $E_P = 192\,000$ kWh/Tag.

Die jährliche Netto-Leistung beträgt mit der Korrektur von $\frac{A_m^2}{A^2} = (8{,}46/11)^2$ und $\frac{\eta_m}{\eta} = 0{,}78/0{,}83$:

$$E = \frac{365}{10^6} \frac{A_m^2 \eta_m}{A^2 \eta} (E_A - E_P) = 1090 \text{ GWh/J.}$$

Bei $P_a = 500$ MW ergibt $T_0 = 2180$ Betriebsstunden je Jahr mit einem Nutzungskoeffizient von $u = \frac{E}{8760\ P_a} = 0{,}249$.

Demnach erzielt dieser Zyklus + 36% Mehrenergie und + 46% Mehrleistung gegenüber Rance KW.

Fall 16. Parallelschaltung des Kraftwerkes Fall 7 mit zwei anderen nicht sinusoidalen KW.

Das Kraftwerk mit sinusoidalem Zyklus $\delta = \frac{\pi}{4}$ und Pumpbetrieb $k = 1{,}414$, welches hier als P_1 bezeichnet ist (Abb. 5-a-b) erzeugt in

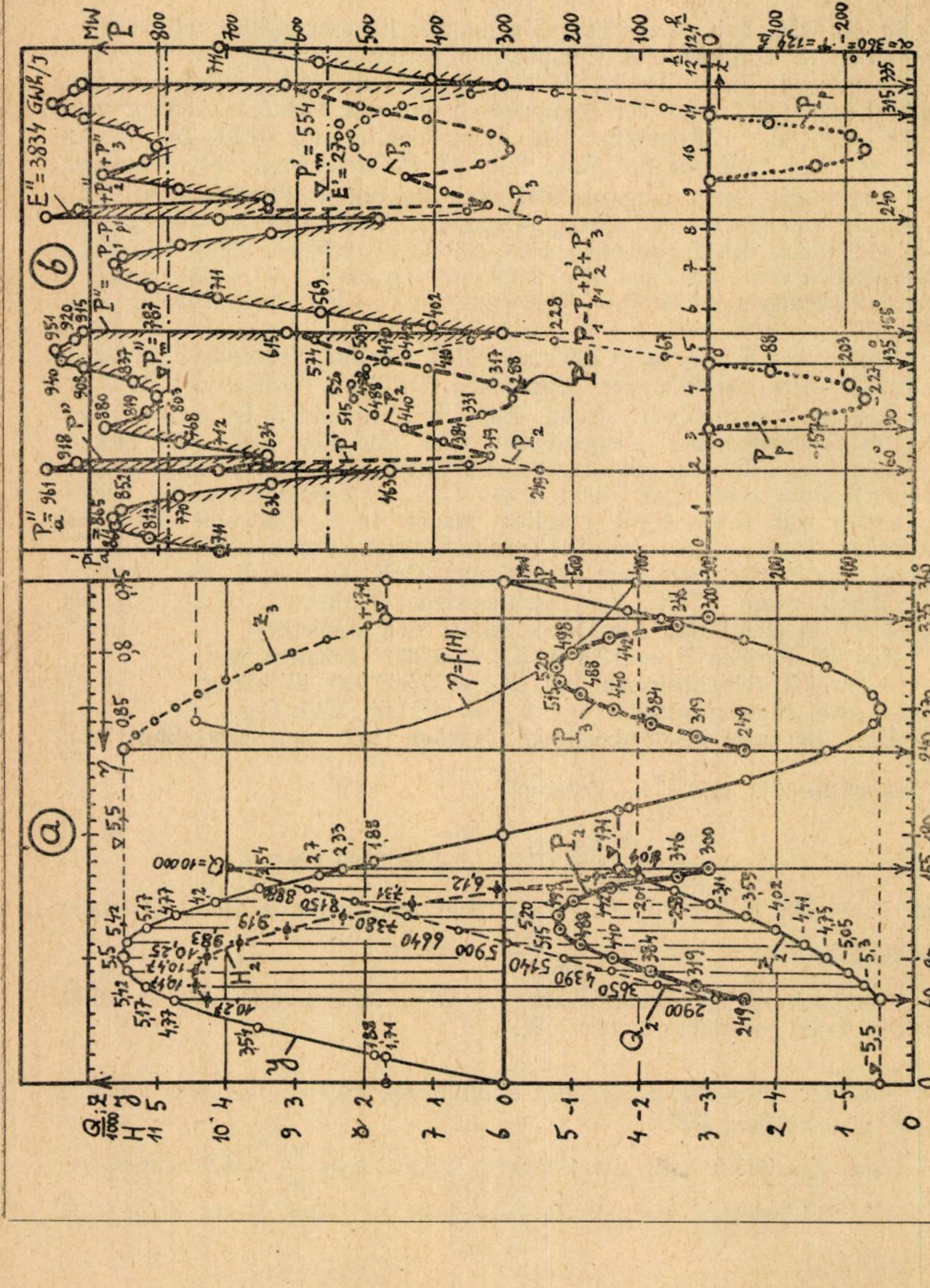


Abb. 9-a. Zyklus der Hilfskraftwerke P_2 P_3 Fall 16; b-Parallelschaltung für Fall 16-a und 16-b.

den Bereichen $\alpha = 65° - 135°$ und $245° - 315°$ keine Leistungen, fordert aber solche für den Pumpbetrieb. Es sollen diese Bereiche durch zwei Kraftwerke P_2 P_3 (je $F = 20$ km^2) gedeckt werden, welche in Abb. 9-a berechnet sind, u.z.:

$$z_2 = 0{,}0002315\ \alpha^2 - 0{,}00981\ \alpha - 5{,}745\ ;$$

$$Q_2 = 161430 \frac{dz_2}{d\alpha},\ \text{mit} \frac{dz_2}{d\alpha} = 0{,}000463\ \alpha - 0{,}00981\ ;$$

$$H_2 = y - z_2 = 5{,}5 \sin\alpha - 0{,}0002315\ \alpha^2 + 0{,}00981\ \alpha + 5{,}745$$

$$P_2 = 9{,}81\ Q_2\ H_2\ \eta_2\ (\text{kW}),\ \text{mit}\ \eta_2 = f(H_2)\ \text{bekannt.}$$

Die berechneten Zahlen sind in Abb. 9-a eingetragen. Das zweite Hilfskraftwerk $P_3 = P_2$ ist gegenüber P_2 um eine halbe Periode $T/2$ d.h. 180^0 verschoben, z_3 und H_3 sind die Spiegelbilder von z_2 und H_2.

In Abb. 9 — b sind die Leistungen zusammengesetzt u.zw.:

a) $P' = P_1 + P_2 + P_3$, für $F' = 20 + 2 \cdot 20 = 60$ km^2, wobei $P_a = 865$ und die mittlere Leistung $P'_m = 554$ MW betragen. Mit der Korrektur von $\frac{A_m^2\ \eta_m}{A^2\ \eta} = 0{,}556$ folgt die Gesamterzeugung $E'_T = 2908$ und mit Abzug der Pumpenergie $E_P = 208$ (siehe Fall 7), die Nettoenergie $E' = E'_T - E_P = 2700$ GWh/J. Es entsprechen für diesen Fall $T'_0 = 3121$ und $u' = 0{,}356$.

b) $P'' = P_1 + 2\ (P_2 + P_3)$ für $F'' = 20 + 2 \cdot 40 = 100$ km^2 (siehe obere schraffierte Kurve in Abb. 9 — b), mit $P''_a = 961$ MW, $E''_T = 4042$, $E''_P = 208$, wie oben gezeigt ist, $E'' = 3834$ GWh/J, $T''_0 = 3990$ und $u''_p = 0{,}455$.

Die Leistungskurve ist zwar veränderlich, aber sehr beständig im Vergleich mit den anderen Fällen, weil $\frac{P''_m}{P''_a} = 0{,}819$ ist.

III. Hydroenergetische und wirtschaftliche Kennziffern

1) *Definition der hydroenergetischen und wirtschaftlichen Kennziffern.*

Mit den obigen Bezeichnungen ist es zweckmässig, folgende hydroenergetische Kennziffern einzuführen:

$$p = \frac{P_a}{F A_m^2} \left(\frac{\text{MW}}{\text{km}^2\ \text{m}^2} \right) \ldots (22) —$$ die Einheitsausbauleistung für 1 km^2 Golffläche und für 1 m mittlere jährliche Schwingungsamplitude (A_m des Ozeans);

$$e = \frac{E}{F A_m^2} \left(\frac{\text{GWh/J}}{\text{km}^2\ \text{m}^2} \right) \ldots (23) —$$ die Einheits-Nettojahreserzeugung für

Zahlentafel 1

Hydroenergetische Kennziffern

Fall	Zyklus	Abb.	F km²	E GWh / J	P_a MW	p MW / km² m²	e GWh/J / km² m²	$T_0 = \frac{E}{P_a}$	$u = \frac{T_0}{8760}$	$\frac{P_m}{P_a}$
1	Rance	—	20	800	342	0,239	0,5587	2339	0,267	0,480
2	Rein Sin; $\delta = \frac{\pi}{4}$	3	20	818	347	0,242	0,5712	2357	0,269	0,484
3	$\delta = \frac{\pi}{8}$; $\frac{3}{8}\pi$	—	20	584	246	0,172	0,4078	2374	0,271	0,488
4	Parallel $\frac{\pi}{8} + \frac{3}{8}\pi$	4	2×10=20	584	210	0,147	0,4078	2781	0,317	0,570
5	$\frac{\pi}{4}$ mit Pumpen $k = 1$	5	20	1198	525	0,367	0,8366	2282	0,261	0,470
6	Desgleichen $k = 1{,}2$	5	20	1350	678	0,474	0,9427	1991	0,228	0,410
7	Desgle chen $k = 1{,}414$	5	20	1522	865	0,604	1,0628	1760	0,201	0,362
8	Desgleichen $k = 1{,}6$	5	20	1677	1057	0,738	1,1711	1585	0,180	0,324
9	Desgleichen. $k = 1{,}8$	5	20	1666	1295	0,905	1,1634	1287	0,147	0,264
10	Linearer Zyklus	7	20	575	312	0,218	0,4015	1843	0,210	0,378
11	2×Fal 10 mit 180°	7-a	2×20=40	1150	312	0,109	0,4015	3686	0,421	0,757
12	Fall 11 plus 2 K. Werke	7-b	80	1476	336	0,0587	0,2577	4393	0,502	0,903
13	Einf. linear mit Pumpen	8-a	20	710	400	0,279	0,4958	1775	0,203	0,365
14	2×Fall 13 180° versch.	4-ob.	2×20=40	1420	400	0,140	0,4858	3550	0,405	0,728
15	Doppelt linear mit Pumpe	8-b	20	1090	500	0,349	0,7612	2180	0,249	0,448
16-a	Fall 7 plus 2 nicht Sinus Betriebe	9-a 9 b	60	2700	865	0,201	0,6285	3121	0,356	0,640
16-b	Desg . verstärkt	9-a 9-b	100	3834	961	0,134	0,5355	3990	0,455	0,818

1 km² Golffläche und 1 m² entsprechend A_m^2 (die Leistung und die Energie wächst mit A^2);

$$u = \frac{E}{8760\,P_a} = \frac{T_0}{8760} \ldots (24) \text{ — Nutzungskoeffizient;}$$

$$T_0 = \frac{E}{P_a} \ldots (25) \text{ — die Betriebsstunden der Ausbauleistung in h/J;}$$

$$q = \frac{Q_a}{FA_m\sqrt{H_a}} \ldots (26) \text{ — Einsheitsausbauwassermenge für einen Meter}$$

Ausbaufallhöhe, 1 km² Golffläche und 1 m mittlere Schwingungsamplitude;

$$D = \left(0{,}37 + \frac{270}{n_s}\right)\sqrt{\frac{q\,FA_m}{m}} \ldots (27) \text{ — Rotordurchmesser der Turbine;}$$

$$m \geqslant q\,FA_m\left(0{,}0529 + \frac{9{,}257 + 0{,}386\,H_a\zeta}{261 - H_a\zeta}\right)^2 \ldots (28) \text{ — die notwendige}$$

Anzahl der Turbinen, für $A \geqslant 12$ m und $\zeta = \frac{H_b + 1{,}5}{H_b - H_s}$, Barometerhöhe H_b Saughöhe H_s (+), Gegendruck H_s(—);

$$n_s = \frac{28500}{24 + H_a\zeta} - 100 \ldots (29) \text{ und } D < 7 \text{ m.}$$

Bezeichnet man mit: J_t — die Ausbaukosten (Investition) in m-Turbinen, k_t — Kosten eines kg der fertig montierten Turbinen, in der Währung, in welcher die wirtschaftliche Rechnung durchgeführt wird, desgleichen J_g und k_g für die Generatoren, so folgt nach der Formeln des Verfassers:

$$J_t = 40290\,k_t\frac{m^{0,125}}{H_a^{1,312}}P_a^{0,875}\left(0{,}1077 + \frac{78{,}6}{n_s}\right)^{1,75} \ldots (30)$$

$$J_g = 7300\,\frac{k_g\,P_a^{1,11}}{m^{0,11}\,H_a^{0,925}\,(n_s\cos\varphi)^{0,74}} \ldots (31)$$

Die anderen mechanischen und elektrischen Nebenausrüstungen (Schützen, Schieber, Rohre, Krane, elektrische Anlagen u.s.w.) sind im Mittel 20% von $J_t + J_g$.

Die Baukosten der Ausrüstung der Zentrale J_a sind mit der Funktion B demnach:

$$J_a = 1{,}2\ (J_t + J_g) = 8760\,\frac{B}{H_a}P_a \ldots (32)$$

$$B = 5{,}52\,k_t\frac{m^{0,125}}{H^{0,312}\,P_a^{0,125}}\left(0{,}1077 + \frac{78{,}6}{n_s}\right)^{1,75} + k_g\,\frac{P_a^{0,11}\,H_a^{0,075}}{m^{0,11}(n_s\cos\varphi)^{0,74}} \ldots (33)$$

Die Kosten der Bauarbeiten hängen von der Gesamtlänge L der Wehre, der Zentrale und Schleusen, sowie von der mittleren Bauhöhe h_m (von der Gründung bis zur Wehrkrone) ab:

$$J_B = k_B \, L \, h_m^2 \ldots (34), \text{ mit } h_m^2 = \frac{\Sigma (L_x \, h_x^2)}{\Sigma \, L_x} .$$

Der Faktor k_B, in der gleichen Währung wie k_t und k_g ausgedrückt, wird durch die Baumengen und die Einheitspreise bestimmt.

Die gesamten Ausbaukosten sind demnach:

$$J = J_B + J_a = k_B \, L \, h_m^2 + 8760 \frac{B}{H_a} P_a \ldots \quad (35)$$

Als wirtschaftliche Kennziffern sind von Bedeutung:

$$i = \frac{J}{F A_m} = \frac{1}{F A_m} \left(k_B L \, h_m^2 + 8760 \frac{B}{H_a} P_a \right) \ldots (36)$$ — die Einheitskosten für 1 km² Golffläche und 1 m mittlere Schwingungsamplitude A_m.

Bezeichnet man mit $a = \sum \frac{(a_x \, J_x)}{J}$ den mittleren Koeffizient der Jahreskosten gegenüber den Baukosten J, so folgt der Strompreis in der betreffenden Währung:

$$p = a \frac{J}{E} = \frac{a}{E} \left(k_B \, L \, h_m^2 + 8760 \frac{B}{H_a} P_a \right) \ldots \quad (37)$$

2) *Die hydroenergetischen Kennziffern der betrachteten Fälle.*

In diesem Beitrag werden nur die hydroenergetischen Kennziffern berechnet, da die wirtschaftlichen von der topographischen-geotechnischen Lage des Kraftwerkes abhängen, die hier nicht bestimmt werden können.

In sämtlichen Fällen betrug $A_m = 8{,}46$ m und die Fläche des Golfes wurde entweder als $F = 20$ km² oder als ein Vielfaches dieses Wertes angenommen (siehe Zahlentafel 1).

Legt man auf die Erzeugung der grösstmöglichsten Einheitsenergie $e \left(\frac{\text{GWh/J}}{\text{km}^2 \, \text{m}^2} \right)$ Wert, so sind laut Zahlentafel 1 die besten Fälle: 9, 8 und 7, für welche in abgerundeten Ziffern $e = 1{,}16$ bezw. 1,17 und 1,06 GWh/J km² m² erzielt wurden. Diese quantitativ und energetisch günstigsten Fälle erzeugen ein sehr veränderliches Leistungsdiagramm d.h. erzielen kleine Nutzungsfaktoren $u = \frac{E}{8760 \, P_a} = 0{,}147$, bezw. 0,180 und 0,201, entsprechend $\frac{P_m}{P_a} = 0{,}264$, bezw. 0,324 und 0,362. Somit sind die quantitativ besten Fälle, qualitativ minderwertig und erfordern grosse und kostspielige Reservekraftwerke.

Betrachtet man die qualitativ besten Fälle mit u = maximal, so erscheinen Nr 12, 16-b, 11 und 14 mit u = 0,502; 0,455; 0,421 und 0,405, bezw. $\frac{P_m}{P_a}$ = 0,903 (beinahe konstante Leistung), 0,818 0,757; und 0,728, mit kleiner Erzeugung e = 0,258; 0,536; 0,402 und 0,496 GWh/J km² m².

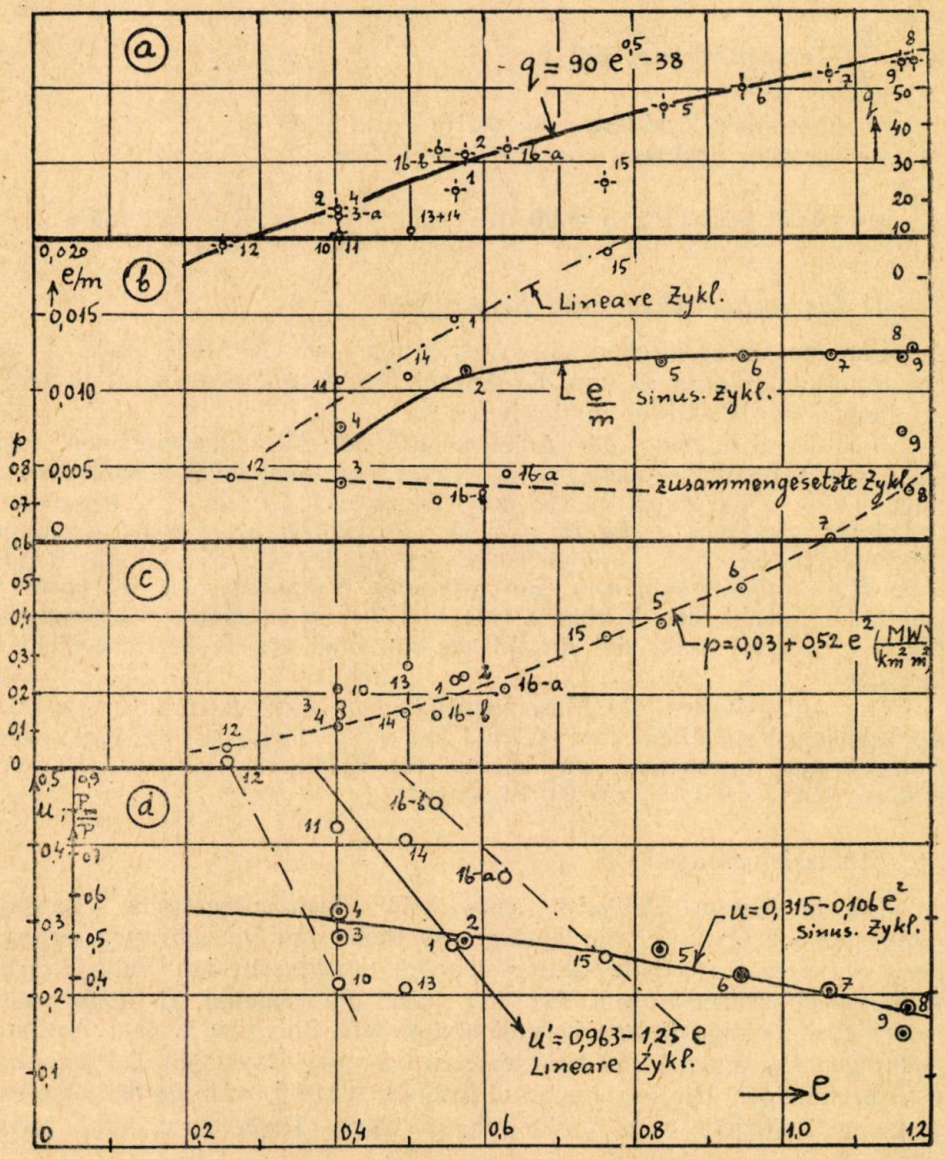


Abb. 10. Kennziffern für die berechneten 16 Fälle

Günstige Zwischenlösungen ergeben die Fälle 16-a, 16-b und 14 welche genügend grosse Energien, bei guten Nutzungsfaktoren, d.h. ausgeglichenem Leistungsdiagramm, erzeugen.

Im Vergleich zu diesen ist der, für das Rance K.W., in der Literatur [1], [2] angedeutete Zyklus mit $e = 0{,}559$ und $u = 0{,}267$ ungünstiger.

In Abb. 10 sind Beziehungen zwischen den Kennziffern e, q, $\frac{e}{m}$, p, u, $\frac{P_m}{P_a}$ ersichtlich u.z. gilt für

— sinusoidale Zyklusse $u = 0{,}315 - 0{,}106\, e^2$
— linearem Zyklusse $u = 0{,}963 - 1{,}25\, e$

$$p = 0{,}03 + 0{,}52\, e^2\,;\quad q = 90\sqrt{e} - 38\,;\quad \frac{P_m}{P_a} = u\,\frac{A^2\eta}{V_m^2\eta_m} = 1{,}766\, u$$

3) Die hydromechanischen Kennziffern

Für die elektromechanische Ausrüstung der Gezeitenkraftwerke ist der Rotordurchmesser D und die Anzahl Maschineneinheiten m, wichtig. Es steigen die Baukosten zugleich mit m.

Für die Schätzung der Anlagekosten der Maschineneinheiten sind die hydromechanischen Kennziffern q m n_s der Zahlentafel 2, von Bedeutung. Diese Zahlentafel wurde auf Grund der Gl. 26—29, berechnet, wobei für sämtliche Fälle $D = 7$ m (grösster-wirtschaftlich günstiger Rotordurchmesser) ist. Desgleichen wurde in den Gl. 27—28 die Saughöhe $H_s = O$ angenommen. Bei grösseren Saughöhen (H — positiv) steigt die Anzahl der Turbinen (m) und bei wachsendem Gegendruck (H_s — negativ) sinkt die Anzahl m, d.h. man erzielt wirtschaftlichere Lösungen.

Die Anlagekosten der Maschineneinheiten wachsen mit m, sodass die höchsten Kennziffern e/m (GWh/J km² m² Einheit) auf die geringsten Anlagekosten hinweisen, wie dieses die Fälle 13, 10 und 15 mit $e/m = 0{,}0215$; $0{,}0211$ und $0{,}0191$ zeigen.

Schlussfolgerungen

Die in diesem Aufsatze entwickelte hydroenergetische Berechnungsmethode lässt sich für eine grosse Reihe von Betriebsarten anwenden, von denen 16 Fälle gezeigt werden. Verglichen mit Fall 1 (KW Rance nach französischem Projekt), sind die anderen 15 Fälle sehr verschieden; einige liefern bedeutend grössere Energien E und Ausbauleistungen P_a, andere sind bei kleineren oder gleichwertigen E P_a bedeutend beständiger. Die letzteren sind insofern wichtig, weil sie bei höherem Nutzungskoeffizient $u = E/8760\, P_a$, geringere Reservekraftwerke benötigen.

Hydromechanische Kennziffern *Zahlentafel 2*

Fall	Q_a	H_a	q	m	n_s	$\frac{e}{m}$
1	8680	4,80	23,40	38	886	0,0147
2	10950	3,89	32,80	50	900	0,0114
3-a	6000	5,00	15,87	26	859	0,00385
-b	14300	2,16	55,10	80	977	
4	3000	5,00	7,94	13	859	0,00769
	7150	2,16	27,55	40	977	
5	15205	4,13	44,30	70	892	0,01195
6	17960	4,46	50,30	77	879	0,01225
7	20180	5,07	52,90	86	856	0,01237
8	22480	5,60	56,20	93	837	0,01260
9	24060	6,35	56,40	96	812	0,0121
10	4928	7,60	10,57	19	771	0,0211
11	9856	7,60	10,57	38	771	0,01055
12	9856	7,60	10,57	38	771	0,00415
	5920	7,66	6,31	24	770	
13	5940	8,00	12,40	23	760	0,0215
14	11880	8,00	12,40	46	760	0,0108
15	9820	6,20	23,30	40	816	0,0191
16-a	20180	5,07	52,90	86	856	0,00443
	14760	8,36	15,10	56	750	
16-b	20180	5,07	52,90	86	856	0,00271
	29520	8,36	15,10	112	759	

Wichtig ist die Art der Parallelschaltung von mehreren, untereinander als Phase verschobenen Gezeitenkraftwerken, wie dies die Fälle 4, 11, 12, 14, 16 zeigen.

Die Verstärkung des Pumpbetriebes (Fälle 5 bis 9) führt zu einer Vermehrung der Energie und der Ausbauleistung, hingegen sinkt der Nutzungskoeffizient, die Leistungskurve ist unbeständiger. Zahlenmässig wurden sämtliche Fälle mit $F = f(z) =$ konstant durchgeführt.

Die Berechnungsmethode für veränderliche Flächen ist in dem Abschnitt I 4 theoretisch entwickelt, aber nicht zahlenmässig durchgeführt, da dieses nur für konkrete praktische Fälle möglich ist.

Dieser Beitrag kann weiter entwickelt werden, insbesonders was die elektromechanischen Ausrüstungen betrifft, welches den Rahmen dieses Aufsatzes überschreiten würde.

Lehrstuhl für Wasserkraft maschinen der Technischen Hochschule, Bukarest

SCHRIFTTUM

[1] *Water Power:* Nov.-Dez. 1956 „Energy from the Sea". Archiv für Energiewirtschaft: Nr. 14/1958 „Gezeitenkraftwerke in Frankreich".
[2] *M. R. Gibrat:* „L'énergie de marées", Bull. de la Soc. Franc. des Electriciens, Mai 1953.
[3] *D. Pavel:* „Rapport sur l'utilisation des marées", Comptes Rendus de l'Académie des Sc. de la Roumanie 1938". „Zur Berechnung der Tide Kraftwerke", Mitteilungen der Techn. Hochschule, Bukarest, Nr. 3-4/1943.

ГИДРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ ПРИЛИВНЫХ ГЭС

(Краткое содержание)

Гидроэнергетическое решение приливно-отливных гидросиловых установок, представленное автором в 1938 г. в Академии Наук Румынии, изложено, в настоящем очерке в применении для 16 эксплуатационных случаев.

Очерк показывает, что циклически приливно-отливной тип характеризуется различными видами энергии, различными установленными мощностями и коэффициентами использования. Некоторые случаи более выгодные, другие подобные циклу известной в литературе станции Ранс.

Главной задачей является параллельное соединение нескольких приливно-отливных станций, а также повышение производительности станции в насосном режиме. Примененный метод еще может быть развит.

HYDROENERGETICAL CALCULATION OF TIDAL POWER PLANTS

(Summary)

The hydroelectric methode of tidal power plants, presented by the author in 1938 to the Roumanian Academy of Science, is developed in this paper and applied to 16 plant operations cases. The paper shows that the type of tidal power cycles is characterized by different energies, installed power and utilisation factors. Some cycles are more favourable, others are equivalent with the Rance power plant cycle, well known in the specialised litterature. The paralleling of some tidal power plants is essential as also the increase of pumping. The applied method may be still developed.

CALCUL HYDROÉNERGÉTIQUE DES USINES MARÉEMOTRICES

(Résumé)

La méthode hydroénergétique des usines maréemotrices, présentée par l'auteur en 1938 à l'Académie de Sciences de Roumanie, est développée dans cette étude et appliquée à 16 cas d'exploatations. L'étude démontre que le type des cycles-maréemotrices est caracterisé par différentes énergies, puissances instalées et coefficients d'utilisation. Quelques cas sont plus favorables, des autres sont equivalents au cycle de l'usine Rance, connu dans la littérature. L'essentiel est la mise en parallèle de plusieures usines maréemotrices ainsi que l'augmentation du pompage. La méthode appliquée peut être encore développée.

HYDROENERGETISCHE BERECHNUNG DER GEZEITENKRAFTWERKE

(Zusammenfassung)

Die vom Verfasser im Jahre 1938 der Rum. Akademie für Wissenschaften eingereichte hydroenergetische Methode für Gezeitenkraftwerke, wird in diesem Aufsatze auf 16 Betriebsfälle angewendet. Es wird dadurch bewiesen, dass die Art des entworfenen Zyklusses sehr verchiedene Energien, Ausbauleistungen und Nutzungskoeffiziente erzielt. Einige Fälle sind günstiger, andere gleichwertig mit dem aus der Literatur bekannten Rance-Zyklus. Wesentlich ist auch die Parallelschaltung mehrerer Gezeitenkraftwerke, sowie die Verstärkung der Pumpwirkung. Die angewandte Methode lässt sich weiter entwickeln.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 1

ENERGETICA

631.3.015.34

CONTRIBUȚII LA DETERMINAREA SUPRATENSIUNII ÎN CAZUL CĂDERII TRĂZNETULUI PE CONDUCTORUL DE PROTECȚIE AL UNEI LINII AERIENE DE ÎNALTĂ TENSIUNE

de GLEB DRĂGAN

Supratensiunile care iau naștere în cazul căderii trăznetelor pe conductoarele de protecție ale unei linii interesează pentru alegerea distanței între conductoarele de protecție și conductoarele active. Determinarea supratensiunilor produse de loviturile de trăznet în conductoarele de protecție, este necesară în deosebi în cazul deschiderilor mari. Verificarea distanței dintre conductorul de protecție și cel activ este necesară în cazul căderii trăznetului la mijlocul conductorului de protecție, ori de cîteori gradientul mediu al tensiunii de regim pe fază, împărțit la distanța dintre cele două conductoare, depășește valoarea de 60 kV_{ef}/m [1].

În tratatul lui L. Sirotinski privind supratensiunile interne și atmosferice [2] se determină expresia supratensiunii în cazul căderii trăznetului pe conductorul de protecție al unei linii aeriene, la mijlocul deschiderii. Linia este limitată la o singură deschidere și se neglijează impedanța caracteristică a stîlpilor .Forma undei considerate este cu panta liniară a frunții. Unda inițială se poate exprima prin relația:

$$U = pt$$

unde p este panta frontului undei

Dacă se notează cu:

α — coeficientul de transmitere prin trecerea undei din canalul de trăznet cu impedanța caracteristică Z_0 în conductorul de protecție a liniei (cu impedanța caracteristică Z_1);

β_{21} — coeficientul de reflexie a undei la baza stîlpului;

β_{10} — coeficientul de reflexie a undei ce se propagă pe conductorul de protecție în punctul de cădere a trăznetului;

α_{10} — coeficientul de transmisie ce se propagă pe conductorul de protecție, în punctul de cădere a trăznetului; rezultă următoarea relație de calcul a valorii totale a supratensiunii în cazul căderii trăznetului în mijlocul deschiderii:

$$U_t = p\alpha t + p\beta_{21}\alpha_{10}(t-\tau) + p\alpha\beta_{21}^2\alpha_{10}(t-2\tau) + p\alpha\beta_{21}^3\beta_{10}^2\alpha_{10}(t-3\tau) + \ldots \quad (1)$$

În această relație p este panta frontului undei, iar τ, timpul necesar propagării undei pe o deschidere.

$$\tau = \frac{a}{c}$$

unde a este deschiderea conductorului de protecție

c — viteza de propagare a undei.

L. Bewley dă în lucrarea sa „Traveling waves on transmission systems" pag. 162 [3] o schemă de calcul cu specificarea coeficienților de reflexie și transmitere, de unde se deduce următoarea relație de calcul considerînd coeficienții de reflexie și transmitere egali în dreptul fiecărui stîlp :

$$\begin{aligned} U(t) = U_0(t) &+ a_1 U(t - 2\tau_x) + a_2 U(t - 4\tau_x) + \dots \\ &+ a_k U(t - 2k\tau_x) + \dots + a_1 U(t - 2\tau'_x) + \dots \\ &+ a_k U(t - 2k\tau'_x) + \dots \\ &+ b_1 U(t - 2\tau) + b_2 U(t - 4\tau) + \dots + b_k U(t - 2k\tau +) \dots \end{aligned} \tag{2}$$

În L. Bewley schema de calcul se referă la loviturile indirecte însă, prin analogie, se poate deduce relația pentru cazul loviturilor directe în conductorul de protecție.

În cazul considerat de Bewley se neglijează propagarea undelor în stîlpii liniei și se presupune că undele inițiale pleacă de la mijlocul deschiderii.

În cadrul unui referat prezentat la Sesiunea Științifică a Academiei R.P.R. din noiembrie 1954, ce a avut loc la Cluj, autorul a prezentat o lucrare privind determinarea supratensiunii în cazul căderii trăznetului pe vîrful suportului, pentru o linie avînd $m + n$ deschiderii și ținînd seama de reflexiile succesive în vîrful și la baza fiecărui stîlp [4].

Interesează de asemenea determinarea unei relații generale de calcul în cazul căderii trăznetului într-un punct oarecare pe conductorul de protecție, pentru o linie cu un număr oarecare de deschideri. Reprezentînd o generalizare teoretică a problemei, relația ce urmează a se determina prezintă și o importanță practică dooarece permite să se verifice în ce măsură sînt valabile simplificările luate în considerare în cazul relațiilor specificate mai sus.

1. Ipotezele de calcul considerate

Se va considera o linie aeriană prevăzută cu un conductor de protecție, cu $m + n + 1$ deschideri; trăznetul cade într-un punct oarecare al unei deschideri, limitată de m deschideri, respectiv n deschideri ale liniei.

Se va nota prin:

a — deschiderea între stîlpi, considerată egală;

x — distanța de la punctul lovit de trăznet pînă la stîlpul imediat vecin;

α_{10} — coeficientul de transmitere în punctul lovit de trăznet;

α_{01} — coeficientul de transmitere în dreptul stîlpului, pentru unda de supratensiune ce se propagă de-a lungul conductorului;

α_{21} — coeficientul de transmitere în dreptul stîlpului, pentru unda ce se propagă de-a lungul stîlpului;

β_{10} — coeficientul de reflexie în dreptul punctului lovit de trăznet;

β_{13} și β_{31} — coeficienții de reflexie în dreptul vîrfului stîlpului pentru undele ce se propagă de-a lungul conductorului;

β_{12} — coeficientul în dreptul vîrfului stîlpului pentru unda ce se propagă de-a lungul stîlpului;

β_{21} — idem, la baza stîlpului.

Deoarece interesează amplitudinea tensiunii, se va considera o undă cu variație liniară a frontului și cu coada infinită. Rezultă că unda de supratensiune se poate exprima prin relația:

$$U_0(t) = pt$$

unde p este panta frontului;

t — timpul în μs care definește amplitudinea undei.

Cum amplitudinea undei este limitată rezultă condițiile de limită:

$$U_0(t) = 0 \text{ pentru } t < 0$$

$$U_0(t) = \frac{I_0' Z_0}{2} \cdot t \text{ pentru } \tau_f > t > 0$$

$$U_0(t) = \frac{I_0 Z_0}{2} \text{ pentru } t > \tau_f$$

unde:

I_0' este panta undei în $kA/\mu s$

I_0 — amplitudinea de calcul a curentului de trăznet în kA;

Z_0 — impedanța caracteristică a canalului de trăznet în ohmi;

τ_f — durata frontului undei în μs.

La determinarea supratensiunii este necesar a se ține seama de timpul de propagare (respectiv de lungimea de propagare) deoarece valoarea undei U_0 variază în funcție de timp. În consecință valoarea undei care s-a propagat pe o anumită lungime de conductor de protecție sau de stîlp, va fi dată de expresia:

$$U(t - k_x \tau_x - k_x' \tau_x' - k\tau \quad k_1 \tau_1)$$

k_x, k'_x, k și k_1 sînt numere întregi, în general pare. Valorile lui τ_x, τ'_x τ și τ_1 se determină din relațiile:

$$\tau_x = \frac{x}{c}; \quad \tau'_x = \frac{a-x}{c}$$

$$\tau = \frac{a}{c}; \quad \tau_1 = \frac{h_s}{c}$$

unde:

x este distanța de la punctul de cădere al trăznetului pînă la stîlpul din partea dreaptă ce limitează deschiderea;

h_s — înălțimea unui stîlp;

c — viteza de propagare a undelor de supratensiune.

a — deschiderea, presupusă aceiași a liniei;

Undele de tensiune inițiale, ce se propagă, pe conductoare de protecție, vor da naștere în fiecare punct nodal, reprezentat de locul de cădere a trăznetului, de vîrful și de baza fiecărui stîlp, la reflexii succesive, deoarece în aceste puncte rezultă o schimbare a impedanței caracteristice.

După cum se știe valoarea undelor transmise și reflectate se determină cunoscînd valoarea coeficienților de transmitere, respectiv de reflexie.

Valoarea tensiunii în punctul lovit de către trăznet va fi egală cu suma dintre valoarea undei de tensiune inițiale și valorile corespunzătoare ale undelor de tensiune ce ajung (în urma reflexiilor succesive în punctele nodale) în locul de cădere a trăznetului.

Pentru determinarea supratensiunii în cazul căderii trăznetului într-un punct oarecare de pe conductorul de protecție se vor considera următoarele categorii de unde:

a) undele ce se propagă de-a lungul conductorului de protecție, în ambele părți ale liniei, ținînd seama de reflexiile succesive în dreptul fiecărui stîlp al liniei;

b) undele ce se propagă de-a lungul conductorului de protecție și care rezultă din trecerea undelor inițiale dintr-o parte în cealaltă a liniei, față de punctul lovit (care reprezintă de asemenea un punct de schimbare a impedanței caracteristice);

c) undele ce se propagă prin stîlpii liniilor electrice, reflectîndu-se la baza lor.

Rezultă că se neglijează aportul undelor succesive ce rezultă prin propagarea undelor de la punctul b (care se pot numi unde de ordinul doi) dintr-o parte în cealaltă a punctului lovit de trăznet, sau propagarea acestor unde în stîlpii liniei. De asemenea se neglijează reflexia undelor ce se propagă în stîlpii liniei în vîrful acestuia, deoarece

coeficientul de reflexie corespunzător are o valoare apropiată de zero, precum și undele de ordinul doi ce ar rezulta din propagarea undelor din stîlpii liniei de-a lungul conductorului de protecție.

Aportul undelor care n-au fost luate în considerare este cu totul redus, pe lîngă faptul că relația de calcul ar fi devenit deosebit de complexă.

2. Determinarea valorilor parțiale ale supratensiunii în punctul lovit de trăznet

a) *Determinarea undei de supratensiune, ce rezultă din propagarea undei inițiale de-a lungul conductorului de protecție.*

Se vor considera separat undele ce se propagă și se reflectă succesiv numai în deschiderea lovită de trăznet și separat undele ce se propagă de-a lungul celorlalte deschideri, în care caz există o simetrie, deschiderile fiind egale.

Valoarea supratensiunii ce rezultă în urma reflexiilor succesive a undei în deschiderea lovită de trăznet este:

$$U'_a(t) = \alpha_{10}\,\beta_{31}\,U(t-2\tau_x) + \alpha_{10}\,\beta_{10}\,\beta_{31}^2\,U(t-4\tau_x) + \dots$$
$$+ \alpha_{10}\,\beta_{10}^{n-1}\,\beta_{31}^n\,U(t-2n\tau_x) + \alpha_{10}\,\beta_{31}\,U(t-2\tau'_x) +$$
$$+ \alpha_{10}\,\beta_{31}^2\,\beta_{10}\,U(t-4\tau'_x) + \dots + \alpha_{10}\,\beta_{10}^{m-1}\,\beta_{31}^m\,U(t-2m\tau_x)$$

Reflexiile succesive ale undelor în restul deschiderilor liniei determină următoarea valoare a supratensiunii în punctul lovit de către trăznet:

$$U''_a(t) = \alpha_{10}\,\alpha_{01}^2\,\beta_{31}\,U(t-2\tau_x-2\tau) + \alpha_{10}\,[\alpha_{01}^4\,\beta_{31} +$$
$$+ \alpha_{01}^2\,\beta_{10}\,\beta_{31}^2 + \alpha_{01}^2\,\beta_{31}^{31}]\cdot U(t-4\tau_x-4\tau) + \dots$$
$$+ \alpha_{10}\,\alpha_{01}^2\,\beta_{31}\,U(t-2\tau'_x-2\tau) +$$
$$+ \alpha_{10}\,[\alpha_{01}^4\,\beta_{31} + \alpha_{01}^2\,\beta_{10}\,\beta_{31}^2 + \alpha_{01}^2\,\beta_{31}^3]\,U(t-4\tau'_x-4\tau)\dots$$

de unde rezultă valoarea undei de supratensiune luînd în considerare și valoarea undei inițiale:

$$U_x(t) = U_0(t) + \alpha_{10}\sum_1^n a_k\,U(t-2k\tau_x) + \alpha_{10}\sum_1^m a_k\,U(t-2k\tau'_x) +$$
$$+ \alpha_{10}\sum_1^n b_k\,U(t-2k\tau'_x-2k\tau) + \alpha_{10}\sum_1^m b_k\,U(t-2k\tau'_x-2k\tau)$$

În cazul cînd se consideră o undă cu frontul reprezentat de o dreaptă oblică și spate infinit, relația se poate simplifica, din cauza simetriilor ce se pot constata. Grupînd termenii se obțin progresii geometrice obișnuite, precum și progresii geometrice cu coeficienții constanți crescători, ce se pot însuma. În cadrul prezentei lucrări nu se va da soluționarea acestei probleme, a cărei rezolvare de altfel nu întîmpină dificultăți, deoarece în acest caz relația reprezintă un caz mai particular și deoarece nu se încadrează în relația generală de determinare a supratensiunii în cazul căderii trăznetului pe conductorul de protecție.

b) *Determinarea amplitudinii undei de supratensiune ce rezultă din propagarea undelor dintr-o parte în cealaltă parte a liniei, față de punctul lovit de trăznet.*

În cazul cînd se consideră undele rezultate din reflexiile succesive ale undei inițiale, prin propagarea lor dintr-o parte în cealaltă a liniei, față de punctul lovit de trăznet este necesar a se ține seama de următoarele observații:

— Fenomenul de propagare a undelor este analog propagării undei inițiale prin linie, fiind aceiași coeficienți de reflexie și de transmitere;

— Undele ce se propagă în acest caz sînt de amplitudine diferită (existînd o succesiune de unde) și de decalaj diferit;

— Considerînd un același ordin de reflexii succesive pentru toate undele rezultă că pentru undele care au avut un număr de k reflexii succesive într-o parte a rețelei, este necesar să se considere în partea cealaltă a rețelei numai $m-k$ reflexii succesive, unde k este numărul de reflexii succesive a primei unde;

— Ca și în cazul precedent se vor considera undele ce se propagă și se reflectă succesiv numai în deschiderea lovită de trăznet și separat undele ce se propagă de-a lungul celorlalte deschideri.

Din cele de mai sus rezultă că fiecare din unde ce se propagă dintr-o parte în cealaltă a liniei dă naștere la expresii analoage celor menționate la punctul a. În concluzie se poate scrie expresia supratensiunii în punctul lovit de trăznet:

$$
\begin{aligned}
U_b(t) = \alpha_{10} \sum_{i=1}^{m-k} a_i \sum_{k=1}^{n} a_a\, U\,(t - 2k\tau_x - 2i\tau_x') + \\
+ \alpha_{10} \sum_{i=1}^{n-k} a_i \sum_{k=1}^{m} a_k\, U\,(t - 2k\tau_x' - 2_i\tau_x) + \\
+ \alpha_{10} \sum_{i=1}^{m-k} b_i \sum_{k=1}^{n} a_k\, U\,(t - 2k\tau_x - 2_i\tau_x' - 2_i\tau) + \\
+ \alpha_{10} \sum_{i=1}^{n-k} b_i \sum_{k=1}^{m} a_k\, U\,(t - 2k\tau_x' - 2_i\tau_k - 2_i\tau) + \\
+ \alpha_{10} \sum_{i=1}^{n-k} b_i \sum_{k=1}^{m} b_k\, U\,(t - 2k\tau_x - 2i\tau_x' 2i\tau) + \\
+ \alpha_{10} \sum_{i=1}^{n-k} b_i \sum_{k=1}^{m} b_k\, U\,(t - 2k\tau_x' - 2k\tau - 2i\tau_x - 2i\tau) + \\
+ \alpha_{10} \sum_{i=1}^{m-k} a_i \sum_{i=1}^{n} b_k\, U\,(t - 2k\tau_x - 2k\tau - 2i\tau_x') + \\
+ \alpha_{10} \sum_{i-1}^{n-k} a_i \sum_{i=1}^{m} b_k\, U\,(t - 2k\tau_x' - 2k\tau - 2i\tau_x)
\end{aligned}
\tag{4}
$$

Ținînd seama de grupările de termeni, după cum s-a menționat mai sus (la punctul a) și în acest caz se pot da unele expresii mai simple pentru coeficienții expresiei ținînd seama de anumite simetrii.

c) *Determinarea tensiunii ce apare în urma propagării undelor prin suporții liniei aeriene.*

La determinarea tensiunii ce apare în urma propagării undelor prin stîlpii liniei, se vor neglija reflexiile succesive în fiecare stîlp al liniei, deoarece coeficientul de reflexie β_{12} de la vîrful stîlpului are o valoare mică, apropiată de zero. În consecință se vor lua în considerare numai undele care reflectîndu-se la baza suportului, se transmit spre linie.

Fiecare undă transmisă dinspre stîlp înspre linie va da naștere în dreptul fiecărui stîlp al liniei la o succesiune de unde, ținînd seama de reflexiile și transmiterile undelor în punctele nodale ale schemei; acest fenomen este analog celui ce rezultă în cazul transmiterii undei inițiale de-a lungul liniei, cu obiecțiunea că de astă dată originea fiecărui succesiuni de unde este reprezentată de vîrful fiecărui stîlp. Relațiile ce rezultă și a căror deducere este posibilă, vor fi deosebit de complexe, iar aportul considerării acestui fenomen în tot ansamblul său duce la o modificare cu totul neglijabilă a valorii totale a supratensiunii în punctul lovit de trăznet.

Ținînd seama de rețeaua de calcul, precum și de coeficienții de reflexie și transmitere corespunzători, rezultă următoarea valoare pentru valoarea supratensiunii în punctul lovit de trăznet:

$$U_c = \alpha_{10}\{\alpha_{01}\beta_{21}\alpha_{21}U(t-2\tau_x-2\tau_1)+\alpha_{01}^2\beta_{10}\beta_{21}^2\alpha_{21}^2U(t-4\tau_x-4\tau_1)+$$
$$+\alpha_{01}^3\beta_{10}^2\beta_{21}^3\alpha_{21}^3U(t-6\tau_x-6\tau_1)+\ldots+\alpha_{01}^n\beta_{21}^n\beta_{10}^{n-1}\alpha_{21}^nU(t-2n\tau_x-2n\tau_1)\}+$$
$$+\alpha_{10}\{\alpha_{01}^3\beta_{21}\alpha_{21}U(t-2\tau_x-2\tau-2\tau_1)+\ldots$$
$$+\alpha_{01}^m\beta_{21}^m\beta_{10}^{m-1}\alpha_{21}^mU(t-2m\tau_x'-2m\tau_1)\}+\alpha_{10}\{\alpha_{01}^3\beta_{21}\alpha_{21}U(t-2\tau_x-2\tau-$$
$$-2\tau_1)+\alpha_{01}^6\beta_{29}^2\beta_{10}\alpha_{21}^2U(t-4\tau_x-4\tau-4\tau_1)+\ldots$$
$$+\alpha_{01}^{3n}\beta_{21}^n\beta_{10}^{n-1}\alpha_{21}^nU(t-2n\tau_x-2n\tau_1-2n\tau)\}+$$
$$+\alpha_{10}\{\alpha_{01}^3\beta_{21}\alpha_{21}U(t-2\tau_x'-2\tau-2\tau_1)+$$
$$+\alpha_{01}^m\beta_{21}^m\beta_{10}^{m-1}\alpha_{21}^mU(t-2m\tau_x'-2m\tau-2m\tau_1)\}+$$
$$+\alpha_{10}\{\alpha_{01}^{2k-1}\beta_{21}\alpha_{21}U(t-2\tau_x-2\tau_1-(2k-2)\tau]+\ldots$$
$$+\alpha_{01}^{(n-k)(2k-1)}\beta_{21}^{n-1}\beta_{10}^{n-k-1}\alpha_{21}^{n-k}U[t-2(n-k)\tau_x-2(n-k)\tau_1-(n-k)(2k-2)\tau]\}+$$
$$+\alpha_{10}\{\alpha_{41}^{2k-1}\beta_{21}\alpha_{21}U[t-2\tau_x'-2\tau_1-(2k-2)\tau]+\ldots$$
$$+\alpha_{01}^{(m-k)(2k-1)}\beta_{21}^{m-k}\beta_{01}^{m-k-1}\alpha_{21}^{n-k}U[t-2(m-k)\tau_x'-2(n-k)\tau_1-$$
$$-(n-k)(2k-2)\tau]\}$$

Sau într-o formă mai concentrată:

$$U_c=\alpha_{10}\sum_{k=1}^{n}\alpha_{01}^k\beta_{21}^k\alpha_{21}^k\beta_{10}^{k-1}U(t-2k\tau_x-2k\tau_1)+$$
$$+\alpha_{10}\sum_{k=1}^{m}\alpha_{01}^k\beta_{21}^k\alpha_{21}^k\beta_{10}^kU(t-2k\tau_x-2k\tau_1)+$$

$$+\alpha_{10}\sum_{\substack{i=1\\ i>k}}^{n}\sum_{k=1}^{n}\alpha_{01}^{(i-k)(2k-1)}\beta_{21}^{i-k}\alpha_{21}^{i-k}\beta_{10}^{i-k-1}U[t-2(i-k)\tau_x-$$
$$-2(i-k)\tau_1-(i-k)(2k-2)\tau]+$$
$$+\alpha_{10}\sum_{\substack{i=1\\ i>k}}^{m}\sum_{k=1}^{m}\alpha_{10}^{(i-k)(2k-1)}\beta_{21}^{i-k}\alpha_{21}^{i-k}\beta_{10}^{i-k-1}U[t-2(i-k)\tau_x'-$$
$$-2(i-k)\tau_1-(i-k)(2k-2)\tau]$$

În cazul cînd se consideră și reflexiile din dreptul stîlpilor, în locul coficientului $\alpha_{01}^{(i-k)(2k-1)}\beta_{21}^{(i-k)}\cdot\alpha_{21}^{i-k}\cdot\beta^{i-k-1}$ vor apare polinoame, ai căror termeni se pot determina cu ajutorul rețelei de calcul; după cum s-a menționat relațiile de calcul se complică relativ. mult.

3. Forma generală a expresiei supratensiunii în punctul lovit de trăznet

Forma generală a expresiei supratensiunii în punctul lovit de trăznet este dată de însumarea expresiilor (3, 4, 5) obținute mai sus. În consecință rezultă următoarea formă generală a expresiei ce determină valoarea supratensiunii, ținînd seama de ipotezele considerate:

$$U(t)=U_0(t)+\alpha_{10}\sum_{k=1}^{n}a_kU(t-2k\tau_x)+\alpha_{10}\sum_{k=1}^{m}a_kU(t-2k\tau_x')+$$
$$+\alpha_{10}\sum_{k=1}^{n}b_kU(t-2k\tau_x-2k\tau)+\alpha_{10}\sum_{k=1}^{m}b_kU(t-2k\tau_x'-2k\tau)+$$
$$+\alpha_{10}\sum_{i=1}^{m-k}a_i\sum_{k=1}^{n}a_kU(t-2k\tau_x-2i\tau_x')+\alpha_{10}\sum_{i=1}^{n-k}a_i\sum_{k=1}^{m}a_kU(t-2k\tau_x'-2i\tau)+$$
$$+\alpha_{10}\sum_{i=1}^{m-k}b_i\sum_{k=1}^{n}a_xU(t-2k\tau_x-2i\tau_x'-2i\tau)+\alpha_{10}\sum_{i=1}^{n-k}b_i\sum_{k=1}^{m}a_kU(t-2k\tau_x'-2i\tau)+$$
$$+\alpha_{10}\sum_{i=k}^{m-k}b_i\sum_{k=1}^{n}b_kU(t-2k\tau_x-2k\tau-2i\tau_x'-2i\tau)+$$
$$+\alpha_{10}\sum_{k=1}^{n-k}b_i\sum_{k=1}^{m}b_kU(t-2k\tau_x'-2k\tau-2i\tau_x-2i\tau)+$$
$$+\alpha_{10}\sum_{i=1}^{n-k}\sum_{k=1}^{n}b_kU(t-2k\tau_x-2k\tau-2i\tau_x')+$$
$$+\alpha_{10}\sum_{i=1}^{n-k}a_i\sum_{k=1}^{m}b_kU(t-2k\tau_x'-2k\tau-2i\tau_x)+ \qquad (6)$$
$$+\alpha_{10}\sum_{k=1}^{n}C_kU(t-2k\tau_x-2k\tau_1)+\alpha_{10}\sum_{k=1}^{m}c_kU(t-2k\tau_x'-2k\tau_1)+$$
$$+\alpha_{10}\alpha_{01}^{2k-1}\sum_{\substack{i=1\\ i>k}}^{n}\sum_{k=1}^{n}C_{i-k}U[t-2(i-k)\tau_x-2(i-k)\tau_1-(i-k)(2k-2)\tau]+$$
$$+\alpha_{10}\alpha_{01}^{2k-1}\sum_{\substack{i=k\\ i>k}}^{m}\sum_{k=1}^{m}C_{i-k}U[t-2(i-k)\tau_x'-2(i-k)\tau_1-(i-k)(2k-2)\tau)]$$

Relația (6) a fost obținută în ipoteza că fiecare stîlp al liniei este pus la pămînt. Deoarece determinarea unei supratensiuni interesează în cazul unor deschideri mari (de exemplu la traversări) este util a se determina expresia supratensiunii în cazul căderii trăznetului într-un punct al deschiderii de traversare, în ipoteza că nu toți stîlpii liniei sînt sînt puși la pămînt (de ex. în cazul unei linii pe stîlpi de lemn). În acest caz este necesar a se menționa că stîlpii liniei care mărginesc deschiderea considerată sînt în orice caz puși la pămînt, pentru reducerea valorii totale a supratensiunii; de altfel acești stîlpi sînt în mod obișnuit metalici.

Presupunînd că punerea la pămînt a conductoarelor de protecție se face la fiecare s stîlpi, unde s este un număr întreg, se pot deduce următoarele observații generale care permit să se determine expresia generală a supratensiunii, pe baza expresiei (6):

— lungimea de propagare de-a lungul conductorilor de protecție cuprinsă între doi stîlpi succesivi, crește de s ori, devenind $s\tau$;

— lungimea de propagare de-a lungul deschiderii lovite de trăznet, precum și de-a lungul stîlpilor liniei rămîne aceleași τ_x, τ'_x respectiv τ_1;

— considerînd că la ultimul suport are loc o singură reflexie, ipoteza valabilă și în cazul relației (6) rezultă că numărul reflexiilor succesive se micșorează la $\frac{n}{s}$, respectiv la $\frac{m}{s}$; această observație este valabilă numai pentru undele ce se transmit de-a lungul liniei, dincolo de deschiderea lovită de trăznet.

Ținînd seama de cele de mai sus rezultă relația:

$$
\begin{aligned}
U(t) = U_0(t) &+ \alpha_{10} \sum_{k=1}^{n} a_k U(t - 2k\tau_x) + \alpha_{10} \sum_{k=1}^{m} a_k U(t - 2k\tau'_x) + \\
&+ \alpha_{10} \sum_{k=1}^{n/s} b_k U(t - 2k\tau_x - 2ks\tau) + \alpha_{10} \sum_{k=1}^{m/s} b_k U(t - 2k\tau'_x - 2ks\tau) + \\
&+ \alpha_{10} \sum_{i=1}^{r-k} a_i \sum_{k=1}^{n} a_k U(t - 2k\tau_x - 2i\tau'_x) + \alpha_{10} \sum_{i=1}^{n-k} a_i \sum_{k=1}^{m} a_k U(t - 2k\tau'_x - 2i\tau_x) + \\
&+ \alpha_{10} \sum_{i=1}^{(m-k)/s} b_i \sum_{k=1}^{n/s} a_k U(t - 2k\tau_x - 2i\tau'_x - 2is\tau) + \\
&+ \alpha_{10} \sum_{i=1}^{(n-k)/s} b_i \sum_{k=1}^{n/s} a_k U(t - 2k\tau'_x - 2i\tau_x - 2is\tau) + \qquad (7) \\
&+ \alpha_{10} \sum_{i=1}^{(m-k)/s} b_i \sum_{k=1}^{n's} b_k U(t - 2k\tau_x - 2ks\tau - 2i\tau'_x - 2is\tau) + \\
&+ \alpha_{10} \sum_{i=1}^{(n-k)/s} b_i \sum_{k=1}^{m/s} b_k U(t - 2k\tau'_x - 2ks\tau - 2i\tau_x - 2is\tau) +
\end{aligned}
$$

$$+\alpha_{10}\sum_{i=1}^{(m-)k/s}a_i\sum_{k-1}^{n/s}b_k\,U(t-2k\tau_x-2ks\tau-2i\tau_x')+$$

$$+\alpha_{10}\sum_{i=1}^{(n-k/s)}a_i\sum_{k-1}^{m/s}b_x\,U(t-2k\tau_x'-2ks\tau-2i\tau_x)+$$

$$+\alpha_{10}\sum_{k=1}^{n}C_k\,U(t-2k\tau_x-2k\tau_1)+\alpha_{10}\sum_{k=1}^{m}C_k\,U(t-2k\tau_x'-2k\tau_1)+$$

$$+\alpha_{10}\alpha_{01}^{2k-1}\sum_{\substack{i=1\\ i>k}}^{n/s}\sum_{k-1}^{n/s}C_{i-k}\,U[t-2(i-k)\tau_x-2(i-k)\tau_1-(i-k)(2k-2)s\tau]+$$

$$+\alpha_{10}\alpha_{01}^{2k-1}\sum_{i=1}^{m/s}\sum_{k=1}^{m/s}C_{i-k}\,U[t-2(i-k)\tau_x'-2(i-k)\tau_1-(i-k)(2k-2)s\tau].$$

Plecînd de la ipotezele menționate la începutul lucrării se pot determina atît în cazul relației (6) cît și a relației (7) relații mai generale, considerînd un număr infinit de reflexii succesive. Șirurile respective se transformă în serii, puternic convergente. Forma expresiilor se deduce simplu din relațiile de mai sus, considerînd limita superioară a sumei Σ, egale cu ∞ $(n,\ m\to\infty)$.

De menționat că în acest caz expresiile echivalente ce se referă la propagarea undelor dincolo de limitele deschiderilor considerate, se comasează, două cîte două, astfel încît numărul seriilor se reduce la 10 în loc de 16; această ultimă considerație nu mai este valabilă pentru undele de tensiune ce se propagă numai în cadrul deschiderii lovite de trăznet, sau de-a lungul stîlpilor ce limitează această deschidere.

Deoarece deducerea relației în acest caz general se efectuează foarte simplu, în funcție de relațiile (6), respectiv (7) nu se mai scrie expresia ei.

În ipoteza menționată că se consideră o undă avînd frontul o dreaptă oblică, iar spate infinit, valoarea supratensiunii se scrie simplu sub forma:

$$U(t)=p\,(t-k_x\tau_x-k_x'\tau_x'-k\tau-k_1\tau_1)$$

unde p este panta undei.

În relațiile determinate s-a ales totuși notația generală sub forma:

$$U\,(t-k_x\tau_x-k_x'\tau_x'-k\tau-k_1\tau_1) \tag{8}$$

deoarece în acest caz relațiile sînt valabile și pentru o formă oarecare a undei, dacă expresia (8) reprezintă simbolic valoarea undei decalate în timp cu valoarea $k_x\tau_x+k_x'\tau_x'+k\tau+k_1\tau_1$. În acest mod relațiile deduse pot fi considerate ca formă generală a expresiei care determină valoarea undei de supratensiune în cazul căderii trăznetului într-un punct oarecare al deschiderii unei linii, ținînd seama de ipotezele menționate. Comparînd

relațiile deduse cu cele menționate în prima parte a lucrării rezultă că expresia specificată în lucrarea prof. L. I. Sirotinski se deduce din relația (6) considerînd seriile 13 și 14 (ce cuprind coeficienții C_k).

De menționat că în cazul relației date în L. Sirotinski s-a considerat situația căderii trăznetului în mijlocul deschiderii.

Relația dată de L. Bewley rezultă din relația (6) considerînd primele patru serii din relația generală. Relațiile date de L. Sirotinski și L. Bewley sînt în acest mod, cazuri particulare a relației generale deduse.

Deoarece reprezintă o generalizare a relațiilor existente în care se ține seama de aproape toți parametrii care ar putea influența valoarea supratensiunii, relațiile de calcul deduse sînt dificile în utilizarea lor practică. În acest scop ar fi necesară utilizarea mașinilor de calcul, pentru ca însumarea seriilor să se facă mai ușor.

Spre deosebire de relațiile existente, în cazul de față se poate determina mai exact și în mod direct valoarea supratensiunii în ipoteza că nu se pune fiecare stîlp la pămînt. Pentru a se efectua acest calcul este recomandabil a se neglija termenii care dau valoarea supratensiunii de ordinul al doilea, deoarece aportul lor este mic, iar pe de altă parte complică mult calculul.

În sfîrșit în cazul acestei relații se poate determina în ce măsură influențează numărul de deschideri asupra valorii supratensiunii (din relațiile generale de calcul se pot considera numai primii termeni ai seriilor), precum și influența simplificărilor aduse în relațiile de calcul existente asupra valorii totale a supratensiunii.

Catedra de Centrale și Rețele electrice
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *M. E. S.:* Руководящие указание по защите от перенапряжений установок переменного тока 3-220 kV. GEI — 1954.
2. *L. S. Sirotinski:* Техника высоких напряжений t. III — GEI — 1945;
3. *L. Bewley:* Traveling waves on transmission systems 1933;
4. *Gleb Drăgan:* Contribuții la determinarea supratensiunii în cazul căderii trăznetului pe vîrful unui stîlp al unei linii aeriene de înaltă tensiune, prevăzute cu conductoare de protecție. Comunicare prezentată la Sesiunea Academiei R.P.R. din Cluj 18—21 dec. 1954;
5. *M. V. Costenco:* Атмосферные перенапряжения и грозозащита высоковолтных установок GEI — 1949;
6. *Gleb Drăgan:* Alegerea lungimii conductorului de protecție la intrarea liniilor aeriene în stații. Studii și Cercetări de Energetică — 1954.

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПЕРЕНАПРЯЖЕНИЯ ПОЯВЛЯЮЩЕГОСЯ ПРИ УДАРЕ МОЛЬНИИ В ЗАЩИТНЫЙ ПРОВОД ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧИ ВЫСОКОГОНАПРЯЖЕНИЯ

(Краткое содержание)

В рамках статьи определяется расчетное отношение перенапряженя для случая удара мольний в некотором пункте защитного провода воздушной линий передачи имеющеи $m + n + 1$ пролетов причем рассматриваются следующие категорий волн:

— волны распространяющиеся вдоль защитного провода в обоих сторон линий, учитывая последовательное отражения около каждой опоры.

— волны распространяющиеся вдоль защитного провода образуемые в следствие перехода первичных волн с одной стороны в другую сторону линий, относительно ударенной точки.

— волны распространяющиеся по опорам линий передачи, отражаясь в их основу.

Также выводится общее расчетное отношение для случая когда заземление тросов производится через каждои с опоры. В заключение отмечается что расчетные формулы данные в работах Л. Сироринского [2] и Л. Биулеи [3] представляют собой частными случаими выведеной формулы.

CONTRIBUTIONS TO THE DETERMINATION OF THE OVERVOLTAGE DURING A LIGHTNING-DISCHARGE IN THE PROTECTIVE CONDUCTOR OF A HIGH-VOLTAGE TRANSMISSION LINE.

(Summary)

In this paper relations for determining of overvoltage due to lightning discharge in some points on the protective conductor of an aerian line having m+n+1 spans are given, — considering the following categories of wawes:

— the wawes which propagate along the protective conductor, on both sides of the line, taking account of the successive reflexions for each line-pole;

— the wawes which propagate along the protective conductor and result after the passage of the initial wawes from one side to the other of the line, in terms of the striked point;

— the wawes which propagate through the electrical linepoles, reflecting themselves at their basis.

Likewise, the author derives the general relations for the case in which earthing of the protective conductors is done for each pole. Finally, it is shown that the relations mentioned in the technical literature, represent particular casses of the derived relationship.

CONTRIBUTIONS À LA DÉTERMINATION DE LA SURTENSION AU CAS OÙ LA FOUDRE TOMBE SUR LE CONDUCTEUR DE PROTECTION D'UNE LIGNE DE TRANSMISSION A HAUTE TENSION

(Résumé)

On détermine dans l'article la relation pour le calcul de la surtension dans le cas de la chute de la foudre dans un point quelconque du conducteur de protection d'une ligne aérienne ayant $m+n+1$ portées, considerant les catégories suivantes d'ondes :

— les ondes qui se propagent le long du conducteur de protection des deux côtés de la ligne, tenant compte des reflexions succesives à l'endroit de chaque poteau,

— les ondes qui se propagent le long du conducteur de protection, et qui resultent du passage des ondes initiales d'un côté de la ligne à l'autre, par rapport au point frappé,

— les ondes qui se propagent par les poteaux des lignes électriques, en se reflechissant à leur base.

On déduit aussi la relation générale de calcul dans le cas où la mise à la terre des conducteurs de protection est faîte a chaque s poteau.

En conclusion, on montre que les relations mentionnées dans les travaux de L. I. Sirotinski [2] et L. Bewley [3] représentent des cas particuliers de la relation déduite.

ZUR BESTIMMUNG DER ÜBERSPANNUNG IN DEM VOM BLITZ GETROFFENEN SCHUTZLEITER EINER HOCHSPANNUNGSFERNLEITUNG

(Zusammenfassung)

In vorliegender Arbeit werden die Berechnungsbeziehungen für die Bestimmung der Überspannung gegeben, die in Folge des Blitzschlagesin irgendeinem Punkte des Schutzleiters einer mit m+n+1 Stützweiten versehener Fernleitung, entstehen wobei folg. Wellenkategorien angenommen werden :

— Wellen die sich längs des Schutzleiters an beiden Seiten der Leitung fortpflanzen, wobei die Reflexionen der Wellen an jeden Stützpfeiler in Betracht gezogen werden ;

— Wellen die sich längs des Schutzleiters ausbreiten und die durch Übergang der Anfangswellen von einer zu anderen Seite der Leitung an der vom Blitz betroffener Stelle, entstehen ;

— Wellen die sich durch die Stützpfeiler der Leitung fortpflanzen wobei sie an ihrer Grundplatte reflektiert werden.

Es werden auch die allgemeine Beziehungen angegeben zur Berechnung für den Fall wenn der Erdschluss der Schutzleiter an jeden Pfeiler geschieht.

Es wird endlich gezeigt dass die Rechnungsbeziehungen, die in der Fachliteratur angegeben werden, einen Sonderfall der in der Arbeit gebrachten Beziehungen darstellen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 1

621.3

CONTRIBUTIONS AU CALCUL MECANIQUE DES CONDUCTEURS DES LIGNES ELECTRIQUES AÉRIENNES ET DES BARRES FLEXIBLES DES STATIONS ELECTRIQUES AÉRIENNES

par ARIE ARIE

Cet exposé a pour but d'établir une methode permettant de résoudre aisement plusieurs problèmes concernant le calcul mécanique des conducteurs des réseaux électriques aériens et des conducteurs des stations électriques du type extérieur.

Parmi ces problèmes, nous citons :

a) l'influence des charges concentrées — isolateurs, pinces d'attache, conducteurs de dérivation, etc. sur les flèches des conducteurs flexibles ;

b) l'influence d'une répartition non uniforme des charges, sur les flèches des conducteurs ;

c) détermination de l'equation des changements d'états pour les conducteurs actionnés par des charges concentrés et reparties ;

d) l'influence des flèches des supports, sur les paramètres mécaniques des conducteurs, (tension, flèche, etc.).

e) le saut du conducteur lors d'une chute brusque d'une surcharge (généralement du givre) correspondant à une décharge totale ou partielle ; effet du saut du conducteur sur le support, les isolateurs et les conducteurs adjacents.

En général, les méthodes employées pour résoudre les problèmes mentionés plus haut, ainsi que d'autres problèmes non-énoncés, concernant le calcul mécanique des conducteurs, consistant à établir la courbe géométrique du conducteur, la longueur de l'arc de cette courbe, pour différentes charges du conducteur et à établir ensuite à partir de la courbe géométrique et de la longueur du conducteur, la flèche et l'équation des changements d'états [1, 2, 3, 4].

Puisque la détermination de l'équation géométrique des conducteurs et la détermination à partir de cette équation —des paramètres mécaniques des conducteurs, présentent quelques difficultés, surtout pour le cas des charges discontinues (concentrées), ces dernières produisant une discontinuité des tangentes de la courbe géométrique à l'endroit d'application de la charge concentrée, — on s'est proposé d'essayer la résolution des problèmes relatifs au calcul mécanique des conducteurs, en utilisant une formules analogue, au „théorème de Castigliano".

Il a été nécessaire d'établir premièrement l'expression de l'énergie potentielle pour des conducteurs flexibles et inextensibles sous l'action de charges considérées quelconques (concentrées ou reparties). Nous rappelons que généralement on ne peut appliquer le théorème de Casigliano au calcul des conducteurs inextensibles, mais dont la section est négligeable par rapport à leur longueur. Pour pouvoir généraliser le théorème de Castigliano aux conducteurs inextensibles, on a du recourir à un artifice. Par cet artifice, le travail de déformation qui intervient au cas des éléments élastiques de section finie est remplacé par le travail virtuel du contrepoids G (voir Appendice 1).

On a démontré que, l'expression établie est analogue à celle du travail externe utilisée pour le calcul des éléments déformables.

A l'aide de cette expression, on a calculé la flèche en un point quelconque du conducteur actionné par des charges quelconques, on a déterminé la flèche maximum et la position des charges pour lesquelles la flèche présente un maximum-maximorum.

On a établi l'expression de l'équation des changements d'états pour un conducteur actionné par des charges quelconques et on a démontré que la méthode peut être étendue au cas ou le conducteur est attaché a des supports élastiques, donc l'effet de la flèche du poteau sur les paramètres mécaniques des conducteurs peut être déterminé de la même manière.

Il est fait mention que la méthode peut aussi bien être utilisée pour l'étude dynamique du conducteur, en tenant compte dans le calcul, de l'énergié cynétique.

L'étude dynamique du conducteur est intéressante pour le cas du saut du conducteur, lors d'une brusque décharge — totale ou partielle —, pour déterminer l'influence du saut d'un conducteur sur les conducteurs envoisinés au premier, ainsi que les effets du saut du conducteur sur le support et les isolateurs correspondants.

Les approximations faites dans cette étude, sont celles habituellement utilisées pour le calcul des conducteurs et elles seront indiquées en détail au cours de cet exposé.

CHAPITRE I.

DÉTERMINATION DES FLÈCHES D'UN CONDUCTEUR ACTIONNÉ PAR DES CHARGES QUELCONQUES

Soit un conducteur flexible et inextensible actionné par n charges concentrées P_1, $P_2 \ldots P_n$.

Pour la démonstration qui suit on considère le conducteur amarré au point A, — et au point B passé au-dessus d'une poulie, l'équilibre du conducteur étant réalisé par le contrepoids Q. (v. fig. 1).

Avec cette hypothèse et en considérant que les forces $P_1, P_2 \ldots P_n$ actionnent sur les conducteurs de manière statique, il résulte que l'expression du travail accompli par ces forces est égale à ·

$$L = \frac{1}{2} \sum_{y=1}^{y=n} P_y^2 \cdot \alpha_{yy} + \sum_{k\ 1}^{k=n} \sum_{y=1}^{y=n} P_y\ P_k \cdot \alpha_{yk} \qquad (1.1)$$

ou α_{yy}; α_{yk} sont les coéfficients de Maxwell.

(On a utilisé pour établir l'équation de ci-haut, dans le cas d'un conducteur flexible et inextensible, le même raisonnement qu'on emploie pour le calcul des éléments déformable anexe 1).

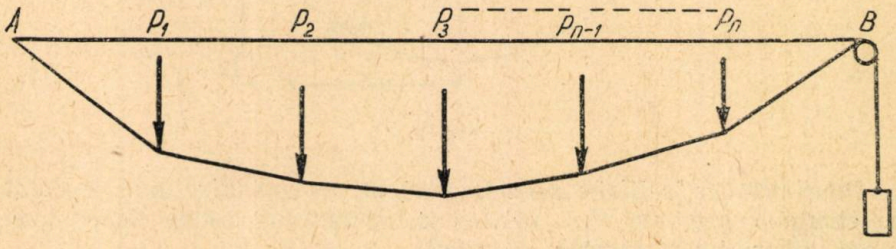


Fig. 1

Si l'on dérive l'expression du travail en fonction d'une force P_λ, on obtient

$$\frac{\partial L}{\partial P_\lambda} = P_\lambda\, \alpha_{\lambda\lambda} + P_1 \alpha_{\lambda 1} + P_1\, \alpha_{\lambda 2} + \ldots\ldots + P_n \cdot \alpha_{\lambda n}, \qquad (2.1)$$

donc exactement la valeur de la flèche à l'endroit de la force P_λ

$$f_\lambda = \frac{\partial L}{\partial P_\lambda} \qquad (3.1)$$

Pour déterminer le flèche maximum du conducteur, on considère une force P_λ qui actionne dans le point λ, celui-ci étant un point variable.

La flèche dans le point λ, f_λ, sera égale à

$$f_\lambda = \frac{\partial L}{\partial P_\lambda} \qquad (4.1)$$

Le point λ étant un point variable, la flèche f_λ sera une fonction de x

$$f_\lambda = \varnothing\,[x]$$

On détermine le maximum de cette fonction, en trouvant le point x_λ pour lequel la flèche prend la valeur maximum.

On annule ensuite dans l'équation $(f_\lambda)_{\text{maximum}}$, la valeur de la force P_λ et l'on établit ainsi la grandeur de la flèche f_λ.

Exemplification et vérification de la méthode.

Détermination de la flèche dans un point d'un conducteur actionné par des charges uniformément reparties g kg/ml.

On a choisi ce cas, puisqu'il s'agit d'un cas général dans l'hypothèse les conducteurs actionnés par des charges concentrées, car un conducteur actionné par une charge uniformément répartie est équivalent à un conducteur actionné par une infinité de charges ponctuelles.

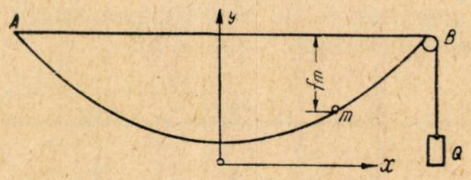


Fig. 2.

Pour calculer la flèche dans le point m, on considère dans le point m une charge concentrée P_m, celle-ci actionnant en même temps que la charge uniformément repartie g. kg/ml.

Dans chaque point du conducteur il y aura une force $\Delta P_k = g \cdot \Delta x$ dans l'hypothèse que g est le poids unitaire correspondant à la projection sur l'axe x, ou bien $\Delta P_k = g \cdot \Delta 1$, au cas ou g correspond à la longueur du conducteur.

Dans l'hypothèse que $\Delta P_k = g \cdot \Delta x$, la flèche dans le point m sera égale à :

$$f_m = \frac{\partial L}{\partial P_m} = P_m \cdot \alpha_{mm} + P_1 \alpha_{m1} + \ldots + P_n \cdot \alpha_{mn} \qquad (6.1)$$

mais

$$P_1 = P_2 = \ldots = P_n = g \cdot \Delta x \qquad (7.1)$$

donc

$$f_m = \frac{\partial L}{\partial P_m} = P_m \cdot \alpha_{mm} + \Delta P_k [\alpha_{m1} + \alpha_{m2} + \ldots + \alpha_{mn}] \qquad (8.1)$$

ou bien, en substituant $\Delta P_k = g \Delta x$ il résulte:

$$f_m = \frac{\partial L}{\partial L_m} = P_m \cdot \alpha_{mm} + g \sum_{j=1}^{j=n} \alpha_{mj} \cdot \Delta x \quad (n \neq m) \qquad (9.1)$$

$$f_m = P_m \cdot \alpha_{mm} + g \int_{x=0}^{x=1} \alpha_{mn} \cdot dx \qquad (10.1)$$

mais $P_m = 0$ donc

$$f_m = g \int_{x=0}^{x=1} \alpha_{mn} \cdot dx. \qquad (11.1)$$

Etant donné que l'intégrale s'étend à tous les points de la ligne d'influence d'une force unitaire placée dans le point m, elle sera égale à la surface même de cette ligne d'influence.
Donc :

$$f_m = g \cdot S_m. \tag{12.1}$$

Pour calculer f_m il faut ensuite déterminer la ligne d'influence d'une force unitaire dont le point d'application est m. Une fois cette ligne d'influence déterminée, il faut calculer Sm, pour le cas considéré.

Le problème est donc réduit à calculer la ligne d'influence d'une force unitaire placée au point m.

Le calcul de la ligne d'influence et de la surface correspondante.

Considérons un conducteur actionné par une seule force P, la force P étant égale à l'unité tel qu'il est montré sur la figure 3.

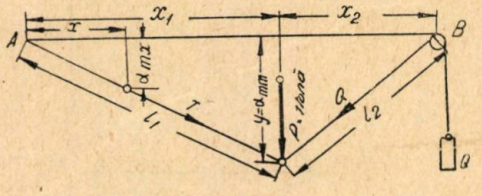


Fig 3

Si l'on décompose la force $P = 1$ tonne, d'après les directions l_1, l_2, on obtient les grandeurs montrés sur la fig. 4 dans laquelle :

$\overline{P} = 1$ — la force unitaire qui s'exerce au point m ;
$\overline{Q}$ — la composante de la force P suivant la direction l_1,
$\overline{T}$ — la composante de la force P suivant la direction l_2 ;
$\overline{a}$ — la projection de la force Q suivant la direction de la force P.
$\overline{b}$ — la projection de la force T suivant la direction de la force P ;
α_{mm} — la flèche maximum du conducteur au point m ;
α_{mx} — la flèche en un point x, due à la force P qui s'exerce au point m

$$\vec{P} = \vec{Q} + \vec{T} = \vec{a} + \vec{b}.$$

Pour déterminer les coéfficients α_{mx} ainsi que la surface Sm de la ligne d'influence, on peut voir de la fig. 4, qu'il suffit $y = \alpha_{mm}$.

En effet, une fois y déterminé, α_{mx} sera égal à

$$\alpha_{mx} = y \cdot \frac{x'}{x_1}; \qquad \text{si} \quad x' < x_1 \tag{13.1}$$

ou bien

$$\alpha_{mx} = y \cdot \frac{x_1 + x_2 - x''}{x_2}; \qquad \text{si} \quad x'' > x_1 \tag{14.1}$$

et la surface S_m sera égale à

$$S_m = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)\, y. \tag{15.1}$$

La détermination de y résulte de la figure 4.

On observe que les triangles 023 et 045 sont semblables ; de même les triangles 012 et 456. De ce fait et en tenant compte que P = 1, il résulte pour y les valeurs données dans les expressions 16.1 et 17.1.

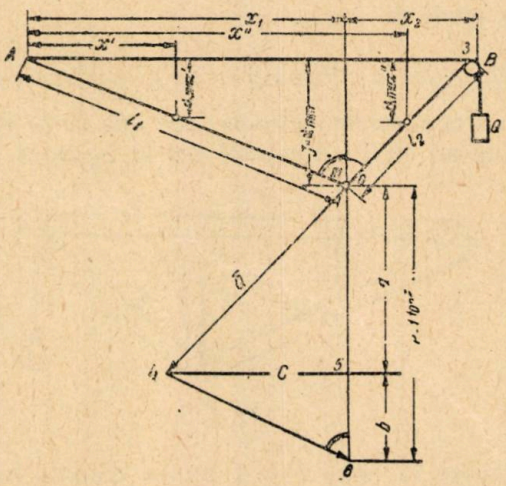


Fig. 4

Il résulte donc que :

$$y = \frac{a}{Q} \cdot l_2 = \frac{x_1 \cdot l_2}{x_1 + x_2} \cdot \frac{1}{Q} \tag{16.1}$$

ou bien

$$y = \frac{b}{T} \cdot l_1 = \frac{x_2 \cdot l_1}{x_1 + x_2} \cdot \frac{1}{T} \tag{17.1}$$

D'ou

$$y = \frac{x_1 \cdot l_2}{T} \cdot \frac{1}{x_1 + x_2} \tag{18.1}$$

ou

$$y = \frac{x_1 \cdot l_2}{Q} \cdot \frac{1}{x_1 + x_2}. \tag{19.1}$$

Comme Q est considéré constant et indépendant des forces qui actionnet sur le conducteur, on choisit pour y l'expression :

$$y = \frac{x_2 \cdot l_2}{Q(x_1 + x_2)}. \tag{20.1}$$

Dans l'hypothèse qu'on choisit $l_2 \approx x_2$

$$y = \frac{x_1 \cdot x_2}{Q(x_1 + x_2)} . \tag{21.1}$$

La surface Sm de la ligne d'influence sera donc égale

$$S_m = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) \cdot y = \frac{1}{2} \cdot \frac{x_1 \cdot x_2}{Q} . \tag{22.1}$$

La flèche f_m dans le point m sera égale à ;

$$f_m = g \cdot S_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{g \cdot x_1 \cdot x_2}{Q} = \frac{1}{2} \cdot \frac{g \cdot x_1 \cdot x_2}{\sigma_0 \cdot A} \tag{23.1a}$$

ou :

σ_0 = l'effort spécifique dans le conducteur ;
A = la section du conducteur ;
g = la charge linéaire du conducteur ;
x_1, x_2 = les distances de la force unitaire aux points d'appuis.

La flèche sera maximum au cas ou $x_1 = x_2 = \frac{d}{2}$; d — l'ouverture entre les supports.

Donc :

$$f_m = \frac{1}{8} \cdot \frac{g \cdot d^2}{\sigma_0 A} = \frac{1}{8} \cdot \frac{\gamma d^2}{\sigma_0} \tag{23.1b}$$

un résultat connu

Dans l'hypothèse que, à part les charges uniformément réparties, il y a sur le conducteur une charge P_k concentrée au point k, fig. 5.

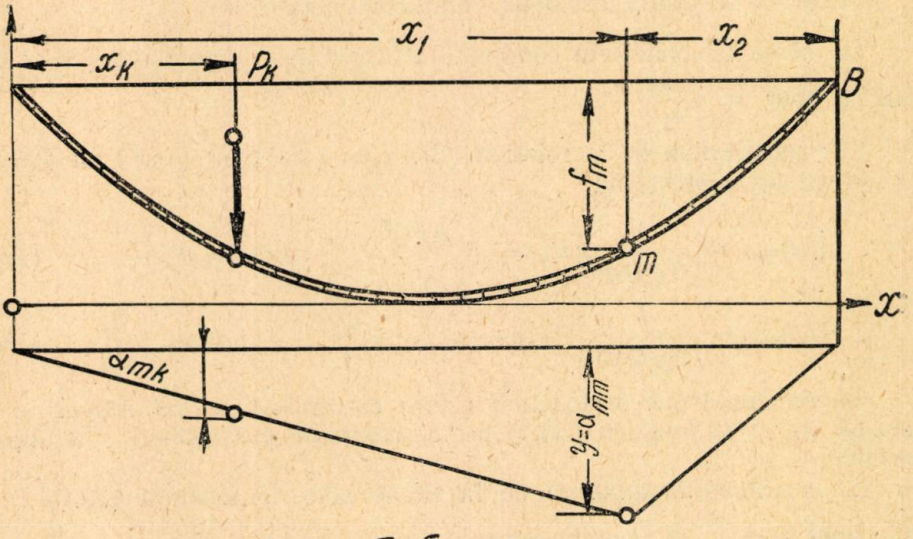


Fig. 5

La flèche au point m sera egale à

$$f_m = P_k \cdot \alpha_{mk} + g \cdot S_m. \qquad (24.1)$$

Ou bien, en substituant les valeurs de α_{mk} et y (13.1 ; 14.1 et 21.1) on obtient :

$$f_m = \frac{1}{Q\,d}\left(P_k x_k + \frac{g \cdot d}{2}\right)(d - x_1) \qquad \text{pour } x_1 > x_k \qquad (25.1)$$

$$f_m = \frac{1}{Q\,d}\left(P_k\,(d - x_k) + \frac{\cdot d}{2}\,(d - x_1)\right) \cdot x_1 \qquad \text{pour } x_1 < x_k. \qquad (26.1)$$

Le maximum des fonctions (25.1) et (26.1) par rapport à x_1, est obtenu pour les valeurs

$$x_1 = \frac{d}{2} - \frac{P_k}{g \cdot d} \cdot x_k \qquad \text{pour } x_1 > x_k \qquad (27.1)$$

et

$$x_1 = \frac{d}{2} + \frac{P_k}{g \cdot d}(d - x_k) \qquad \text{pour } x_1 < x_k. \qquad (28.1)$$

Il résulte de l'expression (27.1) que $x_1 < \frac{d}{2}$.

Mais x_1 est supérieur à x_k.

Donc : $x_k < \frac{d}{2}$.

L'expression (25.1) est donc valable pour $x_k < \frac{d}{2}$.

Le même raisonnement conduit à affirmer que l'expression (26.1) est valable pour $x_k > \frac{d}{2}$.

Par substitution de la relation (27.1) en (25.1) ou (28.1) en (26.1). on obtient les expressions

$$(f_m)_{max} = \frac{1}{2\,g\,Q\,d^2}\left(P_k \cdot x_k + \frac{g\,d}{2}\right)^2 \qquad \text{pour } x_k < \frac{d}{2} \qquad (29.1)$$

$$(f_m)_{max} = \frac{1}{2\,g\,Q\,d^2}\left(P_k\,(d - x_k) + g\,\frac{d^2}{2}\right)^2 \qquad \text{pour } x_k > \frac{d}{2} \qquad (30.1)$$

On remarque que la fonction (29.1) est croissante par rapport à la variable x_k et la fonction (30.1) est decroissante par rapport à la même variable.

Le *maximum-maximorum* de la flèche pour la fonction (29.1) sera donc pour $x_k = \frac{d}{2}$ et pour la fonction (30.1), de même pour $x_k = \frac{d}{2}$

Il résulte de ce qui a été démontré, que si sur un conducteur il y a n forces concentrées P_1, P_2 ... P_n, les points d'application des forces $P_1, P_2 P_3 \ldots P_k$ étant $x_{k1}, x_{k2} \ldots x_{kk}$, chacun des points ayant les abscisses inférieures à $\frac{d}{2}$ et les points d'application des forces P_l, Pm ... Pn ayant les abscisses x_{kl}, $x_{km} \ldots x_{kn}$ supérieures à $\frac{d}{2}$, dans la formule de calcul pour déterminer la flèche maximum

$$f_{mm} = \sum_{\lambda=1}^{\lambda=n} P_\lambda \cdot \alpha_{m\lambda} + g S_m$$

l'ordonnée $\alpha_{m\lambda}$ doit être égale à.

$$\alpha_{m\lambda} = \frac{x_{k\lambda}}{x_1} \cdot \frac{x_1 \cdot x_2}{Q \cdot d} \qquad \text{pour } x_{k\lambda} < \frac{d}{2}$$

et à

$$\alpha_{m\lambda'} = \frac{d - x_{k\lambda}}{x_2} \cdot \frac{x_1 x_2}{Q \cdot d} \qquad \text{pour } x_{k\lambda} > \frac{d}{2}$$

Ce fait résulte de ce que la flèche maximum se trouve entre les résultantes des forces qui s'exercent dans les deux régions.

Par exemple, dans le cas de deux forces situées comme sur la figure 6

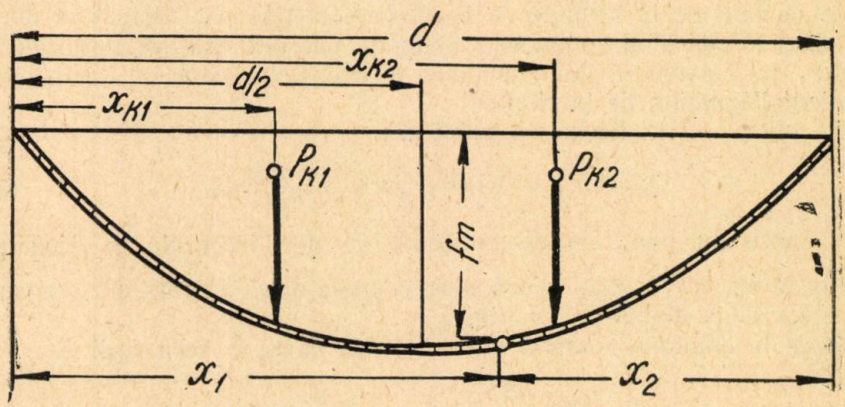


Fig. 6

Pour déterminer la *flèche maximum,* on utilisera la formule :

$$f_m = \left(P_{k1} \frac{x_{k1}}{x_1} + P_{k2} \frac{d - x_{k2}}{x_2} + \frac{gd}{2} \right) \frac{x_1 x_2}{Q d} \qquad (31.1)$$

Si nous notons

$$x_1 = x$$

et

$$x_2 = d - x$$

il résulte une fonction en x, pour laquelle on pourra déterminer le maximum à partir de l'équation :

$$f_m = \left(P_{k1} \frac{x_{k1}}{x} + P_{k2} \frac{d - x_{k2}}{d - x} + g \frac{d}{2} \right) \frac{x(d - x)}{Q d} \qquad (32.1)$$

Pour trouver la flèche maximum-maximorum — dans l'hypothèse d'une relation donnée entre les abscisses x_{k1} et x_{k2} — on va étudier la variation de (f_m) maximum, par rapport à l'une de ces deux variables, x_{k1} ou x_{k2}.

Toutes les demonstrations qu'on vient de faire, présument que g, la charge uniforme, a été rapportée à l'axe x.

Si l'on considère g rapporté à la longueur du conducteur, c'est à dire $\Delta P_k = g \Delta l$

il résulte que la flèche du conducteur actionné seulement par des charges uniformes, sera égale à

$$f_m = g \int_{x=0}^{x=d} \alpha \cdot \Delta l$$

ou $\Delta l = \sqrt{1 + \dot{y}^2} \Delta x$ (la longueur d'un élement d'arc) — α = l'ordonnée dans un point variable x de la ligne d'influence

En employant les expressions indiquées, on se propose de démontrer que en partant de la formule de la flèche, obtenue par dérivation du travail, dans le cas d'un conducteur actionné par des charges uniformément reparties, la répartition étant calculée d'après la longueur du conducteur,— on obtient l'équation de la chaînette.

En effet, soit la flèche au point m ;

$$f_m = g \int \alpha \Delta l = g \int \alpha \sqrt{1 + \dot{y}^2} \, dx \qquad (33.1)$$

A cause du point de discontinuité de m, l'intégrale se décompose en deux intégrales I_I et I_{II}, l'ordonnée α prenant les valeurs qui correspondent à ces deux domaines (v. fig. 7)

Dans le domaine compris entre : $-d/2$ et x_m α sera égal à

$$\alpha_I = \frac{\alpha_{max}}{x_1} \left(\frac{d}{2} + x \right) \qquad -\frac{d}{2} < x < x_m$$

Dans le domaine compris entre : x_m et $+\frac{d}{2}$ α sera égal à

$$\alpha_{II} = \frac{\alpha_{max}}{x_2} \cdot \left(\frac{d}{2} - x \right) \qquad x_m < x < \frac{d}{2}$$

Or, comme

$$\alpha_{max} = \frac{x_1 \cdot x_2}{Q(x_1 + x_2)} = \frac{x_1 \cdot x_2}{Q \cdot d}$$

il résulte que

$$\alpha_I = \frac{x_2}{Q \cdot d} \cdot \left(\frac{d}{2} + x \right) \qquad \text{pour} - \frac{d}{2} < x < x_m \tag{34.1}$$

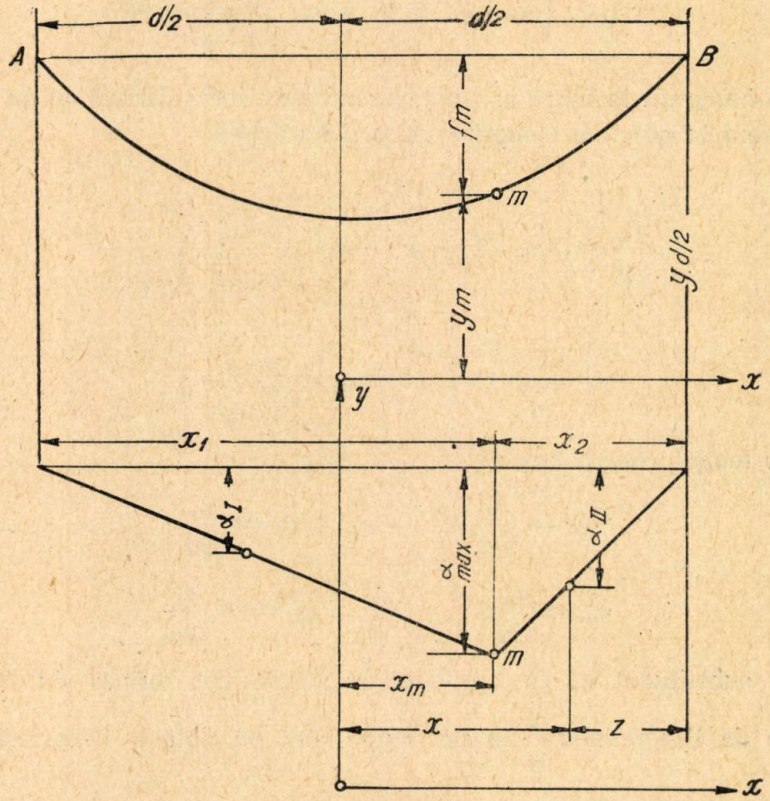


Fig. 7

et

$$\alpha_{II} = \frac{x_2}{Q \cdot d} \cdot \left(\frac{d}{2} - x \right) \qquad \text{pour } x_m < x < \frac{d}{2} \tag{35.1}$$

Donc :

$$\frac{f_m}{g} = \int_{-\frac{d}{2}}^{x_m} \alpha_I \, \Delta l + \int_{x_m}^{+\frac{d}{2}} \alpha_{II} \, \Delta l \tag{36.1}$$

Si l'on dérive deux fois l'expression de $\frac{f_m}{g}$ on obtient

$$\frac{\ddot{f}_m}{g} = \int_{-\frac{d}{2}}^{x_m} \left(\dot{\alpha}_I \sqrt{1+\dot{y}^2} + \alpha_I \frac{\dot{y}\cdot\ddot{y}}{\sqrt{1+\dot{y}^2}} \right)^{\cdot} dx + \tag{37.1}$$

$$+ \int_{x_m}^{+\frac{d}{2}} \left(\dot{\alpha}_{II} \sqrt{1+\dot{y}^2} + \alpha_{II} \frac{\dot{y}\cdot\ddot{y}}{\sqrt{1+\dot{y}^2}} \right)^{\cdot} dx \tag{38.1}$$

En intégrant la fonction entre parenthèses après dérivation on obtient exactement la quantité comprise entre parenthèses.
Donc :

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{f}_m}{g} = & \left(\dot{\alpha}_I \sqrt{1+\dot{y}^2} + \alpha_I \frac{\dot{y}\cdot\ddot{y}}{\sqrt{1+\dot{y}^2}} \right)_{-\frac{d}{2}}^{x_m} + \\ & + \left(\dot{\alpha}_{II} \sqrt{1+\dot{y}^2} + \alpha_{II} \cdot \frac{\dot{y}\cdot\ddot{y}}{\sqrt{1+\dot{y}^2}} \right)_{x_m}^{+\frac{d}{2}} \end{aligned} \tag{39.1}$$

En tenant compte que :

$$\begin{aligned} \alpha_I &= \frac{x_2}{Qd}\left(\frac{d}{2}+x\right) & \dot{\alpha}_I &= \frac{x_2}{Qd} \\ \alpha_{II} &= \frac{x_1}{Qd}\left(\frac{d}{2}-x\right) & \dot{\alpha}_{II} &= -\frac{x_1}{Qd} \end{aligned} \tag{40.1}$$

En substituant et en calculant la limite des termes du deuxième membre de l'expression $\frac{\ddot{f}}{g}$ et en simplifiant, on obtient l'expression

$$\frac{\ddot{f}}{g} = \frac{1}{Q}\left(\sqrt{1+\dot{y}_{xm}^2} - \sqrt{1+\dot{y}_{\frac{d}{2}}^2} \right) \tag{41.1}$$

Mais

$f = y_{xm} - y_{\frac{d}{2}}$ (en tenant compte de l'orientation des axes des coordonnées)

Donc

$$\ddot{f} = \ddot{y}_{xm} - \ddot{y}_{\frac{d}{2}} \tag{42.1}$$

Puisque le point x_m a été choisi quelconque et arbitrairement, il résulte des expressions (41.1) et (42.1), que :

$$\sqrt{1+\dot{y}} = \frac{Q}{g}\ddot{y} \tag{43.1}$$

On a ainsi obtenu l'équation de la chaînette, ce qu'il fallait démontrer et par cela on a vérifié la valabilité de la détermination de la flèche à l'aide de l'expression du travail.

CHAPITRE II.

DÉTERMINATION DE L'ÉQUATION DES CHANGEMENTS D'ÉTATS POUR UN CONDUCTEUR ACTIONNÉ PAR n CHARGES QUELCONQUES.

Soit un conducteur actionné par n charges quelconques, comme dans la figure 1. On a été démontré que le travail accumulé par ce système — en considérant le conducteur amarré au point A et mobile au point Bi l'équilibre étant réalisé par le contre-poids Q, — sera égal à

$$L = \frac{1}{2}\sum P_j^2 \cdot \alpha_{jj} + \sum_{k=1}^{k=n}\sum_{j=1}^{j=n} P_j P_k \alpha_{jk} \tag{1.2}$$

(Voire la démonstration de cette formule pour un fil flexible, dans l'appendice No. 1) ;

α_{jj}; α_{jk} étant les coéfficients de Maxwell.

On considère q'une cause quelconque fait varier les forces extérieures P_k avec un ΔP_k, le contre-poids Q restant constant.

La variation du travail sera égale à

$$\Delta L = \sum P_j \Delta P_j \cdot \alpha_{jj} + \sum\sum (P_j \Delta P_k + P_k \Delta P_j)\alpha_{jk} \tag{2.2}$$

Mais lors de la variation des forces P_k avec un ΔP_k, le contre-poids Q aura parcouru une distance Δh selon la verticale.

Donc

$$\Delta L = Q \cdot \Delta h \tag{3.2}$$

ou

$$\Delta L = Q\,\Delta h = \sum P_j \Delta P_j \alpha_{jj} + \sum_{i=1}^{i=n}\sum_{k=1}^{k=n} (P_j \Delta P_k + P_k \Delta P_j)\alpha_{jk} \tag{4.2}$$

d'où

$$\Delta h = \frac{\sum_{j=n}^{i=n} P_j \Delta P_j \cdot \alpha_{jj} + \sum_{k=1}^{k=n}\sum_{j=1}^{j=n} (P_j \Delta P_k + P_k \cdot \Delta P_j)\alpha_{fj}}{Q} = \frac{\Delta L}{Q} \tag{5.2}$$

En réalité le conducteur ne peut pas se deplacer au point B ; il résulte en conséquence que l'effort σ du conducteur variera avec un $\Delta\sigma$ correspondant au déplacement virtuel Δh.
Donc :

$$\frac{\Delta\sigma}{E} = \frac{\Delta h}{l} \approx \frac{\Delta h}{d}$$

ou :

$\Delta\sigma$ — la variation de l'effort
E — le module d'élasticité
Δh — le déplacement virtuel du contre-poids Q
l — la longueur du conducteur
d — la portée

$$(l \approx d)$$

Si on considère aussi une variation de température, alors

$$\frac{\Delta\sigma}{E} + \beta\,\Delta t = \frac{\Delta h}{d} \tag{6.2}$$

ou, en dehors des notations utilisées dans l'équation précédente :
β — le coéfficient de dilatation thermique
Δt — la variation de température
Donc

$$\Delta\left(\frac{\sigma}{E} + \beta t\right) = \frac{\Delta h}{Qd}. \tag{7.2}$$

Mais

$$\frac{\Delta h}{d} = \frac{\Delta L}{Qd}. \tag{8.2}$$

ou
Δh — le déplacement virtuel du contre-poids
ΔL — la variation du travail
Donc

$$\Delta\left(\frac{\sigma}{E} + \beta t\right) = \frac{\Delta h}{d} = \frac{\Delta L}{Qd}. \tag{9.2}$$

En intégrant, on obtient l'équation générale de σ et t, fonction du travail, L.

$$\frac{\sigma}{E} + \beta t = \frac{L}{Qd} + Ct. \tag{10.2}$$

Si l'on considère deux états, l'état I ou :

$$\sigma = \sigma_1 ; \quad t = t_1 ; \quad L = L_1 ; \quad Q = Q_1$$

et l'état II, ou

$$\sigma = \sigma_2 ; \quad t = t_2 ; \quad L = L_2 ; \quad Q = Q_2$$

il résulte

$$\frac{\sigma_1}{E} + \beta_1 t_1 = \frac{L_1}{Q_1 d} + Ct \tag{11.2}$$

$$\frac{\sigma_2}{E} + \beta t_2 = \frac{L_2}{Q_2 d} + Ct \tag{12.2}$$

Par soustraction des deux équations, la constante est éliminée et on obtient

$$\frac{\sigma_1}{E} - \frac{\sigma_2}{E} + \beta (t_1 - t_2) = \frac{L_1}{Q_1 d} - \frac{L_2}{Q_2 d}. \tag{13.2}$$

Le problème se réduit donc au calcul de l'expression du travail L_1 respectif L_2.

Le calcul de la fonction L, dans le cas des charges uniformément reparties : $\Delta P_k = g \Delta x$

$$L = \frac{1}{2} \sum_j^n P_{jj}^2 \cdot \alpha_{jj} + \sum_j^n \sum_k^n P_j P_k \alpha_{jk} \tag{14.2}$$

ou bien en substituant ΔP_k, on obtient

$$L = \frac{1}{2} \sum_j^n \sum_j^n (g \Delta x)^2 \alpha_{jj} + \sum_k^n \sum_j^n (g \Delta x)^2 \alpha_{jk} \tag{15.2}$$

ou

$$L = \frac{g^2}{2} \left(\sum_j \sum_k \alpha_{jj} (\Delta x)^2 + 2 \sum_j \sum_k \alpha_{jk} (\Delta x)^2 \right) \tag{16.2}$$

ou

$$L = \frac{g^2}{2} \left(\sum_j \sum_k (\alpha_{jj} + \alpha_{jk} + \ldots . + \alpha_{jk} + \alpha_{jk}) (\Delta x)^2 \right) \tag{17.2}$$

ou encore

$$L = \frac{g^2}{2} \sum_j \left(\sum_k (\alpha_{jj} + \alpha_{jk} + \ldots .) \Delta x \right) \Delta x. \tag{18.2}$$

Mais

$$\sum_k (\alpha_{jj} + \alpha_{jk} + \ldots . + \alpha_{jk}) \Delta x = S_j. \tag{19.2}$$

Donc

$$L = \frac{g^2}{2} \sum_j S_j \Delta x. \tag{20.2}$$

S_j étant la surface d'une ligne d'influence d'une force égale à 1 to, s'exercant à la distance x_j du point d'appui A, x_j étant une quantité variable.

Considérant l'expression (20.2) à la limite, on obtient :

$$L = \frac{g^2}{2} \int S \cdot dx. \tag{21.2}$$

En substituant la valeur de S de l'expression (22.1), on obtient :

$$L = \frac{g^2 \cdot d^3}{24\,Q}. \tag{22.2}$$

Donc, dans l'étant I

$$L_1 = \frac{g_1^2\, d^3}{24\,Q_1} \tag{23.2 a}$$

dans l'état II,

$$L_2 = \frac{g_2^2\, d^3}{24\,Q_2}. \tag{23.2 b}$$

En substituant les valeurs de L_1 et L_2 dans l'équation d'état (13.2), on obtient

$$\frac{\sigma_1}{E} - \frac{\sigma_2}{E} + \beta\,(t_1 - t_2) = \frac{g_1^2\, d^2}{24\,Q_1^2} - \frac{g_2^2\, d^2}{24\,Q_2^2}.$$

Si on substitue

$$Q_1 = \sigma_1 \cdot A$$

$$Q_2 = \sigma_2 \cdot A$$

on aura

$$\frac{\sigma_1}{E} - \frac{\sigma_2}{E} + \beta\,(t_1 - t_2) = \frac{\sigma_1^2\, d^2}{24 \cdot \sigma_1^2} - \frac{\sigma_2^2\, d^2}{24 \cdot \sigma_2^2} \tag{24.2}$$

σ_1 et σ_2 étant les poids spécifiques correspondant à l'étant I et II.

On a donc obtenu un résultat *connu*.

La détermination du travail dans le cas des charges uniformément réparties actionnant en même temps qu'une charge concentrée.

Pour le cas supposé, le travail est égal à

$$L = \frac{1}{2} \cdot P_1^2\, \alpha_{11} + \sum P_1\, \Delta P_k\, \alpha_{1k} + \frac{g^2\, d^3}{24\,Q} \tag{25.2}$$

$\left(\frac{g^2\, d^2}{24\,Q}\right)$ étant le travail dû aux charges uniformément répparties, si celles-ci travaillaient seules et $(\Delta P_k = g \cdot \Delta x)$.

Dans cette dernière équation, on observe aussi que :

$$\sum \Delta P_k\, \alpha_{1k} = g\, S_1 = g \cdot S_1.$$

(Si étant la surface de la ligne d'influence d'une charge unitaire qui travaillerait dans le point 1).

Donc :

$$L = \frac{1}{2} P_1^2 \alpha_{11} + g \cdot P_1 S_1 + \frac{g^2 d^3}{24 Q}. \qquad (26.2)$$

Pour le cas général lorsqu'il y a k forces concentrées et une charge uniformément répartiè, l'expression du travail est égale à :

$$L = \frac{1}{2} \sum P_k^2 \alpha_{kk} + \sum P_y P_k \alpha_{yk} + \sum g \cdot S_k \cdot P_k + \frac{g^2 d^3}{24 Q} \qquad (27.2)$$

où, en dehors des données utilisées dans l'équation précedente, S_k est la surface de la ligne d'influence de la force unitaire placée dans le point K. L'expression du travail est ensuite substitué dans l'expression de l'équation des changements d'états, d'où l'on obtient la variation des efforts correspondants.

APPENDICE 1

On se propose de démontrer que l'équation du travail

$$L = \frac{1}{2} \sum P_y^2 \alpha_{yy} + \sum P_y P_k \alpha_{yk}$$

qui contient les coéfficients d'influence et est utilisée au calcul des élements déformables, — peut être établie aussi pour le cas d'un conducteur flexible et inextensible, actionné par des forces concentrées,

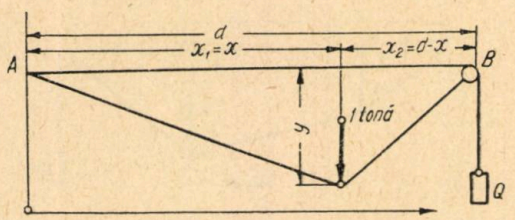


Fig. 8

ou bien uniformément réparties, dans les conditions montrés ci-après :

Soit un conducteur actionné par deux forces concentrées P_1 *et* P_2, conformément à la figure 8.

Le fil est amarrée au point A et suspendu à l'aide d'une poulie au point B.

L'équilibre du conducteur est réalisé par un contrepoids Q. On considère au commencement le fil non-chargé et complètement tendu par le contre-poids Q.

Considérant ensuite que les forces P_1 et P_2 sont appliquées statiquement sur le conducteur — c'est-à-dire que du moment ou elles

s'appliquent sur le conducteur, chacune d'elle croît continuellement et de manière linéaire, de la valeur O jusqu'à P_1, respectivement P_2, — le travail total effectué par les forces P_1 *et* P_2 sera égal à

$$L = \frac{1}{2} P_1 \cdot y_1 + \frac{1}{2} P_2 \cdot y_2.$$

Mais ce travail total est effectué soit que les forces P_1 et P_2 soient posées simultanément sur le conducteur, soit qu'elles soient posées successivemnt, le conducteur étant en *permanence* tendu par le contre-poids Q (même au cas ou aucune force ne s'exerce sur le conducteur), la variation du travail des forces qui actionnent le conducteur étant compensé par la variation du travail effectué par le contre-poids Q qui se déplace selon la verticale.

Si le conducteur est d'abord sollicité par la force P_1, le travail correspondant sera égal à :

$$L_1' = \frac{1}{2} P_1 \cdot y_1'$$

ou

$$L_1' = \frac{1}{2} P_1 (P_1 \alpha_{11}) = \frac{1}{2} P_1^2 \alpha_{11} \qquad \therefore \qquad y_1' = P_1 \alpha_{11}$$

où α_{11} serait la flèche qui apparaitrait sous une force unitaire posée au point 1.

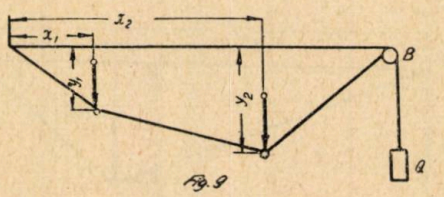


Fig. 9

Si après avoir posé la force P_1 sur le conducteur, on pose aussi la force P_2, le nouveau travail supplémentaire qui apparaîtra, sera égal à la somme :

a) — du travail que la force P_2 aurait effectué si celle-ci aurait travaillé seule sur le conducteur ;

b) et du travail effectué par la force P_1 — posée sur le conducteur — lors de l'apparition de la force P_2, dû à la flèche provoque en son point d'application par la force P_2

Donc :

$$L'' = L_1'' + L_2'$$

où :

$$L_2'' = \frac{1}{2} P_2 y_2' = \frac{1}{2} P_2^2 \cdot \alpha_{22}$$

$$L_1'' = P_1 y_{21}' = P_1 P_2 \alpha_{21}$$

Donc

$$L = L' + L'' = \frac{1}{2} P_1^2 \alpha_{11} + \frac{1}{2} P_2^2 \alpha_{22} + P_1 P_2 \alpha_{21}$$

Puisque le raisonnement est valable même si l'on pose d'abord la force P_2 et ensuite seulement la force P_1, il résulte que

$$\alpha_{21} \quad \alpha_{12}$$

Donc l'équation du travail sous la forme

$$L = \frac{1}{2} P_1^2 \alpha_{11} + \frac{1}{2} P_2^2 \alpha_{22} + P_1 P_2 \alpha_{21}$$

peut être utilisée tout aussi bien pour le cas des fils flexibles et inextensibles si l'on suppose que le conducteur et les charges qu'il supporte sont équilibrés par un contre-poids constant.

La Chaire des centrales et Réseaux électriques
Institut Polytechnique de Bucarest

BIBLIOGRAFIE

1) *Г. М. Розанов* — Некоторые вопросы расчета механической части воздушных линий. Госэнергоиздат, 1956.
2) *G. Hunziker* — Theorie gespanter Seile Schnellhöhe und Modellmehanik, Leemann, Zurich, 1942.
3) *R. Voinea* și *D. Voinea* — Contribuții la calculul mecanic al conductorilor flexibili din instalațiile electrice de tip exterior. Energetica și Electrotehnica, București, 1955, nr. 10.
4) *В. К. Качурин* — Гибкин нити с малыми стрелками, Государственное издательство технико-теоретическои литературы, Москва 1956.

К МЕХАНИЧЕСКОМУ РАСЧЕТУ ПРОВОДОВ ВОЗДУШНЫХ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧН И ШИН ПОДСТАНЦИЙ

(Краткое содержание)

Автор, при помощи расчегного приема, обобшает теорему Ка - тильяно применительно к эластическим и неудлиняемым проводам малого сечения, исходя из уравнения минмой работы произведенной нагрузкой, можно определить: стрелу провода в любои точке провода, ее максимальное значение, а также положение распределения нагрузок при котором стрела имеет наибольшую величину.

Этот мегод может быть обобщен для случая динамических нагрузок.

CONTRIBUTIONS TO THE MECHANICAL CALCULATION FOR TRANSMISSION LINE CONDUCTORS AND FOR FLEXIBLE BUSES OF ONTDOOR SUBSTATIONS

(Summary)

By means of an artifice, the theorem of Castigliano may be extended to flexible and inextensible conductors. After determining the expression of virtual mechanical work for the most general case of loading, the author calculates the sag at any point of the conductor, the maximum sag, as well as the loading conditions for which the sag attains the greatest possible value. The equation relating changes of stress to changes of temperature and loading, is also determined by means of the theorem of virtual mechanical work.

The method may be extended to the case of dynamic charges.

CONTRIBUTIONS AU CALCUL MÉCANIQUE DES CONDUCTEURS DES LIGNES ÉLECTRIQUES AÉRIENNES ET DES BARRES FLEXIBLES DES STATIONS ÉLECTRIQUES AÉRIENNES

(Résumé)

A l'aide d-un artifice, l'auteur fait une généralisation du théorme de Castigliano pour le cas des conducteurs flexibles et inextensibles, de faible section. En partant de l'expression du travail virtuel effectué lors d'une charge quelconque, on peut déterminer : la flèche en un point quelconque du conducteur, la plus grande valeur de celle-ci, ainsi que la position d'un train de charges déterminant la plus grande flèche possible.

Cette méthode peut être généralisée pour le cas des charges dynamiques.

ZUR MECHANISCHEN BERECHNUNG DER FREILEITUNGEN UND DER BIEGSAMEN SAMELLEITUNGEN IN FREILUFTANLAGEN

(Zusammenfassung)

Anhand eines Kunstgriffes wird das Theorem von Castigliano für biegsame und unausdehnbare Leiter, mit kleinen Querschnitten, erweitert. Es wird der Ausdruck der virtuellen Arbeit für eine beliebige Belastung der Leiter, der Durchhang in einem beliebigen Punkt des Leiters, der grösste Durchhang sowie diejenige Lage eines Lastenzuges die den grösstmöglichen Durchhang hervorruft, bestimmt. Mittels desselben Verfahrens, wird die Zustandsgleichung für einen beliebigen Leiter, abgeleitet.

Die Methode kann für den Fall der dynamischen Belastungen erweitert werden.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 1

RADIOCOMUNICAȚII

621.396.616

O METODĂ DE CALCUL AL RĂSPUNSULUI REȚELELOR LINIARE LA SEMNALE MODULATE ÎN FRECVENȚĂ

de MUGUR SĂVESCU

Problemei determinării răspunsului rețelelor liniare la semnele modulate în frecvență i s-a acordat, mai ales în ultima vreme, multă atenție în literatura periodică de specialitate. Această problemă este pusă de obicei cu scopul calculării distorsiunilor pe care le introduc rețelele liniare cînd la intrarea acestora se aplică oscilații modulate în frecvență. Metodele demonstrate pentru rezolvarea problemei sînt numeroase și în cuprinsul lucrării de față nu se poate face o analiză sau clasificare a lor. Se menționează numai că dintre aceste metode, metoda stabilită de Robin L. [1] și Giacoletto, L. J. [2] pe baza descompunerii semnalului în componente este, în general, considerată ca unica metodă exactă întrucît seria corespunzătoare răspunsului este convergentă și deci precizia calculelor poate fi îmbunătățită oricît dacă se ia în considerație un număr din ce în ce mai mare de termeni ai seriei. Calculele făcute cu această metodă sînt foarte laborioase și din această cauză, de cele mai multe ori, se recurge la metoda cvazistaționară, demonstrată pentru prima dată de Carson, J. R. și Fry, T. C. [3]. Este ușor de văzut că soluția cvazistaționară are o aplicabilitate limitată. Limitate sînt și metodele Medhurst, R. G. [4] și Assadourian, F. [5], întrucît aceste metode sînt aplicabile numai rețelelor ale căror caracteristici de transfer sînt suficient de apropiate de caracteristicile cuadripolului ideal.

În cele ce urmează se va demonstra o metodă cu ajutorul căreia se poate determina răspunsul unei rețele liniare la semnnale *MF*, în particular cu ajutorul căreia se pot calcula distorsiunile corespunzătoare introduse de rețea.

O oscilație modulată se scrie sub forma complexă

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{A}_1(t)\ e^{j\omega_0 t} \tag{1}$$

unde ω_0 este frecvența unghiulară purtătoare iar $\mathbf{A}_1(t)$ reprezintă amplitudinea complexă a oscilației, amplitudine care în general se scrie

$$\mathbf{A}_1(t) = A_1(t)\ e^{j\theta(t)} \tag{2}$$

funcțiile reale de timp $A_1(t)$ și $\theta(t)$ reprezentînd respectiv modulațiile de amplitudine și de fază (frecvență) ale oscilației. În adevăr, dacă se scrie

$$e(t) = \mathrm{Re}\,[\mathbf{E}(t)] = A_1(t)\cos[\omega_0 t + \theta(t)] \tag{3}$$

se recunoaște imediat valabilitatea afirmației făcute. În cele ce urmează $\mathbf{A}_1(t)$ va fi denumită înfășurătoarea complexă a oscilației (3).

Dacă $\mathfrak{L}_1$ este transformata Laplace a semnalului real, adică

$$\mathfrak{L}_1 = \mathfrak{L}\{\mathrm{Re}[\mathbf{E}(t)]\} \tag{4}$$

iar $\mathfrak{L}_2$ este transformata Laplace a semnalului imaginar, adică

$$\mathfrak{L}_2 = \mathfrak{L}\{\mathrm{Im}[\mathbf{E}(t)]\} \tag{5}$$

atunci mărimea $\mathfrak{L}_1 + j\mathfrak{L}_2$ va fi transformata Laplace a funcției complexe $\mathbf{E}(t)$, transformată care va fi notată $\mathbf{E}(p)$

$$\mathbf{E}(p) = \mathfrak{L}[\mathbf{A}_1(t)\ e^{j\omega_0 t}] = \mathfrak{L}_1 + j\mathfrak{L}_2 \tag{6}$$

Transformata $\mathbf{E}(p)$ fiind o combinație liniară a transformatelor $\mathfrak{L}_1$, $\mathfrak{L}_2$ se bucură de proprietatea cunoscută

$$\mathfrak{L}[e^{-j\omega_0 t}\ \mathbf{E}(t)] = \mathbf{E}(p + j\omega_0) \tag{7}$$

Relațiile (1) și (7) arată că

$$\mathfrak{L}[\mathbf{A}_1(t)] = \mathbf{E}(p + j\omega_0) \tag{8}$$

Notînd

$$\mathfrak{L}[\mathbf{A}_1(t)] = \mathbf{A}_1(p) \tag{8}$$

se deduce din (8):

$$\mathbf{A}_1(p) = \mathbf{E}(p + j\omega_0) \tag{10}$$

Dacă $\mathbf{U}(p)$ este transformata complexă a răspunsului $u(t)$ al rețelei la semnalul $e(t)$ iar $\mathbf{A}_2(p)$ înfășurătoarea complexă a răspunsului, se scrie, în conformitate cu (10):

$$\mathbf{A}_2(p) = \mathbf{U}(p + j\omega_0) \tag{11}$$

Dacă $Y(p)$ este funcția de transfer a rețelei, se scrie

$$\mathbf{U}(p) = Y(p)\,\mathbf{E}(p) \tag{12}$$

Făcînd în (12) schimbarea de variabilă

$$p = s + j\omega_0 \tag{13}$$

expresia (12) devine

$$\mathbf{U}(s + j\omega_0) = Y(s + j\omega_0)\ \mathbf{E}(s + j\omega_0) \tag{14}$$

sau ținînd seama de (10), (11):

$$\mathbf{A}_2(s) = Y\ (s + j\omega_0)\ \mathbf{A}_1(s) \tag{15}$$

Relația (15) este importantă și ea exprimă relația între *înfășurătorile complexe* ale semnalului și răspunsului.

Relația (15) este valabilă atît pentru cazul semnalelor modulate în amplitudine, adică pentru cazul în care $\mathbf{A}_1(t)$ este o funcție reală de timp cît și pentru semnalele modulate în frecvență, caz în care $\mathbf{A}_1(t)$ și deci și $\mathbf{A}_2(t)$ sînt funcții complexe de timp.

Pentru simplificarea calculelor este important să se observe că în cazul rețelelor selective funcția de transfer $Y(p)$ se poate exprima ca o funcție de dezacordul față de frecvența centrală ω_0 a rețelei, adică

$$Y(p) \simeq Y_1(p - j\omega_r) \tag{16}$$

Cu această observație, relația (15) se scrie

$$\mathbf{A}_2(s) = Y_1(s + j\Delta\omega)\,\mathbf{A}_1(s) \tag{17}$$

unde $\Delta\omega = \omega_0 - \omega_r$ reprezintă dezacordul rețelei față de frecvența purtătoare a semnalului.

Relația (17) urmează să fie folosită pentru demonstrarea unei metode de calcul al răspunsului rețelelor la semnale *MF*.

Pentru aceasta, se observă că oscilația *MF* (3) poate fi scrisă sub forma

$$e(t) = e_1(t) - e_2(t) \tag{18}$$

unde s-a notat

$$\begin{aligned} e_1(t) &= A_1(t)\cos\theta(t)\cos\omega_0 t \\ e_2(t) &= A_1(t)\sin\theta(t)\sin\omega_0 t \end{aligned} \tag{19}$$

Dacă printr-o metodă oarecare se reușește calcularea răspunsului la semnalele $e_1(t)$, $e_2(t)$, acestea fiind în general niște oscilații modulate în amplitudine și frecvență, se vor putea pune sub forma:

$$\begin{aligned} u_1(t) &= A_{21}(t)\cos[\omega_0 t + \vartheta_1(t) + \varphi_0] \\ u_2(t) &= A_{22}(t)\sin[\omega_0 t + \theta_2(t) + \varphi_0] \end{aligned} \tag{20}$$

Cu aceasta, răspunsul la semnalul $e(t)$ se scrie:

$$\begin{aligned} u_1(t) - u_2(t) = {} & [A_{21}\cos\theta_1(t) - A_{22}(t)\sin\theta_2(t)]\cos(\omega_0 t + \varphi_0) - \\ & - [A_{21}(t)\sin\theta_1(t) + A_{22}(t)\cos\theta_2(t)]\sin(\omega_0 t + \varphi_0) \end{aligned} \tag{21}$$

Expresia (21) arată că faza instantanee a răspunsului este dată de formula

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg}\frac{A_{21}(t)\sin\theta_1(t) + A_{22}\cos\theta_2(t)}{A_{21}(t)\cos\theta_1(t) - A_{22}(t)\sin\theta_2(t)} \tag{22}$$

Dacă $\mathbf{A}_{21}(t)$, $\mathbf{A}_{22}(t)$ sînt înfășurătorile complexe ale răspunsurilor $u_1(t)$, $u_2(t)$ adică dacă

$$\mathbf{A}_{21}(t) = A_{21}(t)\,e^{j\vartheta_1(t)};\quad \mathbf{A}_{22}(t) = A_{22}(t)\,e^{j\vartheta_2(t)} \tag{23}$$

se vede că (22) se scrie

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg}\frac{\operatorname{Im}[\mathbf{A}_{21}(t)] + \operatorname{Re}[\mathbf{A}_{22}(t)]}{\operatorname{Re}[\mathbf{A}_{21}(t)] - \operatorname{Im}[\mathbf{A}_{22}(t)]} \tag{24}$$

Calculul înfășurătorilor complexe $\mathbf{A}_{21}(t)$, $\mathbf{A}_{22}(t)$ se poate face cu metoda operațională plecînd de la expresia (17) și ținînd seama că înfă-

șurătorile celor două semnale sînt $A_1(t)\cos\theta(t)$, $A_1(t)\sin\theta(t)$. Aplicînd (17) se deduce

$$\begin{aligned} A_{21}(s) &= Y_1(s+j\Delta\omega)\,\mathfrak{L}[A_1(t)\cos\theta(t)] \\ A_{21}(s) &= Y_1(s+j\Delta\omega)\,\mathfrak{L}[A_1(t)\sin\theta(t)] \end{aligned} \tag{25}$$

Dacă semnalul nu are modulație de amplitudine ($A_1(t) = \text{const.}$), atunci expresia (24) a fazei se scrie (26)

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{\operatorname{Im}\mathfrak{L}^{-1}\{Y_1(s+j\Delta\omega)\,\mathfrak{L}[\cos\theta(t)]\} + \operatorname{Re}\mathfrak{L}^{-1}\{Y_1(s+j\Delta\omega)\,\mathfrak{L}[\sin\theta(t)]\}}{\operatorname{Re}\mathfrak{L}^{-1}\{Y_1(s+j\Delta\omega)\mathfrak{L}[(t)\cos\theta(t)]\} - \operatorname{Im}\mathfrak{L}^{-1}\{Y_1(s+j\Delta\omega)\mathfrak{L}[\sin\theta(t)]\}}$$

unde $\operatorname{Im}\mathfrak{L}^{-1}$, $\operatorname{Re}\mathfrak{L}^{-1}$ simbolizează partea imaginară, respectiv reală a transformatei inverse Laplace.

Expresia (26) poate fi simplificată dacă se consideră cazul cel mai des întîlnit în practică și anume cazul rețelelor selective acordate pe purtătoare. În acest caz, $\Delta\omega = 0$ și din această cauză, așa cum rezultă din (25), $A_{21}(t)$, $A_{22}(t)$ sînt niște funcții reale de timp adică (26) devine

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{\mathfrak{L}^{-1}\{Y_1(s)\,\mathfrak{L}[\sin\theta(t)]\}}{\mathfrak{L}^{-1}\{Y_1(s)\,\mathfrak{L}[\cos\theta(t)]\}} \tag{27}$$

Dacă, în mod suplimentar se presupune că semnalul este modulat cu o oscilație pur sinusoidală de forma

$$\theta(t) = \beta\sin\omega_m t \tag{28}$$

unde β este indicele de modulație iar ω_m frecvența unghiulară a oscilației modulatoare, se deduce

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{\mathfrak{L}^{-1}\{Y_1(s)\,\mathfrak{L}[\sin(\beta\sin\omega_m t)]\}}{\mathfrak{L}^{-1}\{Y_1(s)\,\mathfrak{L}[\cos(\beta\sin\omega_m t)]\}} \tag{29}$$

Dezvoltînd în serie funcțiile $\sin(\beta\sin\omega_m t)$, $\cos(\beta\sin\omega_m t)$ se găsește imediat

$$\begin{aligned} \mathfrak{L}[\sin(\beta\sin\omega_m t)] &= 2\sum_{k=0}^{N} J_{2k+1}(\beta)\,\frac{(2k+1)\,\omega_m}{s^2+(2k+1)^2\,\omega_m^2} \\ \mathfrak{L}[\cos(\beta\sin\omega_m t)] &= 2\sum_{k=0}^{N} J'_{2k}(\beta)\,\frac{s}{s^2+4k^2\,\omega_m^2} \end{aligned} \tag{30}$$

unde $J_\alpha(\beta)$ sînt funcțiile Bessel de primul tip, argument β și rang α, N este un număr suficient de mare de la care începînd termenii sumelor devin neglijabili iar funcțiile $J'_{2k}(\beta)$ sînt date de relațiile

$$\begin{aligned} J'_0(\beta) &= \frac{1}{2}J_0(\beta) \\ J'_{2k}(\beta) &= J_{2k}(\beta), \text{ pentru orice } k \neq 0 \end{aligned} \tag{31}$$

Introducînd (30) în (29) se deduce

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\sum_{k=0}^{N} (2k+1)\,\omega_m\, J_{2k+1}(\beta) \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \frac{Y_1(s)}{s^2 + (2k+1)^2\,\omega_m^2}\, e^{st}\, ds}{\sum_{k=0}^{N} J'_{2k}(\beta) \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \frac{s\,Y_1(s)}{s^2 + 4k^2\,\omega_m^2}\, e^{st}\, ds} \tag{32}$$

Expresia (32) este valabilă pentru orice rețea liniară și calculul ei nu este complicat. În adevăr, integralele care intervin la numărător și numitor se pot calcula ușor cu ajutorul teoremei reziduurilor ; singura dificultate care ar putea interveni, în cazul rețelelor mai complicate, ar fi problema determinării polilor funcției $Y_1(s)$. Această dificultate devine inexistentă dacă se dorește excluderea regimului tranzitoriu care ia naștere în momentul aplicării sursei de semnal la intrarea rețelei și păstrarea numai a soluției de regim permanent. În adevăr, regimul permanent este determinat exclusiv de polii de pe axa frecvențelor reale iar funcția $Y_1(p - j\omega_r)$ fiind funcția de transfer a unei rețele stabile de amplificare nu are niciodată poli pe această axă (deoarece nu se pot realiza amplificări infinite cu rețele stabile de amplificare). Același lucru se poate afirma și despre polii funcției $Y_1(s + j\Delta\omega)$ întrucît singularitățile funcției $Y_1(s + j\Delta\omega)$ se obțin printr-o translație dealungul axei imaginare a singularităților funcției $Y_1(p - j\omega_r)$.

Nu este necesar deci, în cadrul regimului permanent să se calculeze polii funcției $Y_1(s + j\Delta\omega)$; este suficient și necesar să se ia în considerație numai reziduurile în polii $s_{2k+1} = \pm (2k+1)\,\omega_m$ pentru integrala de la numărător și în polii $s_{2k} = \pm 2k\,\omega_m$ pentru integrala de la numitor.

Ca aplicație se poate considera un amplificator cu un etaj cu circuit derivație, a cărui funcție de transfer — abstracție făcînd de un factor constant — se scrie :

$$Y_1(s) = \frac{1}{1 + s\tau} \tag{33}$$

unde τ este un parametru al circuitului, determinat de factorul de calitate și frecvența de rezonanță.

Pentru acest caz, integrala de la numărător se scrie

$$I_1 = \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \frac{1}{1 + s\tau} \cdot \frac{e^{st}}{s^2 + (2k+1)^2\,\omega_m^2} \cdot ds \tag{34}$$

Luînd reziduurile în polii $s_{2k+1} = \pm (2k+1)\,\omega_m$ se găsește

$$I_1 = \frac{1}{(2k+1)\,\omega_m \sqrt{1 + (2k+1)^2\,\omega_m^2\,\tau^2}} \sin\left[(2k+1)\,\omega_m t - \varphi_{2k+1}\right] \tag{35}$$

unde

$$\varphi_{2k+1} = \text{arc tg } (2k+1)\,\omega_m \tau$$

În mod analog calculîndu-se și integrala de la numitor, se stabilește pentru faza instantanee a răspunsului expresia

$$\varphi = \text{arctg} \frac{\sum_{k=0}^{N} \frac{J_{2k+1}(\beta)}{\sqrt{1+(2k+1)^2\,\omega_m^2\,\tau^2}} \sin\left[(2k+1)\,\omega_m t - \varphi_{2k+1}\right]}{\sum_{k=0}^{N} \frac{J'_{2k}(\beta)}{\sqrt{1+4k^2\,\omega_m^2\,\tau^2}} \cos\left[2k\,\omega_m t + \varphi_{2k}\right]} \tag{37}$$

unde φ_{2k} este dat de

$$\varphi_{2k} = \text{arc tg } 2k\,\omega_m \tau$$

Pentru cazul unei perechi de circuite cuplate sau al unei perechi de circuite derivație decalat acordate, funcția de transfer $Y_1(s)$ — abstracție făcînd un factor constant — se scrie

$$Y_1(s) = \frac{1}{s^2 + a\,s + b} \tag{38}$$

În acest caz, după unele calcule simple se găsește

$$\varphi = \text{arc tg} \frac{\sum_{k=0}^{N} J_{2k+1}(\beta)\; A_{2k+1} \sin\left[(2k+1)\;\omega_m t - \varphi_{2k+1}\right]}{\sum_{k=0}^{N} J'_{2k}(\beta)\; A_{2k} \cos\left(2k\,\omega_m t + \varphi_{2k}\right)} \tag{39}$$

mărimile A_{2k}, A_{2k+1} φ_{2k}, φ_{2k+1}, fiind definite de relațiile

$$A_n = \frac{1}{\left[(b-\alpha_n{}^2)^2 + a^2\,\alpha_n^2\right]^{1/2}} \tag{40}$$

$$\varphi_n = \text{arc tg} \frac{a\,\alpha_n}{b - \alpha_n^2}$$

$$\alpha_n = n\,\omega_m$$

unde n poate lua valorile $2k$, $(2k+1)$.

Formulele (37) și (39) se stabilesc foarte ușor și sînt mult mai simple decît expresiile corespunzătoare date de Robin [1].

Pentru verificare prin calcule numerice pe cazuri particulare s-a luat în considerație cazul unui circuit derivație a cărui bandă (B) este egală cu deviația de frecvență (Δf) a semnalului sau de două ori mai mare decît aceasta. Indicele de modulație s-a luat egal cu 2.

Rezultatele calculelor fazei răspunsului sînt date în tabela 1.

Tabela 1

	Faza semnalului / Metoda folosită	$\omega_m t=0$	45°	90°	135°	180°
$B=\Delta f$ $\beta=2$	Metoda exactă (seria Fourier)	—60,67°	6°	81°	93°	60,67°
	Metoda propusă	—60,67°	8,30°	81,45°	94,53°	60,67°
	Metoda cvazistaționară	—63,50°	—	114,67°	—	63,50°
$B=2\Delta f$ $\beta=2$	Metoda exactă (seria Fourier)	—45,50°	38°	97,84°	99°	45,50°
	Metoda propusă	—44,30°	40,45°	96,60°	98,65°	44,30°
	Metoda cvazistaționară	—45	—	114,67°	—	45°

Pentru comparație s-au făcut și calcule cu metoda exactă a seriei Fourier (Robin) și calcule cu metoda cvazistaționară. Se constată o foarte bună apropiere a rezultatelor calculelor față de valorile exacte.

Calculînd distorsiunile armonice ale frecvenței instantanee a răspunsului s-au găsit valorile din tabela 2.

Tabela 2

	Metoda folosită	Fundamentala fazei	Armonica 3-a a fazei	Distorsiunea frecvenței (%)
$B=\Delta f$ $\beta=2$	Metoda exactă (seria Fourier)	93,3°	4,51°	14,5
	Metoda propusă	98,9°	4,325°	13,13
	Metoda cvazistaționară	114,5°	38,2°	100
$B=2\Delta f$ $\beta=2$	Metoda exactă (seria Fourier)	107°	1,21°	3,4
	Metoda propusă	106,3°	1,8°	5,1
	Metoda cvazistaționară	114,5°	4,79°	12,5

După cum se vede, , exactitatea metodei propuse este foarte bună. Trebuie subliniat și faptul că în cazul unei modulații mixte de amplitudine și frecvență metoda permite stabilirea unor expresii cu grad de complexitate acceptabil pentru calculele aplicative.

Catedra de Radiocomunicații
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *Robin, L.:* Annales des Télécomunications, novembre, 1952.
2. *Giacoletto, L. J.:* P.I.R.E., october, 1957.
3. *Carson, J. R., Fry, T. C.:* B.S.T.J., october, 1957.
4. *Medhurst, R.:* P.I.E.E., Part. III, mart, 1954.
5. *Assadourian, F.:* P.I.R.E., february, 1952.
6. *Гоноровский И. С.:* Радиосигналы и переходные явления в радиоценях; Связьиздат, Москва, 1954.

МЕТОД РАСЧЁТА ВЫХОДНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ЦЕПЕЙ НА ВХОД КОТОРЫХ ПРИМЕНЯЕТСЯ ЧАСТОТНЫЕ МОДУЛИРОВАННЫЕ СИГНАЛЫ

(Краткое содержание)

Употребляя преобразование Лапласа устанавливается новый метод расчета выходных напряжений цепей на вход которых применяется частотные модулированные сигналы. Этот метод, позволяет — в частности — расчитать гармонические искажения вносимые цепей. Применяется метод в случае колевательного контура и связанных контуров.

A METHOD FOR CALCULATING THE RESPONSE OF A LINEAR NETWORK TO FREQUENCY MODULATED SIGNALS

(Summary)

It is established a method for calculating the response of linear networks to frequency modulated signals.

The method is exact and can be utilised in engineering aims. Two examples are worked: oscillatory circuits and the two — loop networks.

UNE MÉTHODE DE CALCUL DE LA RÉPONSE DES RÉSEAUX LINÉAIRES AUX SIGNAUX MODULÉS EN FRÉQUENCE

(Résumé)

En utilisant la transformée Laplace, on établit une nouvelle méthode de calcul de la réponse des réseaux linéaires aux signaux modulés en fréquence, qui permet — en particulier — de déterminer les distortions harmoniques introduites par les réseaux. On applique la méthode au cas d'un circuit oscillant accordé et au cas d'un filtre de bande

EIN VERFAHREN ZUR BERECHNUNG DES VERHALTENS LINEARER NETZE BEI FREQUENZMODULIERTEN SIGNALEN

(Zusammenfassung)

Unter Verwemdung der Laplace — Transformation wird ein neues Verfahren zur Berechnung des Verhaltens linearer Netze bei frequenzmodulierten Signalen festgelegt. Dieses Verfahren gestattet — im besonderen — die Ermittlung der von den Netzen erzeugten harmonischen Verzerrungen. Das Verfahren wird auf die Fälle eines Resonanzkreises und eines Bandfilterpaares angewandt.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 1

TELEFONIE

621.395.641.2

L'INDUCTION MUTUELLE ENTRE DEUX LIGNES AVEC RETOUR PAR LE SOL

par SERGIU CONDREA

Introduction

Le problème de l'influence des lignes d'énergie électrique sur les lignes de télécommunication parallèles et spécialement de l'induction electromagnétique en cas de court-circuit sur la ligne à haute tension est d'une importance particulière pour notre pays, où des grandes artères de lignes d'énergie et de télécomunication ont des parcours communs dans des défilés et des vallées étroites, qui ne peuvent pas être évités. Pour la réglementation des rapports entre les lignes d'énergie électrique et les lignes de télécommunication il existe les directives de C.C.I.T.T. et les recommandations du standard officiel, concernant la limitation des effets d'induction dans les lignes de télécommunication.

Ces directives et recommandations ne donnent que des indications générales ; les calculs effectués et les solutions de protection proposées ne sont pas acceptées toujours de commun accord par les deux partis. Les mesures de protection préconisées apparaissent parfois très onéreuses pour l'auteur du projet de la ligne de haute tension, quand le tracé choisi est dans le voisinage d'une ligne de télécommunication. En général, les mesures de protection peuvent être de deux catégories :

a) déplacement du tracé de l'une des lignes en présence ;

b) installation d'équipements spéciaux de protection ou transformation d'une ligne aérienne en câble. Dans certaines circonstances ces mesures nécessitent des investissements importants, qui peuvent atteindre le montant de 20—25% du coût de la ligne d'énergie.

Pour éviter les malentendus et réaliser une collaboration tehnique entre les deux partis, on a institué un Comité mixte, qui s'occupe de l'étude des problèmes techniques qui apparaissent au cours de l'application du standard de recommandations pour la limitation des effets d'induction. Pour vérifier certains calculs des effets d'induction, qui entraînent des dépenses exagérées pour les mesures de protection, le comité mixte a organisé une campagne d'expériences sur les lignes déjà construites, avant ou après leur mise en exploitation. Étant données les difficultés de réalisation de telles expériences, avec mise en oeuvre de grands courants de court-circuit et l'interruption pendant une demi-

journée de la ligne de télécommunication et parfois aussi de la ligne électrique en fonction, les expériences se sont limitées jusqu'à présent à la vérification des valeurs calculées pour la tension longitudinale induite et pour la tension psophométrique.

Expériences d'induction sur les lignes de télécommunications

Puisque le standard officiel ne prévoit pas de recommandations pour les rapprochements des lignes électriques à tension moyenne (15—30 kV) avec les lignes de télécommunication, on a organisé une première expérience sur un tracé où une ligne de 15 kV comporte des parallélismes

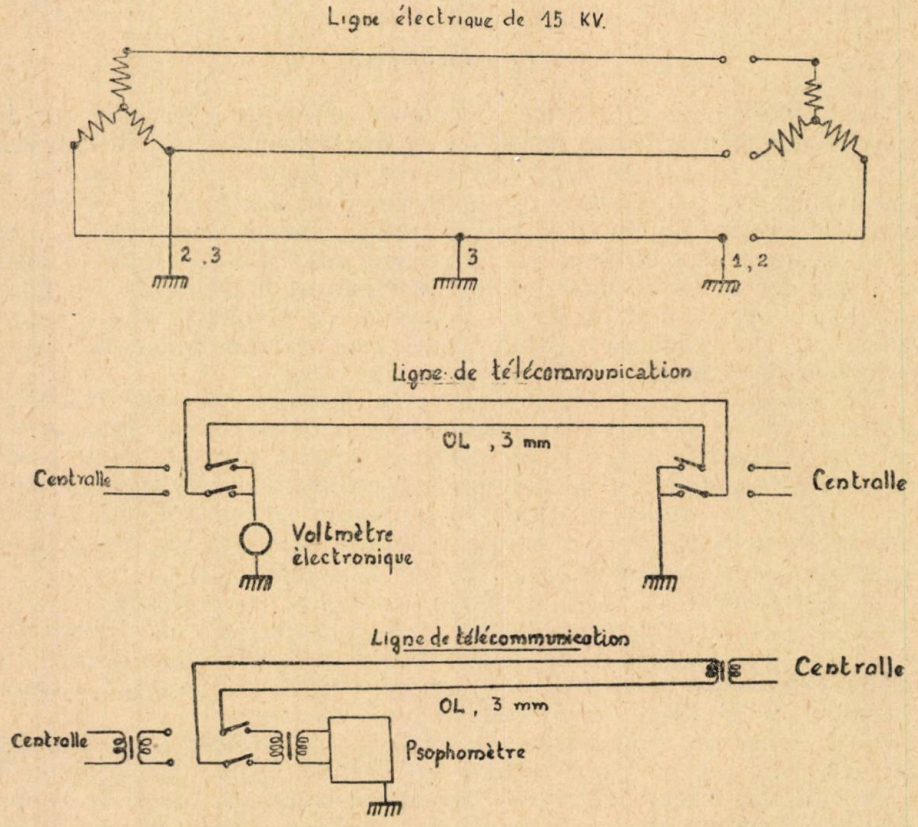


Fig. 1. Schéma de l'expérience avec mise à la terre d'une ligne de 15 kV.

d'une longueur de quelques dizaines de kilomètres, avec des lignes aériennes de télécommunication. Les rapprochements des deux catégories de lignes étaient de l'ordre de 15 m. La ligne de 15 kV est avec le point neutre isolé.

L'expérience s'est effectuée en trois situations : 1) on a réalisé la mise à la terre d'une phase à une extrémité de la ligne de 15 kV ; 2) puis, deux mises à la terre simultanées, aux deux extrémités de la ligne et enfin 3) une mise à la terre à une extrémité et autre mise à la terre au milieu de la ligne (fig. 1). On a mesuré dans le premier cas sur la ligne de 15 kV un courant capacitif de 12 A ; les courants de court-circuit dans les autres situations ont été de l'ordre de 270 A. La ligne est construite aves poteaux en beton armé.

Dans toutes les trois situations on a effectué sur les lignes de télécommunication les mesures suivantes : a) la tension longitudinale induite, mesurée avec un voltmètre électronique ; b) la tension transversale de bruit, mesurée avec un psophomètre normal. On a constaté qu'il n'y a pas risque d'accident (danger) dans aucun cas, mais seulement risque de perturbation (trouble d'exploitation) dans le cas, assez peu probable, de double mise à la terre aux deux extrémités.

Une autre expérience a été réalisée avec une ligne d'énergie à haute tension (110 kV) triphasique et une ligne de télécommunication en câble sousterrain. Les calculs effectués dans l'hypothèse d'un courant de court-circuit de 2500 A, avec une conductivité du sol $\sigma = 10^{-13}$ C.G.S. et un facteur de réduction de $k = 0{,}64$, ont donné une valeur pour la force électromotrice induite plus grande que la valeur admissible (60% de la tension disruptive la plus basse des conducteurs du câble, par rapport à l'enveloppe de plomb).

Le schéma le l'expérience est celui de la fig. 2.

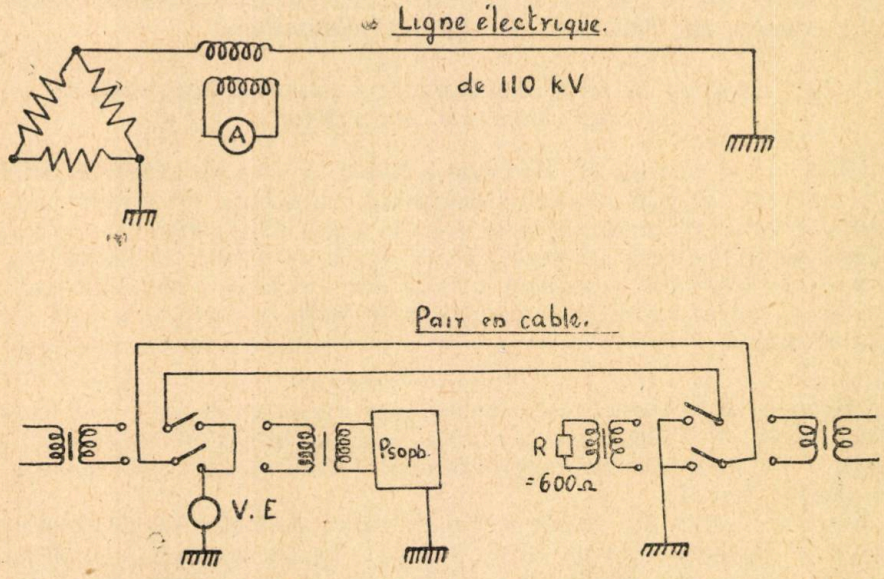


Fig. 2. Schéma de l'expérience avec mise à la terre de la ligne de 110 kV.

La mise à la terre réalisée a donné un courant de court-circuit de 240 A, soit moins d'un dixième du courant prévu pour l'étape suivante.

Les formules de l'induction mutuelle étant linéaires en fonction du courant, les résultats des expériences sont proportionnels.

On a mesuré les tensions logitudinales dans deux câbles parallèles, désignée ici : câble téléphonique et câble radio. Le premier avait un parallélisme de 17 km, avec une distance moyenne de la ligne à haute tension de 500 m ; le second (câble radio) avait un parallélisme de 17,5 km, avec une distance moyenne de 900 m. Dans de câble téléphonique on a mesuré une force électromotrice logitudinale de 10 V, tandis que dans le câble radio, plus éloigné, une valeur de 21,5 V. Dans les deux cas, les valeurs mesurées étaient beaucoup plus petites (de 3 à 10 fois) que les valeurs calculées et bien en dessous des valeurs admissibles.

Les différences constatées peuvent être expliquées par le fait que le câble téléphonique est en réalité constitué par deux câbles posés dans la même tranchée, tandis que le câble radio n'en contient qu'un seul. Le second câble téléphonique agit probablement comme écran protecteur en réduisant le facteur de réduction supposé égal à 0,64. De même, le tracé des lignes en question parcourant une région pétrolifère, le sol y est sillonné par de nombreux conduits de pétrole, de gaz etc., qui contribuent tous à la réduction du facteur k.

Une troisième expérience a eu pour but l'étude de l'influence en régime normal d'exploitation d'une ligne d'énergie électrique du type „deux conducteurs et la terre", de 15 kV, sur les lignes téléphoniques aériennes parallèles. La longueur du parallélisme a été de 1 km, avec une distance de 10—15 m. On a mesuré des tensions de 700 V, dues au champs électrique et des forces électromotrices psophométriques dépassant 9 mV, valeurs qui dépassent les limites admissibles.

Le calcul de la force électromotrice longitudinale produite par induction magnétique

Dans le cas des lignes d'énergie à haute tension symétriques (triphasées) on peut négliger l'effet d'induction magnétique en régime normal d'exploitation en ne tenant compte que des effets d'induction se produisant pendant qu'un courant de court-circuit traverse le sol. Dans ce cas le calcul de la force électromotrice induite dans le circuit constitué par les conducteurs de la ligne téléphonique et la terre se fait au moyen de la formule connue

$$e = 2\pi fkM l I_0 ,$$

où f désigne la fréquence industrielle (par exemple 50 Hz), k le facteur de réduction, M l'induction mutuelle pour la situation considérée (en H/km), l la longueur du rapprochement (en km) et I_0 le courant de court-circuit (en A).

Pour le calcul du coefficient d'induction mutuelle M on utilise la formule de Pollaczek (1) ou de Carson (2). Toutes les deux sont déduites dans l'hypothèse que le circuit perturbateur (la ligne électrique à haute tension) est formé d'un seul fil rectiligne, infiniment long et infiniment mince, parallèle à la surface plane de la terre qui a une conductivité uniforme et finie, σ.

Pollaczek analyse le champ extérieur produit par ce fil, quant il est parcouru par un courant alternatif sinusoïdal $I = |I| e^{j\omega t}$. Ce champ électromagnétique produit dans le sol des courants de Foucault, qui de leur côté, produisent des champs secondaires dans l'air et dans la terre. Le champ électrique E et celui magnétique H satisfont l'équation des ondes dans les deux milieux.

$$\Delta u + k_1^2 u = 0 \quad \text{dans le sol},$$
$$\Delta u + k_2^2 u = 0 \quad \text{dans l'air}.$$

Dans ces formules u désigne l'intensité du champ électrique E ou magnétique H, Δ l'opérateur de Laplace

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

$$\text{et } k^2 = -\frac{4\pi j \sigma \mu}{c^2} + \frac{\varepsilon \mu \omega^2}{c^2},$$

k_1 ayant seulement le premier terme (le second est néglijable), k_2 seulement le second terme (le premier est néglijable) et $c = 3.\ 10^{10}$ cm/s, la vitesse de la lumière. Le système d'unités utilisé este celui de Gauss.

Une solution particulière de l'équation des ondes est la fonction de Hankel de première espèce, d'ordre zéro, $H_0^{(1)}$ (kr), où r désigne la distance entre le fil perturbateur et le fil perturbé. Le champ électrique dans l'air à une distance r, est donné par

$$E_a = AH_0^{(1)}(k_2 r) + \psi_2(x, y),$$

où x, y sont les coordonnées du fil perturbé.

Pour les petites valeurs de kx, c'est-à-dire pratiquement pour des distances plus petites que 300 m, l'induction mutuelle par km est donnée par la formule

$$M = j\omega \frac{\mu_0}{4\pi}\left(1 + 2\ln\frac{2}{\gamma a\sqrt{\mu_0 \sigma \omega}} - j\frac{\pi}{2}\right), \qquad (1)$$

où $ln\,\gamma = C = 0{,}5772$ est la constante de Euler, a la distance horizontale entre les deux lignes (fig. 3), μ_0 la perméabilité absolue du sol (supposée égale à celle du vide) et σ la conductivité du sol, supposé homogène.

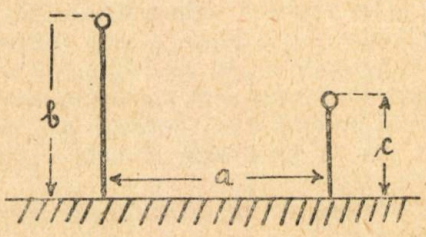


Fig. 3. Schéma des distances entre les fils et le sol.

D'après Carson, la formule pour l'induction mutuelle, donnant en pratique les mêmes résultats que celle de Pollaczek, est exprimée par

$$M = 2 \ln \frac{\sqrt{a^2 + (b+c)^2}}{\sqrt{a^2 + (b-c)^2}} - 4j(P + jQ). \qquad (2)$$

Le premier terme du second membre, avec les désignations de la fig. 3, correspond à l'induction mutuelle dans l'hypothèse d'une terre parfaitement conductrice ($\sigma = \infty$) et le second terme représent la contribution de la conductivité finie de la terre. P et Q sont des fonctions de λ, λ_1 et θ, qui sont respectivement

$$\lambda = a\sqrt{4\pi\sigma\omega}, \quad \lambda_1 = \sqrt{a^2 + (b+c)^2} \cdot \sqrt{4\pi\sigma\omega},$$

$$\theta = \operatorname{arc\,t} \frac{a}{b+c}.$$

Les fonctions P et Q peuvent être exprimées, dans certains domaines, par des séries convergentes et, en général on les obtient par des courbes calculées en fonction de λ et de θ.

Les deux formules, de Pollaczek et de Carson, malgré leur rigueur mathématique, ne donnent pas toujours des résultats en accord avec les mesures expérimentales, à cause des hypothèses simplificatrices (fil infini, sol homogène) et de l'incertitude sur la valeur exacte de la conductivité du sol. Cette considération nous a déterminés à rechercher des formules plus directes, éventuellement plus simples, qui, tout en donnant, en général, les mêmes résultats que celles précédentes, se prêteraient davantage à l'interprétation physique et à l'application dans certains cas concrets.

L'utilisation du coefficient de réflexion d'une onde, par le calcul de l'induction mutuelle

Le champ électromagnétique produit par un courant alternatif parcourant un fil très long, parallèle à la surface de la terre (suposée plane), a la forme d'une onde cylindrique, se propagant le long de la ligne et pénétrant en même temps dans le sol [3].

Dans l'hypothèse d'une terre plane, de conductivité infinie, la pénétration de l'onde dans le sol est nulle. La forme du champ électromagnétique est dans ce cas identique à celle produite par deux fils conducteurs parallèles, l'un réel, l'autre fictif, placé à une profondeur sous la surface de la terre, égale à la hauteur du fil réel (l'image de celui-ci). Le champ électromagnétique dans l'air peut être considéré comme le résultat de la superposition du champ produit dans l'espace par un fil rectiligne (réel) et du champ produit par le fil image, parcouru par un courant égal et opposé au premier (fig. 4).

Une autre interprétation de la déformation subie par l'onde électromagnétique engendrée dans l'espace par un fil rectiligne infini, parcouru par un courant — quand on approche de lui un plan parallèle, infiniment conducteur, c'est-à-dire la terre — est la suivante : le champ émis par le

fil réel se „propage" jusqu'à la surface de la terre, où il subit une rélexion totale. Le champ électromagnétique „réfléchi" est le même que celui produit par le fil image, parcouru par un courant égal et de sens inverse, sans l'existence de la terre.

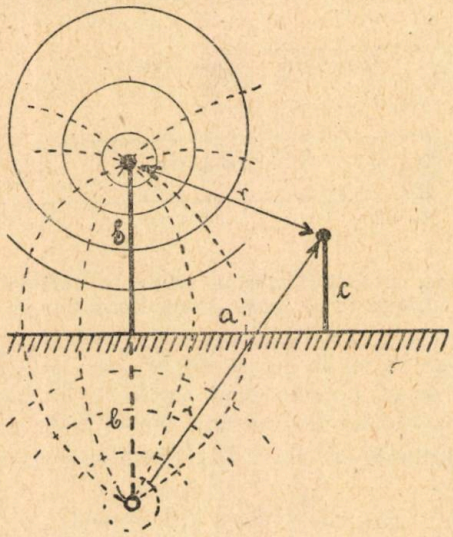


Fig. 4. L'onde électromagnétique et le conducteur image.

Par analogie avec les notions de la théorie des lignes de transmission, on peut définir ici un coefficient de réflexion p pour le champ se propagant à travers la jonction entre les deux milieux différents. La terre, infiniment conductrice, représente une impédance nule ($Z_t = 0$) pour l'onde qui traverse l'espace libre d'impédance $Z_0 = 377\ \Omega$. Dans ce cas, le coefficient de réflexion peut s'écrire

$$p = \frac{Z_0 - Z_t}{Z_0 + Z_t} = \frac{377 - 0}{377 + 0} = 1$$

De même, pour une ligne homogène, en court-circuit à une extrémité, le coefficient de réflexion sera égal à 1, où l'on peut considérer une onde réfléchie, produite par un générateur fictif, image de celui qui est réel (fig. 5).

D'après cette interprétation on peut considérer la formule de l'inductance mutuelle de deux fils parallèles, au dessus du sol de conductivité infinie, à savoir

$$M = 2 \ln \frac{\sqrt{a^2 + (b + c)^2}}{\sqrt{a^2 + (b - c)^2}} = 2 \ln \frac{r'}{r}, \qquad (3)$$

comme le résultat de la superposition de deux ondes magnétiques, l'une directe et l'autre réflechie (fig .4).

En effet, si l'on revient à l'hypothèse du fil image, on peut considérer que l'inductance mutuelle effective entre les deux fils au dessus de la terre est égale à la somme des flux magnétiques produits, d'une part,

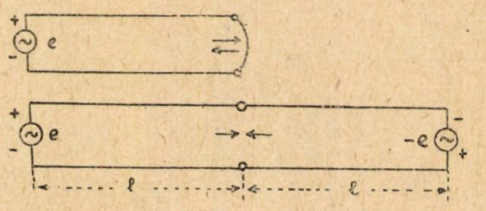


Fig. 5. L'équivalence entre la réflexion totale et un générateur fictif image.

entre le fil perturbateur et le fil perturbé, par un courant de 1 A parcourant le premier fil et d'autre part, entre le fil image du perturbateur et le même fil perturbé, par un courant de — 1 A, parcourant le fil fictif.

L'inductance mutuelle de deux fils parallèles dans l'espace étant [4]

$$L_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I} = 2\left(\ln\frac{2}{r} - 1\right),$$

la somme des deux inductances partielles, L_{12} et L'_{12}, cette dernière se rapportant au fil image, sera

$$M = 2\left(\ln\frac{2}{r} - 1\right) - 2\left(\ln\frac{2}{r'} - 1\right) = 2\ln\frac{r'}{r}. \qquad (3')$$

Avec un sol homogène de conductivité finie, le coefficient de réflexion n'est plus 1, mais plus petit que 1 en valeur absolue.

Le flux magnétique produit par l'onde réfléchie, autrement dit le champ magnétique réfléchi, sera multiplié par p :

$$H = \frac{I}{2\pi r} \cdot p.$$

Cela veut dire que la distance r' est divisée par p et par conséquent la formule de l'inductance mutuelle, si la terre a une conductivité finie, devient :

$$M = 2\left(\ln\frac{1}{r} - \ln\frac{p}{r'}\right) \qquad (4)$$

On a divisé r' par p, parceque le champ réfléchi est équivalent à celui produit par le fil image, placé à une distance r' du fil perturbé (fig. 4).

Le coefficient de réflexion entre l'air et la terre est dans ce cas

$$p = \frac{Z_a - Z_t}{Z_a + Z_t} = \frac{377 - \zeta}{378 + \zeta},$$

où ζ est l'impédance intrinsèque du sol (supposé homogène), donnée par l'expression

$$\zeta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma}}.$$

Mettant $p = |p|\, e^{j\varphi}$ on obtient

$$M = 2\left(\ln\frac{1}{2} - \frac{\ln|p|}{r'} - j\varphi\right). \tag{4'}$$

Dans un sol homogène, de conductivité σ et de perméabilité égale approximativement à μ_0, nous avons

$$\zeta = \sqrt{\frac{j\omega\mu_0}{\sigma}} = \frac{1+j}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\omega\mu_0}{\sigma}}, \tag{5}$$

donc un angle $\varphi = \pi/4$.

Si le sol a effectivement une pérméabilité μ différente de celle du vide, on mettra cette valeur dans la formule (5).

De même, si le sol n'est pas homogène, on peut tenir compte des diverses réflexions dans les couches souterraines. Par exemple, si le sol est formé par une couche superficielle de profondeur h_1, suivie d'une couche profonde homogène, le coefficient de réflexion, à la surface de la terre sera

$$p_1 = \frac{377 - Z_1}{377 + Z_1},$$

avec

$$Z_1 = \zeta_1 \frac{1 + p_2\, e^{-2\gamma_1 h_1}}{1 - p_2\, e^{-2\gamma_1 h_1}}. \tag{6}$$

On a noté p_2 le coefficient de réflexion entre la couche superficielle et la couche profonde ; γ_1 est la constante de propagation intrinsèque du sol dans la couche superficielle, donnée par

$$\gamma_1 = \frac{1+j}{\sqrt{2}}\sqrt{\omega\mu_1\sigma_1},$$

où μ_1 et μ_1 sont respectivement la perméabilité et la conductivité de la première couche. Le coefficient de réflexion sous terraine est donné par

$$p_2 = \frac{\zeta_1 - \zeta_2}{\zeta_1 + \zeta_2},$$

où ζ_1 et ζ_2 sont les impédances intrinsèques du sol dans les deux couches (fig. 6).

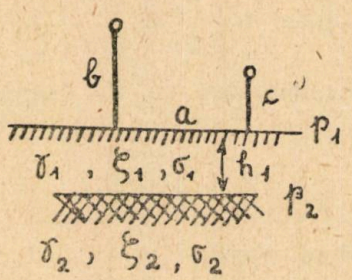


Fig. 6. Sol non homogène formé de deux couches.

Des formules analogues peuvent être déduites pour le cas où le fil perturbateur est dans l'air et le fil perturbé dans le sol (câble) et pour le cas où les deux fils sont dans le sol.

La chaire de Téléphonie
Institut Polytechnique de Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

[1] *J. Pollaczek, F.* — Über das Feld einer unendlich langen wechselstromdurchflossener Einfachleitung, Elektrische Nachrichtentechnik, 1926, nr. 9 (sept.).
[2] *Carson, J.* — Wave Propagation in Overhead Wires with ground return. Bell System Tehnical Journal, 1926, octobre, p. 339—554.
[3] *Mihailov, M. I., Asbukin, P. A.* — Lignes de télécommunication aérienne et en câble et leur protection (en russe). Édition „Sveazisdat", 1940.
[4] *Govorkov, V. A.* — Champs électriques et magnétiques (en russe). Edition Sveazisdat", 1951.

ВЗАИМОИНДУКЦИЯ МЕЖДУ ДВУМЯ ОДНОПРОВОДНЫМИ ЛИНИЯМИ

(Краткое содержание)

Значения взаимоиндукции между двумя однопроводными линиями, расчитанными по классическим формулам Полачека и Карсона, не соответствуют всегда с результатами измерений в конкретных случаях, как это показывают опыты, описанные в статье. Предлагается другой метод расчёте, основанный на понятии коэффициента отражения для магнитного поля, между вознухом и почвой, либо между разными слоями почвы.

MUTUAL INDUCTION BETWEEN TWO LINES WITH GROUND RETURN

(Summary)

Some experiences concerning the mutual inductance between circuits with ground return are briefly described and the values obtained by measures are compared with those calculated. A new method for the calculation of the mutual inductance is given, based on the concept of the reflexion of the magnetic field on the earth surface or any other separation surface.

L'INDUCTION MUTUELLE ENTRE DEUX LIGNES AVEC RETOUR PAR LE SOL

(Résumé)

Les valeurs de l'induction mutuelle entre deux circuits avec retour du courant par la terre, calculées avec les formules classiques de Pollaczek et Carson, ne concordent pas toujours avec les résultats des mesures dans des cas concrets, comme le montre les expériences décrites dans l'article. L'auteur présente une autre méthode de calcul, basée sur la considération du coefficient de réflexion, pour le champ magnétique, entre l'air et le sol, ou entre les différentes couches du sol.

GEGENSEITIGE INDUKTION ZWISCHEN ZWEI LEITUNGEN MIT ERDRÜCKLEITUNG

(Zusammenfassung)

Die Berechnunug der magnetischen Induktion aus Wechselstromleitungen mit Erdrückleitung mit den bekannten Formeln von Pollaczek und Carson geben nicht immer Ergebnisse in Übereinstimmung mit den Feldmessungen. Einige solcher Messungen sind kurz bescrieben. Es wird der Reflexionsfaktor des magnetischen Feldes betrachtet und eine Methode abgeleitet für die Berechnung der magnetischen Induktion für den Fall einer inhomogenen Erdrückleitung.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 1

REZISTENȚA MATERIALELOR

620.172

UN PROBLÈME RELATIF AU CALCUL À LA FATIGUE

par GEORGE BĂRĂNESCO

1. *Introduction*

Le calcul à la fatigue d'une pièce consiste dans le calcul du coefficient de sécurité en comparant le cycle de contrainte avec le cycle limite déterminé d'après certains critériums. Les méthodes de calcul font une distinction entre les tensions simples et les tensions composées. L'on considère des tensions simples celles qui donnent uniquement à des contraintes normales ou bien à des contraintes tangentielles.

Pour les cotraintes normales l'expérience montre que les matériaux se comportent différemment à la traction et à la flexion c'est-à-dire : la résistance à la fatigue pour traction est plus petite que la résistance à la fatigue pour flexion. De même la limite élastique à la traction est plus petite que la limite élastique à la flexion. Par conséquence le calcul à la fatigue des pièces dans lesquelles se produisent simultanement des contraintes normales de traction et de flexion, doit tenir compte non seulement du cycle résultant mais aussi des cycles de traction et de flexion qui conduisent au cycle résultant. Sans cette précision on ne peut pas établir le cycle limite auquel l'on compare le cycle de contrainte de la pièce.

Dans ce qui suit on présente une méthode de calcul à la fatigue pour les pieces dans lesquelles se produisent des contraintes normales dues à la traction et à la flexion. Au début l'on s'occupe du cas des contraintes normales puis de celui des contraintes composées.

Les cycles limite pour les contraintes normales produites par traction et flexion ne peuvent être déterminés pratiquement par voie expérimentale étant donné qu'on devrait faire des essais pour chaque cas. En conséquence on utilise les hypothèses simplifiantes suivantes.

1. Pour coefficient d'asymétrie r, la position du cycle limite de traction et flexion par rapport au cycle limite de traction [1]) et au cycle limite de flexion, est déterminée par une relation de proportionalité par les contraintes

[1]) Pour simplifier le langage on considère comme cycle de traction le cycle qui produit les mêmes contraintes normales (traction ou traction compression) dans chaque point de la section de calcul.

maximes des cycles de travail, réduites aux cycles équivalents (la condition d'équivalence étant l'égalité du coefficient d'asymétrie r). Si l'on pose

$\sigma^{(r)}_{\max_{l_t}}$, la limite d'endurance pour traction, correspondant au coefficient d'asymétrie r;

$\sigma^{(r)}_{\max_{l_f}}$, la limite d'endurance pour flexion, corespondant au coefficient d'asymétrie r;

$\sigma^{(r)}_{\max_t}$, la contrainte maximnm du cycle équivalent celui de traction;

$\sigma^{(r)}_{\max_f}$, la contrainte maximum du cycle équivalent celui de flexion,

l'on obtient conformément à l'hypothèse précédente

$$\sigma^{(r)}_{\max_l} = \sigma^{(r)}_{\max_{l_t}} + \left(\sigma^{(r)}_{\max_{l_f}} - \sigma^{(r)}_{\max_{l_t}} \right) \frac{\sigma^{(r)}_{\max_f}}{\sigma^{(r)}_{\max_f} + \sigma^{(r)}_{\max_t}} . \qquad (1)$$

Étant donné que pour le calcul à la fatigue l'on se sert de diagrammes schématisés, la relation (1) s'appliquera seulement au cycle simétrique, à la limite élastique et éventuellement au cycle pulsateur (si l'on utilise la schématisation qui considère aussi ce cycle).

L'hypothèse précédente est plus justifiée quand les cycles de contrainte sont en phase, ainsi qu'il arrive mainte fois en pratique.

2. Quand en outre des cycles de traction et de flexion travaillent aussi des contraintes constantes l'on considère seulement deux cycles résultants, à savoir : un cycle de contrainte obtenu par l'addition des contraintes (statique et variable) de traction et un cycle de flexion obtenu par l'addition des contraintes de flexion.

Les hypothèses précédentes, même si elles ne reflètent pas fidelement la realité conduisent à des resultats plus précis que les résultats obtenus en considerant comme cycles limite le cycle de traction où bien celui de flexion. A mesure que s'accroîtera le nombre des dates experimentales les hypothèses pourront s'améliorer.

2. *Le cas des contraintes variables normales produites par traction et flexion.*

2. 1. 1. La schématisation du diagarmme de fatigue sans considérer le cycle limite pulsateur.

Soit

σ_{-1t}, σ_{-1f}, les limites d'endurance pour le cycle symétrique de traction et pour le cycle symétrique de flexion;

σ_{ct}, σ_{cf}, les limites élastiques pour traction et pour flexion;

σ_r, la résistance limite, supposée la même en traction et en flexion;

σ_{mt}, σ_{vt}, les contraintes moyenne et variable du cycle de traction;

σ_{mf}, σ_{vf}, les contraines moyenne et variable du cycle de flexion.

Si l'on schématise la courbe déterminé par le point correspondant aux limites d'endurance pour diverses valeurs du coefficient d'asymétrie à l'aide des grandeurs σ_{-1}, σ_r, et si l'on empêche les déformations plastiques, le contour limite seulement pour les contraintes de traction est $E_t\ F_t\ C_t$, et seulement pour les contraintes de flexion $E_f\ F_f\ C_f$ (fig. 1). Dans le cas des contraintes de traction et flexion le contour limite aura une position intermédiaire $E_I\ F_I\ C_I$ [2]).

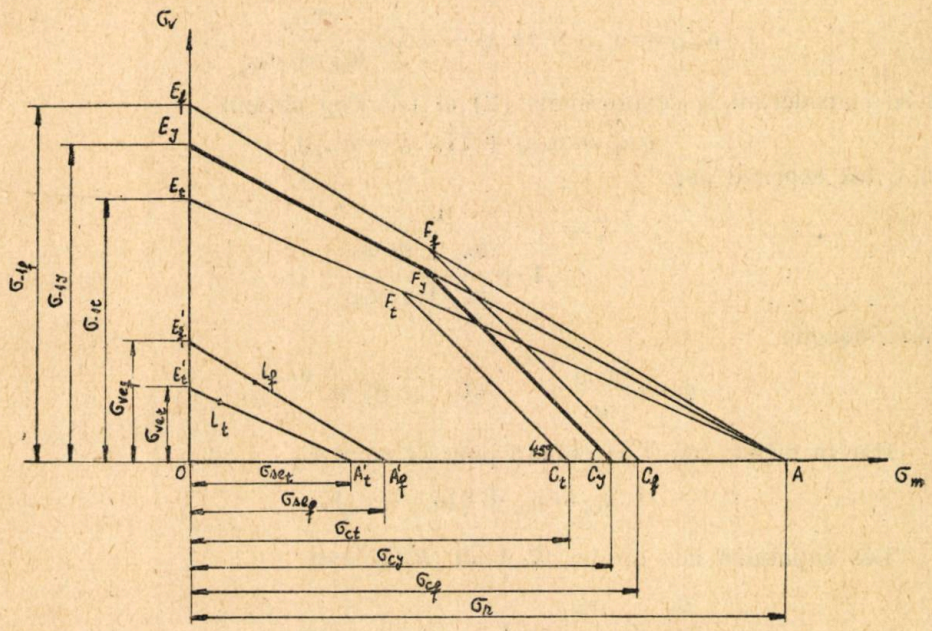


Fig. 1. La position du contour limite pour les contraintes de traction et flexion, dans le cas de schématisation du diagramme de fatigue sans tenir compte du cycle limite pulsateur

Soit L_t et L_f les cycles de contrainte de traction et de flexion. Pour établir les coordonnées des points E_I et C_I a l'aide de la relation (1), on doit reduire les cycles de contrainte a des cycles symétriques et a des tensions statiques équivalentes. Si l'on fait la réduction d'après le critérium d'égalité du coefficient de sécurité établi par rapport au cycle limite ayant le même coefficient d'asimétrie, l'on obtient :

$$\sigma_{ve_t} = \sigma_{v_t} + \frac{\sigma_{-1t}}{\sigma_r}\sigma_{m_t}, \tag{2}$$

$$\sigma_{ve_f} = \sigma_{v_f} + \frac{\sigma_{-1f}}{\sigma_r}\sigma_{m_f}, \tag{3}$$

[1]) Dans ce qui suit ce type de diagramme est nommé diagramme de fatigue.

$$\sigma_{se_t} = \sigma_{m_t} + \frac{\sigma_r}{\sigma_{-1t}}\,\sigma_{v_t}, \tag{4}$$

$$\sigma_{se_f} = \sigma_{m_f} + \frac{\sigma_r}{\sigma_{-1f}}\,\sigma_{v_f}. \tag{5}$$

Par l'application de la relation (1) pour le cycle limite symétrique E, on déduit

$$\sigma_{-1l} = \sigma_{-1t} + (\sigma_{-1f} - \sigma_{-1t})\,\frac{\sigma_{ve_f}}{\sigma_{ve_f} + \sigma_{ve_t}},$$

et en considérant les expressions (2) et (3) l'on obtient

$$\sigma_{-1l} = \sigma_{-1t} + \zeta\,(\sigma_{-1f} - \sigma_{-1t}),$$

ou ζ est exprimé par

$$\zeta = \frac{1}{1 + \dfrac{\sigma_{v_t} + \varrho_t\,\sigma_{m_t}}{\sigma_{v_f} + \varrho_f\,\sigma_{m_f}}},$$

dans laquelle

$$\varrho_t = \frac{\sigma_{-1t}}{\sigma_r} \qquad \text{et} \qquad \varrho_f = \frac{\sigma_{-1f}}{\sigma_r}.$$

Par la même voie l'on obtient pour le point C_l

$$\sigma_{c_l} = \sigma_{c_t} + \zeta\,(\sigma_{c_f} - \sigma_{c_t}).$$

Les équations des droites E_lA et F_lC_l sont

$$\frac{\sigma_{v_l}}{\sigma_{-1l}} + \frac{\sigma_{m_l}}{\sigma_r} = 1\,; \qquad \sigma_{v_l} + \sigma_{m_l} = \sigma_{c_l}.$$

Les résultats de ces équations nous fournissent les coordonnées du point F_l

$$\sigma_{m_F} = \frac{\sigma_r\,(\sigma_{c_l} - \sigma_{-1l})}{\sigma_r - \sigma_{-1l}}\,; \qquad \sigma_{v_F} = \frac{\sigma_{-1l}\,(\sigma_r - \sigma_{c_l})}{\sigma_r - \sigma_{-1l}}.$$

Le coefficient d'asymétrie du point F s'exprime par

$$r_F = \frac{\sigma_{m_F} - \sigma_{v_F}}{\sigma_{m_F} + \sigma_{v_F}},$$

ou

$$r_F = \frac{\sigma_r\,\sigma_{c_l} - 2\,\sigma_r\,\sigma_{-1l} + \sigma_{c_l}\,\sigma_{-1l}}{\sigma_{c_l}\,(\sigma_r - \sigma_{-1l})}.$$

Soit σ_{mR}, σ_{vR}, r_R, les contraintes moyenne et variable et le coefficient d'asymétrie du cycle de contrainte qui résulte de la superposition

du cycle de contrainte de traction et du cycle de contrainte de flexion. Le coefficient de sécurité déterminé par exemple en raison de l'égalité du coefficient d'asymétrie s'éxprimera par les relations connues, mais dans lesquelles l'on utilisera les tensions limite σ_{-1_f} et σ_{c_f}, à savoir

— pour $r_R < r_F$

$$c_{r\sigma} = \frac{1}{\frac{k_\sigma}{\gamma\varepsilon_\sigma}\frac{\sigma_{v_R}}{\sigma_{-1f}} + \frac{\sigma_{m_R}}{\sigma_r}};$$

— pour $r_R > r_F$

$$c_{r_\sigma} = \frac{\sigma_{c_f}}{\sigma_{\max_R}}.$$

2.2. *La schématisation du diagramme de fatigue en tenant compte du cycle limite pulsateur*

Relativement à cette schématisation du diagramme de fatigue l'on distingue plusieurs cas, suivant la valeur des coefficients d'asymetrie r_{L_t}, r_{L_i}, r_R des cycles de traction, de flexion et du cycle de contrainte resultant. (tableau 1)

Tableau 1

Situations caractéristiques pour le calcul du coefficient de sécurité, quand l'on schèmatise la diagrame de fatigue en tenant compte du cycle pulsateur

Cas	Variante	r_{Lt}	r_{Lf}	r_R	
I	1	< 0	< 0	< 0	
	2			> 0	$< r_{F_I}$
	3				$> r_{F_I}$
II	1	> 0	> 0	< 0	
	2			> 0	$< r_{F_I}$
	3				$> r_{F_I}$
III	1	< 0	> 0	< 0	
	2			> 0	$< r_{F_I}$
	3				$> r_{F_I}$
IV	1	> 0	< 0	< 0	
	2			> 0	$< r_{F_I}$
	3				$> r_{F_I}$

Les cas I_2, I_3 et II_1 peuvent exister quand les cycles de travail ne sont pas en phase.

Pour chaque cas l'on doit déterminer les cycles de contrainte équivalents, nécessaires à l'établissement du contour limite pour la region dans laquelle se place le cycle resultant. Par exemple pour le cas I_1 les cycles équivalents symétriques et pulsateurs seront nécessaires.

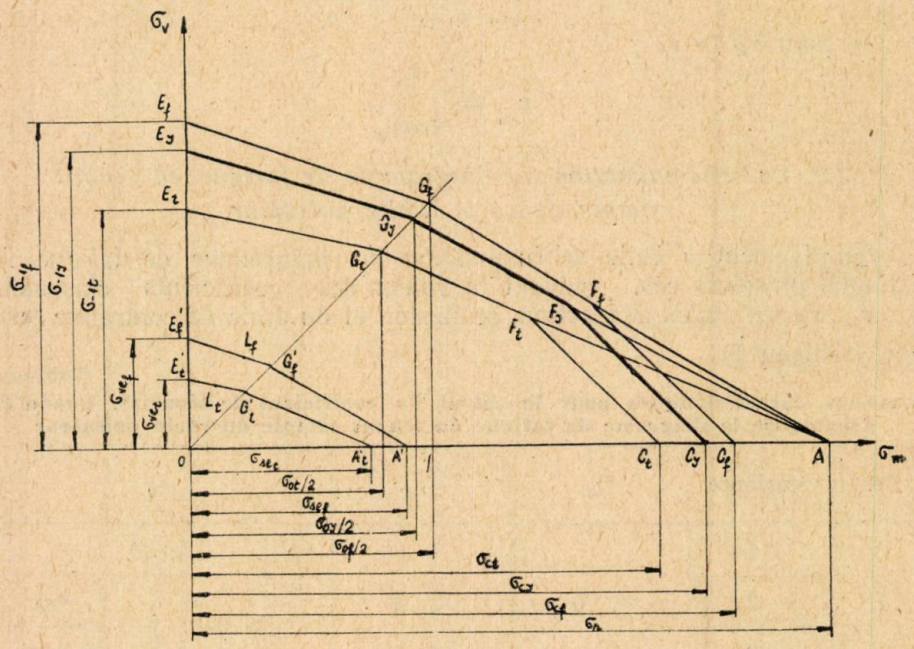


Fig. 2. Réduction des cycles de contrainte dans le cas de la schématisation du diagramme de fatigue en tenant compte du cycle limite pulsateur

Utilisant le même critérium de réduction l'on obtient avec les notations de la figure 2

$$\sigma_{ve_t} = \sigma_{v_t} + \psi_{\sigma_t}\, \sigma_{m_t},$$

$$\sigma_{ve_f} = \sigma_{v_f} + \psi_{\sigma_f}\, \sigma_{m_f},$$

où l'on a posé

$$\psi_{\sigma_t} = \frac{2\sigma_{-1t} - \sigma_{ot}}{\sigma_{ot}}, \qquad \psi_{\sigma_f} = \frac{2\sigma_{-1f} - \sigma_{of}}{\sigma_{of}}$$

L'on déduit par la comparaison des triangles

$$\sigma_{oe_t} = \frac{\sigma_{ot}}{\sigma_{-1t}}\,\sigma_{ve_t},\quad \sigma_{oe_f} = \frac{\sigma_{of}}{\sigma_{-1f}}\,\sigma_{ve_f},$$

$$\sigma_{se_t} = \frac{\sigma_r}{\sigma_{-1t}}\,\sigma_{ve_t},\quad \sigma_{se_f} = \frac{\sigma_r}{\sigma_{-1f}}\,\sigma_{ve_f}.$$

Procédant par analogie pour les autres cas l'on obtient les expressions du tableau 2.

Tableau 2

Les expression des contraintes des cycles équivalents caractéristiques

	Traction	Flexion
$r>0$	$\sigma_{ve_t} = \sigma_{v_t} + \psi_{\sigma_t}\,\sigma_{m_t}$	$\sigma_{ve_f} = \sigma_{v_f} + \psi_{\sigma_f}\,\sigma_{m_f}$
	$\sigma_{oe_t} = \xi_t\,(\sigma_{v_t} + \psi_{\sigma_t}\,\sigma_{m_t})$	$\sigma_{oe_f} = \xi_f\,(\sigma_{v_f} + \psi_{\sigma_f}\,\sigma_{m_f})$
	$\sigma_{se_t} = \frac{1}{\varrho_t}\,(\sigma_{v_t} + \psi_{\sigma_t}\,\sigma_{m_t})$	$\sigma_{se_j} = \frac{1}{\varrho_f}\,(\sigma_{v_f} + \psi_{\sigma_f}\,\sigma_{m_f})$
$r<0$	$\sigma_{ve_t} = \varrho_t\,(\sigma_{m_t} + \psi'_{\sigma_t}\,\sigma_{v_t})$	$\sigma_{ve_f} = \varrho_f\,(\sigma_{m_f} + \psi'_{\sigma_f}\,\sigma_{v_f})$
	$\sigma_{oe_t} = \xi'_t\,(\sigma_{m_t} + \psi'_{\sigma_t}\,\sigma_{v_t})$	$\sigma_{oe_f} = \xi'_f\,(\sigma_{m_f} + \psi'_{\sigma_f}\,\sigma_{v_f})$
	$\sigma_{se_t} = \sigma_{m_t} + \psi'_{\sigma_t}\,\sigma_{v_t}$	$\sigma_{se_f} = \sigma_{m_f} + \psi'_{\sigma_f}\,\sigma_{v_f}$
	$\psi_{\sigma_t} = \frac{2\sigma_{-t} - \sigma_{ot}}{\sigma_{ot}};\quad \psi'_{\sigma_t} = \frac{2\sigma_r - \sigma_{ot}}{\sigma_{ot}};$	$\psi_{\sigma_f} = \frac{2\sigma_{-1f} - \sigma_{of}}{\sigma_{of}};\quad \psi'_{\sigma_f} = \frac{2\sigma_r - \sigma_{of}}{\sigma_{of}};$
	$\xi_t = \frac{\sigma_{ot}}{\sigma_{-1t}};\quad \xi'_t = \frac{\sigma_{ot}}{\sigma_r};\quad \varrho_t = \frac{\sigma_{-1t}}{\sigma_r}$	$\xi_f = \frac{\sigma_{of}}{\sigma_{-1f}};\quad \xi'_f = \frac{\sigma_{of}}{\sigma_r};\quad \varrho_f = \frac{\sigma_{-1f}}{\sigma_r}$

À l'aide des expressions du tableau 2 et en utilisant la relation (1) l'on obtient les limites d'endurance qui précisent le contour limite du diagramme de fatigue. Dans le tableau 3 sont indiquées les expressions de ces contraintes ainsi que les relations de calcul des coefficients de sécurité établies conformément au critérium d'égalité du coefficient d'asymétrie.

Tableau 3

Les expressions des limites d'endurance qui précisent le contour limite du diagramme de fatigue dans le cas des contraintes de traction et flexion, et les relations de calcul des coefficients de sécurité établies suivant le critérium d'égalité du coefficient d'asymétrie. dans le cas de la schématisation du diagramme qui tient compte du cycle limite pulsateur

Cas	Les limites d'endurance caractéristique du contour limite	c_{r_σ}		
		$r_R < 0$	$r_R > 0$	
			$r_R < r_F$	$r_R > r_F$
I	$\sigma_{-1l} = \sigma_{-1t} + (\sigma_{-1f} - \sigma_{-1t}) \dfrac{1}{1 + \dfrac{\sigma_{v_t} + \psi_{\sigma_t}\sigma_{m_t}}{\sigma_{v_f} + \psi_{\sigma_f}\sigma_{m_f}}}$			
	$\sigma_{ol} = \sigma_{ot} + (\sigma_{of} - \sigma_{ot}) \dfrac{1}{1 + \dfrac{\xi_t(\sigma_{v_t} + \psi_{\sigma_t}\sigma_{m_t})}{\xi_f(\sigma_{v_f} + \psi_{\sigma_f}\sigma_{m_f})}}$			
	$\sigma_{cl} = \sigma_{ct} + (\sigma_{cf} - \sigma_{ct}) \dfrac{1}{1 + \dfrac{\varrho_f(\sigma_{v_t} + \psi_{\sigma_t}\sigma_{m_t})}{\varrho_t(\sigma_{v_f} + \psi_{\sigma_f}\sigma_{m_f})}}$			
II	$\sigma_{-1l} = \sigma_{-1t} + (\sigma_{-1f} - \sigma_{-1t}) \dfrac{1}{1 + \dfrac{\varrho_t(\sigma_{m_t} + \psi'_{\sigma_t}\sigma_{v_t})}{\varrho_f(\sigma_{m_f} + \psi'_{\sigma_f}\sigma_{v_f})}}$			
	$\sigma_{ol} = \sigma_{ot} + (\sigma_{of} - \sigma_{ot}) \dfrac{1}{1 + \dfrac{\xi'_t(\sigma_{m_t} + \psi'_{\sigma_t}\sigma_{v_t})}{\xi'_f(\sigma_{m_f} + \psi'_{\sigma f}\sigma_{v_f})}}$			
	$\sigma_{cl} = \sigma_{ct} + (\sigma_{cf} - \sigma_{ct}) \dfrac{1}{1 + \dfrac{\sigma_{m_t} + \psi'_{\sigma_t}\sigma_{v_t}}{\sigma_{m_f} + \psi'_{\sigma_f}\sigma_{v_f}}}$			

III	$\sigma_{-1l} = \sigma_{-1t} + (\sigma_{-1f} - \sigma_{-1t}) \dfrac{1}{1 + \dfrac{\sigma_{v_t} + \psi'_{\sigma_t}\sigma_{m_t}}{\varrho_f(\sigma_{m_f} + \psi'_{\sigma_f}\sigma_{v_f})}}$ $\sigma_{ol} = \sigma_{ot} + (\sigma_{of} - \sigma_{ot}) \dfrac{1}{1 + \dfrac{\xi_t(\sigma_{v_t} + \psi'_{\sigma_t}\sigma_{m_t})}{\xi_f(\sigma_{m_f} + \psi'_{\sigma_f}\sigma_{v_f})}}$ $\sigma_{cl} = \sigma_{ct} + (\sigma_{cf} - \sigma_{ct}) \dfrac{1}{1 + \dfrac{\sigma_{v_t} + \psi'_{\sigma_t}\sigma_{m_t}}{\varrho_t(\sigma_{m_f} + \psi'_{\sigma_f}\sigma_{v_f})}}$	$c_{r_\sigma} = \dfrac{1}{\dfrac{\sigma_{m_R}}{\sigma_r} + \psi'_{\sigma_l}\dfrac{k_\sigma}{\gamma\varepsilon_\sigma}\dfrac{\sigma_{v_R}}{\sigma_r}}$	$c_{r_\sigma} = \dfrac{\sigma_{cl}}{\sigma_{\max_R}}$
IV	$\sigma_{-1l} = \sigma_{-1t} + (\sigma_{-1f} - \sigma_{-1t}) \dfrac{1}{1 + \dfrac{\varrho_t(\sigma_{m_t} + \psi'_{\sigma_t}\sigma_{v_t})}{\sigma_{v_f} + \psi_{\sigma_f}\sigma_{m_f}}}$ $\sigma_{ol} = \sigma_{ot} + (\sigma_{of} - \sigma_{ot}) \dfrac{1}{1 + \dfrac{\xi'_t(\sigma_{v_t} + \psi'_{\sigma_t}\sigma_{v_t})}{\xi'_f(\sigma_{v_f} + \psi'_{\sigma_f}\sigma_{m_f})}}$ $\sigma_{cl} = \sigma_{ct} + (\sigma_{cf} - \sigma_{ct}) \dfrac{1}{1 + \dfrac{\varrho_f(\sigma_{m_t} + \psi'_{\sigma_t}\sigma_{v_t})}{\sigma_{v_l} + \psi'_{\sigma_f}\sigma_{m_f}}}$	$c_{r_\sigma} = \dfrac{1}{\dfrac{k_\sigma}{\gamma\varepsilon_\sigma}\dfrac{\sigma_{v_R}}{\sigma_{-1l}} + \psi_{\sigma_l}\dfrac{\sigma_{m_R}}{\sigma_{-1l}}}$	$r_R = \dfrac{\sigma_r(\sigma_{cl} - \sigma_{ol})}{\sigma_{cl}(\sigma_r - \sigma_{ol})}$; $\psi_{\sigma_l} = \dfrac{2\sigma_{-1l} - \sigma_{ol}}{\sigma_{ol}}$; $\psi'_{\sigma_l} = \dfrac{2\sigma_r - \sigma_{ol}}{\sigma_{ol}}$

3. *Le cas des contraintes variables composées : contraintes variables tangentielles, et contraintes variables normales produits par traction et flexion.*

Pour des contraintes variables composées dans le calcul de fatigue l'on admet que les cycles limite symétriques sont situés suivant une ellipse d'équation.

$$\left(\frac{\sigma_{vl}}{\sigma_{-1}}\right)^2+\left(\frac{\sigma_{vl}}{\sigma_{-1}}\right)^2=1. \tag{6}$$

Si les contraintes variables normales sont produites seulement par traction l'équation de l'éllipse sera

$$\left(\frac{\sigma_{vl}}{\sigma_{-1t}}\right)^2+\left(\frac{\sigma_{vl}}{\sigma_{-1}}\right)^2=1. \tag{7}$$

Quand les contraintes variables normales sont produites seulement par flexion l'on obtientendra

$$\left(\frac{\sigma_{vl}}{\sigma_{-1f}}\right)^2+\left(\frac{\sigma_{vl}}{\sigma_{-1}}\right)^2=1. \tag{8}$$

Vu que les contraintes variables normales sont produites par traction et par flexion, la limite d'endurance pour le cycle symétrique aura la valeur σ_{-1l} ; dans ce cas l'équation (6) devient

$$\left(\frac{\sigma_{vl}}{\sigma_{-1l}}\right)^2+\left(\frac{\sigma_{vl}}{\tau_{-1}}\right)^2=1. \tag{9}$$

L'ellipse correspondant à l'équation (9) sera située entre les ellipses (7) et (8) (fig. 3).

Pour utiliser le diagramme de la figure 3 l'on doit réduire les cycles de charge pour contraintes variables normales résultantes et pour contraintes variables tangentielles, en cycles symétriques équivalents. Soit σ_{ve} et τ_{ve} les contraintes maxima des cycle équivalents ; ces valeurs déterminent sur le diagramme le point 1.

Pour déterminer le coefficient de sécurité il est nécessaire de préciser le point de l'ellipse *TN* qui definit les cycles limite qui peuvent être supportés simultanément par la pièce sans que la rupture par la fatigue ait lieu. Si l'on ne peut pas exprimer la variation des tensions σ_{vc} τ_{ve} en rapport du facteur de charge, l'on utilise l'hypothèse suivante : à la suite de l'augmentation du facteur de charge la contrainte maximum du cycle donnant lieu aux contraintes normales croît dans la même proportion que la contrainte maximum du cycle qui produit des contraintes tangentielles. Dans ce cas les tensions limite sont lié par la relation

$$\frac{\sigma_{ve}}{\tau_{ve}}=\frac{\sigma_{vl}}{\tau_{vl}}, \tag{10}$$

indiquant que le point 2 qui définit le cycle limite se trouve à l'intersection de la parabole TN par la droite 01 (fig. 3).

Le coefficient de sécurité à la rupture dans le cas des contraintes composées se définit comme étant le rapport entre la contrainte équivalente des cycles limite et la contrainte équivalente des cycles de charge

$$c_r = \frac{\sigma_{\text{ech max}_l}}{\sigma_{\text{ech max}}} . \tag{11}$$

Si les cycles limite se déterminent en raison de la condition (10), le coefficient de sécurité peut être exprimé par le rapport des contraintes

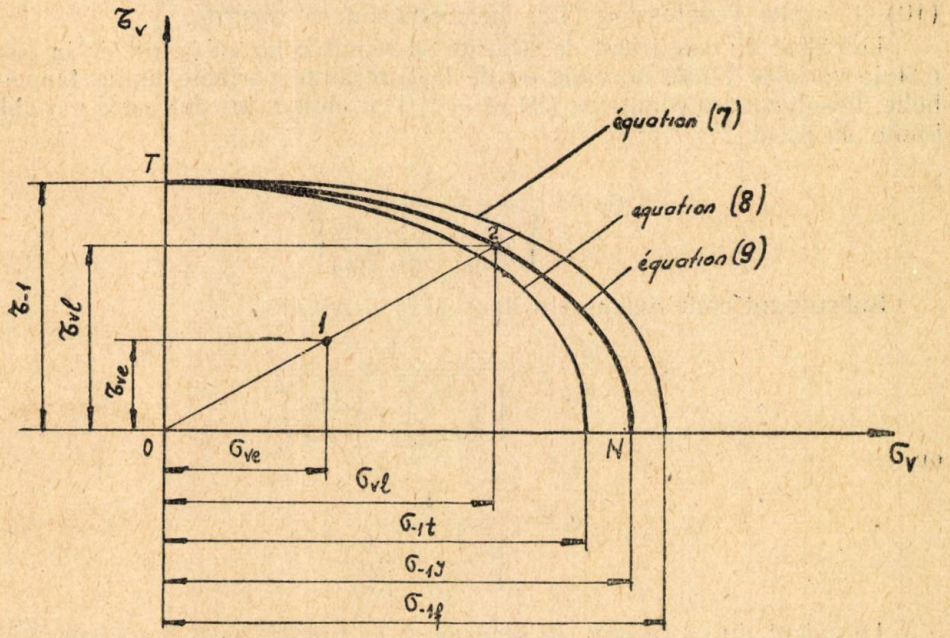


Fig. 3. Le diagramme des cycles limite symétriques pour des contraintes variables composées alors que les contraintes variables normales sont dues à la traction et à la flexion

maxima normales ou par le rapport des contraintes maxima tangentielles, quelle qui soit la théorie de rupture admise à la détermination des contraintes équivalentes

$$c_r = \frac{\sigma_{vl}}{\sigma_{ve}} = \frac{\tau_{vl}}{\tau_{ve}} . \tag{12}$$

En vérité, les expressions des contraintes équivalentes peuvent être exprimées par la relation

$$\sigma_{\text{ech}} = \sigma f\left(\frac{\tau}{\sigma}\right),$$

$f\left(\frac{\tau}{\sigma}\right)$ étant une fonction du rapport des deux contraintes. Dans le cas présent l'on obtient

$$\sigma_{ech\ max} = \sigma_{ve}\ f\left(\frac{\tau_{ve}}{\sigma_{ve}}\right),$$

$$\sigma_{ech\ max_l} = \sigma_{vl}\ f\left(\frac{\tau_{vl}}{\sigma_{vl}}\right).$$

En rapportant ces deux contraintes et tenant compte de la condition (10) il résulte l'expression (12) du coefficient de sécurité.

Le calcul du coefficient de sécurité se réduit donc au calcul de la contrainte variable limite normale ou de la contrainte variable limite tangentielle. Résolvant les équations (9) et (10) l'on obtient la contrainte variable limite du point 2

$$\sigma_{vl} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\sigma_{-1l}^2} + \frac{1}{\sigma_{ve}^2}\left(\frac{\tau_{ve}}{\tau_{-1}}\right)^2}}.$$

Substituant cette expression dans (12) il résulte

$$c_r = \frac{\sigma_{vl}}{\sigma_{ve}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{ve}}{\sigma_{-1l}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{ve}}{\tau_{-1}}\right)^2}},$$

ou

$$c_r = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{c_{r_\sigma}^2} + \frac{1}{c_{r_\tau}^2}}}.$$

Le calcul du coefficient de sécurité à la rupture pour les contraintes composées se réduit ainsi au calcul des coefficients de sécurité pour les deux sortes des contraintes. Étant donné que la condition d'équivalence des cycles symétriques est l'égalité des coefficients de sécurité, les coefficients c_{r_σ} et c_{r_τ} peuvent être calculés directement pour les cycles de charge.

Conclusions

Le calcul à la fatigue des pièces dans lesquelles apparaissent des contraintes variables normales produites par traction et flexion ne se distingue pas en principe du calcul usuel. La seule modification consiste dans l'établissement du contour du diagramme de fatigue pour les contraintes normales, considérant les cycles de traction et de flexion. Pour le même matériau mais pour des charges differentes ce contour se modifie par rapport aux cycles de charge.

L'hypothèse simple utilisée pour la détermination des limites d'endurance nécessaires à la representation du contour limite schématisé est suggérée par les relations de proportionnalité souvent utilisées dans les calculs à la fatigue. A mesure qu'ont accumulera des dates expérimentales l'hypothèse pourra être ameliorée.

La Chaire de Chaudières et machines thèrmiques
Institut Polytehnique de Bucarest

BIBLIOGRAFIE

1. *Gh. Buzdugan.* — Calculul de rezistență la solicitări variabile, Ed. tehnică, București, 1955.
2. *S. D. Ponomarev ș.a.* — Calculul modern de rezistență în construcția de mașini, vol. I, (traducere din limba rusă) Ed. tehnică, București, 1956.

О НЕКОТОРЫХ ВОПРОСАХ В СВЯЗИ С РАСЧЕТАМИ ПРЕДЕЛА УСТАЛОСТИ

(Краткое содержание)

В настоящей работе даетья метод расчета предела усталости для случая когда нормалное переменное напряжение производятся растяжением-сжатием а также изгибаниам. Отдельный учест циклов нагрузки, произа дящих нормальные напряжения, необходим ибо предел усталости при изгибе больше чем при сжатийрастяжений при гем разница составляет около 40% для симнтрического цикла.

В каждом случая нагрузки, нужно определить контурпредел усталости, для чего использовалось предположение выражаемое отношением (1) после определения контура-предела при данной нагрузке, расчет предала усталост с учетом циклов производящих нормальные переменные напряжения, больше не будет отличаться от обычного метода расчета предела установости.

SOME PROBLEMS IN RELATION WITH THE ENDURANCE CALCULATION

(Summary)

A method of endurance calculation for the cases when varying normal tensile and compression stresses are produced together with bending stresses is presented. The separate consideration of the loading cycles which produce varying normal stresses is necessary because the endurance limit

for bending stress is wider than the endurance limit for tensile and compression stresses the difference attaining to 40 percent for the cycle of reversed stresses.

For every load it is necessary to establish the contour of the endurance-limit curve and in this purpose the hypothesis expressed through the relation (1) was used. Once the contour of the endurance-limit for the given load is established, the endurance calculation which takes into consideration the kind of the normal stresses, does not differ from the usual calculation.

UN PROBLEME RELATIF AU CALCUL À LA FATIGUE

(Résumé)

L'on présente une méthode de calcul à la fatigue pour les cas ou se produisent des contraintes variables normales par traction — compression et par flexion. La considération separée des cycles de charge qui produisent des contraintes variables et normales est nécessaire parceque la limite d'endurance pour flexion est supérieure à la limite d'endurance pour traction-compresion, la difference atteindant 40% pour le cycle symétrique.

Pour chaque cas de charge l'on doit établir les limites d'endurance; dans ce but on s'est servi de l'hypothèse exprimée par la relation (1). Après avoir précisé les limites d'endurance pour la charge donnée le calcul à la fatigue tenant compte du genre de contraintes normales ne se distingue pas du calcul à la fatigue usuel.

UBER EINIGE FRAGEN IM ZUSAMMENHANG MIT DER BERECHNUNG AN DAUERFESTIGKEIT

(Zusammenfassung)

Verfasser legt eine Methode zur Berechnung an Dauerfestigkeit bei normal veränderlichen Spannungen durch Druck — Zug und Biegung dar. Die gesonderte Betrachtung der Belastungzyklen die solche Spannungen hervorrufen, ist schon darum notwendig weil die Dauerfestigkeitsgrenze bei Biegen grösser als bei Druck — Zug — Beanspruchung ist, wobei der Unterschied den Wert bis 40% bei symmetrischen Zykeln erreicht.

In jedem Falle der Belastung muss das Kontur der Dauerfestigkeitsgrenze bestimmt werden, zu welchem zwecke Verfasser von der Annahme ausgeht die durch die Bezichung (1) ausgedrückt wird, Nach Festlegung dieses Konturs bei gegebener Belastung, unterscheidet sich die Berechnung an Dauerfestigkeit unter Berücksichtigung der Zyklen die die normale veränderliche Spannungen hervorrufen, nicht mehr von der üblichen Berechnungsmethoden.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 1

DETERMINATION DE L'EQUATION DIFFERENTIELLE DE LA LIGNE ÉLASTIQUE DANS LE CAS DES BARRES DROITES, SOUS L'ACTION DES CHARGES LONGITUDINALES ET TRANSVERSALES

par AUGUSTIN PETRE

Dans l'étude on établira l'équation differentielle de la ligne élastique déformée, pour le cas d'une barre droite soumise à des charges axiales latérales données, en tenant compte aussi des contraintes supplémentaires dues aux déformations.

Quoiqu'il existe des études à caractère général d'où l'on pourrait déduire cette équation, la déduction, tout aussi bien que l'élimination des fonctions supplémentaires par cette voie, serait assez difficile.

De même, on a traité ailleurs des cas particuliers de contrainte, dont l'équation a été établie séparément pour chaque cas.

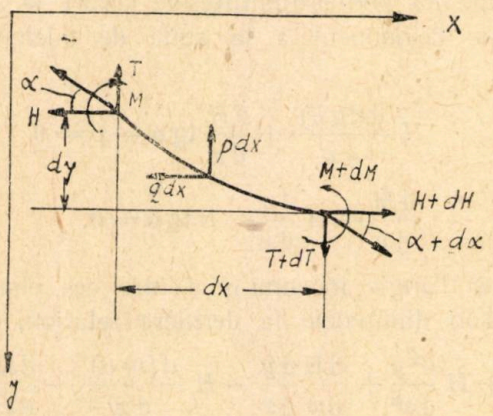


Fig. 1

De l'équation différentielle qui sera établie, on obtiendra très facilement tous les cas particuliers possibles, étant donné qu'il suffit de connaître l'expression des charges axiales et latérales.

Par la suite, on exposera la manière dont on peut obtenir, à partir de l'équation établie, les différentes catégories de cas particulaires, dont

quelques-uns étaient déjà connus, tandis que les autres seront présentés dans ce travail pour la première fois.

Considérons une barre droite au début, sous l'action des charges axiales et transversales. Supposons que le répartition de ces charges au long de la barre, ne dépend point de la déformation de cette dernière. Dans le calcul des contraintes, on considérera aussi les contraintes supplémentaires qui se produisent à cause des déformations. Dans ces conditions, si l'on considère un élément de la bare, ayant la longueur dx, celui-ci sera sollicité, comme sur la figure 1. Les forces T_1, respectivement T_2, représentent la résultante de la force longitudinale et de la force transversale dans la section considérée. Par l'intermédiaire de l'angle α, fait par cette résultante avec la direction de l'axe ox, on peut exprimer les forces de cisaillement par les forces axiales. On peut écrire que

$$T = H \operatorname{tg} \alpha \tag{1}$$

$$T + \mathrm{d}T = (H + \mathrm{d}H) \operatorname{tg} (\alpha + \mathrm{d}\alpha). \tag{2}$$

Les trois équations d'équilibre qu'on peut écrire dans ce cas, en tenant compte de (1), (2), seront les suivantes :

$$q\,\mathrm{d}x = \mathrm{d}H \tag{3}$$

$$H \operatorname{tg} \alpha + p\,\mathrm{d}x - (H + \mathrm{d}H) \operatorname{tg} (\alpha + \mathrm{d}\alpha) = 0 \tag{4}$$

$$\mathrm{d}M + H\,\mathrm{d}y - H \operatorname{tg} \alpha\,\mathrm{d}x - \frac{\mathrm{d}x^2}{2} + \frac{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y}{2} = 0 \tag{5}$$

Si l'on néglige les petites quantités de l'ordre le plus élevé, les deux dernières relations deviennent à la suite de quelques transformations simples:

$$H \frac{\mathrm{d}(\operatorname{tg} \alpha)}{\mathrm{d}x} + \frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}x} \operatorname{tg} \alpha - p = 0 \tag{6}$$

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}x} + H \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} - H \operatorname{tg} \alpha = 0. \tag{5}$$

Pour éliminer l'angle inconnu α d'entre ces deux relations, on remarque que si l'on différencie la dernière relation, on obtient

$$\frac{\mathrm{d}^2 M}{\mathrm{d}x^2} + H \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} + \frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}x} \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} - H \frac{\mathrm{d}(\operatorname{tg} \alpha)}{\mathrm{d}x} - \frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}x} \operatorname{tg} \alpha = 0, \tag{8}$$

où l'on voit que les derniers deux termes coïncident aux premiers deux termes de l'équation (6). La dernière équation peut donc, être écrite comme suit :

$$\frac{\mathrm{d}^2 M}{\mathrm{d}x^2} + H \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} + \frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}x} \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} - p = 0. \tag{9}$$

Etant donné qu'entre le moment de flexion simple d'une section transversale, et la courbure, il y a la relation

$$\frac{1}{\varrho} \approx \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M}{EI}, \tag{10}$$

l'équation (9) peut être écrite

$$-EI\frac{d^4 y}{dx^4} + H\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dH}{dx}\frac{dy}{dx} - p = 0. \tag{11}$$

En notant

$$\varphi = \frac{dy}{dx}, \tag{12}$$

il résulte

$$\frac{d^3\varphi}{dx^2} - \frac{H}{EI}\frac{d\varphi}{dx} - \frac{1}{EI}\frac{dH}{dx}\frac{dy}{dx} = \frac{p}{EI} \tag{13}$$

On remarque que cette équation peut être intégrée, et l'on obtient ainsi

$$\frac{d^2\varphi}{x^2} - \frac{H}{EI}\varphi = \frac{T}{EI}. \tag{14}$$

Il s'ensuit, donc, que si l'on connaît les charges appliquées, respectivemment les forces axiales H et les forces de cisaillement T, avant la déformation, les rotations φ par la déformation des différentes sections sont obtenues en intégrant l'équation (14), les flèches y, respectivement l'équation de la ligne élastique, sont obtenues de (12), et les moments de flexion, à l'aide de la relation (10).

En reprenant les relations (1—4) et (7), on peut écrire

$$\frac{dT}{dx} = p \tag{15}$$

$$\frac{dH}{dx} = p \tag{16}$$

$$\frac{dM}{dx} = T - H\varphi \tag{17}$$

On obtient, des relations (15) et (16) le mode de calcul des forces axiales H et de cisaillement T. Mais les moments de flexion dépendent, aussi, de la déformation de la barre et ne peuvent pas être calculés, sans avoir intégré tout d'abord, l'équation (14).

Pour la barre de section variable, on tiendra compte dans la relation (10), que le moment d'inertie de la section transversale I est fonction de x.

Dans ce cas, (14) devient

$$\frac{d}{dx}\left(EI\frac{d\varphi}{dx}\right) - H\varphi = T \tag{18}$$

ou

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{1}{EI}\frac{d(EI)}{dx}\frac{d\varphi}{dx} - \frac{H}{EI}\varphi = \frac{T}{EI} \tag{19}$$

Dans une telle barre, la détermination des contraintes et des déformations se fait d'une manière analogue, en intégrant les relations (19) et (12), et pour le calcul des moments fléchissants on utilisera la relation (10).

APPLICATIONS.

Stabilité des barres de section constante sous des charges axiales distribuées

L'equation (14) devient, pour le cas de la sollicitation par des charges axiales de compression $H(x)$

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{H(x)}{EI}\varphi = 0. \tag{20}$$

Si l'on considère $H(x)$ de la forme :

$$H(x) = Hx^n, \tag{21}$$

la relation (20) peut être écrite

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \alpha x^n \varphi = 0, \tag{22}$$

où l'on a noté

$$\alpha = \frac{H}{EI}. \tag{23}$$

La solution de l'équation (22) peut être écrite sous la forme

$$\varphi = C_1\sqrt{x}\,J_{\frac{1}{n+2}}\left(\frac{2\sqrt{\alpha}}{n+2}x^{\frac{n+2}{2}}\right) + C_2\sqrt{x}\,J_{-\frac{1}{n+2}}\left(\frac{2\sqrt{\alpha}}{n+2}x^{\frac{n+2}{2}}\right). \tag{24}$$

Le moment fléchissant dans une section quelconque, sera

$$\begin{aligned} M = EI\frac{d\varphi}{dx} = C_1\Bigg[& x^{-\frac{1}{2}}J_{\frac{1}{n+2}}\left(\frac{2\sqrt{\alpha}}{n+2}x^{\frac{n+2}{2}}\right) + \frac{x^{-\frac{n+1}{2}}}{2\sqrt{\alpha}}J_{\frac{1}{n+2}}\left(\frac{2\sqrt{\alpha}}{n+2}x^{\frac{n+2}{2}}\right) - \\ & - x^{\frac{1}{2}}J_{\frac{n+3}{n+2}}\left(\frac{2\sqrt{\alpha}}{n+2}x^{\frac{n+2}{2}}\right)\Bigg] EI + C_2\Bigg[x^{-\frac{1}{2}}J_{-\frac{1}{n+2}}\left(\frac{2\sqrt{\alpha}}{n+2}x^{\frac{n+2}{2}}\right) - \\ & - \frac{x^{-\frac{n+1}{2}}}{2\sqrt{\alpha}}J_{\frac{1}{n+2}}\left(\frac{2\sqrt{\alpha}}{n+2}x^{\frac{n+2}{2}}\right) - x^{\frac{1}{2}}J_{\frac{n+3}{n+2}}\left(\frac{2\sqrt{\alpha}}{n+2}x^{\frac{n+2}{2}}\right)\Bigg] EI. \end{aligned} \tag{25}$$

On note

$$\frac{2\sqrt{\alpha}}{n+2}x^{\frac{n+2}{2}}=\xi\,;\quad\left(\frac{2\sqrt{\alpha}}{n+2}\right)^{\frac{2}{n+2}}=b^2, \tag{26}$$

d'où

$$x=b^2\xi^{\frac{2}{n+2}};\quad x^{\frac{1}{2}}=b\,\xi^{\frac{1}{n+2}}, \tag{27}$$

et les relations (24) et (25) deviennent

$$\varphi=C_1\,b\,\xi^{\frac{1}{n+2}}J_{\frac{1}{n+2}}(\xi)+C_2\,b\xi^{\frac{1}{n+2}}J_{-\frac{1}{n+2}}(\xi) \tag{28}$$

$$M=EI\left\{C_1 b\xi^{\frac{1}{n+2}}J_{-\frac{n+1}{n+2}}(\xi)-C_2\,b\,\xi^{\frac{1}{n+2}}J_{\frac{n+1}{n+2}}(\xi)\right\}. \tag{29}$$

Pour déterminer la charge critique de flambage on pose la condition qu'après la détermination des constantes par des conditions aux limites, la solution (28) ne doit pas être identiquement nulle.

On considère, par la suite, des différents modes de fixation des extrémités.

Ainsi, pour la barre encastrée à une extrémité et libre à l'autre, considérée comme origine, les condititon aux limites seront

$$\begin{aligned} x&=0 \quad M=0\\ x&=l \quad \varphi=0. \end{aligned} \tag{30}$$

De la première condition il s'ensuit

$$C_1=0$$

Et de la seconde

$$\varphi=C_2\xi_{x=l}^{\frac{1}{n+2}}J_{-\frac{1}{n+2}}(\xi_{x=l})=0. \tag{31}$$

En notant

$$\xi_{x=l}=k_1 \tag{32}$$

on obtient de la relation (31) en fonction de la valeur de n, la valeur que doit avoir la charge pour satisfaire la condition (31) pour $C_2\neq 0$.

Les résultats sont présentés dans le tableau 1.

Pour la même barre à l'encastrement dans l'origine et à l'autre extrémité libre, les conditions aux limites seront

$$\begin{aligned} x&=0 \quad \varphi=0\\ x&=l \quad M=0 \end{aligned} \tag{33}$$

respectivement

$$C_2 = 0$$

et

$$C_1 k^{\frac{1}{n+2}} J_{-\frac{n+1}{n+2}}(k) = 0 . \tag{34}$$

Pour la barre articulée aux deux extrémités, on peut écrire

$$\begin{aligned} x &= 0 \quad M = 0 \\ x &= l \quad M = 0 \end{aligned} \tag{35}$$

respectivement

$$C_1 = 0$$

$$C_2 k_2^{\frac{1}{n+2}} J_{\frac{n+1}{n+2}}(k_2) = 0, \tag{36}$$

Pour la barre incastrée aux deux extrémités

$$\begin{aligned} x &= 0 \quad \varphi = 0 \\ x &= l \quad \varphi = 0 \end{aligned} \tag{37}$$

respectivement

$$C_2 = 0$$

$$k_3^{\frac{1}{n+2}} J_{\frac{1}{n+2}}(k_3) = 0. \tag{38}$$

Les solutions sont données, aussi, dans le tableau 1.

Si l'on connaît la valeur de k, la force critique s'obtient par la somation des charges sur toute la barre

$$P = \int_0^l H x^n \, dx = \frac{H l^{n+1}}{n+1} = k. \tag{39}$$

De la première relation (26) et de (32) on obtient

$$\frac{2\sqrt{H}}{\sqrt{EI}} \frac{l^{\frac{n+2}{2}}}{n+2} = k ; \tag{40}$$

d'où

$$P_{cr} = \left(\frac{n+2}{2} \right)^2 \frac{K^2 EI}{l^2} . \tag{41}$$

Le calcul des barres sous des forces axiales constantes et sous des forces transversales distribuées

Considérons une force transversale fonction de x, $T(x)$.

Considérons, aussi, la barre sollicitée par une force axiale constante de compression H.

L'équation (14) s'écrira

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2}+\frac{EI}{H}\varphi=\frac{EI}{1}T(x). \tag{42}$$

La solution de cette équation fonction des valeurs de φ et de ses dérivées dans l'origine, peut être écrite

$$\varphi=\frac{\varphi_0'}{\alpha}\sin\alpha x+\varphi_0\cos\alpha x+\int_0^x\frac{\sin\alpha(x-t)}{\alpha}T(t)\,dt. \tag{43}$$

où α a l'éxpression (23).

Si, par exemple, la force T a l'expression

$$T=T_0+T_1x+T_2x^2+\cdots+T_nx^n, \tag{44}$$

la solution aura la forme

$$\varphi=\frac{\varphi_0'}{\alpha}\sin\alpha x+\varphi_0\cos\alpha x+\int_0^x\frac{\sin\alpha(x-t)}{\alpha}\sum_{i=0,1,\ldots n}T_it^i\,dt. \tag{45}$$

En considérant seulement l'existence des premiers deux termes du développement (44), il s-ensuit

$$\varphi=\frac{\varphi_0'}{\alpha}\sin\alpha x+\varphi_0\cos\alpha x+\frac{T_0}{H}+\frac{T_1x}{H}. \tag{46}$$

Le moment de flexion

$$M=\varphi_0'EI\cos\alpha x-\varphi_0EI\alpha\sin\alpha x+\frac{T_1}{H}EI. \tag{47}$$

Pour la barre de longueur l articulée aux deux extrémités, les conditions aux limites deviennent

$$\begin{aligned} x&=0 \quad M_0=0\\ x&=l \quad M_l=0 \end{aligned} \tag{48}$$

respectivement

$$\begin{aligned} \varphi_0'+\frac{T_1}{H}&=0\\ \varphi_0'\cos\alpha l-\varphi_0\alpha\sin\alpha l+\frac{T_1}{H}&=0 \end{aligned} \tag{49}$$

d'où

$$\varphi_0' = -\frac{T_1}{H}$$
$$\varphi_0 = \frac{T_1}{H}\frac{1-\cos\alpha l}{\alpha \sin \alpha l}, \tag{50}$$

qui, étant introduites dans (47) mènent à

$$M = \frac{T_1}{\alpha^2}\left[\frac{\cos\alpha l - 1}{\sin\alpha l}\sin\alpha x - \cos\alpha x + 1\right]. \tag{51}$$

Si la force axiale constante est une force de traction, l'équation (42) devient

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} - \frac{H}{EI}\varphi = \frac{1}{EI}T(x) \tag{52}$$

et la solution (43) sera

$$\varphi = \frac{\varphi_0'}{\alpha}\operatorname{sh}\alpha x + \varphi_0 \operatorname{ch}\alpha x + \int_0^x \frac{\operatorname{sh}\alpha(x-t)}{\alpha} T(t)\,dt. \tag{53}$$

Pour les forces de cisaillement de la forme

$$T(t) = T_0 + T_1 x, \tag{54}$$

la solution devient

$$\varphi = \frac{\varphi_0'}{\alpha}\operatorname{sh}\alpha x + \varphi_0 \operatorname{ch}\alpha x - \frac{T_0}{H} - \frac{T_1 x}{H}. \tag{55}$$

Pour les mêmes conditions d'appui (48) le moment fléchissant est

$$M = \frac{T_1}{H}\left(\operatorname{ch}\alpha x + \frac{1-\operatorname{ch}\alpha l}{\operatorname{sh}\alpha l}\sin\alpha x - 1\right). \tag{56}$$

Le calcul des barres sous des forces axiales distribuées et sous des forces transversales

Considérons la barre sollicitée par une force axiale de la forme (21) et par une autre transversale de la forme (44). Pour simplifier, dans l'équation (21) on prendre comme exemple $n = 2$ [1].

L'équation (14) devient

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \alpha x^2 \varphi = \frac{1}{EI}\sum_{i=0}^{n} T_i x^i \tag{57}$$

En effectuant le changement de variable

$$x = \sqrt{\frac{2}{\sqrt{\alpha}}}\, z^{\frac{1}{2}} \tag{58}$$

et le changement de fonction

$$\varphi = \sqrt{\frac{2}{\sqrt{\alpha}}}\, z^{\frac{1}{4}}\, \eta(z). \tag{59}$$

l'équation (57) peut être écrite

$$\frac{d^2\eta}{dz^2} + \frac{1}{z}\frac{d\eta}{dz} + \left[1 - \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^4}{z^2}\right]\eta = \frac{1}{EI}\sum_{i=0}^{n} T_i\, 2^{-\frac{5}{4}+\frac{i}{2}}\, \alpha^{-\frac{3}{8}-\frac{i}{4}}\, z^{-\frac{5}{4}+\frac{i}{2}}. \tag{60}$$

L'équation est de type Lommel, et la solution sera

$$\eta = C_1 J_{\frac{1}{4}}(z) + C_2 J_{-\frac{1}{4}}(z) + \frac{1}{EI}\sum_{i=0}^{n} T_i \frac{2^{\frac{2i+5}{4}}}{\alpha^{\frac{2i+3}{8}}}\, s_{\frac{2i-1}{4},\frac{1}{4}}(z), \tag{62}$$

où $s_{\mu,\nu}$ est la fonction de Lommel.

En revenant aux variables initiales, la solution (61) sera écrite

$$\varphi = C_1\sqrt{x}\, J_{\frac{1}{4}}\left(\frac{\sqrt{\alpha}}{2}x^2\right) + C_2\sqrt{x}\, J_{\frac{1}{4}}\left(\frac{\sqrt{\alpha}}{2}x^2\right) +$$

$$+\frac{1}{EI}\sum_{i=0}^{n} T_i \frac{2^{\frac{2i+5}{4}}}{\alpha^{\frac{2i+3}{8}}}\sqrt{x}\, s_{\frac{2i-1}{4},\frac{1}{4}}\left(\frac{\sqrt{\alpha}}{2}x^2\right). \tag{62}$$

Les deux constantes arbitraires C_1 et C_2 se déterminent des conditions de fixation.

La solution des problèmes où interviennent d'autres lois de répar-tition des charges, peut se faire de manière similaire aux exemples données ci-dessus. L'équation différentielle de la ligne élastique, établie dans le présent travail étant linéaire, le principe de la superposition est valable, de sorte que dans le cas des sollicitations obtenues par la sommation des sollicitations plus simples, la solution sera la somme des solutions pour chaque sollicitation séparément.

Tableau I

n	0	1	2	3	4	5	6
k_1	$\frac{\pi}{2}$	1,8663	2,0063	2 0883	2,1530	2,1805	2,2089
k_2	π	2,8978	2,7809	2,7070	2,6575	2,6209	2,5951
k_3	π	3,3762	3,4910	3,5597	3,6054	3,6517	3,6624

La Chaire de la Résistance des Matériaux
Institut Polytechnique de Bucarest

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Petre* — Calculul de rezistență al palelor de elicopter de secțiune constantă sub o sarcină dată. Studii și cercetări de mecanică aplicată 3, anul IX, 1958. Edit. Acad. R.P.R.
2. *Timoshenko S.* — Théorie de la stabilité élastique. Paris et Liége — 1947 Librairie Polytechnique Ch. Béranger.
3. *Ponomarev S. D. ș. a.* — Calculul modern de rezistență în construcția de mașini. Editura Tehnică — 1956.

УСТАНОВЛЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ СРЕДИННОГО ДЕФОРМИРОВАННОГО ВОЛОКНА В СЛУЧАЕ ПРЯМЫХ БАЛОК, НАГРУЖЕННЫХ АКСИАЛЬНЫМИ И ПОПЕРЕЧНЫМИ СИЛАМИ

(Краткое содержание)

В работе устанавливается дифференцкальнсе уравнение срединного деформированного волокна в случае прямой балки при данных аксиальных и боковых нагрузках, причем учитываются и дополнительные нагрузки происходящие от деформаций.

В качестве применения приводится расчет критических нагрузок продольного изгиба при различных законах изменения по длине балки аксиальной нагрузки, расчет деформаций и изгибающих ментов растянутых и сжатых балок при постоянной нагрузке и подверженных боковым начрузкам, распределенным по различным законам, и пр.

DETERMINATION OF DIFFERENTIAL EQUATIONS OF THE CENTER LINE CURVE FOR A DEFLECTED BEAM UNDER AXIAL AND LATERAL LOADS

(Summary)

The differential equations of the center line curve for a deflected beam subjected to given axial and lateral loads are determined, the additional stresses which are due to strains being also taken into account.

As an application author presents the calculation of buckling loads according to various laws of the axial load along the beam. The calculation of deflection and bending moments of a beam subjected to tension and compression and also to lateral loads, etc., is included.

DÉTERMINATION DE L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE DE LA LIGNE ÉLASTIQUE DANS LE CAS DES BARRES DROITES, DÉFORMÉES SOUS L'ACTION DES CHARGES LONGITUDINALES ET TRANSVERSALES

(Résumé)

Dans l'etude présente on établit l'équation différentielle de la ligne élastique déformée, pour le cas d'une barre droite soumise à des charges axiales et latérales données, en tenant compte aussi des contraintes supplémentaires dues aux déformations.

On y présente, comme application ; le calcul des charges critiques de flambage pour plusieurs types de distribution longitudinal des charges axiales admises, le calcul des déformations et des moments de flexion des barres tendues ou comprimées sous une charge constante et sollicitées simultainement par des charges latérales à distribution donnée, etc.

DIE BESTIMUNG DER DIFFERENTIALGLEICHUNG DER ELLASTISCHEN LINIE IM FALLE DES GERADEN TRAGERS DURCH AXIALE UND QUERE BELASTUNG

(Zusammenfassung)

Es wird in der Arbeit die Differentialgleichung der ellastischen Linie bestimmt im Falle eines geraden Trägers unter die Wirkung gegebener Axial-und Querkräften, wenn man auch die zusätzlichen Spannungen die wegen der Deformationen aufträten, in Rechnung nimmt.

Als Anwendungen werden die Knichungskräfte im Folle verschiedenartiger Veränderungsgesetzen der Kräft in axialer Richtung des Trägers, die Rechnung der Deformationen und der Biegungsmomente der gedehnten oder gedrückten Träger unter einer Konstanten Kraft und die zur Querkräfte verschiedenartiger Veränderungsgesetzen ausgesetzt sind, u. s w.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 1

TERMOTEHNICA

662.921

DU JUSTE CHOIX DES DIAMÈTRES DES TUBES DANS LA CONSTRUCTION DES CHAUDIÈRES A VAPEUR AQUATUBULAIRES *

par PETRE VEZEANU

Le choix du diamètre du tube, particulièrement dans la construction des faisceaux de vaporisation, constitue un problème que le constructeur résout dans la plupart des cas par analogie avec une construction existante.

Néanmoins le diamètre du tube a une grande importance pour le constructeur de la chaudière car le poids du métal utilisé ainsi que le gabarit de la chaudière sont en fonction de sa valeur.

Dans la suite il sera démontré l'influence du diamètre du tube sur le poids du métal utilisé à la tuyauterie destinée au chauffage et à la vaporisation de l'eau (économiseurs en tubes d'acier, écrans, faisceaux bouilleurs convecteurs).

1. Les écrans

On établira tout d'abord la dépendance de la transmission de la chaleur, par rayonnement, dans le foyer, de la valeur du diamètre du tube de l'écran. Pour le calcul de ce transfert on utilisera la méthode, moins precise mais plus simple et de toutes façons, suffisante pour démontrer ce que l'on poursuit, et qui est basée sur la loi de Stefan Boltzmann.

Suivant cette loi, la quantité de chaleur transmise par rayonnement dans le foyer, est calculée par la formule :

$$Q_r = c\left[\left(\frac{T_f}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_p}{100}\right)^4\right]\Sigma A \quad \text{(kcal/h)} \qquad (1)$$

dans laquelle :

c — le coefficient de rayonnement mutuel, en kcal/m^{2}h^{0}K^4 ;
T_f — la température des gaz à la sortie du foyer, en ^{0}K ;
T_p — la température de la paroi extérieure du tube de l'écran, en ^{0}K ;
ΣA — la surface équivalente des écrans, en m^2.

$$A = x\,A_g$$

* Communication prezentée à la IV-ème session scientifique des cadres didactiques de l'Institut Polytechnique de Bucarest (le 19 octobre 1958).

x — le coefficient d'éfficacité de l'écran, en fonction du rapport $\frac{s_e}{d}$ et du fait si :

$$1 < \frac{e}{s_e}, \quad \text{ou} \quad \frac{e}{s_e} \leqslant 1$$

où :

s_e — la distance entre les axes de deux tubes de l'écran, en m ;
d — le diamètre extérieur du tube, en m;
e — la distance de l'axe d'un tube de l'écran à la paroi de derrière en m.

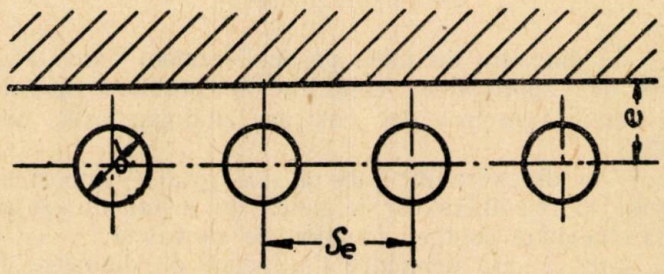


Fig. 1. Les éléments géometriques de l'écran

$$A_g = s_e \, z_e \, L \quad (\text{m}^2)$$

z_e — le nombre des tubes de l'écran ;
L — la longueur d'un tube, en m

Lors de l'élaboration du projet on choisira les valeurs $\frac{s_e}{d}$ et $\frac{e}{s_e}$ $\left(\text{couramment } \frac{e}{s_e} < 1\right)$.

Si l'on peut admettre pour différents diamètres $\frac{s_e}{d} = \text{constant}$, on peut constater que le diamètre choisi pour le tube de l'écran n'influence pas sur la quantité de chaleur reçue par l'écran, car :

$$A_g = s_e \, z_e \, L = l_e \, L = \text{ct.}$$

l_e — la largeur de l'écran,

$$A = x \, A_g = \text{ct.}$$

vu que la valeur de x n'est pas affectée par le changement du diamètre du tube.

Donc du point de vue thermique, il n'existe pas pour les écrans des valeurs du diamètre du tube qu'il faut préférer.

La surface latérale des tubes de l'écran sera :

$$S_e = \pi d L z_e = \pi \frac{s_e}{ct} L z_e = ct.$$

Le poids du métal utilisé pour l'écran est évidemment :

$$G = \gamma s S_e \frac{d_m}{d}$$

ou considérant : $\frac{d_m}{d} \sim 1$

$$G = \gamma s S_e$$

G — le poids de l'écran, en t ;
s — l'épaisseur de la paroi du tube, en m;
d_m — le diamètre moyen du tube, en m;
γ — le poids spécifique du matériel du tube, en t/m^3.
Vu que :

$$s = \frac{p d}{200 \sigma_a + p} + c \quad (mm)$$

p — la pression intérieure à laquelle le tube est soumis, en kgf/cm^2;
σ_a — la résistance admissible du matériel du tube, en kgf/mm^2 ;
c — addition de corrosion, en mm.

Pour le même matériel et dans les mêmes conditions de pression et de température, on constate une variation linéaire de l'épaisseur de la paroi en fonction du diamètre du tube :

$$s = M d + N \qquad (2)$$

formule dans laquelle M et N sont constantes.

En conséquence le poids de l'écran sera :

$$G = \gamma (M d + N) S_e$$

et comme S_e a prouvé être constant, il résulte une variation linéaire du poids de l'écran, en fonction du diamètre du tube.

Donc du point de vue du poids du métal utilisé pour la construction d'un écran un diamètre petit est plus avantageux.

2. Faisceaux de tubes bouilleurs convecteurs et les économiseurs en tubes d'acier

a) *Calcul du coefficient de la transmission de la chaleur.*

Le calcul de la surface d'un faisceau de vaporisation par convection s'effectue à l'aide de la relation générale de transfert de chaleur (3)

relation dont la particularité consiste dans le calcul du coefficient global (k) de transfert de la chaleur.

$$S = \frac{Q}{k\,\Delta t_m} \quad (m^2) \tag{3}$$

S — la dimension de la surface extérieure du transfert de chaleur du faisceau respectif, en m^2 ;

Q — la quantité de chaleur cédée par les gaz de combustion au fluide froid de l'intérieure des tubes (eau, vapeur ou émulsion eau — vapeur), en kcal/h ;

k — le coefficient global de transfert de chaleur entre les gaz de combustion et le fluide froid, en kcal/m^2h ^{0}C ;

Δt_m — la différence moyenne logaritmique de température entre les gaz de combustion et le fluide froid, en ^{0}C.

Pour les surfaces des faisceaux convecteurs ou celles des économiseurs en tubes d'acier la valeur de k est calculée par la formule :

$$k = f_m\,\alpha_1 \quad (kcal/m^2\ h^0C)$$

dans laquelle :

α_1 — le coefficient de transfert de la chaleur des gaz à la paroi extérieure du tube, en kcal/m^2 h ^{0}C ;

f_m — le coeficient de salissage. Ce coefficient représente l'influence sur le transfert de la chaleur par les dépots se trouvant sur la paroi du tube au cours de l'exploitation.

La valeur du coefficient α_1 est calculée par la formule :

$$\alpha_1 = f_d\,\alpha_c + \alpha_r$$

formule où :

α_c — le coefficient de transmission de la chaleur par convection des gaz de combustion à la paroi extérieure du tube en cas d'écoulement perpendiculaire sur la direction des tubes, en kcal/m^2 h^{0}C ;

α_r — le coefficient de transmission de la chaleur par rayonnement des gaz de combustion à la paroi des tubes, en kcal/m^2 h^{0}C ;

f_d — le coefficient de réduction qui tien compte de la réduction de la transmission de la chaleur par convection, alors que le courant des gaz de combustion fait avec la direction des tubes, un angle β différent de 90^0.

La valeur de ce coefficient peut être obtenue du diagramme de la fig. 2.

Le coefficient de transfert de chaleur α_c peut être déterminé par la relation :

$$\alpha_c = f_g\,f_a\,f_z\,(t+273)^{0,25}\,\frac{w_0^{0,61}}{d^{0,39}} \quad (kcal/m^2\ h^0C)$$

dans laquelle :

t — la température moyenne des gaz de combustion qui traversent le faisceau ,en ^0C ;

w_0 — la vitesse des gaz de combustion à 0^0C et 760 mm col. Hg, pour l'excédent d'air moyen au faisceau, dans la section la plus étroite, en Nm/s ;

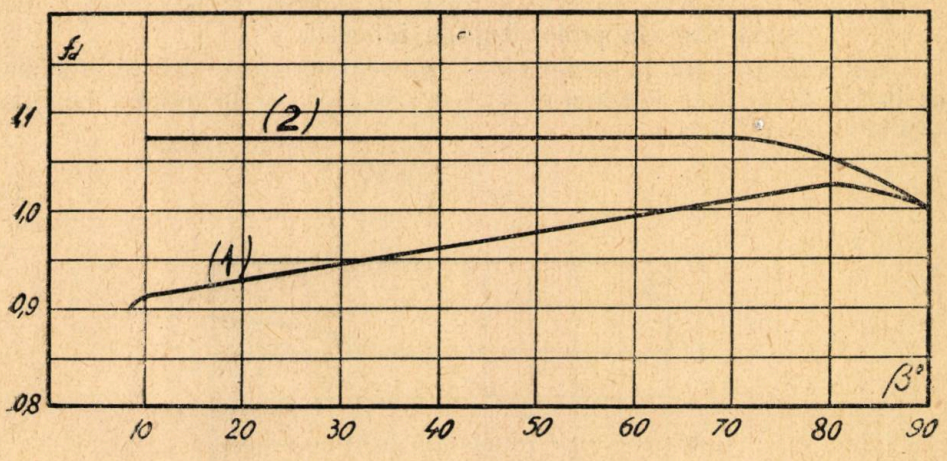


Fig. 2. La valeur du coefficient f_d dans la diposition alternée (1) et en colonne (2) des tubes du faisceau

d — le diamètre extérieur du tube, en m ;

f_g — le coefficient en fonction de la composition des gaz de combustion ;

f_a — le cofficient en fonction de la disposition des tubes en faisceau, des rapports : $\frac{s_l}{d}$ et $\frac{s_a}{d}$, ainsi que du nombre Reynolds de l'écoulement. Pour $Re < 8000$ on peut calculer f_a par les formules (4) ou (5) :

$$f_a = 1{,}07 - 0{,}65 \frac{\left(\frac{s_l}{d}\right)^{1,5}}{\left(\frac{s_a}{d}\right)^4} \tag{4}$$

pour les tubes placés en colonne,

$$f_a = 0{,}874 + \frac{0{,}286}{\left(\frac{s_a}{d}\right)^2} + 0{,}084 \frac{s_l}{d} \tag{5}$$

pour les tubes placés alternativement, formules dans lesquelles :

s_l — l'intervale entre les tubes perpendiculaires sur la direction d'écoulement (en largeur), en m ;

s_a — l'intervale entre les tubes dans la direction de l'écoulement (en profondeur), en m.

Pour d'autres valeurs du numéro Reynolds ($Re > 8000$) on peut déduire la valeur de f_a des diagrammes ;

f_z — le coefficient conditionné par le nombre z_a de rangées des tubes dans la profondeur du faisceau.

Les valeurs pour le coefficient f_z peuvent être pris des diagrammes de la fig. 3 ou 4, en fonction de z_a, ou calculées par la formule approximative :

$$f_z = 1 - \frac{0,35}{z_a} \tag{6}$$

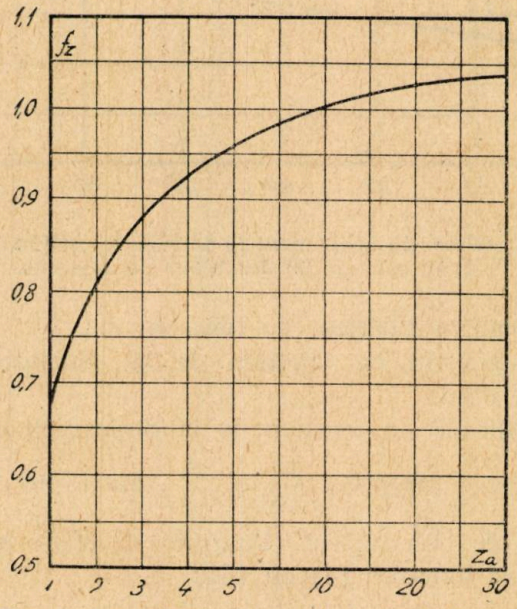


Fig. 3. La valeur du coefficient f_z dans la disposition alternée des tubes du faisceau

Le coefficient α_r de transfert de chaleur par rayonnement des gaz de combustion est calculé en totalisant les coefficients du transfert de la chaleur par rayonnement des gaz triatomiques, c'est-à-dire :

$$\alpha_r = \alpha_{r\,CO_2} + \alpha_{r\,H_2O}$$

$$\alpha_{r\,CO_2} = a\,(p_{CO_2}\,s)^{1/3}\,[0,0513\,(t + t_p) - 30,25\,];$$

$$\alpha_{r\,H_2O} = a\,p_{H_2O}^{0,8}\,s^{0,6}\,[0,107\,(t + t_p) - 46,5\,];$$

a — le degré de noirceur de la paroi extérieure des tubes ;

p_{CO_2} — la pression partielle du bioxyde de carbone (et du bioxyde de soufre s'il en existe) des gaz de combustion, en atm (1 atm = 760 mm col. Hg.) ;

p_{H_2O} — la pression partielle des vapeurs d'eau des gaz de combustion, en atm ;

s — l'épaisseur de la couche de gaz, en m ;

$$s = s_1 - \frac{d}{2} \tag{7}$$

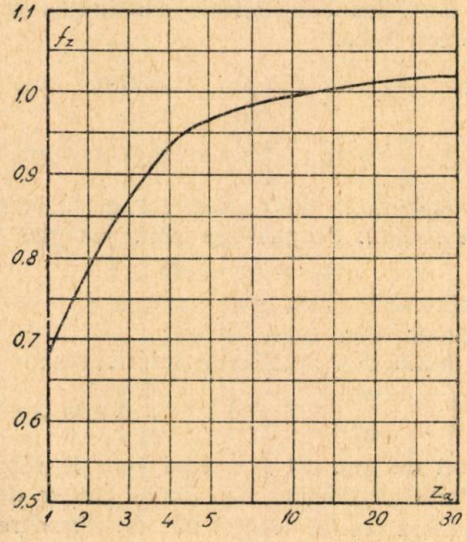


Fig. 4. La valeur du coefficient f_z dans la disposition en colonne des tubes du faisceau

t_p — la température moyenne de la paroi extérieure des tubes du faisceau, en °C.

b) *L'influence du diamètre extérieur du tube sur la dimension de la surface de transmission de la chaleur.*

Ainsi qu'il a été demontré, la valeur de k dépend, en dehors de nombreux paramètres, aussi de la valeur du diamètre du tube :

$$k = f_m f_d f_g f_a f_z (t + 273)^{0,25} \frac{w_0^{0,61}}{d^{0,39}} + f_m a (p_{CO_2} s)^{1/3} [0,0513 (t + t_p) - 30,25] +$$

$$+ f_m a p_{H_2O}^{0,8} s^{0,6} [0,107 (t + t_p) - 46,5]. \tag{8}$$

Considérons qu'une quantité de chaleur Q doit être transmise à un faisceau bouilleur convecteur ou économiseur à tubes d'acier qui peut être réalisé de tubes de différents diamètres.

Tel est le cas en réalité, car dans le projet les quantités de chaleur qui doivent être transmises aux divers éléments de l'agrégat de la chaudière, sont connues du bilan thermique de l'agrégat, dont on a élaboré le projet. Il résulte que la température moyenne des gaz dans le faisceau devient constante.

Les grandeurs: f_m, f_a, f_g, a, p_{co_2}, p_{H_2O}, t, t_p sont variables en général mais une fois les conditions établis pour un faisceau, elles ne sont pas en fonction du diamètre du tube.

Les valeurs des rapports $\frac{s_l}{d}$ et $\frac{s_a}{d}$ seront choisies à l'élaboration du projet et nous les considérons constantes pour n'importe quelle valeur du diamètre du tube.

Des relations (4) et (5) on constate que pour $\frac{s_l}{d}$ et $\frac{s_a}{d}$ valeurs constantes, $\frac{s_l}{d} = a_1$; $\frac{s_a}{d} = a_2$, f_a est également constant indifféremment si la disposition des tubes est en colonne ou alternée.

La plus petite section de passage pour les gaz est:

$$A_n = (s_l - d)\, z_l\, L$$

z_l — le nombre des tubes d'une rangée;

L — la longueur d'un tube, en m;

ou bien, tenant compte des notations antérieures:

$$A_n = \left(s_l - \frac{s_l}{a_1}\right) z_l\, L = \left(1 - \frac{1}{a_1}\right) s_l\, z_l\, L = \text{const.}$$

Vu que le débit de gaz est le même (car le régime de températures dans l'hypothèse faite ne dépend pas de la valeur du diamètre du tube) il résulte que la vitesse w_0 ne dépend pas du diamètre du tube.

Dans l'éxpression (8) en notant:

$$f_m\, f_d\, f_g\, f_a\, (t + 273)^{0,25}\, w_0^{0,61} = A$$

$$f_m\, a\, p_{CO_2}^{1/3}\, [0{,}0513\, (t + t_p) - 30{,}25] = B'$$

$$f_m\, a\, p_{H_2O}^{0,8}\, [0{,}107\, (t + t_p) - 46{,}5] = C'$$

il résulte:

$$k = A\, f_z\, d^{-0,39} + B'\, s^{1/3} + C'\, s^{0,6}$$

Conformément à la formule (7):

$$s = s_l - \frac{d}{2} = a_1 d - \frac{d}{2} = d\left(a_1 - \frac{1}{2}\right).$$

En notant:

$$B = B'\left(a_1 - \frac{1}{2}\right)^{1/3}$$

$$C = C'\left(a_1 - \frac{1}{2}\right)^{0,6};$$

il résulte pour k une expression qui met en évidence sa dépendence du diamètre:

$$k = A f_z d^{-0,39} + B d^{1/3} + C d^{0,6}$$

La surface du faisceau est :

$$S = \pi d L z_l z_a$$

d'où :

$$z_a = \frac{S}{\pi d L z_l} = \frac{S}{\pi L \frac{s_l}{a_1} z_l} = \frac{S}{D}$$

$$D = \pi L \frac{s_l}{a_1} z_l = \pi L \frac{l}{a_1} = \text{const.}$$

Conformément aux relations (2) et (5) il résulte :

$$Q = S \Delta_{tm} \left[A \left(1 - \frac{0,35}{z_a} \right) d^{-0,39} + B d^{1/3} + C d^{0,6} \right].$$

En remplaçant la valeur de z_a on obtient :

$$Q = S \Delta_{tm} (A d^{-0,39} + B d^{1/3} + C d^{0,6}) - 0,35 A D \Delta_{tm} d^{-,039}.$$

En notant :

$$0,35 A D \Delta_{tm} = E ;$$

$$A \Delta_{tm} = F ;$$

$$B \Delta_{tm} = G ;$$

$$C \Delta_{tm} = H ;$$

on obtient l'expression :

$$S = \frac{Q + E d^{-0,39}}{F d^{-0,39} + G d^{1/3} + H d^{0,6}} . \qquad (9)$$

Le problème se pose si $S = f(d)$ présente un maximum ou un minimum. Pour cela il faut que :

$$\frac{\partial S}{\partial d} = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial d} = \frac{-0,39 E d^{-1,39} (F d^{-0,39} + G d^{1/3} + H d^{0,6})}{(F d^{-0,39} + G d^{1/3} + H d^{0,6})^2} -$$

$$- \frac{(Q + E d^{-0,39}) (-0,39 F d^{-1,39} + \frac{1}{3} G d^{-2/3} + 0,6 H d^{-0,4}}{(F d^{-0,39} + G d^{1/3} + H d^{0,6})^2} = 0.$$

Annulant le numérateur on arrive à l'équation :

$$m\,d^{-1,39} + n\,d^{-1,06} + p\,d^{-1,05} + q\,d^{-0,79} + r\,d^{-0,66} + s\,d^{-0,4} = 0$$

dans laquelle : m, n, p, q, r et s représentent différentes expressions qui contiennent les constantes : E, F, G, Q etc., choisies pour simplifier la forme de l'équation.

On obtient une solution simple mais approximative en considérant :

$$0,33 \sim 0,34 \sim \frac{1}{3}$$

$$0,60 \sim 0,73 \sim \frac{2}{3}$$

$$0,99 \sim 1$$

On obtient en ce cas l'équation :

$$m + (n + p)\,d^{1/3} + (q + r)\,d^{2/3} + s\,d = 0$$

équation qui par substitution :

$$d^{1/3} = x$$

devient une équation du 111-e degré qui peut être résolue avec les formules connues.

Finalement on peut prouver que la fonction $S = f(d)$ présente un maximum et l'allure de la courbe est comme dans la figure 5.

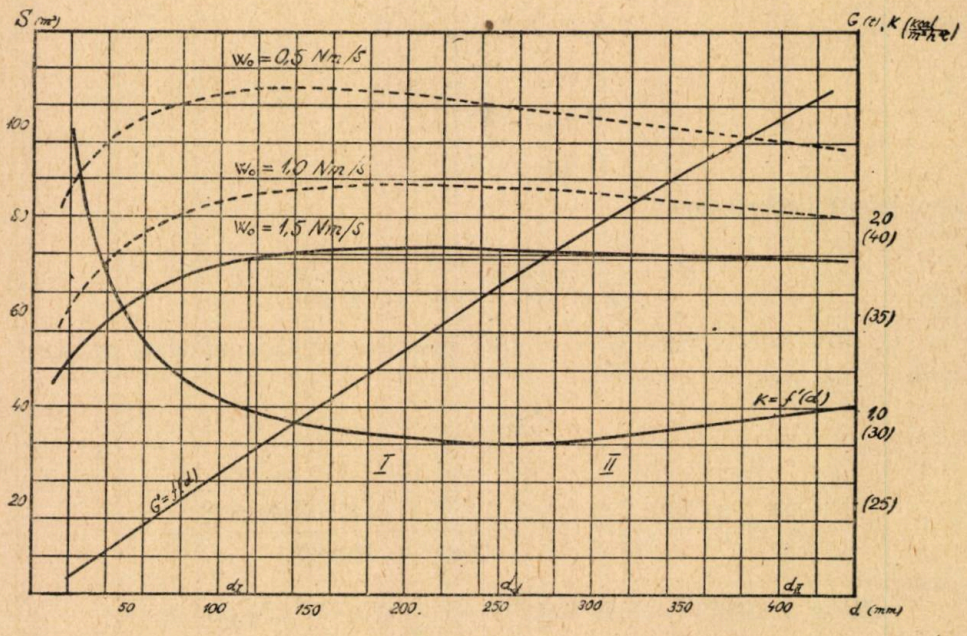


Fig. 5. Les courbes : $S = f(d)$, $k = f(d)$ et $G' = f(d)$

La valeur de ce maximum correspond à une valeur minimum du coefficient global de transmission de chaleur $k = f'(d)$ dont la variation a été représentée sur le même diagramme de la fig 5. L'allure de la courbe $k = f(d)$ se déduit immédiatement observant que :

$$k = \frac{Q}{S\,\Delta_{tm}} = \frac{\text{const.}}{S}\,.$$

Exemple de calcul.

Ce qui vient d'être exposé peut être illustré par l'éxemple suivant, qui a le rôle de prouver quantitativement l'influence du diamètre sur la surface de transfert de la chaleur.

Pour une chaudière ayant un débit de 10 t/h, la pression d'utilisation 16 kgf/cm^2, utilisant le mazout comme combustible, avec ;

— la température des gaz à l'entrée du faisceau bouilleur convecteur 1250 °C ;

— la température des gaz à la sortie du système bouilleur, 800 °C ;

— la disposition des tubes en colonne : $s_l = s_a = 2{,}5\ d$;

— les gaz circulant — par rapport à l'axe des tubes-sous un angle $= 75^0$;

— la vitesse des gaz 1,5 Nm/s ;

il résulte :

$$k = 8{,}97\ f_z\ d^{-0{,}39} + 13{,}08\ d^{1/3} + 12{,}04\ d^{0{,}6}$$

et en suite :

$$S = \frac{1720000 + 10450\ d^{-0{,}39}}{7200\ d^{-0{,}39} + 10500\ d^{1/3} + 9690\ d^{0{,}6}}\ (\text{m}^2) \qquad (10)$$

Nous désirons connaître la valeur du diamètre pour laquelle la surface de transfert de chaleur sera la maximum. Nous n'avons pas utilisé la methode approximative, l'expression (10) ayant été représentée par des points pour des valeur des diamètres compris entre l'intervalle 0,02 m et 0,5 m.

Utilisant les résultates obtenus, on a tracé la courbe correspondante du diagrame de la fig. 5. La courbe présente un maximum pour la valeur $d = 0{,}25$ m.

La valeur maximum de la surface en fonction du diamètre se déplacera dans le champs des diamètres vers les plus petits, si le transfert de la chaleur par convection diminue tandisque celui du rayonnement des gaz vers le faisceau demeure le même. Ce fait est obtenu par une vitesse plus faible des gaz dans le faisceau. C'est l'explication pourquo dans la figure 5 sont tracées les deux courbes $S = f(d)$ pour $w_0 = 1$ Nm/s ainsi que $w_0 = 0{,}5$ Nm/s. Ces courbes ont été tracées en vertu des résultats calculés à l'aide des expressions :

$$S = \frac{1720000 + 12250\ d^{-0{,}39}}{5620\ d^{-0{,}39} + 10500\ d^{1/3} + 9690\ d^{0{,}6}}\ ;$$

(pour $w_0 = 1{,}0$ Nm/s)

$$S = \frac{1720000 + 16010\, d^{-0,39}}{3680\, d^{-0,39} + 10500\, d^{1/3} + 9690\, d^{0,5}}$$

(pour $w_0 = 0{,}5$ Nm/s) ;

analogues à (10).

Ces courbes illustrent également l'influence de la vitesse des gaz sur la dimension de la surface du transfert de la chaleur.

c) *L'influence du diamètre du tube sur le poids du faisceau.*

Ainsi qu'on vient de voir, la courbe $S = f(d)$ présente un maximum pour une certaine valeur du diamètre.

Ce diamètre désavantageux d_d sépare le champs des diamètres en deux zones : *I* et *II*. A remarquer que la même dimension de la surface peut s'obtenir pour deux diamètres d_I et d_{II} (fig. 5).

Pour ces deux diamètres, la perte de pression au passage des gaz par le faisceau sera la même.

Un diamètre plus petit est préférable, car cela représente une économie de métal ainsi que l'avantage d'un gabarit moindre, fait qui sera justifié ci dessous.

Le poids du faisceau est :

$$G' = \gamma S s \frac{d_m}{d} \simeq \gamma S s$$

En remplaçant les valeurs de la surface de transfert de la chaleur (9) et de l'épaisseur de la paroi du tube (2), on obtient :

$$G' = \frac{Q + E\, d^{-0,39}}{F\, d^{-0,39} + G\, d^{1/3} + H\, d^{0,6}} (M\, d + N) \qquad (11)$$

C'est le cas de poser ici encore la question si $G' = f(d)$ a une valeur maximum.

De la condition $\frac{\partial G'}{\partial d} = 0$, résulte une équation de la forme :

$$a\, d^{-1,39} + b\, d^{-1,06} + c\, d^{-1,05} + e\, d^{-0,79} + f\, d^{-0,78} + g\, d^{-0,66} + h\, d^{-0,40} + i\, d^{-0,39} + j\, d^{-0,06} + m\, d^{-0,05} + n\, d^{0,21} + p\, d^{0,33} + q\, d^{0,60} = 0$$

équation dans laquelle les coefficients $a, b, c, \ldots p, q$ sont autant d'expressions qui contiennent les constantes : Q, M, N, etc.

Il n'est pas nécessaire de résoudre cette équation complexe car elle n'a pas une valeur pratique. La valeur maximum de G s'obtient pour des valeurs de diamètres beaucoup plus grands que les limites usuelles. Cette affirmation est confirmée par la courbe $G' = f(d)$ de la fig. 5, tracée dans le cadre de l'exemple de calcul choisi.

En conclusion, du point de vue de la quantité de métal utilisée l'avantage des diamètres plus petits est évident.

Dans les calculs effectués sont considérées invariables deux des trois dimensions de l'espace dans lequel s'inscrit le faisceau : notamment, la longueur du tube L et la largeur du canal de gaz 1. La III-e dimension :

$$a = s_a z_a = a_2 d z_a$$

augmente en proportion du diamètre.

Donc, un amoindrissement du diamètre entraine aussi une réduction du gabarit de la chaudière.

Tous ces avantages d'un diamètre plus petit ont valu à la construction des chaudières à vapeur de s'orienter vers une utilisation des diamètres de tubes aussi réduits que possible.

La Chaire de Chaudières et machines thérmiques
Institut Polytechnique de Bucarest

BIBLIOGRAPHIE :

1. *Schack A.* : Der Industrielle Wärmeübergang ; Düsseldorf, Verlag Stahleisen, 1953 ;
2. *Postelnicescu M.*: Contribu ii la calculul suprafeţelor fierbătoare de convecţie ale cazanelor de abur cu ţevi de apă; Buletinul Institutului Politehnic Bucureşti, Tomul XIX (1957), Fascicola 3—4, p. 345.

О ПРАВИЛЬНОМ ВЫБОРЕ ДИАМЕТРА ТРУБ ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ ПАРОВЫХ КОТЛОВ С ВОДЯНЫМИ ТРУБАМИ

(Краткое содержание)

Автор исследует влияние диаметра труб как с теплотехнической точки зрения, как и с точки зрения количества металла необходимого для проэктирования трубных групп для нагревания и испарения пара (экономайзер, экран, конвективный испаритель), указываются достойнства малого диаметра труб в конструкции паровых котлов : низкий вес труб, хорошая теплопередача, малые размеры котла.

ABOUT THE RIGHT CHOISE OF THE PIPE'S DIAMETER IN THE BUILDING OF WATER PIPE STEAM BOILERS.

(Summary)

The author analyses the influence of the pipe's diameter over the transfer of the heat and the quantity of metal necessary for the construction of the heating and vaporisation water pipes (economiser, screen, convection).

He demonstrates the advantages presented by the utilisation of a small diameter in the building of the steam boiler: small weight of the pipes, a good transmission of the heat, diminished dimensions of the steam-boiler.

DU JUSTE CHOIX DES DIAMÈTRES DES TUBES DANS LA CONSTRUCTION DES CHAUDIÈRES A VAPEUR AQUATUBULAIRES.

(Résumé)

L'auteur analyse l'influence de la valeur du diamètre du tube, du point de vue thérmique ainsi que de celui de la quantité de métal nécessaire à la construction du faisceau de tubes de chauffage et de vaporisation de l'eau (économiseur, écran, faisceau de convection).

Il a démontré les avantages présentés par l'utilisation d'un diamètre réduit dans la construction d'une chaudière à vapeur: poids réduit du faisceau tubulaire, bonne transmission de la chaleur, gabarit réduit de la chaudière.

DIE RICHTIGE WAHL DES ROHRDURCHMESSERS BEI DER KONSTRUKTION DES DAMPFKESSELS MIT WASSERROHREN.

(Zusammenfassung)

Es wird der Einfluss der Abmessungen des Rohrdurchmessers vom thermischen Standpunkt untersucht und die notwendige Metallmenge bei der Bau eines Rohrbündels für das Heizen und Verdampfung des Wassers festgestellt.

Die Vorteile, die durch die Benützung eines beschränkten Durchmesser bei Bau eines Dampfkessels entstehen, sind: geringes Gewicht der Wasserrohre, gute Wärmeübertragung, geringe Kesselabmessungen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 1

METALURGIE

669.4

СТРУКТУРНЫЕ ОСНОВЫ АБСОРБЦИОННОЙ СПОСОБНОСТИ ДЛЯ СЕРЫ ЖИДКИХ МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИХ ШЛАКОВ

ТРАЯН НЕГРЕСКУ

1. *Введение.* Автор настоящей работы в течение долгих лет проводил ряд систематических исследований по изучению обессеривающей способности доменных шлаков (1), (2), (3). Опытные результаты, полученные при выполнении этих работ, приводили, во-первых, к формулировке некоторых новых точек зрения относительно некоторых понятий и явлений, считающихся до сих пор незыблемыми; речь идет о вопросе коэффициента распределения серы между шлаками и металлическими жидкими ваннами, или о предполагаемой пропорциональности между показателем основности шлака и его обессеривающей способностью.

С другой стороны, те же самые результаты позволили сформулировать почти новое представление относительно структур жидких металлургических шлаков. Это представление исходило из определения числовых значений — свойства доменных шлаков, названного автором еще в 1950 г. адсорбционной способностью для серы. Числовые значения адсорбционной способности были определены для большого количества шлаков, очень различных по составу.

Впрочем, предложенное автором представление о структуре и реакциях, протекающих в жидких металлургических шлаках, имеет общее как с классической молекулярной теорией, так и с ионной теорией,—не совпадая все же ни с одной из них, и находится в полном соответствии с общепринятой в настоящее время точкой зрения при термодинамическом анализе соответствующих вопросов.

В какой-то мере оно позволяет даже разрешить некоторые неопределенности, возникающие при анализе этих вопросов и сформулировать точные ответы на некоторые вопросы, возникающие в связи с очень быстрым ростом применения термодинамических методов изучения расплавленных силикатов.

С другой стороны, обобщение различных числовых результатов опытов в ряд количественных выражений, соответствующих равновесиям при различных температурах, между шлаками различных составов и расплавленными ваннами металла, позволило, в конце концов, скомпановать все частичные отношения этого рода в одну общую расчетную формулу.

Целью настоящей работы является представление этой последней общей формулы в виде, в котором можно ее использовать для расчета максимального количества серы, которое может быть абсорбировано шлаком известного состава, или же еще неэкспериментированным шлаком. (В условиях равновесия при данной температуре). Для экономии времени мы не будем оетанавливаться на второстепенных вопросах — или на противоречиях относительно классических представлений — выдвинутых указанной формулой. Другими словами, считаю, что следует предпочитать ясное представление установленных явлений и их логическую связь дискуссиям и бобе с мнениями, основанными в большей степени на традиции и на эмпирических толкованиях.

Частичные результаты вышеуказанных исследований, сообщенных на разных заседаниях и сессиях Академии РНР, были опубликованы только на румынском языке и только в журналах Академии Автор считает целесообразным, чтобы, в связи с протекающей сессией дать на русском языке единое представление как основных результатов опытов, так и общих выводов, формулировка которых вытекает из них. Но вполне понятно, что из-за необходимости подводить итоги и резюмировать материал почти десяти лет работы, это представление должно следовать логичным путем понимания явлений, что препятствует дискуссии целого ряда второстепенных проблем, которые, все-таки, имеют свое значение. По той же причине, оно не может соблюдать хронологического порядка, в котором последовали различные серии опытов, факт который не позволил бы связать между собой обсуждение явления.

2. *Абсорбционная способность для серы шлаков тройной системы* $SiO_2 — CaO — Al_2O_3$. Можно сказать, что общее направление исследований, относящихся к абсорбированию, была основана на определении максимальных количеств серы, которые могут быть абсорбированы (в условиях равновесия при данной темпе, атуре) 100 г шлака определенного состава тогда, когда этот шлак контактирует с одним и тем же количеством одного и того же чугуна. Составы различных опытных синтетических шлаков были сгруппированы по тройным системам, соответствующим разным основным веществам: SiO_2, Al_2O_3, CaO, MgO, MnO, FeO.

После изучения нескольких групп таких составов, установленные аналогии и тождества коэффициентов найденных количественных соотношений, позволили либо соединить несколько формул в одну либо приступить к прямому изучению четвертной системы.

Разумеется, что из-за многочисленности общепризнанных причин погрешностей (4), автор был вынужден применить во всех проведенных до сих пор исследованиях по изучению расплавленных силикатов, для каждой группы опытов большое количество шлаков, для того, чтобы большим числом случаев компенсировать неизбежное отсутствие удовлетворительной точности результатов каждого отдельного случая. Эта мера оказалась необходимой и из-за трудностей, возникающих при выдержке строго постоянной рабочей температуры.

Изучение абсорбционной способности для серы при температуре 1500, шлаков тройной системы SiO_2—Al_2O_3—CaO, показало, что в квотированной прое ции (см. например, рис. 1) фигуративные точки составов разных шлаков после обессеривания размещены (в пределах

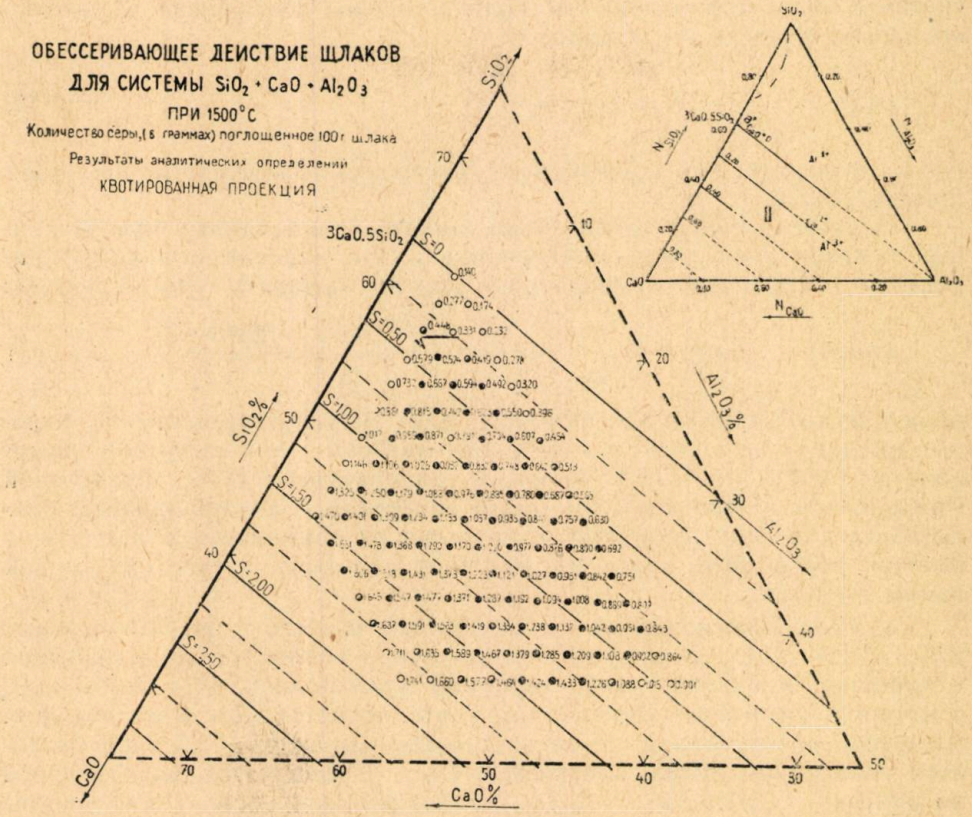


Рис. 1. Абсорбционная способность для серы шлаков системы SiO_2—CaO—Al_2O_3 при 1500°С. В правом верхнем углу — активность CaO в этих же шлаках (схематизированно)

єкспериментальных погрешностей) в единой плоскости. Эта плоскость, наклонная, относительно плоскости основания системы проходит через вершину Al_2O_3 треугольника основания и пересекает его сторону SiO_2—CaO в одной точке, координаты которой соответствуют химическому составу, $3\,CaO.5\,SiO_2$.

В объемных координатах уравнение плоскости равновесия обессеривания можно написать:

(моль) 1500°С $$S = \frac{1}{12{,}50}\left(c - \frac{3}{5}s\right) \qquad (1)$$

где символы S, c и s молекулярные процентные содержания серы, извести и кремнезема в различных шлаках. Другими словами, применяемыми сейчас термодинамическими обозначениями можно записать: $c = 100\,N_{CaO}$ и $s = 100\,N_{SiO_2}$.

Работая вышеуказанным методом над другими шлаками той же системы было установлено, что количественное соотношение (1) можно обобщить, написав его в виде:

$$\text{(моль)} \qquad S = k_T\left(c - \frac{3}{5}s\right) \tag{2}$$

где — температурный коэффициент, физический смысл которого будет показан далее.

Несколько серий аналогичных опытов, проделанных при различных температурах, продемонстрировали, что зависимость коэффициента от абсолютной температуры можно выразить соотношением:

$$\text{(моль)} \qquad \mathrm{Log}\left(1 + \frac{1}{k_T}\right) = \mathrm{Log}_e\left(1 + \frac{c}{S}\right) = \frac{2843 - T_i}{T_i} \tag{3}$$

практическое применение которого дает удовлетворительные числовые значения не только в изученном автором температурной интервале от 1425°C до 1575°C, но и для температуры 1650°C, при которой Ричардсоном и Финчаном (5) были определены абсорбционные способности для серы методами, отличными от применяемых автором, а именно абсорбцией серы из газового потока в отсутствии любой ванны металла,

3. *Термодинамическая концентрация извести в жидких шлаках* SiO_2—CaO—Al_2O_3. В призматической координатной системе имеющей в качестве основания равносторонний треуголиник, Si_2—CaO—Al_2O_3 в которой различные содержания серы представлены в подходящем масштабе по вертикали — количественное выражение (2) представляется уравнением пучка плоскостей. Они пересекаются между собой по прямой $3\,CaO.5\,SiO_2$—Al_2O_3, принадлежащей основанию призмы (для которой $S = 0$).

Отсюда следует, что шлаки системы SiO_2—Al_2O_3—CaO содержат в их составе некоторые группировки материальных частиц, в которых з катиона Ca^{2+} соединяются каким-то образом с 5 анионами SiO_4^{4-}. Это соединение приводит к уравновешиванию электростатических зарядов, ассоциированных ионов, таким образом, что в их совокупности эти группировки являются неактивными с точки зрения обессеркования.

То же самое отсутствие реакционной способности с точки зрения обессеривания и в случае материальных частиц, содержащих канионы Al^{3+}, независимо от того, свободны ли они, или ассоциированы либо только между собой или с анионами 0^{2-}.

Из вышеуказанного следует, что нужно отнести обессеривающее действие любого шлака изученной системы только к извести: но не к суммарному содержнию извести, а только к избытку этого веще-

ства, о тавшегося способным к обессериванию после того, как все присутствующее количество кремнезема связалось в неактивные группировки $3CaO.5SiO_2$.

4. *Термодинамическая активности извести в жидких шлаках* $SiO_2-CaO-Al_2O_3$. Из вышеизложенного следует, что выражение, заключенное в скобки в формуле (2), представляет собой ни что иное, как термодинамическую концентрацию извести в шлаках, к которым относятся, и это в соответствии с самим определением этого понятия.

На самом деле, эта активность относится к количеству определенного вещества, действительно находящегося в реакционно способном состоянии для какой-либо реакции. Иными словами, выражение

$$a_R = c - \frac{3}{5}s \qquad (4)$$

представляет собой термодинамическую активность или, точнее, термодинамическую реакционную способность извести в соответствующих шлаках. Эта активность относится к жидкой чистой извести в состоянии сверхплавления, но не совершенно свободной, находящейся в пока неизвестной системе связи, в которой действительно находятся ее ионы Ca^{2+} в шлаках составов, находящихся в изученном интервале.

Прямым следствием этого является то, что коэффициент k_T представляет собой на самом деле единичную абсорбционную способность извести для серы, учитываемой в вышеуказанных условиях.

Физическое толкование соотношения (2) может быть только следующее: некоторое количество кремнезема, расплавленное при какой-то температуре, не может оказать никакого обессеривающего действия на ванну с рнистого чугуна, находящуюся в контакте с ним. Это отсутствие реакционной способности — с точки зрения обессеривания — существует даже тогда, когда к кремнезему добавляются растущие количества извести до тех пор, пока все количество присутствующего кремнезема не свяжется в группировки.

С этого момента любое дополнительное количество извести вызывает обессеривающее действие. Это объясняется тем, что ионы Ca^{2+}, несоединенные с анионами SiO_4^{4-}, связываются с частью анионов S^{2-} из чугуна в каком-то соотношении, соответствующем формуле $(k_T\ Ca^{2+}.\ Si\ O_4^{4-})$, зависящем от абсолютной температуры, как видно из формулы (3).

Следовательно, с точки зрения обессеривания, реакционная способность a_R извести равна нулю с начала и до момента, пока все количество присутствующего кремнезема не свяжется в группировки $3CaO.5SiO_2$. Но это не значит, что в том же самом интервале составов, действительная термодинамическая активность извести также равна нулю. Наоборот, в данном интервале входит в действие некоторое количество энергии, но это относится только к образованию группировок $3CaO.5\ SiO_2$. В этих условиях, очевидно, что термодиначеская акти ность извести в интервале SiO_2—$3CaO.5\ SiO_2$ — пропор-

циональна количеству добавляемой извести; этот факт выражает ни что иное, как известный закон Генри.

Отсюда следует, что в жидких растворах, принадлежащих системе SiO_2—CaO, режим разбавленных растворов и, следовательно, область применяемости законов идеальных растворов, действительна только до $N_{CaO} = 6{,}375$, значение, которое представляет собой аналитическую концентрацию извести в неактивных группировках $3CaO.5SiO_2$. Следовательно, расплавы, содержащие количества извести выше ранее отмеченного значения, относятся к концентрированным растворам.

Для этих расплавов можно ожидать ионные группировки с отличными от предыдущих, встречающихся в разбавленных растворах извести в кремнеземе, составами и межионными связями.

Из вышеизложенного следует также, что общая термодинамическая активность извести в жидких растворах SiO_2—CaO является суммой двух частичных активностей:

$$a_{CaO} = a'_{CaO} + a''_{CaO} \qquad (5)$$

a'_{CaO} изменяется линейно начиная от 0 при $N_{CaO} = 0$ и достигает какого-то значения при $N_{CaO} = 0{,}375$, после чего оно становится постоянным.

Вторая частичная активность a''_{CaO} — единственно измеряемая путем определения абсорбционных способностей для серы, с которыми она прямо пропорциональна — достигает 0 при $N_{CaO} = 0{,}375$, после чего растет линейно, а именно пропорционально разности $(N_{CaO} - 0{,}375)$. Оно продолжает расти до определенной абсциссы, которая, согласно первым результатам еще неоконченных работ, равна $N_{CaO} = 0{,}572$ или немного больше.

В связи с вышесказанным можно предположить; что за этой абсциссой — независимо от ее точного значения — будет переход к новому режиму разбавленных растворов. Теперь растворителем будет известь, а кремнезем будет растворенным. Ясно, что жидкие растворы соответствующей области опять должны подчиняться законам разбавленных растворов (в частности, активность кремнезема будет подчинена закону Генри).

Нельзя предвидеть заранее какова будет удельная абсорбционная способность извести для серы в этой области. Другими словами, можно ожидать, что связи ионов Ca^{2+} в шлаках, в которых соотношение $\frac{\text{моль } CaO}{\text{моль } SiO_2} > 4/3$ будут отличными от тех, которые характерны для концентрированных растворов, к которым относятся главным образом, опыты автора. V этом случае очевидно, что сернисто-известковые частицы, за счет которых происходит обессеривание, в принципе могут иметь внутренние строения и составы, совершенно различные от описанных до сих пор, что ведет и к соответствующим изменениям значений коэффициента k_T.

5. *Возможные изменения реакционной способности извести в тройных сплавах* $SiO_2—CaO-Al_2O_3$. Как видно из предыдущего, в шлаках тройной систем $SiO_2—CaO—Al_2O_3$ при малых содержаниях извести сначала образуются ионные группировки $3\,CaO.5SiO_2$. Они неактивны с точки зрения обессеривания, то есть они устойчивы по отношению к сере, присутствующей в ваннах металла; поэтому, реакционная способность извести Q''_{CaO} равна нулю до $N_{CaO}=0{,}375$.

Автор не имел еще возможность изучить изменение реакционной способности извести в расплавах богатых глиноземом, принадлежащих той же тройной системе, а также в расплавах бинарной системы $CaO—Al_2O_3$, в которой наличие нескольких эвтектик может быть рассмотрено как довод, говорящий в пользу присутствия одного или нескольких устойчивых группировок, состав которых может оыть выражен формулами типа р $CaO.qAl_2O_3$.

Если на самом деле то, что было констатировано относительно бедных глиноземом шлаков тройной системы $SiO_2—CaO—Al_2O_3$, окажется действительно и для весьма глиноземистых шлаков, то это доказало бы, что связи между материальными частицами, которые содержат ионы Ca^{2+} и частицами, которые содержат ионы Al^{3+} — независимо от того, простые это ионы или ассоциированные с анионами O^{2-} — не препятствуют обессериванию. Это могло бы означать либо то, что эти связи более слабы, чем связи, обеспечивающие образование группировок $3\,CaO.5\,SiO_2$, либо то, что сами ионные группировки р $CaO.qAl_2O_3$ способны присоединять к себе определенное число ионов S^{2-} из-за неполной компенсации электростатических зарядов катионов, которые они содержат.

Каково бы ни было положение, обсужден ые выше факты указывают на возможность, что в других случаях, кроме рассмотренных в данной статье, группировки р $CaO.qAl_2O_3$ могут сопротивляться некоторым воздействиям извне, как например, со стороны более слабых чем сера анионов, или даже со стороны анионов серы, если их химический потенциал меньше, чем потенциал, при котором они находятся в ваннах чугуна, которыми автор пользовался в своих опытах.

6. *Роль сильных катионов в обессеривающем действии жидких металлургических шлаков.* В тройных системах, отличных от $SiO_2—$ $—CaO—Al_2O_3$ то есть в тех, которые содержат катионы с меньшим радиусом и более сильные, чем катионы Ca^{2+}, их вмешательство вызывает постепенное вытеснение извести из группировок $3CaO.5SiO_2$ с образованием других, также неактивных с точки зрения обессеривания, группировок. Так обст ит дело в случае расплавов, принадлежащих системам $SiO_2—Cao—MgO$, $SiO_2—CaO—FeO$ и $SiO_2—CaO—MnO$, где нужно учитывать образование некоторых группировок составов, соответствующих формулам $4MgO.5SiO_2$, $3FeO.8SiO_2$ и $3MnO.10SiO_2$.

Пока количества окиси магния закиси железа или закиси марганца недостаточны для того, чтобы связать весь присутствующий кремнезем в группировки указанного состава, обессеривающее дейст вие, оказываемое расплавами, принадлежит только извести. Другими

словами, известь является единственным веществом, обладающим реакционной способностью в той мере, в какой она не связана со свободным кремнеземом в группировки $3CaO.5SiO_2$.

Это положение, соответствующее областям I данных диаграмм (рис. 2), изменяется в момент, когда из-за постепенно растущих добавок окислов все количество кремнезема связывается в группировки $4MgO.5SiO_2$, $3FeO.8SiO_2$ или $3MnO.10SiO_2$.

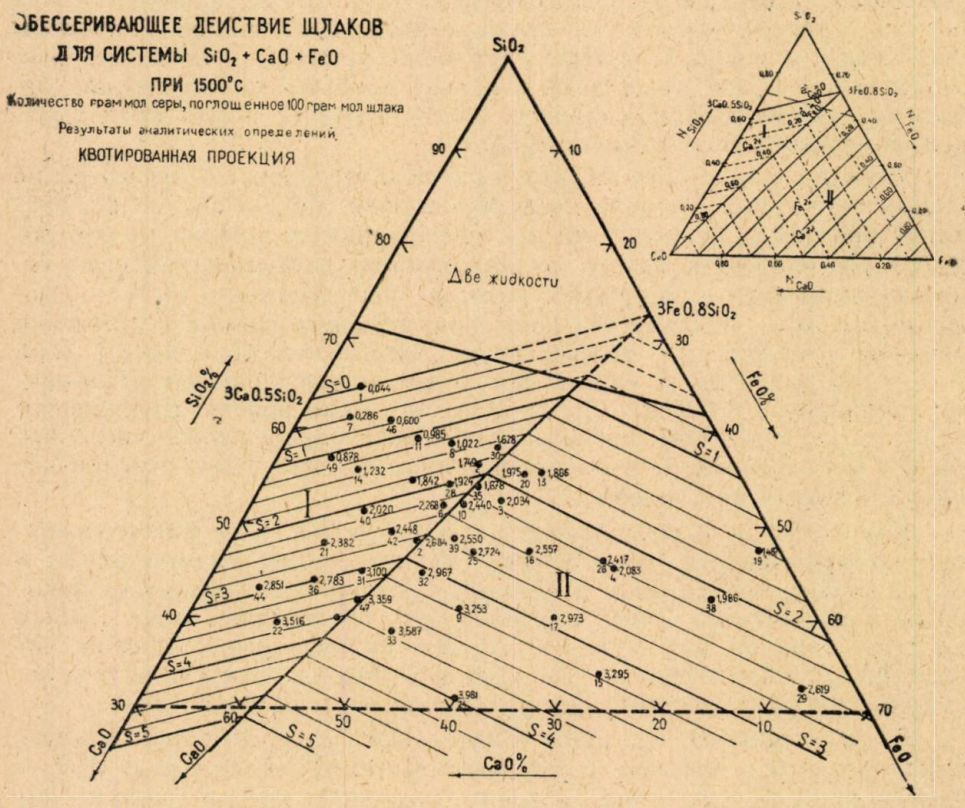


Рис 2. Положения плоскостей равновесия обессеривания при некоторых температурах для системы $SiO_2 - CaO - Al_2O_3$

Действительно, начиная с этого момента соответствующие расплавы содержат помимо обессеривающей извести и ионы Mg^{2+}, Fe^{2+} или Mn^{2+}, способные тем или иным способом к обессериванию, так что положение становится таким, какое указано в областях II указанных диаграмм.

Другими словами, для каждой произвольно выбранной температуры существуют в призматических фигуративных системах соответ-

ствующих шлаков по две плоскости равновесия обессеривания, уравнения которых являются следующими:

Область 1

$$S = k_T\left[c - \frac{3}{5}\left(s - \frac{5}{4}m\right)\right]$$

$$S = k_T\left[c - \frac{3}{5}\left(s - \frac{8}{3}f\right)\right]$$

$$S = k_T\left[c - \frac{3}{5}\left(s - \frac{10}{3}n\right)\right]$$

Область 2

$$S = \left[k_T c + k_m\left(s - \frac{5}{4}m\right)\right]$$

$$S = \left[k_T c + k_f\left(s - \frac{8}{3}f\right)\right]$$

$$S = \left[k_T c + k_n\left(s - \frac{10}{3}n\right)\right]$$

Коэффициенты k_m, k_f и k_n имеют в каждом из этих уравнений, для соответствующих веществ, то же самое значение, что и коэффициент k_T для извести, а именно, они представляют совой удельные абсорбционные способности для серы окиси магния, закиси железа или закиси марганца в состоянии сверхплавления при данной температуре и в чистом виде, но со связями, которые имеют эти вещества в шлаках тех областей, к которым они относятся. Ниже будут даны некоторые подробности относительно этого последнего условия.

Что касается числовых значений удельных абсорбционных способностей при разных температурах, то из-за недостатка времени автору удалось установить только, что при 1,425°С, $k_n = 1/14$ и при 1500°, $k_f = 1/25$. Нужно учитывать эти значения, как ориентировочные; более точные расчеты ведутся в настоящее время.

Что касается изменений удельных абсорбционных с особностей для серы, в зависимости от температуры, очень вероятно, что они подчиняются законам, подобным закону, выведенному для случая извести, а именно показательному уравнению (3). В соотвтсвующих формулах значение абсолютной температуры плавления извести (2843° К) нужно заменить численными значениями температур плавления данных окисей. В этом случае можно предполагать, что собственные реакционные способности окислов *MgO*, *FeO* и *MnO*, или другими словами, их удельные абсорбционные способности для серы, будут быстро возрастать с повышением температуры.

Учитывая вышеуказанное, считаем нецелесообразным дополнительно остановиться на вопросах термодинамических активностей окислов *MgO*, *FeO* и *MnO* в силикатных расплавах, так как это привело бы лишь к повторению уже сказанного относительно термодинамической активности извести и ее изменений в зависимости от составов шлаков.

7. *Роль слабых катионов в обессеривающем действии жидких металлургических шлаков.* Для проверки и обработки ранее обсужденных различных выводов и физических толкований считаем нужным провести ряд дополнительных опытов по определению абсорбционных способностей для серы для того, чтобы исследовать и случай тех

шлаков, в которые входит помимо катиона Ca^{2+} и катион более слабый по сравнению с ним, так как во всех до сих пор указанных случаях речь шла только о меньших по размерам и, следовательно, более сильных катионах, чем катионы кальция.

С этой целью, были выбраны шлаки тройной системы SiO_2—CaO—BaO. Переработка опытных результатов показала, что в этом случае для каждой рабочей температуры существует пара плоскостей равновесия обессеривания.

Из рис. 3 видно, что положение этих плоскостей является обратным по сравнению с встречающимися в случае окислов металлов,

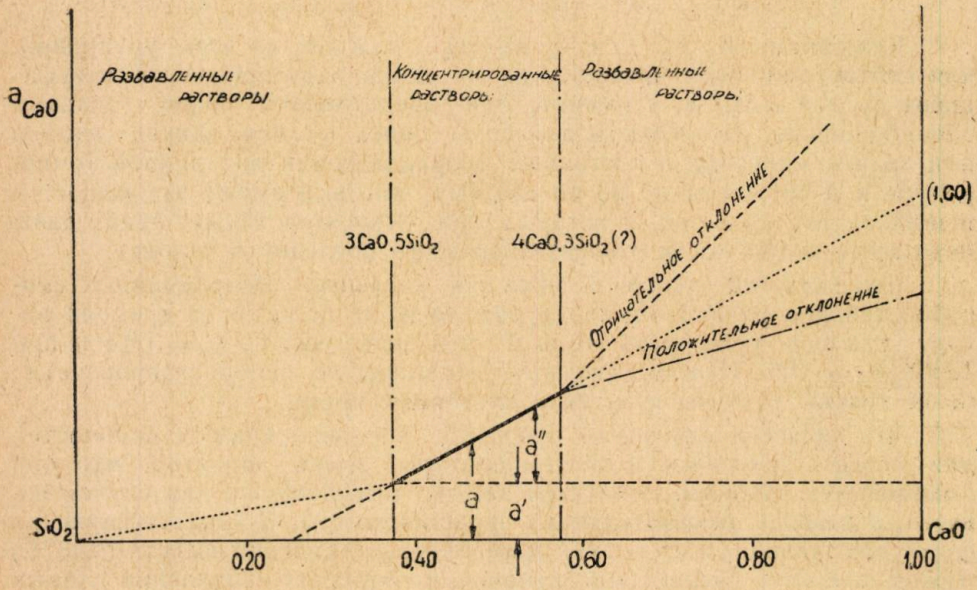


Рис. 3. Реакционная способность и термодинамическая активность извести в системе SiO_2—CaO

имеющих ионы меньшие, чем ионы кальция. Действительно, здесь катионы Ca^{2+} соединяются в первую очередь с кремнистыми ионами и образуют группировки $3CaO.5SiO_2$. Этот процесс идет преимущественно перед процессом образования группировок $3BaO.SiO_2$. Это доказывает еще раз, что ионы Ca^{2+}, радиусы которых (0,94 А°) меньше радиусов ионов Ba^{2+} (1,43 А°), вытесняют эти послед ние из их соотношений с кремнеземом, так что излишек катионов который вызывает обессеривающее действие, представлен в начале (область 1) только ионами Ba^{2+}. Следовательно, ионы Ca^{2+} могут повлиять на обессеривание только после того, как все количество присутствующего кремнезема свяжется с образованием группировок $3CaO.5SiO_2$, то есть только в случае шлаков области 2.

В этих условиях уравнения двух плоскостей равновесия обессеривания для шлаков системы $SiO_2 - CaO - BaO$, при 1500° будут:

(моль) 1500°C область 1 $$S = \frac{1}{5{,}36}\left[b - \frac{1}{3}\left(s - \frac{5}{3}c\right)\right] \qquad (9)$$

(моль) 1500°C область 2 $$S = \left[\frac{1}{5{,}36} + \frac{1}{12{,}50}c\right] \qquad (9')$$

где в — содержание екиси бария в различных шлаках, выраженное в молярных процентах.

Коэффициент 5/5,36 указывает, что при 1500°C удельная абсорбционная способность окиси бария для серы почти в 2,4 раза больше, нем абсорбционная способность окиси кальция. Если этот коэффициент варьировал бы, как можно предполагать, в зависимости от температуры по закону, сходному с установленным для коэффициента k_T окиси кальция, следовало бы ожидать, что при температуре очень близкой к 1700°C обессеривание с помощью бария производилось бы по соотношению один ион Ba^{2+} для одного иона S^{2-}. Этот результат может послужить научным обоснованием и уточнением в пользу практического вывода, сформулированного еще в 1910 году профессором Б. Осаиом, который утверждал (6), что: „Приблизительно при 650—800° сульфат бария восстанавливается до сульфида. Последний переходит как таковой в шлаков отличие от сульфата кальция, который разлагается металлическим железом...“ и т.д.

8. *Общее аналитическое выражение абсорвционной способности для серы доменных шлаков.* Все вышеуказанное позволяет сформулировать одну общую точку зрения по вопросу абсорбционной способности для серы шлаков промышленных доменных печей.

Действительно, единственные составы шлаков, которые могут интересовать технологию производства чугуна, а это даже в случае применения другого отличного от классического сырья, имеют всегда свои фигуративные точки в областях типа 1, различных, проанализированных выше, частичных тройных диаграмм. Кроме того, как легкс убедиться, все количественные соотношения группы (7), относящиеся к областям типа 1, имеют один варьрующий коэффициент, представляющий удельную абсорбционную способность для серы, извести и являющийся общим для всех.

Этот факт способствует объединению всех зависимостей группы (7) областей типа 1 в единую формулу :

(моль) $$S = k_T\left[c - \frac{3}{5}\left(s - \frac{5}{4}m - \frac{8}{3}f - \frac{10}{3}\right)\right] \qquad (8)$$

которая, вместе с логарифмическим уравнением (3), позволяет рассчитать абсорбционную способность для серы при данной температуре любого шлака, или любой шихты известного состава.

В целях более легкого практического применения, как в случае шлаков промышленных доменных печей, так и при расчете шихт, количественное соотношение (8) можно написать в виде:

$$\text{(вес)} \quad 100\ S = k_c\,[\,c - 0{,}560\,(s - 1{,}863\,m - 2{,}230\,f - 2{,}824\,n] \qquad (9)$$

где символы относятся на этот раз к весовым количествам разных составных веществ и где k_T представляет собой, как и в уравнении (1) — удельную абсорбционную способность для серы, относящуюся также к весовым количествам обессеривающей извести.

Числовые значения этого коэффициента при различных температурах можно найти с помощью стехиометрического соотношения:

$$k_c = 0{,}571.86\ k_T \qquad (10)$$

из значений коэффициента k_T при соответствующих температурах; последний расчитан по логарифмическому соотношению (3).

Что касается условия применяемости, о котором выше шла речь, можно его написать в случае анализов, выраженных в весовых количествах соотношением:

$$s \geqslant 1{,}863\,m + 2{,}824\,n + 2{,}230 \qquad (11)$$

Как мы уже видели, это соотношение с физико-химической точки зрения прадставляет ничто иное, как необходимость, чтобы шлак не содержал меньше кремнезема, чем необходимый для того, чтобы связать присутствующие основные окислы с образованием неактивных группировок 4 $MgO.5\ SiO_2$, 3 $MnO.10\ SiO_2$ и 3 $FeO.8\ SiO_2$.

9. *Практическое применение общей формулы обессеривания.* Применяемость соотношений (8) и (9) была проверена только в некоторых отдельных случаях, потому что техническая литература почти не указывает температур выгрузки из доменных печей различных шлаков, составы которых приведены в виде таблиц, в разных работах.

Один из случаев, когда подобная проверка была возможна, был недавно опубликован в работе английских исследователей А. Дж. Бургесса и Б. Г. Больдвина (7), которые дают приблизительные температуры выгрузки и средние составы полученных шлаков одной доменной печи. Работа этой печи наблюдалась в течение трех недель (при трех разных режимах). В таблице 1 приведем данные, относящиеся к шлакам; нами был добавлен столбец с результатами расчетов, сделанных с помощью общей формулы (9).

Таблица 1

содержания серы нескольких промышленных шлаков
по А. Дж. Бургессу и В. Г. Болдвину (7)

Неделя		Температура °C	Составы шлаков (вес %)					Сера %	
			SiO_2	CaO	MgO	Al_2O_3	MnO	Определено	Расчитано
1	Среднее значение	1420°	31,7	41,0	7,3	15,9	1,39	1,23	1,09
	Отклонения	23°	0,8	1,5	0,9	0,4	0,22	0,12	
2	Среднее значение	1420°	32,3	36,2	9,8	16,6	1,89	1,21	1,04
	Отклонения	20°	2,1	1,9	1,4	0,4	0,31	0,11	
3	Среднее значение	1455°	21,5	39,4	9,0	16,5	1,27	1,32	1,41
	Отклонения	28°	1,1	1,6	1,0	0,3	0,28	0,06	

Как видно, отклонения результатов прямых определений серы от полученных по формуле (9) такого же порядка, как и практически установленные отклонения от средних значений. Более того, установленное соответствие одновременно доказывает и точность формулы (9), с которой она регистрирует изменения численных значений температуры и составов.

Из-за отсутствия недостаточно большого количества данных, необходимых для проверки, автор был вынужден использовать старые результаты некоторых опытов, проведенных им совсем для других целей — относительно анормальных режимов работы одной из доменных печей завода Хунедоара (РНР), — причем упомянутая печь работала не с коксом, а с древесным углем.

Приведенные в таблице № 2 данные взяты из отчетов выгрузок, сделанных в течение вышеупомянутых опытов, причем их выбор ограничился случаями, для которых температуры шлаков, измеренные с помощью оптического пирометра в момент их выхода из доменной печи, были в пределах 1425°C до 1450°C.

При рассмотрении таблицы можно установить, что содержания серы, рассчитанные с помощью соотношения (9), предполагая, что средняя температура всей массы шлака 1450° хорошо соответствует результатом практических анализов.

Те же самые данные показывают, что количество серы, поглощенное шлаками разных составов, не может быть связано со значениями „показателя основности". Нужно заметить, между прочим, что вышеупомянутый показатель имеет незначительные изменения, даже при больших изменениях количеств поглощенной серы. Это приводит к тому, что он не дает необходимой чувствительности для удовлетворительного расчета.

Таблица № 2

Шлаки некоторых чугунов произведнных с деревянным чглем. Температура выгрузки

Выгрузка №	Составы (г %)							S при 1450°C	CaO+MgO / SiO_2	(S) / S	100 S / k_c	k_c
	SiO_2	Al_2O_3	CaO	MgO	FeO	MnO	S					
85	53,46	14,00	12,75	12,94	0,96	5,10	0,20	0,206	0,481	1,290	5,566	3,521
144	53,82	11,40	22,75	4,29	0,88	5,56	0,26	0,293	0,653	1,200	7,925	3,262
124	53,70	9,50	17,12	8,22	1,28	9,28	0,44	0,443	0,496	7,322	11,985	3,671
111	55,11	10,40	12,50	11,85	1,31	11,08	0,50	0,486	0,442	5,552	13,124	3,777
104	52,90	12,74	14,65	9,54	1,81	10,18	0,47	0,494	0,646	3,760	12,259	3,518
115	55,11	10,80	15,87	6,15	1,89	12,57	0,42	0,505	0,400	4,200	12,655	3,051
64	47,20	14,00	16,25	15,39	0,90	5,01	0,52	0,549	0,640	4,952	14,828	3,526
54	46,45	15,15	15,62	15,66	1,16	5,09	0,58	0,571	0,672	6,444	15,422	3,761
72	48,05	12,98	14,12	18,10	1,02	5,20	0,48	0,576	0,671	3,692	15,574	3,067
106	50,05	12,40	15,00	12,94	1,74	8,28	0,57	0,587	0,558	4,957	15,862	3,570
54	44,25	8,50	22,50	16,70	0,90	5,57	0,98	0,926	0,886	7,259	25,040	3,914
42	28,20	4,92	22,62	21,45	1,28	5,15	1,26	1,232	1,154	7,224	22,206	3,792
										при	1,450	3,700

Более того, как легко убедиться, значения „коэффициента распределения серы" $(S)/[s]$ между шлаком и ванной металла не могут быть отнесены к значениям „показателя оеновности" или абсорбционной способности для серы. Это доказывает независимость абсорбционной способности от содержания остаточной серы в ванне жидкого чугуна.

С другой стороны, чтобы лучше понимать применяемость соотношения (9) в случае нормальной работы доменных печей с коксом, автор обьединил в таблице № 3 практические данные, опубликованные Половченко (8) относительно работы трех доменных печей, находящихся на юге СССР и выпускающих конверторный чугун в течение 1949—1954 гг. Так как температура выгрузок не указана в работе, была сделана косвенная проверка формул (9) н (3), а именно были использованы практические данные для расчета температур, при которых велась плавка.

Полученные таким образом данные, приемлемые в случае рассматриваемых чугунов, показывают, что были использованы два средних режима работы, из которых один дал наилучшие результаты и соответствовал температурному интервалу от 1576° до 1620°, а другой соответствовал более низким температурам.

Из рассмотрения таблицы № 3 вытекают те же выводы, что в случае таблицы № 2. Надо, кроме того, отметить положительное влияние магния в шихтах, использованных при особенно горячих режимах. Нужно также подчеркнуть отсутствие любого прямого дей-

ствия глинозема в процессе обессеривания. Как видно, было бы вполне возможно избежать многочисленных опытов, проделанных в течение 5 лет (в случае рассмотренных нами доменных печей), если инженеру

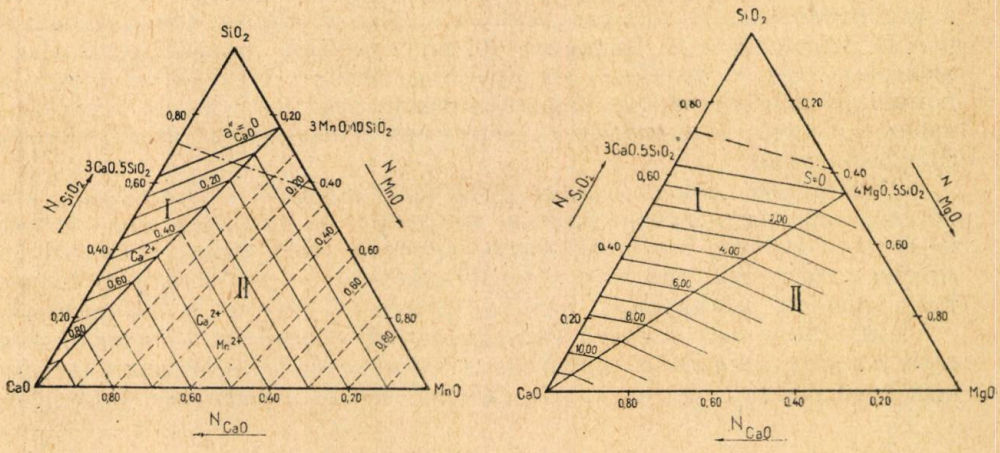


Рис. 4. Схематизированно изображены реакционные способности и реакционно-способные катионы в системе $SiO_2 — CaO — MgO$:

а) — Абсорбционная способность для серы при 1500°С

б) — Реакционная способность извести и окиси шагния

производственнику дали бы во-время возможность овладеть явлениями путем расчета абсорбционных способностей для серы шлаков разных составов.

Таблица № 3

Шлаки передельных чугунов, полученных на три доменных печи завода им. „Дзержинского" (на юге СССР) в 1949—1954 гг. (по И. Г. Половченко)

Шлак №	Составы (г %)							$\frac{CaO+MgO}{SiO_2}$	$\frac{(S)}{S}$	$\frac{100\,S}{k_c}$	k_c	Соответств. температура
	SiO_2	CaO	MgO	Al_2O_3	FeO	MnO	S					
В 10	39,07	49,25	2,78	5,85	0,50	0,75	2,03	1,33	5,075	32,07	6,323	1579
В 9	37,88	48,22	4,44	6,25	0,51	0,65	2,21	1,39	6,500	33 30	6,637	1591
В 5	37,20	51,11	1,86	6,16	0,58	0,77	3,33	1,42	8,630	34,15	6,823	1598
В 7	37,00	47,75	5,40	6,19	0,46	0,61	2,22	1,44	6,727	34,18	6,495	1585
Б 6	37,31	47,99	5,24	5,40	0,48	0,75	2,23	1,43	6,027	34,33	6,496	1585
Б 4	36,69	51,28	1,87	5,87	0,50	0,78	2,27	1,45	7,828	34,54	6,572	1588
А 3	36,72	51,90	0,94	5,85	0,49	0,80	2,50	1,44	7,353	34,79	7,186	1611
А 2	35,80	51,01	2,89	6,54	0,49	0,66	2,58	1,50	9,214	38,12	7,346	1617
Б 11	39,12	49,19	3,20	5,45	0,57	0,76	1,93	0,34	5,848	32,56	5,928	1534
В 12	38,51	48,10	4,90	5,62	0,50	0,68	1,89	1,34	5,250	33,33	5,570	1547
Б 18	37,06	48,93	4,84	6,05	0,57	0,61	2,07	1,45	6,469	34,89	5,933	1550
Б 17	36,56	48,83	4,87	6,41	0,50	0,57	2,17	1,47	7,750	34,95	6,209	1561
В 19	36,43	49,08	4,54	6,74	0,54	0,61	2,25	1,47	8,577	35,04	6,364	1657

Автору хотелось бы проверять действительность установленных соотношений в течение настоящей серии работ и в случае шлаков, которые содержат большие количества окислов, отличных от извести. Во всей имеющейся в нашем распоряжении литературе нам удалось найти относительно полные данные только в работе немецких авторов П. Ишебэка и Я. Вилелмса (9) по доменной плавке румынских железных руд из Якобени. Цитируемые авторы изучили получение в доменной печи некоторых высокомарганцовистых шлаков, использованных в качестве синтетических руд при производстве качественного ферромарганца.

Некоторые сопоставления числовых значений показывают, что обессеривающее действие закиси марганца больше, чем это следует из опытов автора, что выше было отмечено. Этот вывод пока еще не совсем обоснован, так как в сопоставлениях не учитывали температуру, причем цитируемая работа ничего не говорит о температуре.

10. *Абака для расчета абсорбционной способности шлаков для серы в металлургической практике.* Соотношение (9) позволяет частичный графический расчет в том смысле, что оно позволяет определе-

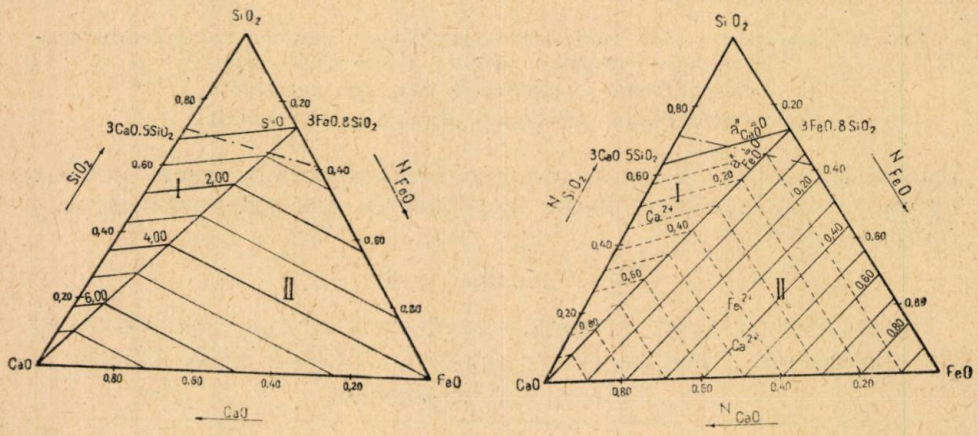


Рис. 5. Схематизированно изображены реакционные способности и реакционноспособные катионы в системе $SiO_2 - CaO - FeO$:

а) — Абсорбционная способность для серы при 1500°С

б) — Реакционная способкости окиси кальция и закиси железа

ние с помощью абаки числовых значений реакционной способности извести — или, что равноценно, количеств извести, способных к обессериванию — в любом шлаке известного состава.

Абака такого рода построена ассистенткой автора, инж. Маргаретой Гречану и представлена на рис. 5, показывающем одновременно и пример использования. Выбранный пример относится к случаю фиктивного шлака следующего состава:

$$SiO_2 = 35\% \; CaO = 50\% \; MgO = 6\% \; FeO = 4\% \; MnO = 5\%$$

Точки, представляющие действительные содержания *MnO* и *FeO*, соединяются прямой на соответствующих шкалах. Пересечение (1) полученное таким образом прямой с промежуточной шкалой А соединяется, в свою очередь, с точкой, фиксирующей содержание окиси магния на специальной шкале для этого вещества. На второй промежуточ-

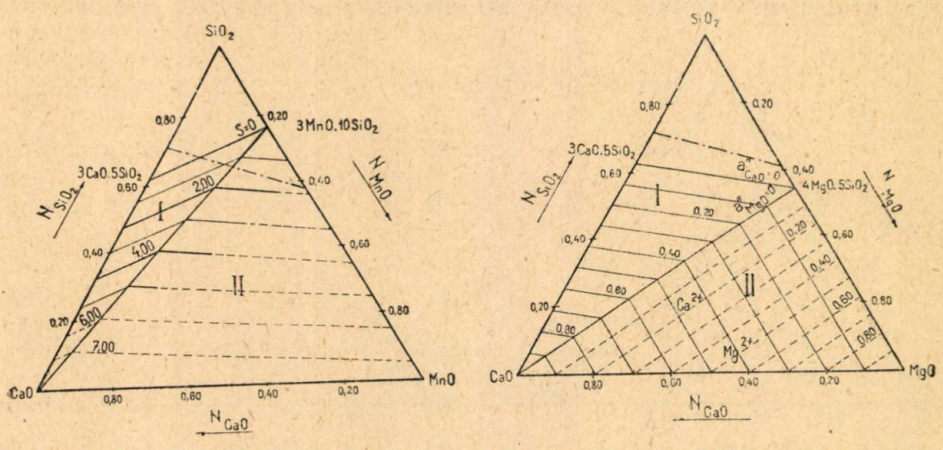


Рис. 6. Схематизированно изображены реакционные способности и реакционноспособные катионы в системе $SiO_2 - CaO - MnO$:

а) — Абсорбционная способность для серы при 1425° С

б) — Реакционная способность окислав CaO и MnO

ной шкале „В" получим, таким образом, точку (2). Прямая соединяющая эту точку с той, которая определяет содержание извести на соответствующей шкале, пересекает промежуточную шкалу в точке (3).

Эту точку (3) соединяют с точкой, определяющей содержание кремнезема на его шкале. Полученная, таким образом, прямая определяет на последней шкале искомую точку. Эта точка представляет собой значение соотношения $\frac{100\,S}{k_c}$ для исследуемого шлака, причем указанное соотношение является ничем иным, как содержанием обессеривающей извести в данном шлаке (в нашем примере, x = 49,50%).

Когда речь идет не о существующем шлаке, а о предварительном расчете шихты, абака используется тем же самым образом, но начиная либо от нулевой точки промежуточной шкалы *A* (*FeO* = 0, *MnO* = 0) или же, лучше, от одной точки шкалы для *MnO*, соответствующей количеству закиси марганца равному примерно 1/3 общего веса кремнезема (точнее $n = s/2{,}824$). Другими словами, расчет производится, исходя из предположения, что шлак не содержит окиси железа (если количество окиси марганцв невелико).

Если известно количество обессеривающей извести, то следует определить ее удельную обессеривающую способность, при данной

или предположенной температуре. Эту способность можно рассчитать, исцользуя логарифмическое соотношение (3) и расчетную формулу (10), устанавливающую переход от k_c к k_T.

Коэффициент можно графически определить — не менее точно — с помощью кривой, представленной с этой целью на рисунке 5, которую относили к температурам, выраженным в градусах цельсия.

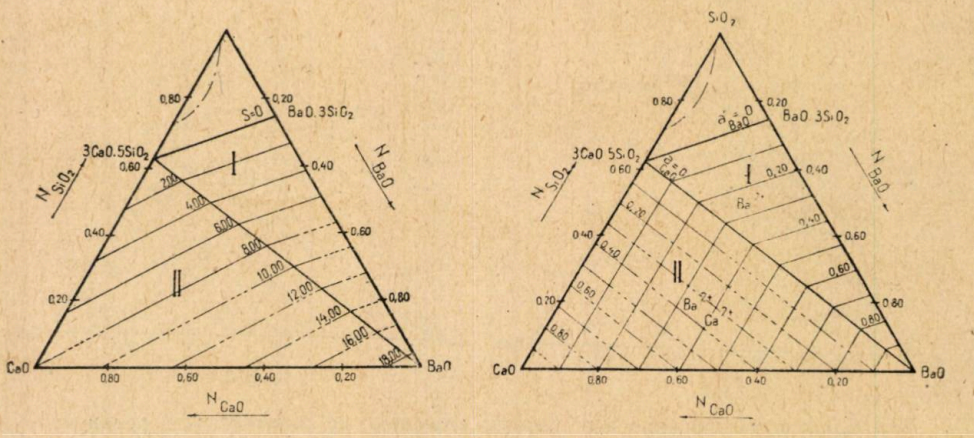


Рис. 7. Схематизированно изображены реакционные способности и реакционноспособные катионы в системе $SiO_2 - CaO - BaO$:

а) — Абсорбционная способность для серы при 1500°С

б) — Реакционная способность окиси кальция и окиси бария

В случае нашего примера было установлено, что при 1500°С: $k_c = 4{,}575$ и, следовательно, $100\,S = 4{,}575 \times 49{,}54$ и $S = 2{,}26$.

Другими словами, 100 г исследуемого шлака могут поглощать — в условиях равновесия при 1500°С — 2,26 г серы. По сравнению с этим значением, значение, полученное прямым применением уравнения (9), (3) и (11), отличается не намного: 2,267 г.

Лаборатория металловедения
Бухарестского Политехнического Института

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Траян Тр. Негреску.* Обессеривающая способность шлаков доменных печей.

— I. Абсорбционная способность для серы кремнисто-известковисто-глиноземистых шлаков при 1500°С. Bulet. Ştiinţific al Academiei R.P.R. Secţiunea de Ştiinţe Tehnice şi Chimice. tom. 3, Nr. 2—4 1951, стр. 385—401 (на румынском языке).

— II. Абсорбционная способность для серы кремнисто-известковисто-магнезиевых шлаков при 1500°С. Bulet. Ştiinţific

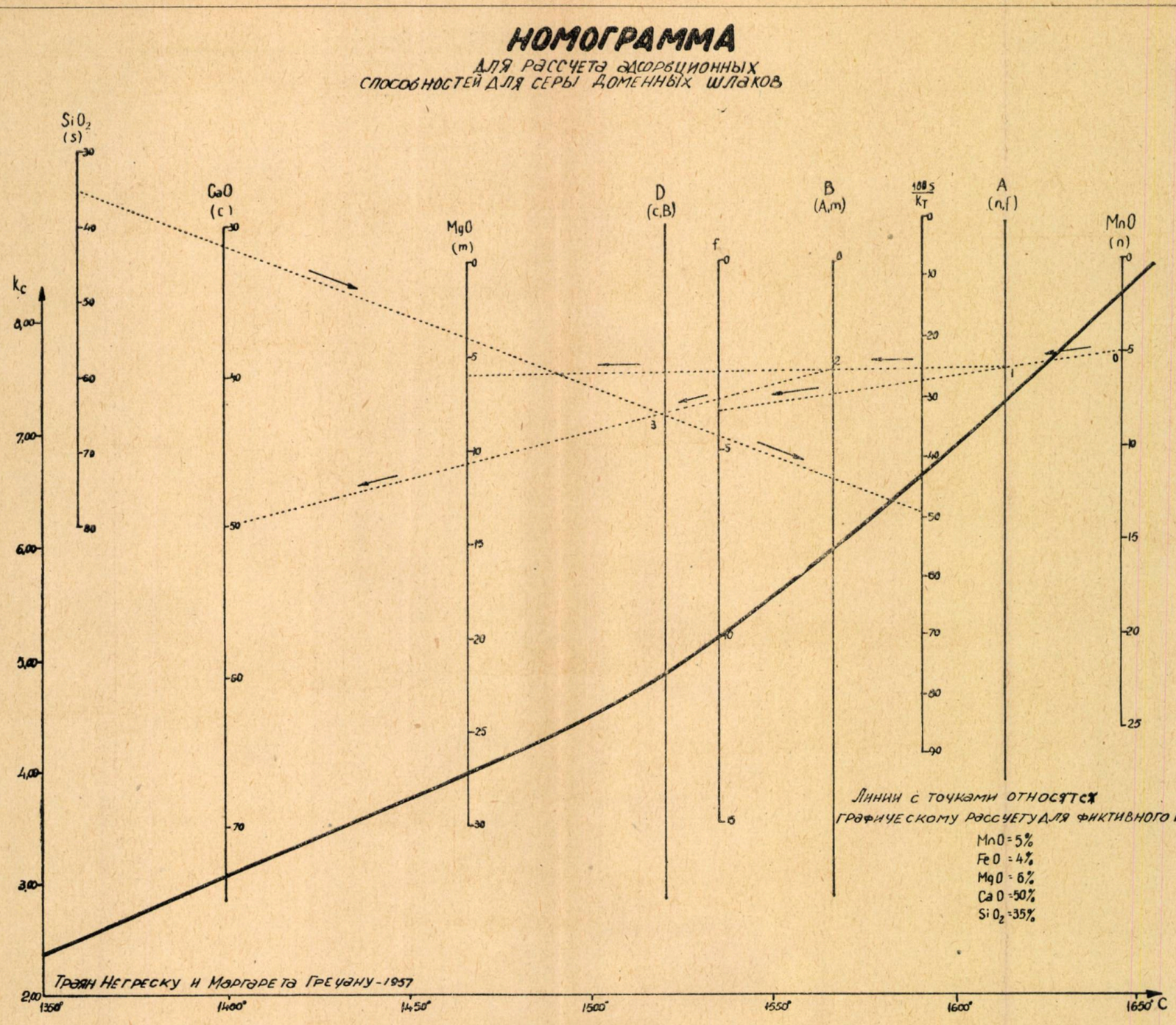


Рис. 8. Абака для расчета абсорбционных способностей для серы шлаковдоменных печей (пунктирные линии относятся к графическому расчету для фиктивного шлака состава: MnO — 5%; F_2O — 4%; MgO — 6%; CaO — 50%; SiO_2 — 35%)

al Acad. R.P.R. Secţiunea de Ştiinţe Tehnice şi Chimice. т. IV, № 3—4, 1952, стр. 271—282 (на румынском языке).

— III. Абсорбционная способность для серы шлаков системы SiO_2—Al_2O_3—CaO в жидком состоянии, при 1460°C и 1550°C. Studii şi Cercetări de Metalurgie. Centrul de Cercetări Metalurgice al Academiei R.P.R. T. I, 1956 (1), стр. 49—64 (на румынском языке).

— IV. Влияние добавок MgO на обессеривающую способность шлаков системы SiO_2—CaO—Al_2O_3 в жидком состоянии при 1525°C и 1575°C. Studii şi Cercetări de Metalurgie. Centrul de Cercetări Metalurgice al Academiei R.P.R. том I, 1956 (2), стр. 283—296 (на румынском языке).

— V. Абсорбционная способность для серы шлаков системы SiO_2—CaO—FeO в жидком состоянии, при 1500°C. Studii şi Cercetări de Metalurgie. Centrul de Cercetări Metalurgice al Academiei R.P.R. т. II, 1957 (1), стр. 5—35 (на румынском языке).

— VI. Абсорбционная способность для серы шлаков системы SiO_2—CaO—MnO в жидком состоянии при 1425°C. Studii şi Cercetări de Metalurgie. Centrul de Cercetări Metalurgice al Academiei R.P.R., т. II, 1957 (2), pp. 265—288.

[2] *Траян Тр. Негреску.* Количественные соотношения соответствующие равновесию в жидких шлаках доменных печей (на русском языке). Конференция по экспериментальной технике и исследовательских методов при высоких температурах, Москва, 1956 г.

[3] *Traian Tr. Negrescu,* Capacité d'absorption pour le soufre et constitution, à l'état liquide, des laitiers de hautfourneau. Rev. de Métallurgie. (Roum.) 2, 1957, (находится в печати).

[4] *E. Fischer und S. Wolff.* Schwefel in Schlacke und Schlackenwolle. Sftuttgart. 1951. pp. 1—?.

[5] *F. D. Richardson and C. J. B. Fincham.* Sulphur in Silicate and Aluminate Slags. Proc. Royal Society. 223. 1954. Ser. A. pp. 40—62. Jr. Iron and Steel Inst. 178. (I) 1954. pp. 4—19.

[6] *Bernhard Osann.* Lehrbuch der Eisenhüttenkunde. t. 1. Leipzig. 1923. p. 738.

[7] *A. J. Burgess and B. G. Baldwin.* Influence of Slags on Pig-Iron Compositions Jr. I. & Steel Inst. p. 183. 1957.

[8] *И. Г. Половченко.* Усовершенствование технологии производства бессемеровского чугуна (на русском языке) Сталь — 1956 г. (1).

[9] *Paul Ischebeck und Jacob Wilhelms.* Die Saure Schmelzen von Mangangehaltigen Eisenerzen zur Gewinnung Künstlicher Manganerze und ihre Verhüttung auf Ferromangan. A.f d. Eisenhüttenwesen. 25. 1952. (1). pp. 1—16.

СТРУКТУРНЫЕ ОСНОВЫ АБСОРБЦИОННОЙ СПОСОБНОСТИ ДЛЯ СЕРЫ ЖИДКИХ МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИХ ШЛАКОВ

(Краткое содержание)

Лабораторные исследования с многочисленными сериями синтетических шлаков принадлешащих обычным торолным системам дали возморность автору определить максиюельное содержание серы которое можеть быть адсорбцированным в услоцияа равнокссия доменным шлаком определенного состава в контакте с жидким чугуном при различных температурах. Определена формула для рассёта которая дает результаты соответствующие результатам промыжленной практики.

Изучая поведение шлаков с точки зрения их способности к адсорбции серы. автор примеи к выводу о присуствии в жидких силикатах однои серии групи инактивных ионнов очедь стабильных при деиствии изменения температур а также при демствии серы или кислорода. Состав этих групи соответствунт формулам 4MgO, $5SiO_2$, 3CaO. $5SiO_2$, 3MnO. $10SiO_2$ и BnO. $3SiO_2$

STRUCTURAL BACKGROUNDS OF THE SULPHUR-ABSORPTION CAPACITY OF LIQUID METALLURGICAL SLAGS

(Summary)

Laboratory investigations, on several series of synthetic slags, belonging to the most current ternary sistems, have permited to the author to establish the maximum amounts of sulphur which blast-furnace slags can absorb, under equilibrium conditions, from a liquid iron bath at different temperatures. A formula has been derived, which gives results in agreement with industrial experience.

Whilst studying the behaviour of these slags, from the viewpoint of their sulphur-absorption capacities, the author has concluded to the presence, in the molten silicates, of a series of inactive ionic groupings, of great stability towards the actions of temperature, of sulphur and of oxygen. Their compositions correspond to the formulas 4MgO. $5SiO_2$, 3CaO. $5SiO_2$, 3FeO. $8SiO_2$, 3MnO. $10SiO_2$ and BaO. $3SiO_2$.

LES FONDEMENTS D'ORDRE STRUCTURAL DE LA CAPACITÉ D'ABSORPTION POUR LE SOUFRE DES LAITIERS MÉTALLURGIQUES LIQUIDES

(Résumé)

Des recherches de laboratoire, sur plusieurs séries de laitiers synthétiques, appartenant aux systèmes ternaires les plus courants, ont permis à l'auteur de déterminer la proportion maximum du soufre qui peut être absorbé, en conditions d'équilibre, par un laitier de haut foruneau, de composition donnée, en contact avec un bain de fonte fondue, à des différentes températures. Une formule de calcul a en été déduite, qui donne des résultats concordant avec ceux de la pratique industrielle.

En étudiant le comportement des-dits laitiers, du point de vue de leur capacité d'absorption pour le soufre, l'auteur a été amené à conclure à la présence, dans les silicates liquides, d'une série de groupements ioniques inactifs, doués d'une grande stabilité vis-à-vis de l'action des variations de la température, aussi-bien que de celles exercées par le soufre, ou par l'oxygène. Les compositions des entités en question correspondent aux formules $4MgO.\ 5SiO_2$, $3CaO.\ 5SiO_2$, $3FeO.\ 8SiO_2$, $3MnO.\ 10SiO_2$ et $BaO.\ 3SiO_2$.

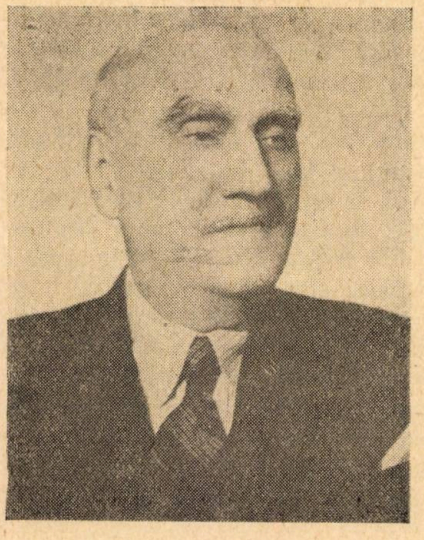
STRUKTURALE GRUNDLAGEN DER SCHWEFELABSORPTIONSFÄHIGKEIT DER FLÜSSIGEN METALLURGISCHEN SCHLACKEN

(Zusammenfassung)

Der Verfasser hat, auf Grund von Laboratoriumsforschungen an mehreren Reihen synthetischer Schlacken der meistüblichen ternären Systemen, den von Hochofenschlacken, unter Gleichgewichtsbedingungen, von flüssiger Eisenbäder, bei verschiedenen Temperaturen, absorbierbaren Schwefel-Höchstbetrag ermittelt. Eine Formel wurde abgeleitet, welche Ergebnisse liefert, die im völligen Einklang mit den gewerblichen Erfahrungen stehen. Indem der Verfasser das Verhalten dieser Schlacken vom Standpunpt ihrer Schwefelabsorptionsfähigkeit aus näher untersucht, gelangt er zu der Schlussfolgerung, dass in den geschmolzenen Silikaten eine ganze Reihe von unwirksamen Ionengruppen vorkommen, die eine grosse Beständgikeit gegenüber dem Einwirken der Temperatur, des Schwefels und des Sauerstoffs zeigen. Ihre Zusammensetzungen entsprechen den folgenden chemischen Formeln: $4MgO.\ 5SiO_2$, $3CaO.\ 5SiO_2$, $3FeO.\ 8SiO_2$, $3MnO.\ 10SiO_2$ und $BaO.\ 3SiO_2$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 1

NECROLOG



Academicien C. I. BUDEANU

Le 27 février 1959 est mort le Professeur C. I. Budeanu, professeur d'Électrotechnique théorique à l'Institut Polytechnique de Bucarest.

Le Professeur Budeanu est né le 16 février 1886 dans la ville de Buzau, comme fils unique d'un modeste fonctionnaire publique. L'école primaire et le lycée il les a suivi à Galatz. En 1903 il est admis à l'ecole Nationale des Ponts et Chaussées de Bucarest d'ou il sortit en 1908 ingénieur diplômé, le 2-e dans le rang.

Dans l'automne de la même année, à la suite d'un concours, il reçut une bourse de l'Académie Roumaine pour deux années ; avec cette bourse il partit pour Paris où il suivit les cours de l'École Supérieure d'Électricité. En 1909 il obtint le diplôme d'ingénieur électricien, étant classifié parmis les premiers dix.

Après les études de spécialisation, il fit un stage dans les entreprises d'électricité de Paris, ensuite un autre à Berlin dans la fabrique des machines électriques AEG et dans l'une des centrales électriques de la ville (BEWAG).

En décembre 1910 il rentra en Roumanie et fut tout de suite engagé aux ateliers centraux des Chemins de Fer Roumains, comme chef de section. En 1919 il entra dans l'industrie électrotechnique particulière, d'abord comme Directeur technique à la Société des Tramways de Bucarest. Dans cette qualité, à part les problèmes concernant les tramways, il s'est occupé aussi du problème de l'électrification des chemins de fer ainsi que de celle de l'électrification de quelques grandes villes du pays. En 1921 il passa comme Directeur technique à la Société „Electrica" de Bucarest où il s'est occupé notamment du problème de l'électrification de la région petrolifère de la vallée de Prahova et de celle de la ville de Ploiesti. De 1931 jusqu'en 1948 il a été Conseiller Technique à la Société Le Crédit pour les entreprises électriques".

Au 1-er octobre 1916 il a été nommé assistent près de la chaire d'Électricité et d'Electrotechnique de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées de Bucarest. En 1920, à la création de l'Ecole Polytechnique de Bucarest, il a été nommé Maître de Conférences pour les cours de Mesures Electriques et de Traction Electrique. En 1926, à la suite d'un concours, il a été nommé Professeur titulaire aux mêmes cours. Il a professé ensuite l'Électricité et les Mesures Electriques et, à partir du 1948, il a été nommé Professeur chef de Chaire pour les Bases théoriques de l'Électrotechnique, discipline qu'il a professé jusqu-aux derniers moments de sa vie.

Le professeur Budeanu a été un maître incomparable : consciencieux, il préparait ses leçons minutieusement en cherchant toujours une nouvelle démonstration, une nouvelle explication d'un certain phénomène. Il était toujours au courant avec les derniers progrès de la science et de la technique et ses leçons étaient toujours accompagnées d'exemples pratiques.

Les étudiants étaient ses enfants adoptifs ; il était constamment préoccupé de leurs progrès. Il repondait toujours à leur appel pour des informations supplémentaires, des consultations voire des méditations. La sympatie était réciproque : les étudiants lui manifestèrent le plus grand attachement.

Son activité scientifique, jointe étroitement à celle technique, a commencé en 1912 quand il a publié un étude sur les réostats liquides pour l'essais des générateurs électriques. Ont suivi des études sur l'éclairage des wagons des Chemins de Fer Roumains, en donnant à cette époque (1914) une solution nouvelle qui a été adoptée par plusieures Administratrions des chemins de fer européennes. Depuis, son activité est inintérompue et se reflète dans plus de cent travaux publiés qui renferment quelques milliers de pages. A ceux — ci il faut ajouter les nombreuses conférences, consultations etc. qui n'ont pas été publiées. De même, il a participé à de nombreux congrès et réunions scientifiques et techniques nationaux et internationaux auquels il a, à peu près toujours présenté des communications et a présidé des séances de travail.

L'activité scientifique et technique du Professeur Budeanu a embrassé beaucoup de domaines. Quand même on peut distinguer facilement que ses préoccupations étaient axées sur deux directions bien définies : l'une dans

le domaine de l'énergétique, dans lequel il s'est occupé notamment du problème de la puissance et de l'énergie réactive, et l'autre dans le domaine de la métrologie.

Dans le problème de la puissance et de l'énergie réactive le Professeur Budeanu a donné une nouvelle démonstration aux proprétés de conservation basée sur la réalité physique des grandeurs instantanées de puissances, tension et courant. La puissance réactive apparait ainsi a être le substratum physique du facteur de puissance. Une série de définitions et propositions qu'il a fait ont été adoptés par le fors internationaux et sont entrés aujourd'hui dans l'usage commun. Parmi ceux-ci, il faut citer le nom de l'unité de la puissance réactive, le *var*, que la Professeur Budeanu a proposé au nom du Comité Electrotechnique Roumain à Stokholm en 1933.

Critiquant la vieille méthode de la sinusoide équivalente utilisée à l'étude du régime non sinusoidal, ainsi que certaines définitions arbitrairement données à la puissance réactive dans un tel régime, le Professeur Budeanu a introduit une nouvelle conception dans ce problème, celle de la séparation de la puissance apparente en trois composantes pouvant être représentées par trois vecteurs ortogonaux dans un système tridimensionnel. Il apparait ainsi, à coté des puissances active et réactive, dont les définitions dans un régime non sinusoidal ont été précisées à cette occasion, une nouvelle grandeur de puissance, *la puissance déformante,* caractéristique d'un tel régime. Par d'autres nombreuses études, le Professeur Budeanu a mis en évidence une série de propriétés de la puissance déformante ainsi que le rôle que cette grandeur a dans l'étude des appareils et des phénomènes déformants dans une installation électrique.

La notion de puissance déformante a été introduite dans la science par le Professeur Budeanu en 1927. Cette notion et la méthode d'étude des régimes déformants sont aujourd'hui connues comme des questions classiques d'électrotechnique et figurent dans les traités respectifs, avec ou sans la mention qu'elles appartient au Professeur Budeanu. Citons par exemple : *A. Blondel, Les courants alternatifs* (Paris 1933, p. 245) ; *A. Mauduit, Machines électriques* (Paris 1931, T. II, p. 1575 et 1657) ; *J. Fallou, Leçons d'Électrotechnique générale* (Paris 1939, T. I. p. 379) ; *A. Fraenkel, Theorie der Wechselströme* (Berlin 1930, p. 85) ; *A. Krug, Les bases de l'électrotechnique* (Moscou 1946, T. II, 257, en langue russe) ; *I. S. Antoniu,* Questions spéciales d'électrotechnique (Bucarest 1956, p. 255, en langue roumaine) ; etc. etc.

Non moins soutenue a été l'activité du Professeur Budeanu en métrologie dans laquelle il a approfondi le problème des grandeurs et unités en physique, en arrivant ainsi aux quelques conceptions et précisions nouvelles. Ainsi, premièrement il a précisé la distinction qui doit exister entre une *grandeur* l'*unité* et la *mesure* de cette grandeur. Une relation physique ne peut être ecrite qu'entre des grandeurs mesurables, encadrée donc dans les conceptions métrologiques. Dans ces travaux il a montré la distinction qu'on doit faire entre les aspects physiques intrinsèques et ceux conventionnaux d'une relation physique ; l'ecriture correcte des relations physiques ne peut être faite qu'à la suite des considérations métrologiques.

Le Professeur Budeanu a été l'un des plus grands souteneurs du système d'unités Giorgi, aujourd'hui pratique. Dans de nombreuses travaux il a montré la nécessité d'introduire dans l'électromagnétisme d'un système pratique à quatre unités, dérivé du système Giorgi, sous la forme MKSC ou MKSA.

Ce point de vue est aujourd'hui confirmé par l'introduction obligatoire — sur un plan international — du système d'unités MKSA.

Le Professeur Budeanu a pris une position importante dans la question de la rationalisation en soutenant son point de vue: la rationalisation des unités et non celle des grandeurs qui conduirait au renversement total des théories qui sont à la base de la science de l'électricité, magistralement cristalisées par Maxwell.

Pendant son activité scientifique, le Professeur Budeanu a eu des liaisons personnelles et a entretenu une correspondence avec nombreux hommes de science et des savants du monde entier. Citons parmi ceux — ci: Le Prof. Giorgi, le Prof. Kalantarov, le Prof. Paul Boucherot, le Prof. A. Blondel, le Prof. A. Kennelly, M. M. Louis de Broglie, M. Darrieus, A. Quade, A. Küpfmuller, et d'autres.

Pour son remarquable activité scientifique, pour le commencement d'école qu'il a créé, le Professeur Budeanu a été élu membre correspondent de l'Académie Roumaine et en 1955, membre titulaire de l'Académie des Sciences de la République Populaire Roumaine.

Quoique arrivé à un âge auquel d'autres se reposent après une vie de travail soutenu, le Professeur Budeanu ne trouvait du repos que dans le travail. Nombreuses étaient les consultations qu'on lui demandaient, les conférences aux quelles il était invité à participer, les mémoires techniques qui lui étaient demendées.

La disparition brusque du Professeur Budeanu, dans son plein pouvoir de création, constitue une grande perte pour la science et la technique roumaine et internationale. Beaucoup de ses travaux sont restés inachevés, beaucoup de ses pensées et de ses projets iréalisés.

Le Professeur Budeanu a été une gloire du peuple roumain. Son nom sera transmis de génération en génération et honnoré par tout le monde scientifique du pays et de l'étranger. Le Professeur Budeanu a réussi, par ses réalisations d'enricher le patrimoine international de la science avec des oeuvres fondamentales et ainsi, il a relevé le prestige de son pays dans laquelle il a vecu, il a travaillé et il est mort.

Professeur ION S. ANTONIU

LITOGRAFIA ŞI TIPOGRAFIA ÎNVĂŢĂMÎNTULUI, BUCUREŞTI — c. 1456

INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile: rusă, franceză, germană și engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu: numele și inițialele de pronume ale autorului, titlul și volumul lucrării, editura, locul și anul apariției, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială și finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text și se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experiențelor și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Conducerea revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

F 1130

KAT

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

TOMUL XXI — FASCICOLA 2

APRILIE — IUNIE

1959

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

apare, cu patru fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul Politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara Institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu Redacţia şi Administraţia Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

издаётся в четырех годовых выпусках продолжением прежних научных периодических журналов «Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées» и «Buletinul Politehnicei din Bucureşti».

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей б дут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с Редакцией и Руководством Бюллетеня производится по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

est une publication trimestrielle, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'Institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges des publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI

TOMUL XXI — FASCICOLA 2

APRILIE — IUNIE

1959

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. Dr. *I. Agîrbiceanu*; Prof. Dr. *I. S. Antoniu*; Conf. *I. Berceanu*; Prof. Dr. *E. Bratu*; Prof. *Gh. Buzdugan*; Conf. *S. Călin* cand. Șt. Th.; Prof. *C. Ionescu-Bujor*; Prof. Dr. *Gh. Manea*; Acad. Prof. Dr. *Tr. Negrescu*; Acad. Prof. Dr. *C. Nenițescu*; Prof. *C. Penescu*; Prof. *M. Postelnicescu*; Prof. Dr. *R. Răduleț* membru corespondent al Academiei R.P.R.; Prof. *Al. Spătaru*; Prof. *L. Stoicescu*; Prof. Dr. *T. Tănăsescu*, membru corespondent al Academiei R. P. R.

Redactor responsabil: Prof. *C. Dinculescu*
membru corespondent al Academiei R. P. R.

SUMAR

MATEMATICA

C. IONESCU-BUJOR — Sur les transformations correspondantes par rapport à une transformation donnée . . 13

M. BOTEZ — Sur la cyclographie des transformations congruentes 31

A. TĂNĂSESCU — Extension polydimensionele de la méthode des panatraces 39

FIZICA

A. TIMOTIN — La transformation inertiale générale . . 45

HIDRAULICA

M. CAZACU — Metoda similitudinei în fenomenul loviturii de berbec 57

CHIMIA

L. BLUM, I. ATANASIU — Sur la réduction électrolytique à l'aide des cathodes rotatives 69

GH. HAGYMAȘ, C. FIROIU — Despre realizările mai importante din chimia fluorului 77

A. IANU, GR. TEODORESCU, S. LICĂ — O nouă metodă pentru dozarea NaCl, NaClO, $NaClO_2$, $NaClO_3$, $NaClO_4$, cînd se găsesc simultan 97

ELECTROTEHNICA

C. BUDEANU — Does rationalization change units ? 109

UNDE ELECTROMAGNETICE

ED. NICOLAU — Electromagnetic power and momentum for harmonic time dependence 117

A. MILLEA — Formularea problemelor plan-paralele de efect pelicular 123

RADIOCOMUNICAȚII

M. SĂVESCU — O metodă de calcul al răspunsului tranzitoriu al rețelelor electrice liniare 133

PETROGRAFIA CĂRBUNELUI

B. IONESCU-SISEȘTI — Problèmes fondamentaux de pétrographie des charbons dans la structure des houilles jeunes roumaines 143

MAȘINI ELECTRICE

C. APETREI — Cîteva precizări asupra încălzirii și răcirii mașinilor sincrone 155

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

К. ИОНЕСКУ-БУЖОР — О соответствующих преобразованиях относительно данного преобразования 13

М. БОТЕЗ — Циклография конгруентных преобразований . 31

А. ТЭНЭСЕСКУ — Многомерное расширение метода параследов 39

ФИЗИКА

А. ТИМОТИН — Общее инерционное преобразование . . 45

ГИДРАВЛИКА

М. КАЗАКУ — Метод подобия в явление гидравлического удара 57

ХИМИЯ

Л. БЛУМ, И. АТАНАСИУ — По поводу электролитического восстановления при помощи вращающихся катодов . . 69

Г. ХАГИМАШ, К. ФИРОЮ — К достижениям в области химии фтора 77

А. ИАНУ, Г. ТЕОДОРЕСКУ, С. ЛИКЭ — Определение смеси NaCl, NaClO, $NaClO_2$, $NaClO_3$ и $NaClO_4$ 97

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

К. БУДЯНУ — Рационализация изменяет эдиницы? . . 109

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

Е. НИКОЛАУ — Сохранение мощности импульса для гармонических полей 117

А. МИЛЛЯ — Формулировка двухмерных задач поверхностного эффекта 123

РАДИОСВЯЗЬ

М. СЭВЕСКУ — Метод расчёта выходных переходных напряжений линейных систем 133

ПЕТРОГРАФИЯ УГЛЯ

Б. ИОНЕСКУ-СИСЕШТЬ — Основные проблемы 143

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

К АПЕТРЕЙ — Некоторые уточнения по нагреву и охлаждению синхронных машин 155

CONTENTS

MATHEMATICS

C. IONESCU-BUJOR — Corresponding transformations in connexion with a given transformation 13

M. BOTEZ — The cyclography of congruent transformations 31

A. TĂNĂSESCU — A polydimensional extension of the paratrace method 39

PHYSICS

A. TIMOTIN — The general inertial transformation . . 45

HYDRODINAMICS

M. CAZACU — The similitude method in the water-hammer phenomenon 57

CHEMISTRY

L. BLUM-LAZĂR, I. ATANASIU — On the electrolytic reduction with rotating cathodes 69

G. HAGYMAȘ, C. FIROIU — On the more important achievements of fluorine chemistry 77

A. IANU, GR. TEODORESCU, S. LICĂ — Determnation of NaCl, NaClO, $NaClO_2$, $NaClO_3$ and $NaClO_4$ in a mixture . 97

THEORETICAL ELECTRICITY

C. BUDEANU — Does rationalization change units? . . 109

ELECTROMAGNETIC WAVES

ED. NICOLAU — Electromagnetic power and momentum for harmonic time dependence 117

A. MILLEA — Formulation of skin — effecf bidimensional problems 123

RADIOCOMMUNICATIONS

M. SĂVESCU — Sur method for calculating the transient response of linear networks 133

COAL PETROGRAPHY

B. IONESCU-SISEȘTI — Fundamental problems of the coal petrography in the structure of young roumanin coals . 143

ELECTRICAL-MACHINES

C. APETREI — Some remarks on the heating and cooling of synchronous machines 155

SOMMAIRE

MATHÉMATIQUE

C. IONESCU-BUJOR — Sur les transformations correspondantes par rapport à une transformation donnée . . . 13

M. BOTEZ — La cyclographie des transformations congruentes 31

A. TĂNĂSESCU — Extension polydimensionele de la méthode des paratraces 39

PHYSIQUE

A. TIMOTIN — La transformation inertiale générale . . 45

HYDRAULIQUE

M. CAZACU — La méthode de la similitude concernant le phénomène du coup de bélier 57

CHIMIE

L. BLUM, I. ATANASIU — Sur la réduction électrolytique à l'aide des cathodes rotatives 69

GH. HAGYMAȘ, C. FIROIU — Sur le progrés de la chimie du fluore 77

A. IANU, GR. TEODORESCU, S. LICĂ — Dosage d'un ensemble de $NaClO$, $NaClO_2$, $NaClO_3$, $NaClO_4$ et $NaCl$ 97

ELECTROTECHNIQUE

C. BUDEANU — La rationalisation modifie-t-elle les unités ? 109

ONDES ELECTROMAGNETIQUES

ED. NICOLAU — Conservation de la puissance et de l'impulsions dans les champs électromagnétiques harmoniques . 117

A. MILLEA — La presentation des problèmes bidimensionnels d'effet de peau 123

RADIOCOMMUNICATIONS

M. SĂVESCU — Une méthode de calcul de la réponse transitoire des réseaux linéaires 133

PETROGRAPHIE DES CHARBONS

B. IONESCU-SIȘEȘTI — Problèmes fondamentaux de pétrologie des charbons dans la structure des houilles jeunes roumaines 143

MACHINES ELECTRIQUE

C. APETREI — Quelques observations sur le rechauffement et le refroidissement des machines synchrones . . . 155

INHALT

MATHEMATIK

C. IONESCU-BUJOR — Über die entschprechenden Transformationen in Beziehung auf eine gegebene transformation 13

M. BOTEZ — Cyclografie der Kongruenten Transformationen 31

A. TĂNĂSESCU — Eine polydimensionale Ausdehung der Methode der Paraspuren 39

PHYSIK

A. TIMOTIN — Die Allgemeine Inertialtransformation . . 45

HYDRODYNAMIK

M. CAZACU — Die Änlichkeitsmetode für das Phänomen des Wasserschlages 57

CHEMIE

L. BLUM, I. ATANASIU — Über die elektrolytische Reduktion mittels rotierenden Kathoden 69

GH. HAGYMAȘ, C. FIROIU — Über die Vorschritte in das Gebiet der Fluorchimie 77

A. IANU, GR. TEODORESCU, S. LICĂ — Bestimmung von NaCl, NaClO, $NaClO_2$ $NaClO_3$ und $NaClO_4$ in mischzustand 97

ELEKTROTECHNIK

C. BUDEANU — Soll die rationalissirung die einheiten wechseln ? 109

ELEKTROMAGNETISCHE WELLEN

ED. NICOLAU — Erheltung der Leistung und des Impulses im harmonischen elektromagnetischer Feld 117

A. MILLEA — Darlegung der ebenen Probleme das Skineffektes 123

FUNKTECHNIK

M. SĂVESCU — Ein Verfahren zur Berechnung des nichstationären Verholteurs linearelectrischer Netze . . . 133

KOHLENPETROGRAPHIE

B. IONESCH-SISEȘTI — Gründliche Kohlenpetrographische Problemen in den rumänischen jungen Steinkohlen . . 143

ELEKTRISCHE - MASCHINEN

C. APETREI — Einige Bemerkungen zur Erwaermung und Kuchlung von Synchronmaschinen 155

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 2

MATEMATICA

SUR LES TRANSFORMATIONS CORRESPONDANTES PAR RAPPORT A UNE TRANSFORMATION DONNÉE [1]).

par CONSTANTIN IONESCU-BUJOR

II [2]).

18°. *Soint donné l'ensemble de transformations* $[T]$ *et les transformations* τ_i $(i=1, 2, \ldots, n)$. *Si* T_1 *est la correspondante de la transformation* T *par rapport à* τ_1, T_2 *la correspondante de la transformation* T_1 *par rapport à* τ_2, *en général,* T_n *la correspondante de la transformation* T_{n-1} *par rapport à* τ_n, *alors* T_n *est la correspondante de la transformation* T *par rapport au produit de transformations* $\tau_n \tau_{n-1} \ldots \tau_2 \tau_1$.

On a (§ 1°)

$$T_1 = \tau_1 T \tau_1^{-1}$$
$$T_2 = \tau_2 T_1 \tau_2^{-1}$$
$$\vdots$$
$$T_n = \tau_n T_{n-1} \tau_n^{-1}.$$

Soit T' la correspondante de la transformation T par rapport à $\tau_n \tau_{n-1} \ldots \tau_1$. Alors

$$T' = \tau_n \tau_{n-1} \ldots \tau_2 \tau_1 T \tau_1^{-1} \tau_2^{-1} \ldots \tau_{n-1}^{-1} \tau_n^{-1}$$
$$T' = \tau_n \tau_{n-1} \ldots \tau_2 T_1 \tau_2^{-1} \ldots \tau_{n-1}^{-1} \tau_n^{-1}$$
$$T' = \tau_n \tau_{n-1} \ldots \tau_3 T_2 \tau_3^{-1} \ldots \tau_{n-1}^{-1} \tau_n^{-1}$$
$$\vdots$$
$$T' = \tau_n T_{n-1} \tau_n^{-1} = T_n.$$

---

1) Communication presentée a la V-ème, session scientifique des cadres didactiques de l'Institut Polytechnique de Bucarest (le 31 octobre 1959).

2) *C. Ionescu-Bujor:* Sur les transformations correspondantes par rapport à une transformation donnée. I. Bulletin de l'Institut Polytechnique de Bucarest. Tome XXI Fasc. 1.

10°. *Si l'ensemble de transformation* $[T]$ *est symétrique ou parfaitement symétrique par rapport aux ensembles de transformations* $[\tau]$, $[\sigma]$ *il est symétrique ou parfaitement symétrique aussi par rapport aux ensembles* $[\tau\,\sigma]$, $[\sigma\,\tau]$.

La notation $[\alpha\,\beta]$ désignera dans cette note l'ensemble des produits formé en associant à chaque transformation de l'ensemble $[\beta]$ chaque transformation de l'ensemble $[\alpha]$.

On considére les transformations

$$T \in [T]\ ,\ \tau \in [\tau]\ ,\ \sigma \in [\sigma].$$

Par hypothèse, il existe une transformation $T_1 \in [T]$ qui satisfait à la condition

$$\sigma\, T = T_1\, \sigma.$$

Aussi il existe une transformation $T_2 \in [T]$ pour avoir

$$\tau\, T_1 = T_2\, \tau.$$

La première condition donne

$$\tau\, \sigma\, T = \tau\, T_1\, \sigma,$$

donc

$$\tau\, \sigma\, T = T_2\, \tau\, \sigma, \tag{1}$$

C'est la condition pour que T_2 soit la correspondante de la transformation T par rapport à $\tau\,\sigma$.

Donc si $[T]$ est symétrique par rapport à $[\tau]$, $[\sigma]$, il est aussi symétrique par rapport à $[\tau\,\sigma]$.

Si $[T]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[\tau]$, $[\sigma]$, il existe une transformation $T' \in [T]$ qui satisfait à l'équivalence

$$\tau\, T' = T\, \tau$$

et une transformation $T'' \in [T]$ pour avoir

$$\sigma\, T'' = T'\, \sigma$$

Donc

$$\tau\, \sigma\, T'' = \tau\, T'\, \sigma = T\, \tau\, \sigma. \tag{2}$$

On déduit qu'il existe une transformation T'' dont la correspondante par rapport à $\tau\,\sigma$ est T.

Conformément aux relations (1), (2), l'ensemble $[T]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[\tau\,\sigma]$.

De la même manière on prouve que l'ensemble $[T]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[\sigma\,\tau]$.

20°. *Généralisation. Si l'ensemble de transformations* $[T]$ *est symétrique ou parfaitement symétrique par rapport aux ensembles de transformations* $[\tau_1]$, $[\tau_2[, \ldots, [\tau_n]$, *alors il est symétrique ou parfaitement symétrique par rapport à l'ensemble* $[\tau_n\, \tau_{n-1} \ldots \tau_2\, \tau_1]$.

On suppose le théorème vrai pour k ensembles $[\tau_i]$, à savoir pour $i=1, 2, \ldots, k$. Démontrons qu'il est vrai pour $(k+1)$ ensembles $[\tau_i]$, à savoir pour $i=1, 2, \ldots, k+1$.

Par hypothèse, pour

$$T \in [T] \ , \ \tau_i \in [\tau_i] \ , (i = 1, 2, \ldots, k)$$

on a une transformation $T_1 \in [T]$ qui satisfait la condition

$$(\tau_k \ldots \tau_1)\, T = T_1\, (\tau_k \ldots \tau_1). \tag{3}$$

Aussi il existe $T_2 \in [T]$ qui donne

$$\tau_{k+1}\, T_1 = T_2\, \tau_{k+1}\,. \tag{4}$$

En faisant dans (3) le produit à gauche par τ_{k+1}, on trouve

$$(\tau_{k+1}\, \tau_k \ldots \tau_1)\, T = \tau_{k+1}\, T_1\, (\tau_k \ldots \tau_1),$$

ou, en tenant compte de (4),

$$(\tau_{k+1}\, \tau_k \ldots \tau_1)\, T = T_2\, (\tau_{k+1}\, \tau_k \ldots \tau_1). \tag{5}$$

Cette équivalence prouve la verité du théorème pour les produits de $(k+1)$ transformations τ_i s'il est vrai pour les produits de k transformations τ_i. Mais le théorème est vrai pour les produits de deux transformations (§ 19°), donc il est vrai pour les produits de n transformations.

Par conséquent, l'ensemble de transformation $[T]$ est symétrique par rapport à $[\tau_n\, \tau_{n-1} \ldots \tau_1]$.

Si l'ensemble $[T]$ est parfaitement symétrique par rapport aux ensembles $[\tau_i]$, alors il existe une transformation $T' \in [T]$ qui satisfait à la relation

$$\tau_{k+1}\, T' = T\, \tau_{k+1}\,.$$

En admettant que $[T]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[\tau_k \ldots \tau_1]$, il existe une transformation $T'' \in [T]$ qui donne

$$(\tau_k \ldots \tau_1)\, T'' = T\, (\tau_k \ldots \tau_1). \tag{6}$$

En multipliant (6) à gauche par τ_{k+1}, on a

$$(\tau_{k+1}\, \tau_k \ldots \tau_1)\, T'' = \tau_{k+1}\, T'\, (\tau_k \ldots \tau_1)$$

ou

$$(\tau_{k+1} \ldots \tau_1)\, T'' = T\, (\tau_{k+1} \ldots \tau_1). \tag{6'}$$

Les deux équivalences (5), (6') prouvent que $[T]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[\tau_{k+1} \ldots \tau_1]$. Le théorème est vrai pour $k=2$, (§ 19°), donc il est vrai pour $k=n$.

21°. *Si la transformation T_1 est la correspondante de la transformation $T \in [T]$ par rapport à une transformation τ, alors les produits de transformations $T_1\, \tau$ et $\tau\, T_1$ sont les correspondantes des transformations $T\, \tau$ et $\tau\, T$ par rapport à τ.*

On a $T_1 \in [T]$, donc $T_1 \tau \in [T \tau]$; aussi

$$T_1 \tau = \tau T,$$

car T_1 est la correspondante de T par rapport à τ. Par conséquent

$$T_1 \tau = \tau (T \tau) \tau^{-1}, \tag{7}$$

équivalence qui montre que $T_1 \tau$ est la correspondante de la transformation $T \tau$ par rapport à τ.

De même $\tau T_1 \in [\tau T]$. Mais

$$T_1 = \tau T \tau^{-1},$$

donc

$$\tau T_1 = \tau^2 T \tau^{-1} = \tau (\tau T) \tau^{-1}, \tag{8}$$

qui prouve que τT_1 est la correspondante de la transformation τT par rapport à τ.

22°. *On donne l'ensemble de transformations* $[T]$ *et la transformation* τ. *Si* T_1 *est la correspondante de la transformation* $T \in [T]$ *par rapport à* τ, *alors les produits de transformations* $T_1 \tau^n$, $\tau^n T_1$ *sont les transformations correspondantes de* $T \tau^n$, $\tau^n T$ *par rapport à* τ.

On admet que $T_1 \tau^{k-1}$, $\tau^{k-1} T_1$ sont les correspondantes des transformations $T \tau^{k-1}$, $\tau^{k-1} T$ par rapport à τ. Il résulte (§ 21°) que $T_1 \tau^k$, $\tau^k T_1$ sont les correspondantes des transformations $T \tau^k$, $\tau^k T$ par rapport à τ. Le théorème est vrai pour $k=1$, donc il est vrai aussi pour $k=n$.

23°. *On donne l'ensemble de transformations* $[T]$ *et la transformation* τ. *Si* T_1 *est la correspondante de la transformation* $T \in [T]$ *par rapport à* τ, *alors les produits de transformations* $T_1^p \tau^n$, $\tau^n T_1^p$ *sont les correspondantes des transformations* $T^p \tau^n$, $\tau^n T^p$ *par rapport à* τ.

Il résulte de (§ 22°)

$$T_1 \tau^n = \tau (T \tau^n) \tau^{-1}.$$

Mais

$$T_1 = \tau T \tau^{-1},$$

donc

$$T_1^2 \tau^n = (\tau T \tau^{-1}) \tau (T \tau^n) \tau^{-1} = \tau (T^2 \tau^n) \tau^{-1}.$$

Nous admettrons que la propriété de l'énoncé est vrai pour l'ensemble $[T^k \tau^n]$, donc

$$T_1 \tau^n = \tau (T^k \tau^n) \tau^{-1}.$$

De cette équivalence et de

$$T_1 = \tau T \tau^{-1},$$

il résulte

$$T_1^{k+1} \tau^n = (\tau T \tau^{-1}) \tau (T^k \tau^n) \tau^{-1} = \tau (T^{k+1} \tau^n) \tau^{-1}.$$

Cette équivalence est suffisante afin que le théorème soit vrai pour l'ensemble $[T^{k+1} \tau^n]$. En étant vrai pour $k=1$, il est vrai pour p.

De même, de

$$\tau^n T_1 = \tau (\tau^n T) \tau^{-1},$$

avec

$$T_1 = \tau T \tau^{-1},$$

on déduit

$$\tau^n T_1^2 = \tau (\tau^n T) \tau^{-1} (\tau T \tau^{-1}) = \tau (\tau^n T^2) \tau^{-1}$$

et, en général,

$$\tau^n T_1^p = \tau (\tau^n T^p) \tau^{-1}, \tag{9}$$

relation qui démontre la seconde partie du théorème.

24°. *Si l'ensemble* $[T]$ *est symétrique ou parfaitement symétrique par rapport à l'ensemble* $[\tau]$, *les ensembles* $[T^p \tau^n]$, $[\tau^n T^p]$ *sont symétriques ou parfaitement symétriques par rapport à* $[\tau]$.

a) L'ensemble $[T]$ étant symétrique par rapport à $[\tau]$, il correspond à chaque transformation $T \in [T]$ et à chaque $\tau \in [\tau]$ une transformation $T_1 \in [T]$, qui est la correspondante de la transformation T par rapport à τ.

Il résulte (§ 23°) que $T_1^p \tau^n \in [T^p \tau^n]$ est la correspondante de la transformation $T^p \tau^n \in [T^p \tau^n]$; aussi $\tau^n T_1^p \in [\tau^n T^p]$ est la correspondante de la transformation $\tau^n T^p \in [\tau^n T^p]$ par rapport à τ.

Par conséquent, les ensembles $[T^p \tau^n]$, $[\tau^n T^p]$ sont symétriques par rapport à $[\tau]$.

b) Si l'ensemble $[T]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[\tau]$, les transformations $T^p \tau^n$, $\tau^n T^p$ ont des correspondantes par rapport à τ. Ces sont $T_1^p \tau^n$, $\tau^n T_1^p$, comme nous avons montré à (§ 24°, *a*).

Aussi chaque transformation $T \in [T]$ est la correspondante d'une transformation $T' \in [T]$ par rapport à τ, donc

$$T \tau = \tau T'$$

ou

$$T \tau = \tau (T' \tau) \tau^{-1}, \tag{10}$$

relation qui prouve que chaque transformation $T \tau \in [T \tau]$ est la correspondante d'une transformation $T' \tau \in [T \tau]$ par rapport à τ.

En général,

$$T \tau^n = \tau (T' \tau^n) \tau^{-1}, \tag{11}$$

d'où on déduit

$$T^p \tau^n = \tau (T'^p \tau^n) \tau^{-1}. \tag{12}$$

Cette équivalence signifie que chaque transformation $T^p \tau^n \in [T^p \tau^n]$ est la correspondante d'une transformation $T'^p \tau^n \in [T^p \tau^n]$ par rapport à τ.

Chaque transformation de l'ensemble $[T^p \tau^n]$ ayant une correspondante qui appartient à $[T^p \tau^n]$ par rapport à chaque $\tau \in [\tau]$, étant elle-même la correspondante d'une transformation qui appartient à $[T^p \tau^n]$

par rapport à τ, il résulte que l'ensemble $[T^p \tau^n]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[\tau]$.

De la même manière on démontre que $[\tau^n T^p]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[\tau]$.

Exemples.

a) L'ensemble des translations $[T]$ est parfaitement symétrique par par rapport à l'ensemble $[S]$ des symétries déterminées par tous les plans de l'espace. Il résulte que les ensembles $[T\,S]$, $[S\,T]$ sont aussi parfaitement symétriques par rapport à $[S]$.

b) L'ensemble des translations planes $[T]$ est parfaitement symétrique par rapport à l'ensemble $[S]$ des symétries planes déterminées par toutes les droites du plan. Par conséquent, les ensembles $[T\,S]$, $[S\,T]$ sont parfaitement symétriques par rapport à $[S]$.

c) L'ensemble des translations $[T]$ est parfaitement symétrique par rapport à l'ensemble $[H]$ des homothéties, donc les ensembles $[T\,H]$, $[H\,T]$ sont parfaitement symétriques par rapport à $[H]$.

25°. *La réunion des ensembles symétriques ou parfaitement symétriques par rapport à l'ensemble* $[\tau]$ *est un ensemble symétrique ou parfaitement symétrique par rapport à* $[\tau]$.

Considérons les ensembles $[A_1]$, $[A_2]$, . . . , $[A_n]$ symétriques par rapport à $[\tau]$ et l'ensemble

$$[S] = \overset{n}{\underset{i=1}{U}} [A_i].$$

Une transformation $S \in [S]$ appartient au moins à l'un des ensembles donnés. Soit $S \in [A_i]$. Comme $[A_i]$ est symétrique par rapport à $[\tau]$, la transformation S a une correspondante $S_1 \in [A_i]$ par rapport à $\tau \in [\tau]$, donc $S_1 \in [S]$ et l'ensemble $[S]$ est symétrique par rapport à $[\tau]$.

Si les ensembles $[A_i]$ sont parfaitement symétriques par rapport à $[\tau]$, la transformation S est aussi la correspondante d'une transformation $S' \in [A_i]$, donc $S' \in [S]$, par rapport à τ. Par conséquent l'ensemble $[S]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[\tau]$,

Conséquence. Si $[T]$ est un ensemble symétrique ou parfaitement symétrique par rapport à l'ensemble $[\tau]$, l'ensemble

$$S = [T]\ U \left[\overset{p,q}{\underset{1}{U}} [T^i\ \tau^j] \right]$$

est symétrique ou parfaitement symétrique par rapport à $[\tau]$.

26°. *Ensembles autosymétriques.*

Définition. Un ensemble de transformations $[T]$ *est autosymétrique, lorsqu'il est parfaitement symétrique par rapport à lui-même.*

a) Les conditions nécessaires et suffisantes pour que l'ensemble de transformations $[T]$ soit autosymétrique sont les suivantes :

on peut associer à chaque couple de transformations T, τ appartenant à $[T]$, deux transformations $T_1 \in [T]$, $T' \in [T]$ qui satisfont aux conditions

$$\tau T = T_1 \tau \,,\ \tau T' = T \tau.$$

b) Un groupe abélien de transformations est un ensemble autosymétrique, car chaque transformation T du groupe est sa propre correspondante, par rapport à une transformation quelconque τ du groupe, en vertu de l'équivalence

$$\tau T = T \tau.$$

Donc l'ensemble autosymétrique de transformations est une généralisation du groupe abélien de transformations.

c) *Exemples.* 1) *L'ensemble* $[S]$ *des symétries définies par les plans de l'espace est autosymétrique.*

En effet, considérons la symétrie S définie par le plan P et la symétrie σ définie par le plan π. P_1, le symétrique du plan P par rapport à π définit une symétrie S_1 qui donne

$$\sigma S = S_1 \sigma \,,\ \sigma S_1 = S \sigma.$$

Il résulte que S_1 est la correspondante de la symétrie S par rapport à σ. et réciproquement S est la correspondante de la symétrie S_1 par rapport à σ. Donc $[S]$ est autosymétrique.

2) L'ensemble des translations $[T]$ est autosymétrique, car $[T]$ forme un groupe abélien.

d) *Note. Si* $[T]$ *est un groupe de transformations parfaitement symétrique par rapport au groupe abélien* $[\tau]$ *et*

$$[S] = [T] U [\tau] U [\tau T] U [T \tau],$$

alors $[S]$ *est un groupe parfaitement symétrique par rapport à* $[\tau]$.

C'est une conséquence des résultats obtenus à (§ **17**^{0}) et (§ **25**^{0}).

e) *Théorème. Si les ensembles de transformations* $[T]$, $[\tau]$ *sont d'une manière réciproque parfaitement symétriques, les ensembles* $[T \tau]$, $[\tau T]$ *sont autosymétriques.*

Les ensembles de transformations $[T]$ et $[\tau]$ étant d'une maniére réciproque parfaitement symétriques, l'ensemble $[T \tau]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[T]$ et $[\tau]$, (§ 24^0), donc il est parfaitement symétrique par rapport à $[T \tau]$, (§ 19^0). Par conséquent, $[T \tau]$ est autosymétrique.

Le même raisonnement pour $[\tau T]$.

26^0. *Les correspondantes des transformations du groupe principal de la géométrie enclidienne plane par rapport aux transformations du groupe.*

Dans les paragraphes précédents nous avons donné des exemples à l'égard des transformations correspondantes des transformations d'un ensemble par rapport à une transformation. Nous avons choisi les exemples surtout parmi les ensembles de transformations du groupe principal de la géométrie euclidienne.

Dans ce paragraphe nous donnerons le tableau complet des correspondantes des transformations du groupe principal de la géométrie euclidienne plane, en déduisant l'autosymétrie de ce groupe de transformations.

a) La transformation correspondante d'une translation T dont le vecteur est $\bar{v}$,

1) par rapport à une translation τ est la translation T;

2) par rapport à une rotation R définie par le centre O et l'angle α, est une translation T_1 dont le vecteur $\bar{v}_1$ satisfait aux conditions : $v_1 = v$, l'angle des vecteurs $\bar{v}$, $\bar{v}_1$ est α;

3) par rapport à une symétrie S définie par l'axe Δ, est la translation T_2 dont le vecteur $\bar{v}_2$ est le symétrique du vecteur $\bar{v}$ par rapport a Δ;

4) par rapport à l'homothétie H définie par le centre O et le rapport k, est la translation T_3 dont le vecteur est $\bar{v}_3 = k\bar{v}$.

La translation considérée T est elle-même la correspondante :

1) de T par rapport à la translation τ;

2) d'une translation T' dont le vecteur est $\bar{v}'$, par rapport à la rotation R, où $v' = v$ et l'angle des vecteurs $\bar{v}$, $\bar{v}'$ est égal à $(-\alpha)$;

3) de la translation T_2 par rapport à la symétrie S;

4) de la translation T'' dont le vecteur $\bar{v}'' = \frac{1}{k}\bar{v}$, par rapport à l'homothétie H.

Par conséquent, en notant $[R]$ l'ensemble des rotations planes définies par les points du plan, $[S]$ l'ensemble des symétries planes définies par les droites du plan, $[H]$ l'ensemble des homothéties du plan, on peut enoncer les propriétés suivantes :

le groupe des translations planes $[T]$ *este autosymétrique et parfaitement symétrique par rapport à* $[R]$, $[S]$, $[H]$. *Aussi les ensembles* $[TS]$, $[ST]$, $[TH]$ sont parfaitement symétriques (§ 19⁰) par rapport aux ensembles $[R]$, $[S]$, $[T]$.

b) *La correspondante d'une rotation plane* R *ayant le point* O *comme centre et l'angle* α,

1) par rapport à la translation T dont le vecteur est $\bar{v}$, est la rotation R_1 ayant comme centre le point O_1 tel que $\overline{OO_1} = \bar{v}$ et l'angle α;

2) par rapport à une rotation ϱ dont le centre est O et l'angle β, est la rotation R; par rapport à une rotation ϱ' qui a comme centre le point ω et l'angle β, la correspondante de R est une rotation R_2 ayant l'angle α et comme centre le point O_2, *transformé du point* O par ϱ';

3) par rapport à une symétrie plane S, est la rotation R, définie par l'angle α et par le centre O_2, le point O_2 étant le transformé du point O par S;

4) par rapport à une homothétie H dont le centre est ω et le rapport k, est la rotation R_4 ayant l'angle α et le centre O_4, transformé du point O par H. Aussi, en conservant les notations, R est la correspondante :

1) d'une rotation R' d'angle α et de centre O', tel que $\overline{OO'} = \overline{v}$, par rapport à la translation T ;

2) d'elle même, par rapport à la rotation ϱ ; de la rotation R'' d'angle α, dont le centre O'' est transformé en O par ϱ', par rapport à la rotation ϱ' ;

3) de la rotation R_3, par rapport à la symétrie S ;

4) de la rotation R''' d'angle α, dont le centre O''' est transformé en O par H, par rapport à l'homothétie H.

On déduit que *l'ensemble des rotations planes* $[R]$ *est autosymétrique et parfaitement symétrique par rapport aux ensembles* $[T]$, $[S]$, $[H]$.

Aussi les ensembles $[RS]$, $[SR]$, $[RH]$, $[HR]$ sont parfaitement symétriques par rapport à $[T]$, $[S]$ $[H]$.

c) *La correspondante d'une symétrie S plane, dont l'axe est D,*

1) par rapport à la translation T de vecteur $\overline{v}$, est la symétrie S_1, dant l'axe est D_1, la transformée de la droite D par T ;

2) par rapport à une rotation R de centre O et d'angle α, est la symétrie S_2 dont l'axe D_2 est la transformée de la droite D par R ;

3) par rapport à une symétrie plane σ d'axe Δ, est la symétrie S_3 dont l'axe D_3 est la transformée de la droite D par σ ;

4) par rapport à l'homothétie H de centre O et rapport k, est la symétrie S_4 qui a comme axe la transformée de la droite D par H.

Aussi la symétrie S est la correspondante :

1) par rapport à la translation T, d'une symétrie S' dont l'axe D' est transformée en D par T ;

2) par rapport à la rotation R, d'une symétrie S'' dont l'axe est transformée en D par R ;

3) par rapport à la symétrie σ, de la symétrie S_3 ;

4) par rapport à l'homothétie H, d'une symétrie S''' dont l'axe se transforme en D par H.

Il résulte que l'ensemble des symétries planes $[S]$ *est autosymétrique et parfaitement symétrique par rapport aux ensembles* $[T]$, $[R]$, $[H]$. Les ensembles $[SH]$, $[HS]$ sont aussi parfaitement symétriques par rapport aux ensembles $[T]$, $[R]$, $[S]$, $[H]$.

d) *La correspondante de l'homothétie H de centre O et rapport k,*

1) par rapport à la translation T de vecteur $\overline{v}$, est l'homothétie H_1 de rapport k, dont le centre O_1 est le transformé du point O par T ;

2) par rapport à une rotation R de centre ω et d'angle α, est l'homothétie H_2 de rapport k, dont le centre O_2 est le transformé du point O par R ;

3) par rapport à la symétrie S d'axe Δ, est l'homothétie H_3 de rapport k, dont le centre O_3 est le symétrique du point O par rapport à Δ ;

4) par rapport à l'homothétie h de centre ω et rapport λ, est l'homothétie H_4 de rapport k, dont le centre O_4 est le transformé du point O par h.

Aussi l'homothétie H est la correspondante :

1) par rapport à la translation T, d'une homothétie H' de rapport k, dont le centre est transformé en O par T ;

2) par rapport à la rotation R, d'une homothétie H'' de rapport k, dont le centre est transformé en O par R ;

3) de H_3, par rapport à la symétrie S ;

4) par rapport à l'homothétie h, d'une homothétie H''' de rapport k, dont le centre est transformé en O par h.

Il résulte que *l'ensemble des homothéties planes* $[H]$ *est autosymétrique et parfaitement symétrique par rapport aux ensembles* $[T]$, $[R]$, $[S]$.

27°, *Le groupe principal de la géométrie enclidienne plane est autosymétrique.* Les ensembles $[T]$, $[R]$, $[S]$, $[H]$ sont autosymétriques et d'une manière réciproque parfaitement symétriques (§ 26°). Alors les ensembles $[TS]$, $[RH]$, $[SH]$ sont parfaitement symétriques par rapport aux ensembles $[T]$, $[R]$, $[S]$, $[H]$, (§ 13°, 24°).

De § 19° il résulte aussi que les ensembles $[T]$, $[R]$, $[S]$, $[H]$ sont parfaitement symétriques par rapport à $[TS]$, $[RH]$, $[SH]$, par conséquent $[TS]$, $[RH]$, $[SH]$ sont autosymétriques.

Considérons l'ensemble

$$[g_e] = [T] \cup [R] \cup [S] \cup [H] \cup [TS] \cup [RH] \cup [SH],$$

$[g_e]$ est le groupe principal de la géométrie enclidienne plane. $[g_e]$ est un ensemble autosymétrique, car il est formé par la réunion des ensembles autosymétriques et d'une manière réciproque parfaitement symétriques.

28°. *Théorème. Etant donnés les ensembles disjoints de transformations* $[T_i]$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ *autosymétriques et d'une manière réciproque parfaitement symétriques, soit*

$$[M] = \overset{n}{\underset{i=1}{\cup}} [T_i]$$

l'ensemble formé par la réunion de ces ensembles.

Si l'inverse de chaque transformation de $[T_i]$ *appartient à* $[T_i]$, *si le produit de deux transformations de l'ensemble* $[T_i]$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ *est équivalent à une transformation de l'ensemble* $[M]$, *en considérant l'ensemble*

$$[G] = [M] \cup [\overset{2}{\Pi} T_i] \cup [\overset{3}{\Pi} T_i] \cup \ldots \cup [\overset{p}{\Pi} T_i], \; p \leqslant n,$$

où $[\overset{k}{\Pi} T_i]$ *représente l'ensemble de tous les produits de k transformations des ensembles* $[T_i]$, *ces produits n'étant pas équivalents aux transformations des ensembles* $[M]$, $[\overset{j}{\Pi} T_i]$, $(j < k)$, *chaque produit contenant au plus un élément de chaque ensemble qui appartient a une*

combinaison de k ensembles $[T_i]$, *alors l'ensemble* $[G]$ *est un groupe autosymétrique.*

a) L'ensemble de transformations $[M]$ est autosymétrique, car les ensembles $[T_i]$ sont autosymétriques et d'une manière réciproque parfaitement symétriques. Aussi $[M]$ est parfaitement symétrique (§ 19°) par rapport à $[\overset{2}{\Pi} T_i]$, réciproquement l'ensemble $[\overset{2}{\Pi} T_i]$ est parfaitement symétrique (§ 24°) par rapport à $[M]$, par conséquent l'ensemble de transformations $[\overset{2}{\Pi} T_i]$ est autosymétrique (§ 13°, § 19°, § 25°).

Les ensembles $[M]$, $[\overset{2}{\Pi} T_i]$ étant autosymétriques et d'une manière réciproque parfaitement symétriques, l'ensemble de transformations

$$[M_1] = [M] U [\overset{2}{\Pi} T_i]$$

est autosymétrique.

La transformation

$$T_k T_j T_i = \overset{3}{\Pi} T_i \in [\overset{3}{\Pi} T_i] \qquad (i \neq j \neq k),$$

est le produit des transformations

$$T_j T_i \in [M_1] , T_k \in [M_1],$$

L'ensemble $[M_1]$ étant autosymétrique, on déduit que les ensembles de transformations $[M_1]$, $[\overset{3}{\Pi} T_i]$ sont autosymétriques et d'une manière réciproque parfaitement symétriques..

Donc l'ensemble

$$[M_2] = [M_1] U [\overset{3}{\Pi} T_i]$$

est autosymétrique. En général, l'ensemble

$$[M_l] = [M_{l-1}] U [\overset{l+1}{\Pi} T_i]$$

est autosymétrique, donc

$$[G] = [M_{p-2}] U [\overset{p}{\Pi} T_i]$$

est autosymétrique.

b) Si $T_i \in [T_i]$, par hypothèse $T_i^{-1} \in [T_i]$, donc

$$T_i^{-1} \in [G] , (i = 1,2, \ldots, n).$$

Considérons $T_j T_i \in [\overset{2}{\Pi} T_i]$ et l'inverse de cette transformation, $(T_j T_i)^{-1}$. On a

$$(T_j T_i)^{-1} = T_i^{-1} T_j^{-1},$$

Mais $T_i^{-1} \in [T_i]$, $T_j^{-1} \in [T_j]$, alors on a $T_i^{-1} T_j^{-1} \in [\overset{2}{\Pi} T_i]$ ou $T_i^{-1} T_j^{-1} = T_k \in [M]$. La denière possibilité n'est pas acceptable, car elle donnerait

$$T_j T_i = T_k^{-1} \in [M],$$

conclusion contraire à l'hypothèse. Donc $(T_j T_i)^{-1} \in [\overset{2}{\Pi} T_i]$ et, par conséquent $(T_j T_i)^{-1} \in [G]$.

Considérons, en général,

$T_{i_1} T_{i_2} \dots T_{i_k} \in [\overset{k}{\Pi} T_i]$ et l'inverse de cette transformation

$$(T_{i_1} T_{i_2} \dots T_{i_k})^{-1} = T_{i_k}^{-1} \dots T_{i_2}^{-1} T_{i_1}^{-1}$$

Comme

$$T_{i_1}^{-1} \in [T_{i_1}],\ T_{i_2}^{-1} \in [T_{i_2}], \dots T_{i_k}^{-1} \in [T_{i_k}],\ (1 \leqslant i_1, i_2, \dots, i_k \leqslant n),$$

on a l'une des possibilités,

$$(T_{i_1} T_{i_2} \dots T_{i_k})^{-1} \in [\overset{k}{\Pi} T_i],$$

$$(T_{i_1} T_{i_2} \dots T_{i_k})^{-1} \in [\overset{j}{\Pi} T_i] \text{ où } j < k,$$

$$(T_{i_1} T_{i_2} \dots T_{i_k})^{-1} \in [M].$$

La situation

$$(T_{i_1} T_{i_2} \dots T_{i_k})^{-1} = (\overset{j}{\Pi} T_i) \in [\overset{j}{\Pi} T_i] \text{ où } j < k$$

conduit à

$$(T_{i_1} T_{i_2} \dots T_{i_k}) = (\overset{j}{\pi} T_i)^{-1} \in [\overset{j}{\pi} T_i],$$

qui est contraire a l'hypothèse.

La situation

$$(T_{i_1} T_{i_2} \dots T_{i_k})^{-1} = T_i,$$

conduit à

$$(T_{i_1} T_{i_2} \dots T_{i_k}) = T_i^{-1} \in [M],$$

aussi contraire à l'hypothèse.

Il ne reste donc que

$$(T_{i_1} T_{i_2} \dots T_{i_k})^{-1} \in [\overset{k}{\Pi} T_i],$$

par conséquent

$$(T_{i_1} T_{i_2} \dots T_{i_k})^{-1} \in [G].$$

c) On démontre maintenant que la produit de deux transformations de l'ensemble $[G]$ est équivalent à une transformation de $[G]$.

Si $T_{i_1} \in [T_i]$, $T_{i_2} \in [T_i]$, par hypothèse

$$T_{i_2} T_{i_1} \in [M], \text{ donc } T_{i_2} T_{i_1} \in [G].$$

Si $T_i \in [T_i]$, $T_j \in [T_j]$, $(i \neq j;\ i, j = 1, 2, \dots, n)$,

on pourrait avoir

$$T_j T_i = T_k \in [T_k] \text{ où } [T_k[\subset [M],$$

donc

$$T_j T_l \in [G]$$

ou

$$T_j T_i \in [\overset{2}{\Pi} T_i], \text{ donc aussi } T_j T_l \in [G].$$

Considérons les transformations

$$T_{i_1} T_{i_2} \dots T_{i_k} = \overset{k}{\Pi} T_i \in [\overset{k}{\Pi} T_i], \ (k \leqslant p),$$

$$T_{j_1} T_{j_2} \dots T_{jm} = \overset{m}{\Pi} T_i \in [\overset{m}{\Pi} T_i], \ (m \leqslant p)$$

et leur produit

$$(T_{i_1} T_{i_2} \dots T_{i_k}) (T_{j_1} T_{j_2} \dots T_{j_m}). \tag{13}$$

Supposons

$$T_{i_a} \in [T_\gamma] \qquad (1 \leqslant a \leqslant k, \ 1 \leqslant \gamma \leqslant n)$$

$$T_{j_b} \in [T_\gamma] \qquad (1 \leqslant b \leqslant m),$$

alors on peut transporter T_{j_b} à côté de T_{i_a} de la manière suivante:

Soit $T'_{j_{b-1}}$ la correspondante de T_{j_b} par rapport à $T_{j_{b-1}}$ (cette correspondante existe, car $T_{j_{b-1}}$, T_{j_b} appartiennent à deux ensembles qui sont d'une manière réciproque parfaitement symétriques. Alors.

$$T_{i_1} T_{i_2} \dots T_{i_a} \dots T_{i_k} T_{j_1} T_{j_2} \dots T_{j_{b-1}} T_{j_b} \dots T_{j_m} =$$

$$= T_{i_1} T_{i_2} \dots T_{i_a} \dots T_{i_k} T_{j_1} T_{j_2} \dots T'_{j_{b-1}} T_{j_{b-1}} \dots T_{j_m}.$$

Soit $T'_{j_{b-2}}$ la correspondante de T'_{jb-1} par rapport à $T_{j_{b-2}}$. Alors on a (13) équivalent à

$$T_{i_1} T_{i_2} \dots T_{i_a} \dots T_{i_k} T_{j_1} T_{j_2} \dots T'_{j_{b-2}} T_{j_{b-2}} T_{j_{b-1}} \dots T_{j_m}.$$

On raproche ainsi succesivement de T_{i_a} une transformation qui appartient aussi à $[T_\gamma]$. On arrive donc à

$$T_{i_1} T_{i_2} \dots T_{i_a} T'_{i_{a+1}} T_{i_{a+1}} \dots T_{i_k} T_{j_1} \dots T_{j_m} \tag{13'}$$

et le produit $T_{i_a} T'_{a+1}$ est, par hypothèse, équivalent à une transformation $T_\gamma \in [T_\gamma]$.

De la même manière on fait voisinnes les paires de transformations du produit (13'), qui appartiennnent au même ensemble $[T_i]$, $(i=1, 2, \dots, n)$ et on les remplace par une transformation équivalente de $[M]$.

Par ces opérations on arrive à un produit $(\overset{\alpha}{\Pi} T_i)$ où $\alpha \leqslant p$, produit dont les α transformations appartiennent à des ensembles $[T_i]$ distincts. Donc

$$(\overset{k}{\Pi} T_i) (\overset{m}{\Pi} T_j) = \overset{\alpha}{\Pi} T_i \in [\overset{\alpha}{\Pi} T_i].$$

Comme

$$[\overset{\alpha}{\Pi} T_i] \ C \ [G],$$

on a

$$\overset{\alpha}{\Pi} T_i \in [G].$$

De ce qui a été démontre à (§ 28, *a*, *b*) on déduit que $[G]$ est un groupe.

Note. Les ensembles de transformations $[T_i]$ *dont la réunion forme l'ensemble* $[M]$ *sont les ensembles fondamentaux du groupe* $[G]$.

Les ensembles $[\overset{k}{\Pi} T_i]$ *sont les ensembles dérivés du groupe.*

Le théorème démontré met en évidence l'importance du fait que les ensembles fondamentaux $[T_i]$ de l'ensemble de transformations $[G_i]$ sont autosymétriques et d'une manière réciproque parfaitement symétriques, pour le caractère de groupe autosymétrique de $[G]$.

C'est aussi une méthode pour la construction des groupes composés autosymétriques.

Les groupes principaux des géométries euclidiennes du plan et de l'espace, ceux des géométries affines du plan et de l'espace sont des cas particuliers du groupe autosymétrique $[G]$ qui a formé l'objet du théorème de § 28°. Nous démontrerons cette affirmation pour les groupes mentionnés de la géométrie euclidienne.

29°. *Le groupe principal de la géométrie euclidienne plane.*

Considérons l'ensemble $[g_e]$ défini à § 27°. Soit l'ensemble $[M]$,

$$[M] = [T]U[R]\ U\ [S]U\ [H]$$

Les ensembles $[T]$, $[R]$, $[S]$, $[H]$ sont autosymétriques et d'une manière réciproque parfaitement symétriques. Le produit de deux transformations de l'un quelconque de ces ensembles de transformations est équivalent à une transformation de l'ensemble $[M]$.

Donc $[T]$, $[R]$, $[S]$, $[H]$ sont des ensembles fondamentaux de l'ensemble $[g_e]$. Les ensembles dérivés des ensembles fondamentaux sont limités à $[TS]$, $[RH]$, $[SH]$. En tenant compte du théoreme donné a § 28°, il résulte que $[g_e]$ est un groupe autosymétrique.

30°. *Le groupe principal de la géométrie euclidienne de l'espace.*

Considérons les ensembles de transformations : $[T]$ les translations de l'espace, $[R]$ les rotations définies par les droites de l'espace, $[D]$ les déplacements hélicoïdals, $[S]$ les symétries par rapport aux plans de l'espace, $[H]$ les homothéties de l'espace. Ces ensembles sont autosymétriques et d'une manière réciproque parfaitement symétriques. *Si*

$$[M] = [T]U[R]U[D]U[S]U[H],$$

le produit de deux transformations appartenant à l'une quelconque des ensembles de $[M]$, appartient à $[M]$.

Par conséquent les ensembles $[T]$, $[R]$, $[D]$, $[S]$, $[H]$ sont les ensembles fondamentaux d'un ensemble de transformations. Les ensembles dérivés sont $[DS]$, $[RH]$, $[SH]$, $[RSH]$. Alors

$$[G_e] = [M]U[DS]U[RH]U[SH]U[RSH]$$

est un groupe autosymétrique (§ 28°). $[G_e]$ est le groupe principal de la géométrie euclidienne de l'espace.

31°. *Théorème.*

Il est donné dans l'espace S le groupe $[G]$ *de transformations univoques et* $[T]$, $[\tau]$ *deux sousensembles disjoints du groupe. Soit* $[A_1]$, $[A_2], \ldots, [A_n]$ *les ensembles des éléments de l'espace S, qui sont transformés par* $[G]$ *en eux-mêmes et* a_j $(j = 1, \ldots, p)$ *les invariants du groupe. Les éléments de* $[A_1]$ *sont des points. Si les transformations de l'ensemble* $[T]$ *sont définies de la même manière seulement avec les éléments des ensembles* $[A_i]$ *et avec les invariants* a_j, *d'une manière analogue les transformations de l'ensemble* $[\tau]$, *alors les ensembles* $[T]$, $[\tau]$ *sont autosymétriques et d'une manière réciproque parfaitement symétriques.*

Soint τ une transformation de l'ensemble $[\tau]$, qui transforme un point $M \in [A_1]$ en M_1 et $T \in [T]$ une transformation définie seulement avec des éléments des ensembles $[A_i]$ et avec les invariants a_j, tel qu'en transformant M en M' on a

$$f_j(A_1, A_2, A_3, \ldots, M, M') = a_j, \quad (j = 1, \ldots, p) \tag{15}$$

(dans ces relations nous avons noté A_i toutes les éléments de l'ensemble $[A_i]$ qui sont utilisé pour definir la transformation T).

On note A'_i les transformés des éléments A_i par τ. Soit $T_1 \in [T]$ la transformation définie par les éléments A'_i. Si par T_1 le point M est transformé en M'', on a

$$f_j(A'_1, A'_2, A'_3, \ldots, M, M'') = a_j, \quad (j = 1, \ldots, p). \tag{16}$$

La transformation T_1 transforme le point M_1 en M'_1, donc

$$f_j(A'_1, A'_2, A'_3, \ldots, M_1, M'_1) = a_j, \quad (j = 1, \ldots, p), \tag{17}$$

La transformation T_1 serait la correspondante de la transformation T par rapport à τ, si τ transformait le point M' en M'_1.

Mais en appliquant la transformation τ aux relations (15) et en notant μ le transformé de M' par τ, on a

$$f_j(A'_1, A'_2, A'_3, \ldots, M_1, \mu) = a_j, \quad (j = 1, \ldots, p). \tag{18}$$

Comme la transformation T_1 est univoque (elle transforme un élément donné en un seul élément), en comparant les relations (17), (18), on déduit

$$\mu \equiv M'_1.$$

Donc τ transforme le point M' en M'_1 et ainsi T_1 est la correspondante de la transformation T par rapport à τ.

Démontrons que T est la correspondante d'une transformation T' par rapport à τ. On notera $\overline{A}'_i$ l'élément qui est transformé en A_i par τ et $\overline{M}_1$ l'élément qui est transformé en M.

Soit $T' \in [T]$ la transformation définie par $\overline{A}'_i$, a_j et $\overline{M}'_1$ le transformé du point $\overline{M}_1$ par T'. On a

$$f_j(\overline{A}'_1, \overline{A}'_2, \overline{A}'_3, \ldots, \overline{M}_1, \overline{M}'_1) = a_j, \ (j = 1, \ldots, p). \tag{19}$$

T sera la correspondante de la transformation T' par rapport à τ, si τ transforme $\overline{M}_1$ en M'.

Mais en appliquant la transformation τ^{-1} aux rélations (15), on a, en notant μ le transformé de M' par τ^{-1},

$$f_j(\overline{A}_1, \overline{A}_2, \overline{A}_3, \ldots, \overline{M}_1, \mu) = a_j, \ (j = 1, \ldots, p). \qquad (20)$$

En comparant les relations (19), (20) on déduit

$$\mu \equiv M_1',$$

Donc τ transforme le point $\overline{M}_1$ en M'.

Il résulte que l'ensemble de transformations $[T]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[\tau]$.

De la même manière on démontre que l'ensemble de transformations $[\tau]$ est parfaitement symétrique par rapport à $[T]$, aussi l'autosymétrie des ensembles $[T]$, $[\tau]$.

Notes. 1) Le théorème montre pourquoi chaque transformation du groupe principal de la géométrie enclidienne plane a une correspondante par rapport à chaque transformation τ du groupe, de même purquoi elle est la correspondante d'une transformation du groupe par rapport à τ (§ 26^0). Cette propriété s'explique par ce que les translations planes, les rotations planes, les symétries planes définies par les droits du plan, les homothéties sont définies par des points et des droites, lesquelles sont transformés en des points et des droites, aussi par les invariants du groupe euclidian (des distances, des angles).

2) Le théorème montre comment on peut construire les correspondantes des transformations qui appartiennent à d'autres groupes qui entrent comme éléments constitutifs à d'autres géométries.

La Chaire de Mathématique
Institut Polytechnique de Bucarest

О СООТВЕТСТВУЮЩИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯХ ОТНОСИТЕЛЬНО ДАННОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

II

(Краткое содержание)

В данной работе, являющейся продолжением ранее опубликованной статьй, (Buletinul Institutului Politehnic din Bucureşti, Tome XXI. Fasc. 1.) автор представляет другие свойства в связи с соответствующим преобразованием некоторого преобразования T из данного множества относительно данного преобразования τ; в связи с симметричным или совершенно симметричным множеством некоторого множества преобразований $[T]$ относительнс множества преобразований $[\tau]$.

Теорема §.28 дает обобщение способа построения главных групп евклидовой геометрии и афинной. Теорема §.31 обобщает взаимно совершенно симметричные множества этих групп.

CORRESPONDING TRANSFORMATIONS IN CONNEXION WITH A GIVEN TRANSFORMATION II

(Summary)

In this work, that succeeds to the work with the same title published in Bull. Pol. Inst. Buk. XXI, 1, the author presents other properties on the corresponding transformation of a transformation T in connexion with a transformation τ, on a symmetric or a perfect symmetric set of transformations $[T]$ in connexion with a set of transformations $[\tau]$.

The theorem § 28^0 generalizes the manner of formation of the principal groups of Euclid's geometry and of the affine geometry.

The theorem § 31^0 generalizes the perfect symmetric set, of this groups.

SUR LES TRANSFORMATIONS CORRESPONDANTES PAR RAPPORT A UNE TRANSFORMATION DONNÉE II

(Résumé)

Dans cette note, suite de la note publiée sous le méme titre, dans le Bulletin de l'Institut Polytechnic de Bucarest (Tome XXI, Fasc. 1), l'auteur présente d'autres propriétés à l'égard de la transformation correspondante d'une transformation T, appartenant à un ensemble $[T]$ donné, par rapport, à une transformation τ, à l'égard aussi de l'ensemble symétrique ou parfaitement symétrique par rapport à l'ensemble $[\tau]$.

Le théorème § 28^0 est une généralisation de la manière de formation des groupes principales de la géométrie euclidienne et de celle affine. Le théorème de § 31^0 généralise les ensembles de ces groupes, qui sont d'une manière réciproque parfaitement symétriques.

ÜBER DIE ENTSCHPRECHENDEN TRANSFORMATIONEN, IN BEZIEHUNG AUF EINE GEGEBENE TRANSFORMATION II

(Zusammenfassung)

In dieser Schrift, welche die Folge der veröffentlichten Schrift mit demselben Titel in Bul. Pol. Inst. Buk. XXI, 1 ist, zeigt man andere Sätze über die entchprechende Transformation einer gegebenen Menge $[T]$ in Beziehung auf eine gegebene Transformation τ, über die symetrische oder vollkommensymetrische Menge von Transformationen in Beziehung auf die Menge $[\tau]$.

Der Satz § 28^0 ist eine Verallgemeinerung der Bildungart der haupsächlichen Gruppen von der euklidischen und affinen Geometrie.

Der Satz § 31^0 verallgemeinert die vollkommensymetrischen Mengen dieser Gruppen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 2

SUR LA CYCLOGRAPHIE DES TRANSFORMATIONS CONGRUENTES *)

par MIHAIL BOTEZ

C'est presque en même temps que Feodorov [1] et Fiedler [4], chacun de son côté, ont emis l'idée de représenter l'espace ponctuel S_3 sur un S_2 moyenant leurs cercles de distance. Ainsi, on a réalisé un modèle plan de l'espace intéressant de près la géometrie descriptive.

Des traveaux sur ce sujet ont été accomplis par: E. Müller [3], E. Kruppa [7], L. Eckhart [2] etc..

Dans ce qui suit je vais aborder l'aspect cyclographique des transformations congruentes des figures, qui à mon su, a été laissé de côté par les auteurs cités. Je vais considérer les transformations T et R, c'est à dire les translations et les rotations.

I

On sait qu'une transformation T est définie par un vecteur $\vec{V}$ qui fait correspondre à un point quelconque M un point M' tel que $\vec{MM'} = \vec{V}$.

De cette manière on transforme une figure F quelconque, en une figure F' egale et de même sens.

Soit $\overline{AB}$ un segment dont la projection orthogonale sur un plan P, est $\overline{ab}$, et dont les points A et B sont représentés par les cycles (k) et (k_1).

Nous allons désigner cyclographiquement le segment $\overline{AB}$, par $\overline{AB}\ [(k)\ (k_1)]$.

Si P est le plan de projection il faut considérer: $\vec{V} \perp P$, $\vec{V} \parallel P$, et $\vec{V}$ ayant une direction quelconque.

1-a). Supposons $\vec{V} \perp P$ et les cycles (k) et (k_1) dont les tangentes orientées sont réelles et qui determinent le segment $\overline{AB}\ [(k)\ (k_1)]$ ayant r et r_1 comme rayons. (fig. 1).

La transformation T définie par $|\vec{V}|=\lambda$, *fait* croître algébriquement les rayons r et r_1 avec la quantité λ. Les cycles (k^*) et (k_1^*) dont les rayons sont $r+\lambda$ et $r_1+\lambda$, qui correspondent aux points transformés sont concentriques aux cycles (k) et (k_1).

*) Communication présentée à la IV-ème session scientifique des cadres didactiques de l'Institut Polytechnique de Bucarest (le 19 octobre 1958).

Pour la géometrie des cycles de Laguerre, cette transformation est identique à la dilatation, qui remplace un cycle par un cycle, ou par une forme dégénérée de celui-ci, c'est à dire par un point ou par une demi-droite.

On a comme invariantes $\overline{\delta} = \overline{ab}$ et la distance tangentielle $\tau^2 = \delta^2 - (r + r_1)^2$.

Nous allons associer aux cycles (k) et (k_1) l'isogonale Δ qui coupe les deux cycles en α, α_1 et β, β_1 et dont l'angle de Δ avec (k) et (k_1)

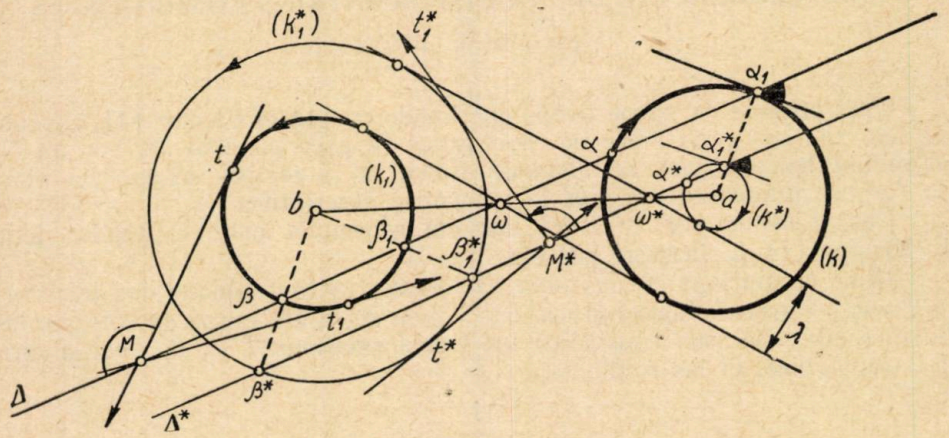


Fig. 1

est θ. Il est à remarquer que Δ est en même temps une isogonale d'angle θ, pour toute la série linéaire des cycles qui représentent la droite AB.

La transformée Δ^* de Δ satisfait à la condition $\Delta^* \parallel \Delta$ et on a évidement :

$$\measuredangle \Delta k = \measuredangle \Delta k_1 = \measuredangle \Delta^* k^* = \measuredangle \Delta^* k_1^*$$

C'est à dire : *les isogonales qui coupent sous un même angle l'axe d'une série linéaire de cycles conservent leurs angles avec les cycles obtenues par une transformation T.*

Si t et t_1 sont les tangentes orientées menées par un piont M quelconque d'une sécante au cycle considéré, on appele la puissance de ce cycle par rapport à Δ-d'après L. Eckhart- le produit constant :

$$\Pi_{(k)}^{\Delta} = \operatorname{tg} \frac{(\Delta t)}{2} \operatorname{tg} \frac{(\Delta t_1)}{2} = \frac{r - \eta}{r + \eta}$$

où r est le rayon du cycle et η la distance du centre rapportée à la sécante Δ. Parce que pour le segment AB donné par (k) et (k_1) nous avons :

$$\frac{\eta_a}{r} = \frac{\eta_b}{r_1} = \mu$$

où η_a et η_b signifient les distances des centres a et b relatifs à Δ, il s'en suit :

$$\Pi_{(k)}^{\Delta} = \Pi_{(k_1)}^{\Delta}$$

Donc : *les cycles qui font partie d'une même série linéaire, ont les mêmes puissances par rapport à une même sécante.*

Considérons un point quelconque $M^\star$ situé sur $\Delta^\star$ et menons par ce point les tangenetes $t^\star$ et $t_1^\star$ au cycle $(k_1^\star)$. La puissance de ce cycle par rapport à $\Delta^\star$ peut être exprimée aussi par :

$$\Pi_{(k_1^\star)}^{\Delta^\star} = \operatorname{tg} \frac{(\Delta^\star t^\star)}{2} \operatorname{tg} \frac{(\Delta^\star t_1^\star)}{2} = \operatorname{tg}^2 \frac{(\Delta^\star k_1^\star)}{2}.$$

où $(\widehat{\Delta^\star k_1^\star})$ est l'angle de $\Delta^\star$, et de la tangente en $\beta_1^\star$ au eycle considéré (qui n'est pas figurée en epure).

Parceque,

$$\operatorname{tg} \frac{(\Delta^\star k_1)}{2} = \operatorname{tg} \frac{(\Delta k_1)}{2}$$

il s'en suit que :

$$\Pi_{(k_1^\star)}^{\Delta^\star} = \Pi_{(k_1)}^{\Delta}$$

Donc : *la puissance des isogonales qui coupent sous un même angle l'axe d'une suite linéaire de cycles, est un invariant de la transformation* $T\ (\vec{V} \perp P)$.

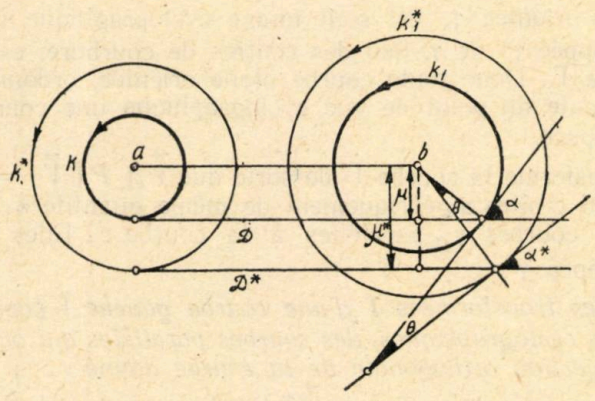


Fig. 2

b) Associons aux cycles (k) et (k_1) la droite $D \parallel \overline{ab}$, tangente au cycle (k) et sécante pour (k_1). Appliquons au segment $\overline{AB}$ $[(k)\ (k_1)]$ la transformation T avec $\vec{V} \perp P$. (fig. 2).

Les angles α et $\alpha^\star$, sous lesquels D et $D^\star$ coupent (k_1) et $(k_1^\star)$ satisfont à l'égalité :

$$\hat{\alpha} = \hat{\alpha}^\star + \hat{\theta}$$

où $\hat{\theta}$, est l'angle des rayons corréspondantes. Moyennant la deuxième expression de la puissance d'un cycle par rapport à une sécante on obtient:

$$\Pi^{D}_{(k_1)} = \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{r_1 - \mu}{r_1 + \mu} \quad \text{et} \quad \Pi^{D^*}_{(k_1^*)} = \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha^*}{2} = \frac{r_1^* - \mu^*}{r_1^* + \mu^*}$$

où r_1 et r_1^* sont les rayons des cycles (k_1) et (k_1^*), et μ et μ^* les distances du centre b aux droites D et D^*.

Parceque :

$$r_1^* = r_1 + \lambda \quad \text{et} \quad \mu^* = \mu_1 + \lambda$$

entre les puissances des cycles (k_1) et (k_1^*) par rapport aux droites D et D^* existe la rélation :

$$\chi \Pi^{D}_{(k_1)} = \Pi^{D^*}_{(k_1^*)}$$

où χ est une fonction linéaire de λ. Mais $\Pi^{D}_{(k_1)} = c^t$, donc :

Dans une transfomation T avec $\vec{V} \perp P$, les puissances des cycles appartenat à une même suite linéaire par rapport à une sécante paralléle à la projection orthogonale de la droite representée, sont fonctions linéaires de l'acroissement λ des côtes des points.

c) Une courbe gauche Γ est représentée par une suite non linéaire de cycles qui admettent deux enveloppes γ et γ^*.

La courbe orientée γ, est sont image cyclopraghique (fig. 3).

La développée γ^* de γ, lieu des centres de courbure, est la projection orthogonale de Γ. Donc toute courbe plane orientée, ordonnée à sa développée, représente du point de vue cyclographique une courbe gauche ou plane, de l'espace.

Si on transforme la courbe Γ de sorte que $\vec{V} \perp P$ ($|\vec{V}| = \lambda$), les rayons des cycles vont croître algébriquement de même quantité λ, et ont comme enveloppe les courbes γ_1, paralèlles à la courbe γ. Elles ont toutes la même développée γ^*.

Donc[8]: *les transformées T d'une courbe gauche Γ (avec $\vec{V} \perp P$) ont comme images cyclographiques, des courbes parallèles qui ont comme développée la projection orthogonale de la courbe donnée.*

2. Les transformations *T avec* $\vec{V} \parallel P$ est un cas banal. Si $\vec{V}$ a une direction quelconque par rapport au plan P, alors T est équivalente au produit de deux transformations T_1 et T_2 dont les vecteurs sont $\vec{V}_1 \parallel P$ et $\vec{V}_2 \perp P$.

II

Soit R la transformation d'une figure F par une rotation de centre O et d'aplitude θ. Le sens sera celui indiqué en epure. Considérons l'axe perpendiculaire ou paralèle avec le plan P, et concourant ou non avec la droite.

1) Soit $D\ [u, (k)]$ la droite donnée par sa trece u et par le cycle (k). L'axe est perpendiculaire en c sur le plan P, et θ est l'angle de rotation. (fig. 4).

La transformée R, de la projection orthogonale d de D, est d^*.

Evidemment $u^*\omega^* = u\omega$ et les cycles (k^*) et (k) ont les rayons égales.

La distance tangentielle et la puissance d'une isogonale par rapport

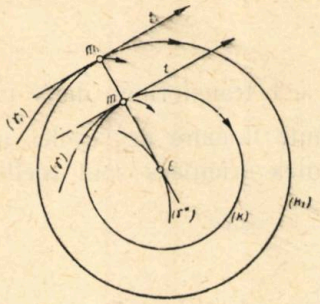
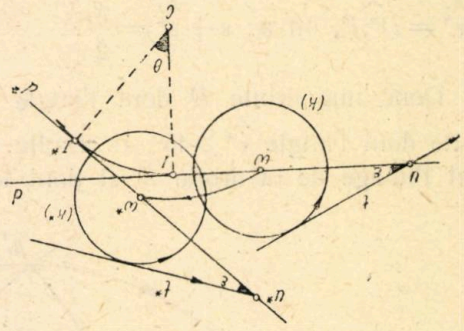


Fig. 3



Fi5. 4

à deux cycles représentant deux points quelconques de la droite D, sont invariantes pour la transformation R avec l'axe perpendiculaire sur le plan de projection P.

Il est à remarquer que si l'axe coupe la droite, le centre de rotation c est situé sur sa projection orthogonale.

2. Considérons l'axe perpendiculaire au plan qui projette orthogonalement la droite $D\ [u, (k)]$. La projection orthogonale de l'axe est perpendiculaire sur la projection de D, et le point c qui este la projection orthogonale du point d'intersection de l'axe avec le plan projetant la droite se trouve sur $u\,\omega$ (fig. 5).

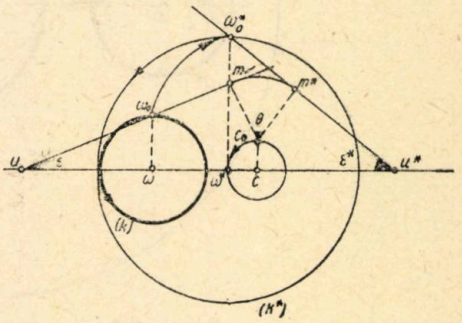


Fig. 5

On représente l'axe par une suite linéaire de cycles de même rayon et même sens ; le cycle dont le centre est c, représente le centre de rotation.

Pour appliquer la transformation R à la droite $D\ [u\ (k)]$, on rabatte la droite ainsi que le centre c sur le plan P. Le rabattement de la droite transformée est $u^*\omega_0{}^*$. Le cycle (k) est transformé en (k^*) et l'image cyclographique de la droite transformée est donnée par la trace u^* et le cycle (k^*). Les deux droites D et D^* ont la même projection orthogonale.

Si $\hat{\varepsilon} = \widehat{D, P}$, $\hat{\varepsilon}^* = \widehat{D^*.P}$ et θ, l'angle de rotation, nous avons la relation :

$$\hat{\varepsilon}^* = \hat{\theta} - \hat{\varepsilon}$$

3) Appliquons la transformation R d'amplitude $\theta = \frac{\pi}{2}$ à une droite $D\ [u(k)]$. L'axe est perpendiculaire sur le plan projetant de la droite, et concourant en M avec elle. (fig. 6).

On obtient $D^* \perp D$, et leurs projections sont confondues. Si $\hat{\varepsilon} = \widehat{D.P}$ et $\hat{\varepsilon}^* = \widehat{D^*.P}$, on a : $\hat{\varepsilon} + \hat{\varepsilon}^* = \frac{\pi}{2}$.

Donc une droite D dont l'angle $\hat{\varepsilon} < 45^0$, est transformée dans une droite dont l'angle $\hat{\varepsilon}^* > 45^0$. Il résulte que la suite linéaire des cycles qui sont l'image de la droite D et dont les tangentes orientées sont réelles,

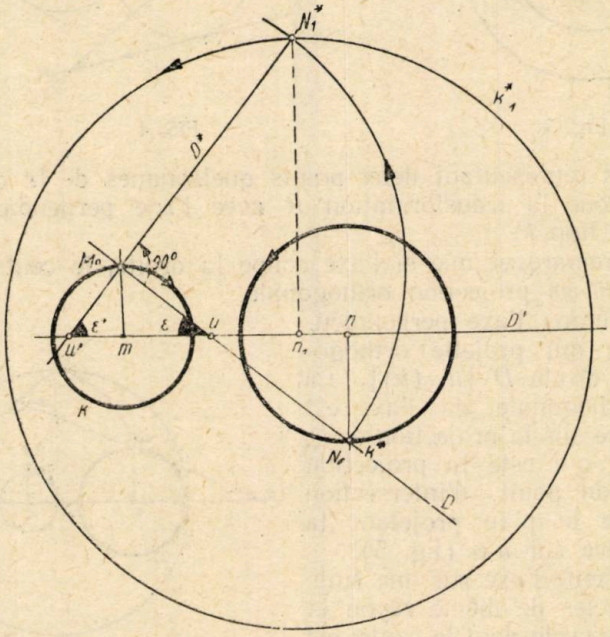


Fig. 6

est transformée dans une suite linéaire de cycles dont les tangentes orientées sont imaginaire conjuguées, et réciproquement.

Si $\hat{\varepsilon} = 45^0$, nous avons aussi $\hat{\varepsilon}^* = 45^0$; les deux suites de cycles représentant les droites $D \perp D^*$ contenues dans un même plan perpendiculaire au plan de projection, leurs tangentes sont parallèles et inversement orientées ; le segment $\overline{uu^*}$ est le diamètre du cycle qui représente le point d'intersection de D et D^*.

Si l'angle $\widehat{DD^*}$ pivote autour du point M_0 (fig. 7) les traces u et u^* de ces deux droites donnent naissance à une involution de points sur leur projection orthogonale D', depourvue de points doubles et dont la puissance est $q<o$. La projection orthogonale du centre de rotation est le point central m de l'involution.

Si ϱ est la côte du point M, les points de l'involution u_i et u_i^* vérifient la relation :

$$\overline{mu_i} \cdot \overline{mu_i^*} = -\varrho^2$$

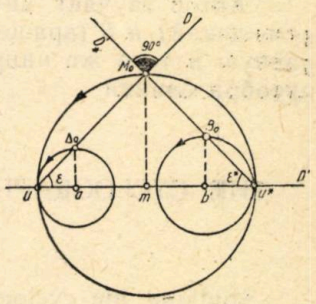


Fig. 7

III.

1) Soit T et T_1 les transformations définies par les vecteurs $\vec{V}$ et $\vec{V}_1$. Le produit $T^* = T\,T_1$, est défini par le vecteur $\vec{V}^* = \vec{V} + \vec{V}_1$.

2) Le produit $R^* = R\,R_1$, dont les amplitudes sont θ et θ, qui n'aient pas des valeurs opposées $\theta + \theta_1 \neq 0$, se réduit à une seule rotation ayant pour centre le point double, qui est à distance finie et dont l'amplitude est $\hat{\theta}^* = \hat{\theta} + \hat{\theta}_1$.

Si $\theta = -\theta_1$, R^* sera réduite à une transformation T, dont le vecteur est determiné par un des centres et son homologue dans la transformation RR_1.

3) Le produit RT est équivalent à une rotation unique ayant pour centre le point double et pour angle de rotation celui de la rotation R $(\theta^* = \theta)$.

La Chaire de Géométrie descriptive
L'Institut Polytechnique de Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *Cutuzov B. V.* — Geometria lui Lobacewski. Trad. lb. rusă. Edit. Teh. Buc. 1952.
2. *Eckhart L.* — Konstructive Abbildungsverfahren. Edit. Sprizer. Wien. 1926.
3. *Müller E.* — Beiträge zur Cyclographie-Jahrsb. d. Math. Ver. 14 (1905).
4. *Fiedler W.* — Cyclographie Leipzig 1882.
5. *Müller E.* — Einige Gruppen von Sätzen über orientierte Kreise in der Ebene. — Jahrsb. d. Math. Ver. 20 (1911).
6. *Müller E.* — Zyclographische Abbildung von Flächen und die Geometrie von Kurwenscharen in der Ebene. Sitzber. Ak. Wien 1920 Tom. 129.
7. *Kruppa E.* — Anwendung der zyclographie auf einige Kegelschnitsysteme. Stzgsber. Ak. Wien. 1912 (Tom. 121).
8. *N. Abramescu.* — Lecțiuni de geometrie pură infinitizimală. pg. 24—26.

ЦИКЛОГРАФИЯ КОНГРУЕНТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

(Краткое содержание)

Автор изучает циклографический аспект преобразований T (перемещений) и R (вращений), которые преобразовывают фигуру F в F', равную и того же направления с данной, и находиттинварианты этих преобразоваиий.

THE CYCLOGRAPHY OF CONGRUENT TRANSFORMATIONS

(Summary)

Studying the cyclographic form of T-and R-transformations, translations and rotations respectively, which transform a figure F into an other figure F' direct equal to the first, the author finds the invariants of these transformations.

LA CYCLOGRAPHIE DES TRANSFORMATIONS CONGRUENTES.

(Résumé)

On étudie l'aspect cyclographique des transformations T (translations) et R (rotations), qui font correspondre à une figure F, une figure F' égale et de même sens. On trouve les invariants cyclographiques de ces transformations.

CYCLOGRAFIE DER KONGRUENTEN TRANSFORMATIONEN

(Zusammenfassung)

Der Autor betrachtet das cyclographische Aussehen der Transformationen T (Parallelverschiebung) und R (Drehung), welche eine figur F in eine andere Figur F' transformiert, welche mit der gegebenen gleich ist und denselben sind besitzt. Gleichzeitig gibt der Autor, Invarianten dieser Transformierungen an.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 2

EXTENSION POLYDIMENSIONELE DE LA MÉTHODE DES PARATRACES [1])

par AURELIAN TANASESCU

Nous donnons une extension polydimensionele de la méthode des paratraces de L. I. Laletin.

Soit E_4 un espace Euclidien à quatre dimensions complété avec les éléments impropres correspondants.

Prenons un point fixe K_0, de l'espace E_4 — le centre du système de représentation — obtenu par l'intersection des espaces

$$E_3^i \in E_4 \quad (i = 1, 2, 3, 4).$$

Considérons dans E_4 un espace quelconque E_3 de représentation, qui pour se distinguer d'autres E_3 contenus dans E_4, sera E_{3p} (d'après la notation de H. de Vries — Die Lehre von der Zentralprojektion).

La perpendiculaire unique abaissée du point K_0 sur E_{3p} perce généralement l'espace tridimensionel E_{3p} dans un point d'intersection O — le pôle du système de reprèsentation — ou la projection du K_0 sur l'espace E_{3p}.

On obtient ainsi la constante OK_0 du système de représentation mesurée sur cette perpendiculaire entre E_{3p} et l'espace tridimensionel parallèl à E_{3p}, qui contient le centre K_0.

La droite quelconque $E_1 \in E_4$ et l'espace E_{3p} s'entrecoupent toujours, dans un point $e_0 \subset E_1$, à distance finie ou infinie, si $E_1 \nsubseteq E_{3p}$.

Soit

$$e_0 = E_1 \times E_{3p}$$

Le plan quelconque $E_2 \in E_4$ et l'espace E_{3p} s'entrecoupent toujours suivant une droite $e_1 \subset E_2$, si $E_2 \nsubseteq E_{3p}$.

Donc, si le plan E_2 n'est pas contenu dans E_{3p}, deux de ses droits,

---

1 Comunication presentée à la IV-ème session scientifique des cadres didactiques de l'Institut Poliyechnique de Bucarest, le 19 octobre 1958.

non parallèles, rencontreront l'espace E_{3p} en deux points distincts qui déterminent toujours l'intersection e_1.

Soit

$$e_1 = E_2 \times E_{3p}.$$

L'espace quelconque $E_3 \in E_4$ et l'espace E_{3p} s'entrecoupent toujours suivant un plan $e_2 \subset E_3$, à distance finie ou infinie, si $E_3 \not\equiv E_{3p}$.

Soit

$$e_2 = E_3 \times E_{3p}.$$

C'est ainsi qu'on peut généraliser la notion de „trace" et de „paratrace" au sens de Laletin.

Les intersections e_0, e_1 et e_2 seront nommées respectivement les metatraces des éléments E_1, E_2 et E_3.

Aussi, soit e_0^*, e_1^* et e_2^* respectivement les metaparatraces des éléments E_1, E_2 et E_3.

Considerons maintenant

$$E_1^1 \parallel E_1 \quad \text{ou} \quad K_0 \subset E_1^1$$

et

$$e_0^1 = E_1^1 \times E_{3p}.$$

Nous avons encore

$$E_1^i \parallel E_1 \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

$$E_1^j \parallel E_1^i \quad \text{ou} \quad K_0 \subset E_1^j \quad (j = 1, 2, \ldots, n)$$

et

$$e_0^j = E_1^j \times E_{3p} \quad (j = 1, 2, \ldots, n)$$

Mais

$$e_0^1 \equiv e_0^2 \equiv \ldots \equiv e_0^j \equiv e_0^* \qquad (j = 1, 2, \ldots, n)$$

parceque dans les conditions que nous avons dit auparavant, E_1^j représente en fond la même droite dont le point d'intersection avec l'espace E_{3p} est unique et constitue la metaparatrace e_0^* des droites

$$E_1^i \parallel E_1 \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

Donc, le suivant:

Théorème. Toutes les droites parallèles ont la même metaparatrace e_0^* *qui est un point.*

Soit maintenant

$$E_2^i \parallel E_2 \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

et

$$E_2^j \parallel E^i \qquad (i = 1, 2, \ldots, n \; ; \; j = 1, 2, \ldots, n)$$

ou

$$K_0 \subset E_2^j \qquad (j = 1, 2, \ldots, n)$$

Parceque

$$e_1^j = E_2^j \times E_{3p} \quad (j = 1, 2, \ldots, n)$$

nous avons

$$e_1^1 \equiv e_1^2 \equiv \ldots \equiv e_1^j \equiv e_1^* \quad (j = 1, 2, \ldots n)$$

et E_2^j $(j=1, 2, \ldots, n)$ représente en ce cas le même plan qui s'entrecoupe avec l'espace tridimensionel E_{3_p} d'après la droite unique e_1^* qui constitue la metaparatrace des plans

$$E_2^i \parallel E_2 \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

Il resulte donc le suivant:

Théorème. Les plans parallèles ont la même metaparatrace e_1^* qui est une droite.

Considérons encore:

$$E_3^1 \parallel E_3 \quad \text{ou} \quad K_0 \subset E_3^1$$

et

$$e_2^1 = E_3^1 \times E_{3_p} \quad \text{si} \quad E_3^1 \not\equiv E_{3_p}.$$

Soit

$$E_3^i \parallel E_3 \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

$$E_3^j \parallel E_3^i \text{ ou } K_0 \subset E_3^j \ (i = 1, 2, \ldots, n \ ; \ j = 1, 2, \ldots, n)$$

On a

$$e_2^1 \equiv e_2^2 \equiv \ldots \equiv e_2^j \equiv e_2^* \quad (j = 1, 2, \ldots, n)$$

parceque E_3^j $(j=1, 2, \ldots, n)$ représente le même espace tridimensionel qui s'entrecoupe avec l'espace E_{3_p} suivant le plan e_2^*, la metaparatrace des espaces

$$E_3^i \parallel E_3 \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

On obtient ainsi le suivant:

Théorème. Les espaces tridimensionels parallèles ont la même metaparatrace e_2^* qui est un plan.

En raisonnant de la même manière on obtient facillement les autres théorèmes relatifs aux conditions de parallèlisme ou d'appartenence entre les espaces

$$E_3^i \in E_4 \qquad (i = 1, 2, 3, 4).$$

La Chaire de Géométrie Descriptive
L'Institut Politechnique de Bucarest

BIBLIOGRAFIE

1. *M. Boucher.* — Introduction à la Géométrie à quatre dimensions. pag. 35—40, 10—15, 19—22.
2. *L. I. Laletin.* — Ob odnom metode izobrajenia prostranstvennîh obrazov na odnoi ploscosti. 1949.
3. *A. Tănăsescu.* — Metoda paraurmelor în sistemul de proiecție Monge. Buletinul I.P.B. Tom. XIX. Fasc. 3—4, 1957 pag. 69—77.

МНОГОМЕРНОЕ РАСШИРЕНИЕ МЕТОДА ПАРАСЛЕДОВ

(Краткое содержание)

В настоящей работе даетсия расширение метода парасследов в евклидовом четырехмерном пространстве E_1, пополненном соответстсующими несобстланными элементами.

Относительно теорем паралелизма отмечаем следующее:

Параллельные прямые имеют общий метапарáслед e_0^*, который сводится к точке.

Параллельные плоскости имеют овщий метапараслед e_1^*, кóторый сводится к прямой.

Трехмерные параллельные пространства имеют общий метапарáслед e_2^* который сводится к рлоскости.

Остальные теоремы, касающиеся словий параллелизма мли принадлджиости плоскостей $E_3^i \in E_4$ $(i = 1, 2, 3, 4)$, вытекают сразу,

A POLYDIMENSIONAL EXTENSION OF THE PARATRACE METHOD.

(Summary)

In the present work our extension of the paratrace method in the 4-dimensional euclidean space E_4 completed with the corresponding improper elements is given.

With respect to the parallelism theorems the following resulte were obtained:

The parallel straight lines have a common metaparatrace e_0^* which reduces to a point.

The parallel planes have a common metaparatrace e_1^* which reduces to a straight line.

The 3-dimensional parallel spaces have a metaparatrace e_2^* which reduces to a plane.

The other referring to the parallelism and appertenance conditions between spaces $E_3^i \in E_4$ $(i=1, 2, 3, 4)$ follow immediately.

EXTENSION POLYDIMENSIONELE DE LA MÉTHODE DES PARATRACES

(Résumé)

Nous donnons une extension polydimensionele de la méthode des paratraces dans une espace Euclidien à quatre dimensions E_4 complété avec les éléments impropres correspondants.

Relatifs aux théorèmes de parallèlisme on obtient :

Toutes les droites parallèles ont la même metaparatrace e_0^* qui est un point.

Les plans parallèles ont la même metaparatrace e_1^* qui est une droite.

Les espaces tridimensionels parallèles ont la même metaparatrace e_2^* qui est un plan.

Il en résulte aisément les autres théorèmes relatifs aux conditions de parallèlisme ou d'appartenence entre les espaces $E_3^i \in E_4$ $(i=1, 2, 3, 4)$.

EINE POLYDIMENSIONALE AUSDEHUNG DER METHODE DER PARASPUREN

(Zusammenfassung)

In dieser Arbeit geben wir eine Ausdehung der Methode der Paraspuren in vierdimensionalen Euklidischen Raum E_4 complectiert mit den entsprechenden unsigentlichen Elementen.

In bezug auf Lehrsätze des Parallelismus bringen wir folgende Rezultate :

Parallele Geraden besitzen eine gemeinsame Metaparaspur e_* welche ein Punkt ist.

Parallele Ebenen besitzen eine gemeinsame Metaparaspur e_0^* welche eine Gerade ist.

Dreidimensionale parallele Räume besitzen eine gemeinsame Metaparaspur e_1^* welche eine Ebene ist.

Die übrigen Lehrsätze in bezug auf die Bedingungen des Parallelismus oder der Zugehörigkeit der Räume $E_3^i \in E_4$ $(i=1,2,3,4)$ ergeben sich unmittelbar.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 2

FIZICĂ

LA TRANSFORMATION INERTIALE GÉNÉRALE [1])

par ALEXANDRU TIMOTIN

1. INTRODUCTION. L'initiation à la Relativité restreinte est toujours difficile, car la revision que cette théorie impose aux conceptions usuelles sur l'espace et le temps est presentée comme une conséquence inévitable de quelques expériences cruciales concernant des phénomènes optiques ou électromagnetiques. On est toujours surpris que l'interprétation adéquate de ces expériences implique un tel remaniement de la Cinématique. Cette difficulté est d'autant plus accentuée que la déduction courante de la transformation de Lorentz utilise une prémisse fort abstraite (assez éloignée de l'intuition, de l'expérience), l'existence d'un invariant métrique fondamental (equivalente à l'invariance de la vitesse de la lumière dans le vide). Il serait donc très utile, du point de vue méthodologique. de fonder la Cinématique relativiste (c'est-à-dire la transformation de Lorentz) de la même manière que la Cinématique classique (c'est-à-dire la transformation dite de Galilée) sans recourir à l'Optique ou à l'Electromagnetisme. Il s'agit avant tout de trouver toutes les restrictions imposées par le principe d'inertie et par l'existence de systémes d'inertie (systèmes de référence par rapport auxquels ce principe se trouve vérifié) aux relations de changement des coordonnées (x, y, z, et t), lors du passage d'un tel systéme à un autre.

Le but de cette communication est de prouver que ce point de vue conduit à une transformation inertiale générale qui n'a que deux variantes possibles : celle de Galilée et celle de Lorentz. L'existence de systèmes d'inertie (tels qu'ils sont conçus par la Cinématique classique) apporte donc une restriction essentielle à la classe des transformations de coordonnées qui leurs sont compatibles. Le problème de l'initiation à la Relativité restreinte se trouve ainsi grandement simplifié.

L'idée de remplacer la principe de l'invariance de la vitesse de la lumière par d'autres considérations plus générales, dans le déduction de la transformation de Lorentz, n'est point neuve. On connaît, par exemple [1], l'utilisation du caractère de groupe continu imposé à la classe des transformations de coordonnées linéaires et uniparamétriques. La démonstration que nous présentons nous paraît plus complète (elle

[1]) Communication présentée à la V-e session scientifique des cadres didactiques de l'Institut Polytechnique de Bucarest (le 31 novembre 1959).

ne suppose pas que les relations sont linéaires), plus simple (elle ne fait pas appel à la théorie des groupes continus) et, partant, plus appropriée au but proposé.

2. PRÉMISSES. Soient deux systèmes d'inertie R_1 et R_2 en mouvement relatif. Dans chaque système d'inertie les coordonnées d'espace définissent un continuum tridimensionnel euclidien, dont les rayons vecteurs, par rapport aux origines O_j choisies, sont $\mathbf{r}_j$ (x_j, y_j, z_j) (avec $j=1, 2$). Un „événement" quelconque (dont l'existence a un caractère absolu' est caractérisé par l'ensemble des coordonnées d'espace et de temps $(\mathbf{r}_j, t_j)$, c'est-à-dire par un „point" du continuum à quatre dimensions. Les moyens utilisés pour définir et mesurer les longueurs et les durées (en chaque système de référence) peuvent être quelconques, à condition qu'ils conduisent à l'énoncé du principe d'inertie.

Le problème fondamental de la Cinématique consiste à établir les relations de transformation qui expriment les „nouvelles" coordonnées d'espace et de temps $(\mathbf{r}_2, t_2)$ en fonction des „anciennes" coordonnées $(\mathbf{r}_1, t_1)$ du même événement, lors du passage du système R_1 au système R_2, dont l'état cinématique relatif è R_1 est connu. La solution que nous proposons utilise les conditions suivantes, considérées comme des généralisations directes des données expérimentales, associées au concept de système d'inertie.

(I) *La condition de régularité.* La transformation sera biunivoque et bicontinue, les relations de transformation étant deux fois dérivables ; l'état cinématique relatif des systèmes est caractérisable par des vitesses finies $\mathbf{v}_{jk}$ des points de R_j par rapport à R_k $(j, k=1,2)$. [1])

(II) *La condition de cohérence cinématique.* La transformation ne dépendra que de l'état cinématique relatif des systèmes et se réduira à un banal changement des origines lorsque cet état cinématique relatif sera leur repos relatif.

(III) *La condition d'inertialité.* La transformation assurera la conservation du mouvement inertial : le mouvement rectiligne et uniforme en R_1 sera rectiligne et uniforme en R_2.

(IV) *La condition d'équivalence des systèmes d'inertie.* La transformation ne devra privilégier aucun des systèmes d'inertie R_1 et R_2 par rapport à l'autre, ni l'une quelconque des paires de systémes d'inertie, par rapport à une autre.

(V) *La condition d'isotropie.* La transformation ne devra privilégier aucune direction et aucun sens de l'espace.

3. CONSÉQUENCES.

A. *Des deux premières conditions* il s'ensuit que les relations cherchées sont des fonctions uniformes, deux fois dérivables,

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{R}(\mathbf{r}_1, t_1 ; \mathbf{v}_{21}) ; \; t_2 = T(\mathbf{r}_1, t_1 ; \mathbf{v}_{21}) \qquad (1)$$

dont on peut obtenir, par différentiation, la transformation des intervalles

[1]) La linnirocité requise suppose, évidemment, qu'une définition de la simultanéité (compatible avec les conditions III... V) fut antérieurement établie.

élémentaires

$$d\mathbf{r}_2 = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{r}_1} \cdot d\mathbf{r}_1 + \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial t_1} dt_1 \; ; \; dt_2 = \frac{\partial T}{\partial \mathbf{r}_1} d\mathbf{r}_1 + \frac{\partial T}{\partial t_1} dt_1 \qquad (2)$$

(X_j et x_j étant les composantes cartésiennes de $\mathbf{R}$ et de $\mathbf{r}$, $\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{r}}$ est le tenseur dérivé, de composantes $\frac{\partial X_j}{\partial x_k}$, dont le produit contracté, à droite, avec le vecteur $d\mathbf{r}$ est $\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{r}} \cdot d\mathbf{r}$ de composantes $\sum_k \frac{\partial X_j}{\partial x_k} dx_k$; $\frac{\partial T}{\partial \mathbf{r}}$ est le gradient de T, de composantes $\frac{\partial T}{\partial x_j}$). La vitesse

$$\mathbf{v}_{12} = \left(\frac{d\mathbf{r}_2}{dt_2}\right)_{\mathbf{r}_1 = \text{const.}} = \frac{\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial t_1}}{\frac{\partial T}{\partial t_1}} \qquad (3)$$

des points fixes en R_1 par rapport à R_2, devant être finie (I), il s'ensuit que

$$\frac{\partial T}{\partial t_1} = -\frac{1}{\alpha_{21}} \neq 0 \qquad (4)$$

(l'hypothèse $\frac{\partial T}{\partial t_1} = 0$ et $\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial t_1} = 0$ est en contradiction avec la biunivocité (I)).

En (2) $\frac{\partial T}{\partial t_1}$ peut donc être mis en facteur et ces relations prennent la forme suivante :

$$d\mathbf{r}_2 = \frac{1}{\alpha_{21}} [\bar{\bar{A}}_{21} \cdot d\mathbf{r}_1 + \mathbf{B}_{21} dt_1] \; ; \; dt_2 = \frac{1}{\alpha_{21}} [\mathbf{C}_{21} d\mathbf{r}_1 + dt_1] \qquad (5)$$

avec

$$\bar{\bar{A}}_{21} = \bar{\bar{A}}(\mathbf{r}_1, t_1 ; \mathbf{v}_{21}) \; ; \; \mathbf{B}_{21} = \mathbf{B}(\mathbf{r}_1, t_1 ; \mathbf{v}_{21}) ; \; \mathbf{C}_{21} = \mathbf{C}(\mathbf{r}_1, t_1 ; \mathbf{v}_{21}) \; ; \; \alpha_{21} = \alpha(\mathbf{r}_1, t_1 ; \mathbf{v}_{21}) \qquad (6)$$

($\bar{\bar{A}}$ est un tenseur tel que $\bar{\bar{A}}.\, d\mathbf{r}$ est le produit contracté à droite de composantes $\sum_k A_{jk} dx_k$).

B. *De la II-ème condition* il s'ensuit que, lorsque l'état cinématique relatif des système tend vers leur repos relatif ($\mathbf{v}_{21} \to 0$), la transformation (5) se réduira à la transformation identique :

$$\lim_{\mathbf{v}_{21} \to 0} \alpha = 1 \; ; \; \lim_{\mathbf{v}_{21} \to 0} \bar{\bar{A}} = \bar{\bar{I}} \; ; \; \lim_{\mathbf{v}_{21} \to 0} \mathbf{B} = \lim_{\mathbf{v}_{21} \to 0} \mathbf{C} = 0 \qquad (7)$$

($\bar{\bar{1}}$ est le tenseur unité de composantes $\delta_{jk} = 0$, $j \neq k$, et $\delta_{jj} = 1$).

C. *De la III-ème condition* il s'ensuit que le mouvement rectiligne et uniforme d'un point matériel P par rapport à R_1, avec la vitesse constante $\mathbf{u}_1$, décrit par

$$\mathbf{r}_1(t_1) = \mathbf{u}_1 t_1 + \mathbf{r}_1(0)$$

doit rester rectiligne et uniforme par rapport à R_2

$$\mathbf{r}_2(t_2) = \mathbf{u}_2 t_2 + \mathbf{r}_2(0)$$

La loi de transformation des vitesses, déduite de (5), avec $\mathbf{u}_1 = d\mathbf{r}_1/dt_1$ et $\mathbf{u}_2 = d\mathbf{r}_2/dt_2$, est

$$\mathbf{u}_2 = \frac{\overline{\overline{A}}_{21} \cdot \mathbf{u}_1 + \mathbf{B}_{21}}{\mathbf{C}_{21}\mathbf{u}_1 + 1} \tag{8}$$

Les coefficients $\overline{\overline{A}}_{21}$, $\mathbf{B}_{21}$, $\mathbf{C}_{21}$ doivent être tels que à chaque $\mathbf{u}_1$ indépendant de $\mathbf{r}_1$ et t_1 (c'est-à-dire indépendant d'une coordonnée quelconque ξ) corresponde un seul $\mathbf{u}_2$ toujours indépendant de $\mathbf{r}_1$ et t_1.

Le cas $\mathbf{u}_1 = 0$, lorsque $\mathbf{u}_2 = \mathbf{v}_{12} = \mathbf{B}_{21} = \mathbf{B}(\mathbf{v}_{21})$ conduit à la conclusion que $\mathbf{B}$ ne peut dépendre de $\mathbf{r}_1$ et t_1 :

Tous les points P fixes en R_1 ont, donc, la même vitesse $\mathbf{v}_{12}$ par rapport à $\mathbf{R}_2$. Cette vitesse constante caractérise donc exclusivement l'état cinématique relatif d'un système d'inertie par rapport à un autre. On peut donc décrire le „mouvement" des système d'inertie de la même manière que le mouvement de translation des corps rigides. C'est une conséquence du principe d'inertie.

Les cas $\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}$ et $\mathbf{u}_1 = -\mathbf{u}$ ($\mathbf{u}$ quelconque) conduisent avec $\frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial \xi} \equiv 0$ et $\mathbf{B}_{21} = \mathbf{v}_{12}$ aux relations

$$\frac{\partial \overline{\overline{A}}_{21} \cdot \mathbf{u}}{\partial \xi}(\mathbf{C}_{21}\mathbf{u} + 1) - \frac{\partial \mathbf{C}_{21}\mathbf{u}}{\partial \xi}(\overline{\overline{A}} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{v}_{12}) \equiv 0$$

et

$$\frac{\partial \overline{\overline{A}}_{21} \cdot \mathbf{u}}{\partial \xi}(\mathbf{C}_{21}\mathbf{u} - 1) - \frac{\partial \mathbf{C}_{21}\mathbf{u}}{\partial \xi}(\overline{\overline{A}}_{21} \cdot \mathbf{u} - \mathbf{v}_{12}) \equiv 0$$

dont, en faisant la somme et la différence, on déduit

$$\frac{\partial \mathbf{C}_{21}\mathbf{u}}{\partial \xi}[(\mathbf{C}_{21}\mathbf{u})\,\mathbf{v}_{12} - \overline{\overline{A}}_{21} \cdot \mathbf{u}] \equiv 0 \text{ avec } \frac{\partial \overline{\overline{A}}_{21} \cdot \mathbf{u}}{\partial \xi} \equiv \mathbf{v}_{12}\frac{\partial \mathbf{C}_{21}\mathbf{u}}{\partial \xi} \tag{9}$$

Comme $\mathbf{u}$ est un vecteur arbitraire et la parenthèse ne saurait être nulle (à cause de la condition de cohérence (7)), il résulte que $\frac{\partial \mathbf{C}_{21}}{\partial \xi} \equiv 0$ et $\frac{\partial \overline{\overline{A}}_{21}}{\partial \xi} \equiv 0$. Tous les coéfficients de (8), $\overline{\overline{A}}_{21}$, $\mathbf{B}_{21}$ et $\mathbf{C}_{21}$ sont, donc, indépendants du „point" ($\mathbf{r}_1$, t_1). Pour analyser les propriétés du quatrième coefficient de (5), c'est-à-dire de $\alpha_{21} = \alpha(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{v}_{21})$, qui n'intervient pas dans la loi de transformation des vitesses (8), on doit considérer la conservation du caractère rectiligne de la trajectoire d'un point matériel, en mouvement

inertiel par rapport à R_1. L'equation paramétrique de cette trajectoire $\mathbf{dr}_1 = \mathbf{y}_1\, d\lambda$ (avec $\mathbf{y}_1$ un vecteur fixe), considérée à $t_1 =$ const. ($dt_1 = 0$), devient avec (5) $\mathbf{dr}_2 = \frac{1}{\alpha_{21}} \overline{\overline{A}}_{21} \cdot \mathbf{y}_1\, d\lambda$. On obtient toujours l'équation paramétrique d'une droite si α_{21} est indépendant de $\mathbf{r}_2$, c'est-à-dire de $\mathbf{r}_1$ (lié biunivoquement à $\mathbf{r}_2$ avec $t_1 =$ const.). α_{21} ne peut, donc, dépendre explicitement que du temps t_1.

Les conséquences de la III-ème condition (d'inertialité) restreignent d'une manière essentielle les fonctions inconnues (6), dont toutes, à l'exception de α, ne dépendent que de la vitesse relative des systèmes d'inertie :

$$\overline{\overline{A}}_{21} = \overline{\overline{A}}\,(\mathbf{v}_{21})\ ;\ \mathbf{B}_{21} = \mathbf{v}_{12} = \mathbf{B}\,(\mathbf{v}_{21})\ ;\ \mathbf{C}_{21} = \mathbf{C}\,(\mathbf{v}_{21})\ ;\ \alpha_{21} = \alpha\,(t_1\ ;\ \mathbf{v}_{21}) \qquad (10)$$

D. *De la IV-ème condition* il s'ensuit en premier lieu que les fonctions (10) sont des *fonctions universelles* de la vitesse relative des systèmes.

En second lieu, il s'ensuit que la transformation inverse doit avoir la même forme que (5) :

$$\mathbf{dr}_1 = \frac{1}{\alpha_{12}} (\overline{\overline{A}}_{12} \cdot \mathbf{dr}_2 + \mathbf{B}_{12}\, dt_2)\ ;\ dt_1 = \frac{1}{\alpha_{12}} (\mathbf{C}_{12}\, \mathbf{dr}_2 + 1) \qquad (11)$$

avec

$$\overline{\overline{A}}_{12} = \overline{\overline{A}}\,(\mathbf{v}_{12})\ ;\ \mathbf{B}_{12} = \mathbf{v}_{21} = \mathbf{B}\,(\mathbf{v}_{12})\ ;\ \mathbf{C}_{12} = \mathbf{C}\,(\mathbf{v}_{12})\ ;\ \alpha_{12} = \alpha\,(t_2\ ;\ \mathbf{v}_{12}) \qquad (12)$$

La substitution de (11) en (5) doit conduire à la transformation identique ; $\mathbf{dr}_1 = \mathbf{n}\,|\,\mathbf{dr}_1\,|$ et dt_1 étant arbitraires, on peut identifier leurs coefficients.

On trouve ainsi les identités suivantes, qui doivent être satisfaites par les fonctions universelles inconnues $\overline{\overline{A}}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ et α ($\mathbf{n}$ étant un verseur arbitraire) :

$$\begin{aligned}
\alpha\,(t_2\ ;\ \mathbf{v}_{12})\,(\alpha\ t_1\ ;\ \mathbf{v}_{21})\ \mathbf{n} &\equiv \overline{\overline{A}}\,(\mathbf{v}_{12}) \cdot [\overline{\overline{A}}\,(\mathbf{v}_{21}) \cdot \mathbf{n}] + \mathbf{B}\,(\mathbf{v}_{12})\ [\mathbf{C}\,(\mathbf{v}_{21})\ \mathbf{n}] \\
0 &\equiv \overline{\overline{A}}\,(\mathbf{v}_{12}) \cdot \mathbf{B}\,(\mathbf{v}_{21}) + \mathbf{B}\,(\mathbf{v}_{12}) \\
0 &\equiv \mathbf{C}\,(\mathbf{v}_{12})\ [\overline{\overline{A}}\,(\mathbf{v}_{21}) \cdot \mathbf{n}] + \mathbf{C}\,(\mathbf{v}_{21})\ \mathbf{n} \qquad (13) \\
\alpha\,(t_2\ ;\ \mathbf{v}_{12})\ \alpha\,(t_1\ ;\ \mathbf{v}_{21}) &\equiv \mathbf{C}\,(\mathbf{v}_{12})\ \mathbf{B}\,(\mathbf{v}_{21}) + 1
\end{aligned}$$

La dernière relation exclut la dependance de t de la fonction α, car le deuxième membre est indépendant de t_j et dans le premier membre t_1 et t_2 sont quelconques (avec $\mathbf{r}_1$ et $\mathbf{r}_2$ arbitraires). On a donc

$$\alpha_{12} = \alpha\,(\mathbf{v}_{12})\ ;\ \alpha_{21} = \alpha\,(\mathbf{v}_{21}) \qquad (14)$$

Le dernier des coefficients des relations (5) est aussi indépendant du „point" considéré :

La linéarité des relations de transformation est, donc, une conséquence des conditions d'inertialité et d'équivalence des systèmes d'inertie.

Les relations (5) peuvent être intégrées et l'on obtient aisément la transformation des intervalles finis :

$$\Delta \mathbf{r}_2 = \frac{1}{\alpha(\mathbf{v}_{11})}\left[\bar{\bar{A}}(\mathbf{v}_2)\cdot\Delta\mathbf{r}_1 + \mathbf{B}(\mathbf{v}_{21})\,\Delta t_1\right] ; \Delta t_2 = \frac{1}{\alpha(\mathbf{v}_{21})}\left[\mathbf{C}(\mathbf{v}_{21})\Delta\mathbf{r}_1 + \Delta t_1\right] \quad (15)$$

De la condition d'équivalence il résulte encore que les vitesses $\mathbf{v}_{21}$ et $\mathbf{v}_{21}$ doivent avoir la même valeur absolue v, car autrement il y aurait une possibilité de principe pour établir une différence entre les deux systèmes d'inertie :

$$\mathbf{v}_{21} = v\,\mathbf{i}_{21} \; ; \; \mathbf{v}_{12} = v\,\mathbf{i}_{12} \quad (16)$$

($\mathbf{i}_{12}$ et $\mathbf{i}_{21}$ étant les verseurs correspondants)

Nous reviendrons à la condition d'équivalence après avoir utilisé la condition d'isotropie.

E. *De la V-ème condition* il s'ensuit que les fonctions (10) et (14) doivent être telles, qu'aucune direction et aucun sens dans l'espace ne soient privilégiés. Une analyse poussée de cette condition prouve que : toute fonction scalaire de $\mathbf{v}=\mathbf{v}_{21}$ ne peut dépendre que de $v^2=\mathbf{v}_{21}^2=\mathbf{v}_{12}^2$; toute fonction vectorielle de $\mathbf{v}=\mathbf{v}_{21}$ doit avoir la même direction que son argument ; toute fonction tensorielle symétrique de $\mathbf{v}=\mathbf{v}_{21}$ doit avoir une seule direction propre non dégénéré, celle de $\mathbf{v}=\mathbf{v}_{21}$; toute fonction tensorielle antisymétrique doit avoir comme direction privilégiée, celle de $\mathbf{v}=\mathbf{v}_{21}$, La condition d'isotropie impose, donc, une restriction essentielle aux fonctions $\bar{\bar{A}}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ et α de $\mathbf{v}=\mathbf{v}_{21}$, et l'on peut écrire (avec $\mathbf{n}$ un verseur arbitraire) :

$$\alpha = \alpha(\mathbf{v}^2) = \alpha_{12} = \alpha_{21}$$

$$\bar{\bar{A}}(\mathbf{v})\cdot\mathbf{n} = \bar{\bar{A}}(-\mathbf{v})\cdot\mathbf{n} = \bar{\bar{A}}_{12}\cdot\mathbf{n} = \bar{\bar{A}}_{21}\cdot\mathbf{n} = \lambda\frac{\mathbf{v}}{v}\left(\mathbf{n}\frac{\mathbf{v}}{v}\right) +$$

$$+\chi\frac{\mathbf{v}}{v}\times\left(\mathbf{n}\times\frac{\mathbf{v}}{v}\right) + \omega\frac{\mathbf{v}}{v}\times\mathbf{n}$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{v}) = \varepsilon\,\mathbf{v} = \mathbf{v}_{12} = \varepsilon\,\mathbf{v}_{21} = \mathbf{B}_{21} = \varepsilon\,\mathbf{B}_{12} \quad (17)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{v}) = k(\mathbf{v})\,\mathbf{v} = k(-\mathbf{v})\,\mathbf{v} = \mathbf{C}_{21} = \varepsilon\,\mathbf{C}_{12} = \varepsilon\,\mathbf{C}(\varepsilon\,\mathbf{v})$$

où λ, χ et k sont des fonctions scalaires, paires, de $\mathbf{v}$; ω est une fonction scalaire impaire de $\mathbf{v}$; $\varepsilon = \pm 1$ (à cause de (16)).

Des conditions d'équivalence et d'isotropie il s'ensuit, donc, en particulier, que les vitesses relatives des deux systèmes d'inertie sont égales et parallèles ou antiparallèles :

$$\mathbf{v}_{21} = \mathbf{v} = \varepsilon\,\mathbf{v}_{12} = \varepsilon(\varepsilon\,\mathbf{v}) \text{ avec } \varepsilon = \pm 1 \quad (18)$$

Il reste à déterminer encore la forme des fonctions α, λ, χ, ω et k, qui doit être compatible avec la condition de cohérence (7) :

$$\lim_{\mathbf{v}\to 0}\alpha = 1 \; ; \; \lim_{\mathbf{v}\to 0}\lambda = 1 \; ; \; \lim_{\mathbf{v}\to 0}\chi = 1 \; ; \; \lim_{\mathbf{v}\to 0}\omega v = 0 \; ; \; \lim_{\mathbf{v}\to 0} k v = 0 \quad (19)$$

Le raisonnement qui suit est fondé sur la condition d'équivalence, qui reste le moyen le plus efficace de cette analyse.

F. *En introduisant les expressions (17)* dans les relations (13), qui expriment la position symétrique des systèmes d'inertie par rapport à la transformation cherchée, on obtient

$$\lambda + \varepsilon = 0 \; ; \; \chi\,\omega = 0 \; ; \; \alpha^2 = \chi^2 - \omega^2 \; ; \; \alpha^2 = \lambda^2 + v^2 k \qquad (20)$$

En tenant compte que $\varepsilon = \pm 1$ et avec (19), il résulte

$$\lambda \equiv 1 \; ; \; \varepsilon \equiv -1 \; ; \; \omega \equiv 0 \; ; \; \chi \equiv \alpha(v^2) \; ; \; k \equiv -\frac{1-\alpha^2(v^2)}{v^2} \qquad (21)$$

Ces relations prouvent que la transformation (15) a la forme générale indiquée plus bas, qui contient une seule fonction scalaire universelle de v^2, encore inconnue :

$$\left.\begin{aligned} \Delta \mathbf{r}_2 &= \frac{1}{\alpha(v^2)}\left[\frac{\mathbf{v}}{v}\left(\Delta \mathbf{r}_1 \frac{\mathbf{v}}{v}\right) + \alpha(v^2)\frac{\mathbf{v}}{v} \times \left(\Delta \mathbf{r}_1 \times \frac{\mathbf{v}}{v}\right) - \mathbf{v}\,\Delta t_1\right] \\ \Delta t_2 &= \frac{1}{\alpha(v^2)}\left[\Delta t_1 - \frac{1-\alpha^2(v^2)}{v^2}\,\mathbf{v}\,\Delta \mathbf{r}_1\right] \end{aligned}\right\} \qquad (22)$$

Parce que $\varepsilon = -1$, *les vitesses relatives des systèmes sont égales et antiparallèles*

$$\mathbf{v}_{21} = \mathbf{v} \; ; \; \mathbf{v}_{12} = -\mathbf{v} \qquad (23)$$

G. *Il reste à déterminer la forme de la fonction* $\alpha(v^2)$; à cette fin, nous utiliserons toujours la condition d'équivalence, dont il s'ensuit que le théorème de la composition des vitesses doit avoir le même énoncé, pour toute paire de systèmes d'inertie. Il suffit de considérer le cas particulier lorsque les vitesses $\mathbf{u}_1 = \frac{\Delta \mathbf{r}_1}{\Delta t_1}$ et $\mathbf{u}_2 = \frac{\Delta \mathbf{r}_2}{\Delta t_2}$ du même point matériel, par rapport à R_1 et à R_2, ont la même direction que $\mathbf{v}_{21}$. De (22) on obtient

$$u_2 = \frac{u_1 - v_{21}}{1 - \frac{1}{v_{21}^2}\alpha_{21}^2 u_1 v_{21}} \qquad (24)$$

Considérons maintenant trois systèmes d'inertie R_1, R_2 et R_3, en mouvement dans la même direction, avec les vitesses relatives $v_{21} = x$, $v_{32} = y$ et $v_{31} = z$ (c'est-à-dire avec $v_{12} = -x$, $v_{23} = -y$ et $v_{13} = -z$). Le mouvement de R_3 par rapport à R_1 et à R_2 conduit, avec (24), à la relation

$$y = \frac{z - x}{1 - \frac{1-\alpha^2(x^2)}{x^2} x z}$$

et le mouvement de R_2 par rapport à R_1 et R_3 conduit avec (24) à la relation

$$-y = \frac{x - z}{1 - \frac{1-\alpha^2(z^2)}{z^2} x z}$$

En comparant ces relations il s'ensuit que $\frac{1-\alpha^2(x^2)}{x^2} = \frac{1-\alpha^2(z^2)}{z^2}$

et, comme z et x sont indépendants (avec y quelconque), cette fonction universelle doit se réduire à une constante universelle k_0:

$$\frac{1-\alpha^2(x^2)}{x^2} = \frac{1-\alpha^2(z)}{z^2} = \frac{1-\alpha^2(v^2)}{v^2} = k_0 \gtrless 0 \qquad (25)$$

Parce que $\lim_{v \to 0} \alpha(v^2) = +1$ (19), nous obtenons de manière univoque:

$$\alpha(v^2) \equiv \sqrt{1 - k_0 v^2} > 0$$

Il est aisé de prouver [2] que cette expression de α, associée à la loi de conservation de la quantité de mouvement, impose pour la loi de variation de la masse inerte avec la vitesse l'expression

$$m = \frac{m_0}{\alpha} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - k_0 v^2}} \qquad (27)$$

H. *Le signe de la constante universelle* k_0 est aussi imposé par la condition d'équivalence. Considérons, en effet, la relation de transformation de la durée propre Δt_1 (avec $\Delta r_1 = 0$) en R_1. On obtient en R_2

$$\Delta r_2 = -\frac{v_{21}}{\alpha(v_{21}^2)} \Delta t_1 \; ; \; \Delta t_2 = \frac{\Delta t_1}{\alpha(v_{21}^2)} \qquad (28)$$

La durée correspondente en R_3 peut être déterminée soit d'une manière directe

$$\Delta t_3 = \frac{\Delta t_1}{\alpha(v_{21}^2)} \qquad (29)$$

soit „en passant" par R_2, avec (28)

$$\Delta t_3 = \frac{1}{\alpha(v_{32}^2)} [\Delta t_2 - k_0 v_{32} \Delta r_2] = \frac{1 + k_0 v_{32} v_{21}}{\alpha(v_{32}^2)\,\alpha(v_{21}^2)} \Delta t_1 \qquad (30)$$

En supposant $\Delta t_1 > 0$, parce que $\alpha > 0$, de (29) il résulte $\Delta t_3 > 0$ et de (30)

$$1 + k_0 v_{32} v_{21} > 0 \qquad (31)$$

les vitesses v_{32} et v_{21} étant tout à fait indépendantes. On peut prendre $|v_{32}| = |v_{21}| = v$ et $k_0 v_{32} = -v_{21} k_0$ (par un choix convenable de leurs directions). Il s'ensuit que

$$1 - |k_0| v^2 > 0 \qquad (32)$$

Cette condition est imposé par le principe d'équivalence pour toute valeur de v compatible avec les relations de transformation (22). Il y a donc deux possibilités :

a) $k_0 \geqslant 0$. Dans ce cas α est réel seulement si $v < \frac{1}{\sqrt{k_0}} \equiv c_0$; il existe donc une vitesse limite de mouvement relatif des corps (infinie pour $k_0=0$), qui ne saurait jamais être atteinte (étant associée avec (27) à une masse infinie) ; dans ce cas, la condition (32) est toujour remplie.

b) $k_0 < 0$. Dans ce cas, α est réel pour toute valeur de v ; il n'existe pas de vitesse limite de mouvement relatif des corps (la masse décroît avec la vitesse). Dans ce cas, la condition (32) se trouve contredite lorsque la vitesse dépasse la valeur $\frac{1}{\sqrt{|k_0|}}$. Ce cas ne peut donc correspondre aux nécessités de la condition d'équivalence [il entrainerait aussi l'inversion de l'ordre de succession dans le temps car à $\Delta t_1 > 0$ on aurait $\Delta t_2 < 0$, ce qui contredirait aussi le principe de causalité]. On peut donc conclure que

$$\boxed{\infty > k_0 \geqslant 0} \tag{33}$$

4. LA TRANSFORMATION INERTIALE GÉNÉRALE. Les conditions énoncées au § 2 ont été donc suffisantes pour établir l'expression la plus générale, compatible avec elles, des relations de transformation cherchées. On obtient ainsi *une transformation inertiale générale, indépendante de toute considération dépassant le cadre de la Cinématique.*

Avec (22), (26) et (33), cette transformation prend la forme

$$\boxed{\begin{aligned} \Delta \mathbf{r}_2 &= \frac{1}{\sqrt{1-k_0 v^2}}\left[\frac{\mathbf{v}}{v}\left(\Delta \mathbf{r}_1 \frac{\mathbf{v}}{v}\right)+\sqrt{1-k_0 v^2}\,\frac{\mathbf{v}}{v}\times\left(\Delta \mathbf{r}_1 \times \frac{\mathbf{v}}{v}\right)-\mathbf{v}\,\Delta t_s\right] \\ \Delta t_2 &= \frac{1}{\sqrt{1-k_0 v^2}}\left[\Delta t_1 - k_0 \mathbf{v}\,\Delta \mathbf{r}_1\right] ; \qquad \infty > k_0 \geqslant 0 \end{aligned}} \tag{34}$$

La relation de composition des vitesses, associée à (34), est

$$\mathbf{u}_2 = \frac{\frac{\mathbf{v}}{v}\left(\mathbf{u}_1 \frac{\mathbf{v}}{v}\right)+\sqrt{1-k_0 v^2}\,\frac{\mathbf{v}}{v}\times\left(\mathbf{u}_1 \times \frac{\mathbf{v}}{v}\right)-\mathbf{v}}{1-k_0 \mathbf{v}\,\mathbf{u}_1} \tag{35}$$

Dans ces relations $\mathbf{v} = \mathbf{v}_{21} = -\mathbf{v}_{12}$ est la vitesse de R_2 par rapport à R_1. On vérifie aisément les conséquences suivantes de ces relations :

a) Il existe un invariant métrique fondamental

$$k_0 \Delta \mathbf{r}^2 - \Delta t^2 = \text{constant} \tag{36}$$

b) L'ensemble des transformations (34) constitue un groupe continu (dont les propriétés fondamentales sont contenues dans les conditions de cohérence et d'équivalence).

c) L'espace et le temps sont omogènes par rapport aux systèmes d'inertie, les coefficients des relations (34) ne dépendant pas du point et du moment considérés.

d) Il n'existe pas de sens privilégié dans le temps (le changement du sens de l'axe des temps n'affecte pas les relations).

e) L'invariance des longueurs transversales.

f) L'invariance de l'ordre de succession dans le temps des événiments qui ont lieu dans le même point d'un système d'inertie quelconque (c'est-à-dire la compatibilité avec le principe de causalité).

g) L'invariance de l'ordre des points sur une droite, considérés, simultanément dans un système d'inertie quelconque.

Quant à la valeur de la constante universelle $k_0 \geqslant 0$, sa détérmination dépasse les prémisses de cette analyse. Il y a donc deux variantes possibles, dont le choix relève de l'expérience :

I) *La constante est nulle* ($k_0 = 0$). En ce cas, la transformation inertiale générale se réduit à la transformation de Galilée :

$$\Delta \mathbf{r}_2 = \Delta \mathbf{r}, - \mathbf{v}\Delta t_1 ; \qquad \Delta t_2 = \Delta t_1 \tag{37}$$

Pour cette transformation, l'invariant (36) coïncide avec la durée (la simultaneité a un caractère absolu) ; la masse est indépendante de la vitesse et il n'existe pas de vitesse limite de mouvement.

II) *La constante n'est pas nulle* ($k_0 > 0$). En ce cas, la transformation intertiale générale se réduit, en posant $k_0 = 1/c_0^2$, à la transformation de Lorentz générale (en notation vectorielle)

$$\left.\begin{aligned} \Delta \mathbf{r}_2 &= \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c_0^2}} \left[\frac{\mathbf{v}}{v} \left(\Delta \mathbf{r}_1 \frac{\mathbf{v}}{v} \right) + \sqrt{1 - v^2/c_0^2}\, \frac{\mathbf{v}}{v} \times \left(\Delta \mathbf{r}_1 \times \frac{\mathbf{v}}{v} \right) - \mathbf{v}\, \Delta t_1 \right] \\ \Delta t_2 &= \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c_0^2}} \left[\Delta t_1 - \frac{\mathbf{v}}{c_0^2} \Delta \mathbf{r}_1 \right] \end{aligned}\right\} \tag{38}$$

Pour cette transformation, l'invariant (53) est l'invariant d'univers $\Delta s^2 = \Delta \mathbf{r}^2 - c_0 \Delta t^2$; la masse croît avec la vitesse ; il existe une vitesse limite de mouvement des corps ($v < c_0$), une „contraction" des longueurs longitudinales et une „dilatation" des durées propres, etc.

5. Conclusions. Les conditions purement cinématiques, qui résultent de la définition des systèmes d'inertie, sont suffisantes pour établir la plus générale forme des relations de transformation des coordonnées et du temps qui accompagnent le changement du système d'inertie de référence. Cette forme est obtenue sans faire recours au caractère linéaire de ces relations, ou à l'existence d'un invariant métrique fondamental et n'a que deux sous-espéces : la transformation de Galilée et celle de Lorentz. La vérification expérimentale d'une conséquance spécifique particulière de l'une de ces transformations est suffisante comme *expérience cruciale* pour établir sa valabilité, sans recourir

à l'Optique ou à l'Électromagnetisme. Il suffit, par exemple, d'établir l'existence de la variation de la durée, ou de l'inadditivité des vitesses, ou de la variation de la masse — sans trouver la loi exacte de ces phénomènes — pour prouver la valabilité de la transformation de Lorentz.

On démontre, toutefois, que l'existance d'une „contraction" des durées, d'une „dilatation" des longueurs, ou d'une décroissance de la masse avec la vitesse (conséquences impliquées par la valeur $k_0 < 0$ c'est-à-dire par $\alpha = \sqrt{1 + v^2/c_0^2}$) est incompatible avec l'équivalence des systèmes d'inertie.

La Chaire d'Electrotechnique
Institut Polytechnique de Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *Л. И. Манделштам* — Лекций по теорий относителностй (pp. 90—305 din opere complete vol. V Изд. Акад. Наук СССР 1950).
2. *R. Răduleț* — Teoria relativității. Universitatea C. I. Parhon, București.

ОБЩЕЕ ИНЕРЦИОННОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ

(Краткое содержание)

На основании чисто кинематических соображений выводится преобразования координат пространства и времени, п. и изменении инерционной системы сравнения. При выводе не учитывается линейный характер соотношений и наличие метрическово инварианта.

Далее излагается целесообразность полученного инерционного преобразования (допускающего лишь два варианта: преобразование галилея и преобразование лоренца) для обоснования релятивистский кинематики, не придегая при этом к оптике или к электромагнетизму.

THE GENERAL INERTIAL TRANSFORMATION

(Summary)

On pure kinematical considerations is deduced the most general form of the transformation relations of the space and time co-ordinates, implied by the change of the reference inertial system. The linearity of equations and the existence of a metrical invariant are not postulated. Follows the analysis of the utility of this transformation (that has only two species: the Galilei- and the Lorentz transformation) in founding the relativistical Kinematics, without optical or electromagnetical aids.

LA TRANSFORMATION INERTIALE GÉNÉRALE

(Résumé)

En partant de considérations purements cinématiques on déduit la forme la plus générale des relations de transformation des coordonées et du temps, impliquée par le changement du système intertial de référence. La démonstration présentée ne suppose pas que ces relations soient linéaires et n'utilise point l'existence d'un invariant métrique fondamental. On analyse ensuite l'importance de la transformation ainsi déduite (qui ne présente que deux variantes possibles : celle de Galilée et celle de Lorentz) pour établir les fondements de la Cinématique relativiste sans recourir à l'Optique ou à l'Électromagnétisme.

DIE ALLGEMEINE INERTIALTRANSFORMATION

(Zusammenfassung)

Auf Grund reiner kinematischen Betrachtungen wird die allgemeinste Form der Transformationbeziehungen der Raum- und Zeitkoordinaten beim Übergang zu anderen Intertialbezugssystemen erhalten. Bei der Erörterung wird der lineare Charakter der Beziehungen, oder die Existenz eines metriaschen Invarianten, überhaupt nicht benutzt. Es wird dann des Nutzen dieser Transformation (die nur zwei mögliche Varianten gestattet : die Galilei- und die Lorentztransformation) für die Begründung der relativistischen Kinematik erörtert, ohne dabei an die Optik oder an den Elektromagnetismus heranzutreten.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 2

HIDRAULICA

METODA SIMILITUDINEI ÎN FENOMENUL LOVITURII DE BERBEC *

de MIRCEA-DIMITRIE CAZACU

Importanța încercărilor pe model în fenomenele de lovitură de berbec o vedem a fi dictată, pe de o parte, de importanța consecințelor acestor fenomene în general în tehnică (lovituri de berbec în conducte forțate, în aspiratoare de turbine, la stațiile de pompare, la pompele de injecție ale motoarelor Diesel, etc.), iar pe de altă parte, de dificultățile mari în ce privește aplicarea metodelor existente la schemele hidraulice complicate și în cazul condițiilor variate de exploatare ce se întîlnesc în practică, mai ales cînd s-ar impune considerarea multiplelor cauze, care condiționează evoluția în timp a acestor fenomene.

Astfel, pentru a stabili, și în consecință a putea preveni sau înlătura, situațiile defavorabile ce se creiază într-o instalație hidraulică dată, prin apariția unor presiuni dinamice mari în anumite condițiuni speciale de manevră, credem expeditivă metoda încercării pe modele reduse, care datorită complexității fenomenului real, și-ar găsi aici cu prisosință domeniu de aplicare [1].

Odată construit modelul instalației hidraulice, după principiile expuse mai jos, pentru fiecare caz deosebit de exploatare putem stabili ușor manevrele defavorabile, din analiza unui număr mare de diagrame de variații de presiuni, ce se pot înregistra sau numai observa în diverse puncte ale instalației, prin intermediul aparatajului electronic uzual.

1. Mișcarea nepermanentă și unidimensională cea mai generală, în cazul micilor perturbații de densitate, deci a propagării lor cu viteza constantă c a sunetului [2], este caracterizată prin următorul sistem de

* Comunicare prezentată la a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București (1 noimebrie 1959).

trei ecuații diferențiale cu derivate parțiale: ecuația de mișcare, ecuația de continuitate a mediului fluid și ecuația fizică de stare

$$\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial x}=-g\sin\alpha+\frac{4}{3}\nu\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t}+\varrho\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial \varrho}{\partial x}=0 \qquad (1)$$

$$p(\varrho)=p_0+(\varrho-\varrho_0)c^2, \text{ cu } c=\text{const.}$$

În mișcarea de mai sus, fluidul a fost considerat greu, compresibil și vîscos.

Pentru fenomenul de lovitură de berbec realizat pe modelul de laborator la scara spațială $1:\lambda=l':l$ și temporală $1:\tau=t':t$, va fi valabil sistemul (2) de ecuații cu derivate parțiale, care fiind identic cu (1), toate mărimile fizice fiind însă marcate cu prim *), nu-l mai scriem.

Pe de altă parte, ținînd seama de scările lungimilor și a timpilor și de dimensiunile mărimilor fizice ce intervin aici, sistemul (1) se poate scrie:

$$\frac{\lambda}{\tau^2}\frac{\partial v'}{\partial t'}+\frac{\lambda}{\tau^2}v'\frac{\partial v'}{\partial x'}+\frac{1}{\varrho\lambda}\frac{\partial p}{\partial x'}=-g\sin\alpha+\frac{4}{3}\frac{\nu}{\lambda\tau}\frac{\partial^2 v'}{\partial x'^2}$$

$$\frac{1}{\tau}\frac{\partial \varrho}{\partial t'}+\frac{1}{\tau}\varrho\frac{\partial v'}{\partial x'}+\frac{1}{\tau}v'\frac{\partial \varrho}{\partial x'}=0 \qquad (3)$$

$$\Delta p=c^2\Delta\varrho.$$

Cum însă, mărimile fizice corespunzătoare modelului verifică sistemul (2), comparînd acest sistem cu (3) și trecînd la diferențe finite, obținem următoarele relații între criteriile de similitudine, din condiția ca ecuațiile respective să aibă coeficienții proporționali:

— pentru ecuațiile de mișcare

$$\frac{\lambda}{\tau^2}=\frac{\Delta p/\varrho\lambda}{\Delta p'/\varrho'}=\frac{g}{g'}=\frac{\nu/\lambda\tau}{\nu'},$$

de unde, introducînd notațiile clasice,

$E_u=\dfrac{\Delta p}{\varrho v^2}$, numărul Euler

$F_r=\dfrac{v^2}{gh}$, numărul Froude

$R_e=\dfrac{vD}{\nu}$, numărul Reynolds

*) Excepție face unghiul α între axa conductei și planul orizontal, care se păstrează datorită similitudinei geometrice.

rezultă :

$$\frac{E_u}{E_u'} = \frac{F_r'}{F_r} = \frac{R_e'}{R_e} = 1 \,, \tag{4}$$

deci nu numai raportul lor, ci însăşi numerele de similitudine trebuie să fie egale.

— pentru ecuaţiile de continuitate, înmulţind în (3) cu τ , în condiţia $\frac{1}{\tau} \neq 0$, avem :

$$\frac{\Delta \varrho}{\Delta \varrho'} = \frac{\varrho}{\varrho'} \,,$$

sau notînd cu

$$C_\varrho = \frac{\Delta \varrho}{\varrho} \,, \text{ criteriul densităţii,} \tag{5}$$

rezultă :

$$\frac{C_\varrho}{C_\varrho'} = 1 \,, \tag{6}$$

adică variaţia relativă a densităţii trebuie să fie aceiaşi pe model ca şi în natură.

— din ecuaţiile de stare rezultă :

$$\frac{\Delta p / \Delta \varrho}{\Delta p' / \Delta \varrho'} = \frac{c^2}{c'^2} \,,$$

sau notînd cu

$$C_c = \frac{\Delta p / \Delta \varrho}{c^2} \,, \text{ criteriul vitezei sunetului,} \tag{7}$$

rezultă :

$$\frac{C_c}{C_c'} = 1 \,. \tag{8}$$

Vom oberva următoarele :

a) În general pentru fenomenele de lovitură de berbec, ce au loc în conducte forţate, se pleacă de la sistemul simplificat şi linearizat de ecuaţii :

$$\begin{aligned} &\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ &\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \varrho \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \\ &\Delta p = c^2 \, \Delta \varrho \,, \end{aligned} \tag{9}$$

care deşi nu conţine în ecuaţia de mişcare termenul corespunzător forţelor masice gravitaţionale, conduce totuşi la numărul Froude de simi-

litudine, numai prin faptul exprimării presiunii în coloană de lichid de densitate constantă, $p = \gamma y$.
În acest caz sistemul (9) devine:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + g\frac{\partial y}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \varrho\frac{\partial v}{\partial x} = 0 \qquad (10)$$

$$\Delta y = \frac{c^2}{g}\frac{\Delta \varrho}{\varrho}.$$

În legătură cu aceasta întrevedem posibilitatea executării de modele reduse cu gaze, comprimate într-un recipient suficient de mare și din care acestea s-ar scurge în atmosferă printr-o conductă similară cu cea din natură, în lungul căreia ar avea loc fenomene, asemenea dinamic, ale propagării de unde de presiune. Între numerele Euler și Froude corespunzătoare celor două scurgeri există o relație de invers proporționalitate, deoarece avem:

$$E_u = \frac{\Delta p}{\varrho v^2} = \frac{\gamma h}{\varrho v^2} = \frac{gh}{v^2} = \frac{1}{F_r}. \qquad (11)$$

b) Din ecuația de continuitate rezultă*) simplexul de similitudine (5), care, ținînd cont de expresia vitezei de propagare a sunetului în mediu nelimitat, sau limitat de o conductă rigidă

$$c^2 = \frac{\epsilon}{\varrho} = \frac{1}{\alpha\varrho}, \qquad (12)$$

și de expresia modulului de compresibilitate**)

$$\alpha = \frac{1}{\epsilon} = \frac{\Delta\varrho/\varrho}{\Delta p}, \qquad (13)$$

se mai poate scrie:

$$C_\varrho = \frac{\Delta\varrho}{\varrho} = \alpha\,\Delta p = \frac{\Delta p}{\epsilon} = \frac{\Delta p}{\varrho c^2}. \qquad (14)$$

c) Numărul Mach, care se utilizează obișnuit drept simplex de similitudine***), presupune un anumit raport între trei dintre criteriile deduse direct din sistemul de ecuații (1), deoarece se vede ușor că avem:

$$M_a = \frac{v}{c} = \sqrt{\frac{C_\varrho\, C_c}{E_u}}. \qquad (15)$$

*) De fapt numai în cazul fluidelor compresibile.
**) Referitor la similitudinea scurgerii compresibile a gazelor, a se vedea și D Germani [3].
***) Criteriu de similitudine în care intervin mărimi fizice de aceiași natură,

Observăm totodată, că în condițiile punctului *b*, avem $C_c = 1$ și $C'_c = 1$, ceea ce asigură în acest caz îndeplinirea condiției de similitudine (8).

Remarcăm cu această ocazie, că verosimilul în această chestiune provine atît din ipoteza micilor variații de presiuni, cînd p (ϱ) admite o dezvoltare de forma (1), cît și din autoritatea încă nelimitată strict pînă în prezent a formulelor (12) și (13) [4].

2. Să analizăm acum posibilitatea construirii modelului hidraulic similar dinamic realității, în cazul sistemului de ecuații (9) sau (10).

a) În cazul sistemului (9), cînd fluidul se scurge în virtutea diferențelor de presiuni, avem de îndeplinit următoarele relații de similitudine, echivalente similitudinei compuse Euler-Mach:

$$\frac{\dfrac{\Delta p}{\varrho}}{\dfrac{\Delta p'}{\varrho'}} \frac{\tau^2}{\lambda^2} = \frac{E_u}{E'_u} = 1$$

$$\frac{\Delta\varrho/\varrho}{\Delta\varrho'/\varrho'} = \frac{C_\varrho}{C'_\varrho} = 1 \qquad (16)$$

$$\frac{\dfrac{\Delta p/\Delta\varrho}{c^2}}{\dfrac{\Delta p'/\Delta\varrho'}{c'^2}} = \frac{C_c}{C'_c} = 1,$$

sau

$$\frac{\Delta p/\varrho}{\Delta p'/\varrho'} = \frac{\lambda^2}{\tau^2}$$

$$\frac{c}{c'} = \frac{\lambda}{\tau},$$

de unde se vede că modelul poate fi executat la orice scară, respectîndu-se numai relația

$$\frac{\dfrac{\Delta p}{\varrho}}{\dfrac{\Delta p'}{\varrho'}} = \frac{c^2}{c'^2}. \qquad (17)$$

b) În cazul sistemului (10). cînd fluidul se scurge sub acțiunea greutății sale, avem următoarele relații de similitudine, echivalente simi-

litudinei compuse Froude-Mach:

$$\frac{\lambda}{\tau^2}\frac{g'}{g} = \frac{Fr}{F_r'} = 1$$

$$\frac{\frac{\Delta\varrho}{\varrho}}{\frac{\Delta\varrho'}{\varrho'}} = \frac{C_\varrho}{C_\varrho'} = 1 \tag{18}$$

$$\frac{\frac{c^2}{g}\frac{\Delta\varrho}{\varrho}}{\frac{c'^2}{g'}\frac{\Delta\varrho'}{\varrho'}} = \lambda,$$

de unde rezultă condiția pentru scara modelului

$$\lambda = \frac{c^2}{c'^2}\frac{g'}{g}. \tag{19}$$

Deoarece în general $g = g'$, și cum sîntem interesați deobicei ca $\lambda > 1$, rezultă din (19) că trebuie să avem

$$c > c'. \tag{20}$$

c) Observăm că satisfacerea relației (20) nu implică neapărat schimbarea fluidului pe model, deoarece viteza de propagare a sunetului în sistemul elastic fluid-conductă c_s, depinde și de caracteristicile conductei, avînd după Korteveg [5] următoarea expresie:

$$c_s = \frac{c}{\sqrt{1 + \frac{\epsilon}{E}\frac{D}{s}}}. \tag{21}$$

Acest lucru a sugerat considerarea unei similitudini compuse Froude-Mach-Reynolds, în care să se păstreze constant și criteriul Reynolds de similitudine, schimbîndu-se de astă dată în mod obligator fluidul de experimentare pe model. Apreciem a fi important, efectul termenului forțelor de frecare vîscoasă, din sistemul de ecuații cu derivate parțiale (1), în desfășurarea fenomenului loviturei de berbec, acest lucru punîndu-se în evidență de exemplu în cercetările lui L. Bergeron [6] [7], ca și într-un studiu recent al nostru [8], în care se dă soluția matematică exactă a sistemului (1) linearizat.

Astfel, din considerarea similitudinei compuse Froude-Mach, pe de o parte, rezultă:

$$F_r = \frac{v^2}{gh} = F_r' \rightarrow \frac{\lambda}{\tau_2} = \frac{g}{g'}$$

$$Ma_s = \frac{v}{c_s} = M_{a_s}' \rightarrow \frac{\lambda}{\tau} = \frac{c_s}{c_s'},$$

de unde obținem valoarea scării modelului

$$\lambda = \left(\frac{c_s}{c_s'}\right)^2 \frac{g'}{g}, \tag{22}$$

iar pe de altă parte, din considerarea similitudinei compuse Froude-Reynolds, rezultă în plus

$$R_e = \frac{vD}{\nu} = R_e' \rightarrow \frac{\lambda^2}{\tau} = \frac{\nu}{\nu'},$$

și în acest al doilea caz avem:

$$\lambda = \left(\frac{\nu}{\nu'}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{g'}{g}\right)^{\frac{1}{3}}. \tag{23}$$

Egalînd cele două valori ale scării modelului date de relațiile (22) și (23), obținem relația de condiție între mărimile fizice ce determină caracterul mișcării în realitate și pe model, sub forma unui *criteriu de similitudine compusă*

$$S_c = \frac{c_s^3}{g\nu} = \frac{c_s'^3}{g'\nu'} = \text{const.} \tag{24}$$

Condițiile teoretic exacte, necesare îndeplinirii similitudinei mecanice complete în cazul acestui tip mai general de similitudine compusă, vor fi arătate la punctul 3.

Să analizăm acum posibilitățile practice de realizare a unui model hidraulic, corespunzător acestui caz de similitudine compusă, în condiția cea mai probabilă $\lambda > 1$. Presupunînd deocamdată $g = g'$, se vede din (23) că ar fi necesar ca

$$\nu' < \nu. \tag{25}$$

Cum în natură fluidul uzual este apa ($\nu \approx 1{,}01 \times 10^{-6}$ m²/s), iar pentru model s-ar alege mercurul ($\nu' \approx 0{,}115 \times 10^{-6}$ m²/s), observăm că abia se obține $\lambda \approx 4{,}25$, ceea ce în unele situații ar face imposibilă construirea modelului din cauza mărimii lui. Astfel, reducerea mai departe a modelului hidraulic s-ar putea face luînd $g' > g$, acest lucru realizîndu-se prin centrifugarea lui într-o mașină de centrifugat specială [9], sau așezînd modelul într-un cîmp de atracție magnetic, creiat de o distribuție uniformă de electromagneți.

În ce privește micșorarea vitezei de propagare a sunetului pe conductele modelului (20), cerută de relația (24) sau (22), aceasta se poate realiza atît prin dimensionarea corespunzătoare a conductelor cît și prin confecționarea lor din materiale cu elasticitate mare (cauciuc, mase plastice, etc.). În acest sens au fost deja utilizate conducte speciale, obținute prin introducerea în interiorul unei conducte metalice a unui tub de cauciuc plin cu aer comprimat [10].

Posibilitatea emulsionării apei [1] o vedem mai puțin indicată în acest caz.

3. Să vedem acum condiția ce trebuie respectată pentru a avea similitudine mecanică completă în cazul utilizării pe model a conductelor cu elasticitate sporită. Remarcăm totodată, că această finețe în calculul modelului ar putea avea influență în special în cazul conductelor supraelastice, pentru care ecuația de continuitate s-ar schimba esențial.

Considerînd conducta ca un tub de curent de secțiune S, variabilă sub acțiunea variațiilor de presiune, să vedem mai îndeaproape criteriile de similitudine ce rezultă din ecuația de continuitate. Pentru fenomenul din natură, avem:

$$\frac{\partial(\varrho S)}{\partial t}+\frac{\partial(\varrho S v)}{\partial x}=S\frac{\partial \varrho}{\partial t}+\varrho\frac{\partial S}{\partial t}+Sv\frac{\partial \varrho}{\partial x}+\varrho v\frac{\partial S}{\partial x}+\varrho S\frac{\partial v}{\partial x}=0, \quad (26)$$

iar pentru cel de pe model o ecuație (27) analoagă cu (26), în care însă toate mărimile sînt marcate cu prim.

Să studiem cele două cazuri aparent posibile:

a) Secțiunile conductei pe model sînt similare cu cele din natură, variația lor nefiind însă similară din cauza calității materialului, grosimii peretelui sau variațiilor de presiune diferită. În acest caz ecuația (26) se poate scrie:

$$\frac{\lambda^2}{\tau}S'\frac{\partial \varrho}{\partial t'}+\frac{\varrho}{\tau}\frac{\partial S}{\partial t'}+\frac{\lambda^2}{\tau}S'v'\frac{\partial \varrho}{\partial x'}+\frac{\varrho}{\tau}v'\frac{\partial S}{\partial x'}+\frac{\lambda^2}{\tau}\varrho S'\frac{\partial v'}{\partial x'}=O. \quad (28)$$

Comparînd (27) cu (28), după înmulțirea celei din urmă cu τ/λ^2, și trecînd la diferențe finite, obținem:

$$\frac{\Delta \varrho}{\Delta \varrho'}=\frac{\varrho\,\Delta S}{\lambda^2\varrho'\,\Delta S'}=\frac{\varrho}{\varrho'},$$

sau ținînd cont de (5),

$$\frac{C_\varrho}{C'_\varrho}=\frac{\Delta S}{\lambda^2\,\Delta S'}=1. \quad (29)$$

Din ultimele rapoarte rezultă:

$$\frac{\Delta S}{\Delta S'}=\lambda^2, \quad (30)$$

adică variațiile secțiunilor trebuie să fie la rîndul lor geometric similare, pentru a avea similitudinea dinamică a fenomenelor.

Să vedem acum condiția pe care trebuie s-o satisfacă grosimile pereților conductelor de pe model și din natură, pentru ca variațiile secțiunilor lor să fie geometric similare. Considerînd conductele suficient de subțiri, putem scrie:

$$\sigma=\frac{\Delta p\,D}{2s}=\varepsilon E=\frac{\Delta D}{D}E, \quad (31)$$

și cum $\Delta S \sim D\,\Delta D$, înlocuim totul în (30) și obținem:

$$\frac{\Delta S}{\Delta S'} = \frac{D^3\,\Delta p\, s'\, E'}{D'^3\,\Delta p'\, s\, E} = \lambda^2,$$

de unde, ținînd cont de (4) și (12) deducem:

$$\frac{s}{s'} = \lambda\,\frac{\Delta p\, E'}{\Delta p'\, E} = \lambda\,\frac{E_u}{E'_u}\,\frac{v^2}{E/\varrho}\,\frac{E'/\varrho'}{v'^2}. \tag{32}$$

Înmulțind și împărțind cu pătratul vitezei de propagare a sunetului în mediu nelimitat (12), egalitatea (32) devine:

$$\frac{s}{s'} = \lambda\,\frac{M_a^2}{M_a'^2}\,\frac{E_u}{E'_u}\,\frac{\epsilon/E}{\epsilon'/E'}. \tag{33}$$

Această expresie, pusă sub forma:

$$\frac{\dfrac{s\,E}{D\,\epsilon}}{\dfrac{s'\,E'}{D'\,\epsilon'}} = \frac{M_a^2}{M_a'^2}\,\frac{E_u}{E'_u}, \tag{34}$$

permite următoarea precizare în legătură cu corectitudinea punerii problemei similitudinei compuse în fenomenul loviturei de berbec. Din formula lui Korteveg (21) putem calcula expresia:

$$\frac{s\,E}{D\,E} = \frac{c_s^2}{c^2 - c_s^2},$$

care introdusă în relația (34) ne dă condiția corectitudinei problemei

$$M_{a_s}^2 - M_a^2 = M'^2_{a_s} - M'^2_a = \text{const.} \tag{35}$$

Cum în cazul similitudinei tricompuse Froude-Mach-Reynolds se presupune

$$M_{a_s} = M'_{a_s} = \text{const.}, \tag{36}$$

din (35) rezultă că trebuie să avem și

$$M_a = M'_a = \text{const.}, \tag{37}$$

ceea ce este echivalent cu relația

$$C_p = \frac{c}{c_s} = \frac{c'}{c'_s} = \text{const.}, \tag{38}$$

care trebuie îndeplinită pentru corectitudinea acestei similitudini compuse, și care conduce la

$$\frac{s\,E}{D\,\epsilon} = \frac{s'E'}{D'\epsilon'} = \text{const.} \tag{39}$$

b) În cazul general, cînd nici secțiunile conductei de pe model și din natură și nici variațiile lor nu sînt similare, datorită eventual comodității realizării similitudinei Reynolds, ecuația (26) se poate scrie:

$$\frac{S}{\tau}\frac{\partial \varrho}{\partial t'}+\frac{\varrho}{\tau}\frac{\partial S}{\partial t'}+\frac{Sv'}{\tau}\frac{\partial \varrho}{\partial x'}+\frac{\varrho v'}{\tau}\frac{\partial S}{\partial x'}+\frac{\varrho S}{\tau}\frac{\partial v'}{\partial x'}=O. \tag{40}$$

Comparînd această ecuație cu (27), trecînd la diferențe finite și notînd cu

$$C_S=\frac{\Delta S}{S}=\text{const.}, \text{ criteriul secțiunilor,} \tag{41}$$

obținem condițiile de similitudine:

$$\frac{C_\varrho}{C'_\varrho}=\frac{C_s}{C'_s}=1. \tag{42}$$

Se poate vedea ușor că și în acest caz, condiția ce trebuie îndeplinită de către conductele elastice din natură și model, pentru ca variațiile relative ale secțiunilor lor să fie aceleași, este analoagă cu (34).

Desigur, că în studiul fenomenului complex de lovitură de berbec, s-ar mai putea considera și influența altor parametri de care ar depinde desfășurarea sa în timp, ca de exemplu efectul inerției conductei la deformarea sa elastică și al contracției longitudinale în cazul conductelor scurte [11], dar considerăm că în studiul de față am ținut cont de principalii factori care ar exercita o influență esențială în legătură cu o corectă tratare a problemei similitudinei acestui fenomen.

Totodată observăm, că cercetări experimentale sistematice privind similitudinea compusă Froude-Mach-Reynolds, ar putea aduce un aport prețios în studiul problemei efectului de scară.

Laboratorul de Hidraulică
Institutul Politehnic, București

BIBLIOGRAFIE

1. *I. V. Eguiasaroff.* — Modèles réduits de grands réseaux avec usines hydroélectriques, et influence du coup de bélier. La Houille Blanche, nr. 4, Août-Sept., 1958, p. 454.
2. *M. D. Cazacu.* — Mouvements unidimensionnels et non-permanents des fluides compressibles, dans le cas des petites variations de pression, avec des applications au coup de bélier. Buletinul Institutului Politehnic București, tom. XX, fasc. 3, 1958, p. 59.
3. *D. Germani.* — Synthèse des lois de similitude dynamique et formules dans le cas, des fluides compressibles. Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées de l'École Polytechnique de Bucarest. I-ère année (1930) Nr. 3, p. 163.

4. *D. Bungetzianu.* — Résonance des liquides. Vitesse du son dans les liquides. Imprimerie de l'État, Bucarest, 1914, p. 174.
5. *В. А. Красильников* — Звуковые волны. Гостехтеориздат, Москва, 1954, p. 282.
6. *L. Bergeron.* — Variations de régime dans les conduites d'eau. Revue générale de l'Hhydraulique. Nr. 1/2, 1935.
7. *L. Bergeron.* — Du coup de bélier en hydraulique au coup de foudre en électricité. Dunod, Paris, 1950, p. 41 și 111.
8. *M. D. Cazacu.* — Mișcări lente, nepermanente și unidimensionale ale fluidelor compresibile, ușoare și vîscoase, în cazul micilor variații de presiune, cu aplicații la fenomenul loviturei de berbec directe. Sub tipar.
9. *Л. И. Седов.* Методы подобия и размерности в механике. Гостехтеориздат, Москва, 1954, p. 63.
10. *G. Réméniéras.* — Dispositif simple pour réduire la célérité des ondes élastiques dans les conduites en charge: application à la protection contre certains coups de bélier. La Houille Blanche, Nr. spécial A. Mars, 1952, p. 172.
11. *В. В. Егоров.* К вопросу о гидравлическом ударе в трубах. Оборонгиз, Москва, 1958.

МЕТОД ПОДОБИЯ В ЯВЛЕНИЕ ГИДРАВЛИЧЕСЛОГО УДАРА

(Краткое содержание)

Исходя из системы уравнения с частными производными (1), характеризующей в общем явление гидравлического удара, выводятся критерии механического подобия и делаются некоторые полезные замечания.

В продолжение, рассматриваются сложные подобия Фруда (Ейлера)-Маха и Фруда-Маха-Рейнольдса, одновременно показывая возможность их моделирования.

В последней части углубляется вопрос подобного деформирования эластической трубы, отмечая уравнение непрерывности в виде (26), действительное для элементарной трубки тока переменного сечения. По этому поводу, показывается правильная постановка задачи сложного подобия в явлении гидравлического удара.

THE SIMILITUDE METHOD IN THE WATER-HAMMER PHENOMENON

(Summary)

In this work one starts from the system with partial derivatives (1), which characterise generally the waterhammer phenomenon. The criterions of mechanic similitude are here deduced and further useful conclusions are drawn.

The complex similitudes Froude (Euler)-Mach and Froude-Mach-Reynolds are then studied and the possibility of model construction based on them is shown.

In the last part the problem of similar deformation of the elastic pipe-line is discussed; for this purpose the continuity equation written, for the case of a tube of flow of a variable section, as (26) is used.

In this connection a special attention is paid to the correctness of problem formulation of the complex similitude for the water-hammer phenomenon.

LA MÉTHODE DE LA SIMILITUDE CONCERNANT LE PHÉNOMÈNE DU COUP DE BÉLIER

(Résumé)

Dans ce travail on part du système d'équations différentielles aux derivées partielles (1), qui caractérise en général le phénomène du coup de bélier, et on en déduit par une voie plus intime l'ensemble des critériums de similitude qui y interviennent, tout en faisant quelques observations utiles.

Par la suite, on étudie la similitude composée Froude (Euler)-Mach et Froude-Mach-Reynolds, en montrant toutefois les possibilités pratiques de modelage.

Dans la dernière partie on aproffondit le problème de la déformation géométriquement similaire de la conduite élastique, en partant de l'équation de continuité mise sous la forme (26), qui est valable dans le cas d'un tuyau de courant de section variable. A ce propos, on montre la correctitude de la mise du problème de similitude composée au phénomène du coup de bélier.

DIE AHNLICHKEITSMETHODE FÜR DAS PHÄNOMEN DES WASSERSCHLAGES

(Zusammenfassung)

Von dem partiellen Differenzialgleichungssystem (1) ausgehend, welches im allgemeinen das Phänomen des Wasserschlages charakterisiert, werden die Kriterien der mechanischen Ähnlichkeit abgeleitet und einige zusätzliche Bemerkungen gemacht.

Komplexe Froude (Euler)-Mach, und Froude-Mach-Reynolds Ähnlichkeiten werden hier erforscht, und gleichzeitig die Möglichkeit ihrer Modellierung angezeigt.

Im letzten Teil wird das Ähnlichkeits-problem der Deformation des elastischen Rohres untersucht; zu diesem Zwecke wird die Form (26) der Kontinuitätsgleichung benützt, welche im Falle eines Stromfadens von veränderlichem Querschnitt gültig ist.

Bei diesen Gelegenheit, wird die korrekte Problemstellung der komplexen Ähnlichkeit für das Phänomen des Wasserschlages hervorgehoben.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 2

CHIMIA

SUR LA RÉDUCTION ÉLECTROLYTIQUE A L'AIDE DES CATHODES ROTATIVES *

par LYA BLUM LAZAR et ION ATANASIU

L'utilisation des cathodes rotatives dans les réactions d'électro-réduction a constitué, depuis un certain temps, l'objet d'une série de recherches intéressantes.

Au cours des premiers travaux, les électrodes rotatives ont été employées surtout dans les méthodes polarographiques de mesure de certaines réactions d'oxydo-réduction.

En même temps on a effectué une série de recherches réussies dans le domaine de la synthèse électrochimique.

Les recherches polarographiques ont eu pour but principal une étude comparative des électrodes de platine rotatives (à fil ou à disque horizontal) et de l'électrode à goutte de mercure [2—5] [10—14] [25—29]. Les résultats obtenus ont démontré que les courbes de polarisation ne sont pas sensiblement affectées. L'équation courant-tension ne souffre aucune modification dans le cas de l'électrode de platine, et les polarogrammes obtenues concordent avec cette équation [4].

Dans les recherches au cours desquelles on a utilisé les électrodes rotatives dans des réactions d'électro-réduction on a étudié : l'électrolyse du chlorure de sodium NaCl [1], [7], [16], du sulfate de sodium Na_2SO_4 et du nitrate de sodium [1], [7], la préparation des chlorates alcalins [18], la préparation de l'oxyde cuivreux par électrolyse [19], les dépôts galvaniques de zinc [17], l'électrolyse du cadmium [24], la réduction et l'oxydation de certains composés organiques [6], [22]. Dans notre laboratoire, l'utilisation des électrodes rotatives a été initiée en 1957 pour la réduction électrolytique de certains nitro-dérivés en milieu hétérogène [31], [32].

On a constaté dans tous les cas une augmentation du rendement de courant par comparaison à l'électrolyse à électrodes stationnaires avec ou sans agitation, de même qu'une amélioration des conditions opératoires. On a proposé aussi un certain nombre de brevets [7], [8], [16], concernant des outillages appropriés pour ce genre d'électrodes appliquées aux cellules de type industriel.

---

* Communication presentée à la V-ème session scientifique des cadres didactiques de l'Institut Polytechnique de Bucarest (le 31 octombre 1959).

Les réductions en système hétérogène, telles que celles étudieés par nous, dans lesquelles la condition essentielle pour obtenir un bon rendement de courant est l'émulsion de la solution par agitation, présentent un intêret tout particulier.

Dans ce qui suit nous reproduisons d'une manière succinte nos observations sur le mécanisme de réduction de certains nitrodérivés, effectuées à l'aide d'électrodes rotatives en milieu hétérogène, en cherchant d'établir l'influence exercée par ces électrodes sur la polarisation cathodique totale.

La polarisation cathodique totale la somme de la polarisation de concentration et de celle électrochimique, est due au fait qu'un seul, ou plusieurs des étapes de processus de réduction se déroulent en rytme lent. Indépendamment du mécanisme intime de la réduction cathodique, les étapes de la réduction électrolytique en milieu hétérogène sont les suivantes :

1) Le déplacement par diffusion, émulsion, agitation, etc. des molécules de dépolarisant vers la couche double électrique.

2) L'action de la couche double électrique sur la structure électronique et chimique de la molécule de dépolarisant.

3) L'action de réduction chimique et électrochimique sur la molécule de dépolarisant.

4) L'élimination du produit obtenu par réduction.

Si la première ou la dernière étape est lente, on se trouve en présence d'une polarisation de concentration, plus élevée ou plus réduite ; si l'une des autres étapes est lente il apparaît une polarisation électrochimique.

Les études expérimentales effectuées par nous sur la réduction des nitro-derivés aromatiques à l'aide d'une cathode rotative ont mis en évidence, dans tous les cas, une chute du potentiel cathodique dans l'électrolyse à cathode rotative, par comparaison à la réduction électrolytique à cathode stationnaire avec agitation de la solution. Cette chute du potentiel cathodique varie aussi en fonction des autres conditions opératoires, mais elle se maintient aux environs de 0,5—1 volts.

L'influence des cathodes rotatives sur la polarisation électrochimique.

En général, tous les nitro-dérivés manifestent de bonnes propriétés en tant que dépolarisants cathodiques, nonobstant le fait que les réductions de ce type ne peuvent pas être considérées réversibles. La vitesse de réduction est suffisamment élevée pour ne pas nécessiter une surtension cathodique. Par exemple, le potentiel de réduction du p-nitrophénétole, mesuré par nous, s'est avéré plus positif d'environ 0,4 volts que le potentiel de décharge de l'hydrogène [30].

D'autre part, une comparaison entre les courbes polarographiques pour la réduction cathodique à électrode rotative et celles pour l'électrode stationnaire avec agitation énergique de la solution, démontre que les potentiels de demi-palier sont très rapprochés dans les deux cas,

ce qui prouve que la polarisation électrochimique n'est presque pas modifiée.

Les travaux effectués par d'autres auteurs, sur d'autres systèmes, ont montré de même que la polarisation électrochimique varie en proportion négligeable en utilisant des cathodes rotatives.

Il est donc permis de conclure que les électrodes rotatives augmentent seulement la vitesse de réduction, sans toutefois influencer le mécanisme de la réaction.

Cette déduction est encore mieux étayée par l'étude de l'influence de la cathode rotative sur la polarisation de concentration.

L'influence des cathodes rotatives sur la polarisation de concentration.

Les recherches de Kambara et de ses collaborateurs ont démontré que la couche de diffusion formée sur une électrode rotative de platine est beaucoup plus mince que celle formée sur une électrode à goutte de mercure, ou sur une électrode stationnaire, ce qui augmente la vitesse de réduction.

La couche de diffusion et le courant-limite de diffusion varient avec la vitesse de rotation de l'électrode.

Le courant-limite de diffusion qui apparaît avec une électrode rotative est proportionnel à la racine cubique de la vitesse de rotation. Par des travaux expérimentaux on a trouvé la rélation

$$\log Id = 1/3 \log \gamma + \text{const.}$$

dans laquelle γ est le nombre de tours.

Quand la vitesse de rotation est suffisamment élevée, un courant laminaire apparaît dans la région de la couche de diffusion. Si le nombre de tours dépasse une valeur critique, la rélation citée est modifiée.

Ces recherches démontrent en tous cas une influence directe de la vitesse de rotation sur la polarisation de concentration.

En ce qui concerne la réduction en système hétérogène, par exemple la réduction des nitro-dérivés, le nombre de tours est un facteur décisif, du fait qu'il détermine une bonne émulsion, une mince couche de diffusion et un contact plus intime entre l'électrode et les molécules de dépolarisant.

Au cours de nos recherches sur la réduction des nitrodérivés aromatiques nous avons constaté qu'une vitesse de rotation d'environ 800 tours/minute est suffisante pour assurer la formation d'une bonne émulsion de la solution.

En conséquence l'abaissement de la polarisation cathodique totale est due presque exclusivement à la diminution de la polarisation de concentration.

Les facteurs qui influencent la diminution de la polarisation sont donc les suivants :

La réalisation d'un meilleur contact entre le dépolarisant et la cathode, permettant une influence plus active de la couche double électrique sur les molécules de dépolarisant.

La diminution de la couche de diffusion.

L'élimination des produits de la réduction et leur remplacement continu par le dépolarisant frais.

L'uniformité de la distribution du courant.

Les effets de la cathode rotative sur la polarisation de concentration influencent non seulement le rendement de courant, qui peut facilement croître de 15%, mais aussi les conditions opératoires, améliorées du fait qu'on peut utiliser des facteurs plus actifs, tels que: une densité de courant et une température plus élevée, un rapport accru entre la quantité de dépolarisant (nitro-dérivé), et la solution d'électrolyte.

Nos recherches concernant la réduction du p-nitrophénetole ont donné les résultats suivants :

Tabl 1

Diaphragme		Anode — Pb		Cathode — Cu	
Nr.	Conditions opératoires	Dc_{A/dm^2}	Temp. °C	p-nitrophénétole / H_2SO_4 d = 1,25	η_c%
1	Cathode stationnaire et agitation séparée	8	80	1 g/30 cc	74
2	Cathode rotative 800 tours/min.	12	80	1 g/8,3 cc	88

1) La densité de courant utilisée dans le cas des cathodes rotatives peut atteindre 12 A/dm² par comparaison à 8 A/dm² utilisée dans les mêmes conditions opératoires, avec des cathodes stationnaires et agitation séparée de la solution.

2) La température la plus convenable reste la même dans les deux cas.

3) Le rapport: dépolarisant/solution d'électrolyte peut atteindre 1/8 dans le cas de l'électrolyse avec des cathodes rotatives, comparé à 1/30 dans des conditions opératoires identiques, mais à l'aide des cathodes stationnaires ; ceci assure un contact plus efficace et plus continu dans l'electrolyse avec des cathodes rotatives.

Conclusions

L'influence positive de la cathode rotative dans les réductions électrolytiques est due presque entièrement à la diminution de la polarisation de concentration, du fait de l'amoindrissement de la couche de diffusion.

La polarisation électrochimique, très peu variable par rapport à la réduction à l'aide de cathode stationnaire, démontre que le mécanisme de la réduction n'est pas influencé par la cathode rotative ; cette der-

nière influence seulement les conditions de réduction et assure un meilleur rendement de courant.

En utilisant une cathode rotative pour la réduction électrolytique en milieu hétérogène on crée la possibilité d'augmenter la capacité de production en introduisant des méthodes intensives (densité de courant plus élevée, concentration plus forte en dépolarisant) et avec des rendements de courants supérieurs.

La méthode à cathodes rotatives peut être considérée comme une nouvelle technique dans le domaine de l'électrolyse ; les outillages nécessaires ne sont pas trop compliqués par comparaison à l'ancienne méthode dans laquelle la solution est agitée séparément, ce qui lui assure le succès dans l'application pratique.

Le Laboratoire d'Electrochimie
l'Institut Polytechnique de Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *E. Manegold, R. Hofman.* — Z. Elektrochem. 39, 244—51, 1933.
2. *Yu G. Siver, B. N. Kabanov.* — Журн. физ. химий 22, 53—7, 1948.
3. *T. Kambara. T. Tsukamoto, I. Tachi.* — J. Japan Chem. 3, 604, 1949.
4. *T. Tsukamoto, T. Kambara, I. Tachi.* — J. Electrochem Soc. Japan 19, 311—13, 1951.
5. *T. Kambara, T. Tsukamoto, I. Tachi* — J. Electrochem. Soc. Japan 19, 199—202 ; 297—9, 1951.
6. *C. L. Wilson, H. V. K. Udupa.* — J. Electrochem. Soc. 99, 289—94, 1952.
7. *Pat. Swiss.* — 281.429, 1.VII.1952.
8. *M. Kawakami.* — Pat. Japan, 6.XI.1952.
9. *H. V. K. Udupa, B. B. Dey.* — Bull. Central Electrochem. Research. Inst. Karaikudi 1. nr. 2, 20—5, 1954.
10. *M. Eisenberg, C. W. Tobias, C. R. Wilke.* — J. Electrochem. Soc. 101, 306—19, 1954.
11. *N. V. Nikolaeva, A. A. Grosman.* — Д А. Н. 95. 1013—16, 1954.
12. *I. M. Kolthoff, W. L. Reynolds.* — Discussions Faraday Soc. nr. 17, 167—73, 1954.
13. *S. Kikuchi, K. Honda.* — Bull. Soc. Sci. Phot. Japan. Nr. 415, 13—23, 1955.
14. *M. B. Kraichman, E. A. Hogge.* — J. Phys. Chem. 59, 986—7, 1955.
15. *H. V. K. Udupa, B. B. Dey.* — Proc. 6 th Meeting Intern, Comm. Electrochem. Thermodynam. and Kinetik. 87—93, 1955.
16. *Yoshitomo Tsuchi.* Pat. Japan. 8059. 7.XI.1955.
17. *S. Sampath, R. Viswanathan, H. V. K. Udupa, B. B. Dey* — J. Sci. Ind. Research. 15 B, 669—70, 1956.

18. *N. Subramanian, B. K. Sadananda Rao, H. V. K. Udupa, B. B. Dey*— J. Sci. Ind. Research. 15 B, 665—6, 1956
19. *S. Sampath, R. Viswanathan, H. V. K. Udupa, B. B. Dey* — J. Sci. Ind. Research. 15 B, 729—30, 1956.
20. *N. Tanaka, K. Kato.* — Bull. Chem. Soc. Japan. 29, 837—42, 1956.
21. *I. M. Kolthoff, A. M. Shams El. Din.* — J. Phys. Chem. 60, 1564—8, 1956.
22. *H. V. K. Udupa, B. B. Dey.* — Bull. India Sect. Electrochem. Soc. 5, 58—61, 1956.
23. *F. Baumann, J. Shain.* — J. Am. Chem. Soc. 78, 5550—3, 1956.
24. *O. A. Khan, L. M. Kabanova, V. E. Kuzental.* — Цветные металы 30. Nr. 12, 35—9, 1957.
25. *E. R. Nightingale.* — Anal. Chim. Acta 16, 493—6, 1957.
26. *Yu Obinaka, I. M. Kolthoff.* — J. Am. Chem. Soc. 79, 3326—39, 1957.
27. *E. A. Aikazyan, Yu V. Pleskov.* — Журн. физ. химий 31, 205—13, 1957.
28. *Yu V. Pleskov.* — Д А. Н. 117, 645—7, 1957.
29. *A. Koutetskii, V. G. Levich.* — Д А. Н. 117, 441—4, 1957.
30. *I. Atanasiu, L. Blum, M. Popescu.* — Bul. Inst. Politehnic, Buc. Tome XIX fasc. 3—4, 189—99, 1957.
31. *I. Atanasiu, Gh. Dumitru.* — Rev. Chim. ASIT 3, 129—33, 1958.
32. *I. Atanasiu, L. Blum, M. Popa.* — Bul. Inst. Politehnic, Buc. Tome XX, fasc. 2, 103—8, 1958.

ПО ПОВОДУ ЕЛЕКТРОЛИТИЧЕСКОГО ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ ВРАЩАЮЩИХСЯ КАТОДОВ

(Краткое содержание)

В работе указывается, что положительное влияние вращающегося катода при электролитигеском восстановлении гетерогенных систем вызывается почти исключительно уменьшением концентрационной поляризации.

Использование вращающегося катода при электролитигеским восстановлении дает возможнотсь повысить производительность процесса вводом более интенсивных методов работы, характеризующихся повышенным выходом электрического тока.

ON THE ELECTROLYTIC REDUCTION WITH ROTATING CATHODES

(Summary)

The authors demonstrate the fact that the positive influence of the rotating cathodes on the electrolytic reduction of heterogenous systems is due almost exclusively to the diminution of the concentration polarisation.

The use of rotating cathodes by the elecrtolytic reduction represents a mean of raising production capacities through the introduction of intensive techniques, with a better electric curent yield.

SUR LA RÉDUCTION ÉLECTROLYTIQUE À L'AIDE DES CATHODES ROTATIVES

(Résumé)

Les auteurs démontrent que l'influence positive de la cathode rotative sur la réduction électrolytique des systèmes hétérogènes est due presque exclusivement à la diminution de la polarisation de concentration.

L'utilisation des cathodes rotatives pour la réduction électrolytique crée la possibilité d'augmenter la capacité de production, du fait de l'introduction de méthodes intensives, à des rendements de courants supérieurs.

ÜBER DIE ELEKTROLYTISCHE REDUKTION MITTELS ROTIERENDEN KATHODEN

(Zusammenfassung)

Die Verfasser beweisen die Tatsache dass der positive Einfluss der rotierenden Kathoden auf die elektrolytische Reduktion der heterogenen Systeme fast ausschliesslich auf die Erniedrigung der Konzentrationspolarisation zurückzuführen ist.

Die Verwendung der rotierenden Kathoden bei der elektrolytischen Reduktion schafft die Môglichkeit, die Produktionskapazität durch die Einführung von intensiven Verfahren bei verbesserten Stromausbeuten zu erhöhen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 2

DESPRE REALIZĂRILE MAI IMPORTANTE DIN CHIMIA FLUORULUI

de GHEORGHE HAGYMAȘ și CONSTANTIN FIROIU

Interesul deosebit manifestat față de chimia fluorului în ultimul timp, mai ales în ultimii 10—15 ani, se justifică, pe deoparte, prin calitățile extrem de prețioase ale numeroaselor produse fluorurate, sintetizate în această perioadă și întrebuințate în prezent pe scară industrială în cele mai felurite scopuri, cît și prin posibilitățile largi de cercetare a mecanismelor de reacție, a structurii substanțelor chimice și a legăturii chimice, pe care le oferă fluorul datorită poziției sale limită în sistemul periodic, fiind cel mai electronegativ element.

Resursele de fluor sub formă legată în scoarța pămîntului sînt uriașe (0,078%), fluorul fiind un element mai răspîndit în natură decît clorul (0,055%) [4]. Pe lîngă calea obișnuită de obținere a acidului fluorhidric diluat prin prelucrarea fluorinei se dispune astăzi de metode eficace de preparare a acidului fluorhidric anhidru și de recuperare a fluorului la tratarea fluoroapatitelor pentru obținerea îngrășămintelor fosfatice [13].

Deși diversele fluoruri sînt cunoscute și utilizate în industrie de aproape două sute de ani, fluorul elementar a fost pus în libertate abia la sfîrșitul secolului trecut. În anul 1886 Moisson a preparat pentru întîia dată fluor elementar prin electroliza cu electrozi de platin a unei soluții de fluorură de potasiu în acid fluorhidric anhidru.

Perioada de început a dezvoltării chimiei fluorului s-a desfășurat încet din cauza tehnicii dificile de experimentare inerente acestui domeniu: a pericolului exploziilor, intoxicărilor și a caracterului agresiv al fluorului și al acidului fluorhidric.

Prin lucrările lui Argo și colaboratorii [2], asupra electrolizei fluorului în regim de temperatură înaltă (250°) cu anozi de grafit, fluorul a devenit accesibil în condiții obișnuite de laborator (1919). Lebeau și Damiens [3] au pus la punct în 1925 obținerea fluorului la temperaturi medii (100°) cu anozi de nichel.

Cu toate perfecționările aduse procedeelor, dificultățile de obținere a fluorului au rămas apreciabile și numai un număr restrîns de cercetători s-a preocupat în acea perioadă de chimia fluorului. Pînă la războiu fluorul se obține greu, în cantități de cîteva grame, și nu putea fi comercializat. Celulele de electroliză se construiau în perioada dată pentru sarcini mici, de cîteva zeci de amperi.

Un progres însemnat în chimia fluorului s-a realizat după 1940. Din perioada 1940—1950 sînt cunoscute date asupra unor electrolizori de cîteva sute pînă la 2500 A [10]. În prezent se construiesc electroli-

zori de fluor pînă la 6000 A [11]. Dificultățile de trecere de la electrolizorii de laborator la electrolizorii industriali au fost relativ ușor învinse.

Marea majoritate a compușilor de fluor a fost studiată după obținerea fluorului elementar. Lucrările lui Moissan privind fluorul se disting nu numai prin succesul descoperirii, realizate în condiții de experimentare deosebit de grele, ci și prin numărul remarcabil de reacții studiate. Moissan a studiat reacția dintre fluorul elementar și o serie de elemente dintre care: H_2, S, Se, Te, C, Si, P, As, B.

După Moissan cercetarea chimiei fluorului a fost continuată de Lebeau și mai ales de Ruff, căruia îi aparțin studii sistematice, între altele, asupra fluorurilor halogenilor .

Studii ample, de o deosebită însemnătate științifică și practică în chimia fluorului s-au efectuat mai tîrziu, prin metode noi, ca: fluorurarea cu acid fluorhidric cu sau fără catalizatori, fluorurarea prin intermediul fluorurilor metalice și fluorurarea electrochimică.

I. Însemnătatea științifică și practică a chimiei fluorului

Fluorul și compușii săi au proprietăți excepționale, izvorîte din caracterul puternic electronegativ al elementului. Pe deoparte acești compuși oferă exemple de substanțe inerte, cu stabilitate foarte ridicată, pe de altă parte — de substanțe cu o reactivitate puternică. Unii derivați fluorurați se situează printre substanțele chimice cele mai puțin toxice, în timp ce alții posedă o toxicitate extraordinar de ridicată.

Astfel, derivații fluorurați prezintă interes deosebit, întrucît manifestă proprietăți extreme.

Deaceea se poate admite că în viitor se vor sintetiza numeroase fluoruri, organice și anorganice, cu o gamă largă de proprietăți. Chimia fluorului va deveni un domeniu vast și important al științei atît din punct de vedere al însemnătății teoretice cît și acel al aplicațiilor practice.

Numeroase fluoruri anorganice se întrebuințează de multă vreme pe scară industrială. Astfel: fluorina, criolitul, fluorurile metalelor alcaline, de magneziu, de aluminiu, fluoroacizi etc... reprezintă materii importante ale industriei anorganice și metalurgice. Numeroase metale rare pot fi obținute prin electroliza topiturilor de fluoruri complexe (fluorotitanat, fluorotantalat și fluorozirconiat, fluorură și oxifluorură de beriliu) sau a topiturilor diverșilor compuși cu adaosuri de fluoruri. Electroliza uraniului necesită fluorură de uraniu [21].

Hexafluorura de sulf este cunoscută de mult dar sinteza sa în mare, necesitînd fluor elementar, a devenit posibilă numai în ultimul timp. Hexafluorura de sulf, ca excelent material izolant și inert se utilizează în instalații electrice de tensiune înaltă și în instalații Röntgen [20].

Datorită necesității sale deosebite trifluorura de clor a fost întrebuințată în timpul războiului ca material incendiar.

Printre fluorurile metalice unele au primit importante utilizări la fluorurarea substanțelor organice. Astfel sînt fluorurile de stibiu, cobalt, argint, mangan, ceriu ș.a.

Primele substanțe organice mai sistematic studiate au fost fluorocarburile. Hidrocarburile complect fluorurate se caracterizează prin stabilitate chimică și termică ridicată. Ele au temperaturi de topire și fierbere apropiate de acelea ale hidrocarburilor cu același număr de atomi de carbon, sînt perfect stabile la oxidare și nu ard. Prin utilizarea lor în calitate de lubrefianți se deschide posibilitatea construirii unor noi tipuri de mașini, putînd să funcționeze la temperaturi ridicate.

Interesantă este una din utilizările recente ale filmelor subțiri (de cîțiva microni) de polimer perfluorurat, aplicate pe suprafața lagărelor în calitate de agent de ungere [18].

Unice în felul lor sînt proprietățile acestei clasei de substanțe utilizate ca solvenți în scopuri speciale de extracție.

Fluorocarburile permit și studierea unor importante probleme teoretice. Compararea proprietăților lor cu proprietățile hidrocarburilor corespunzătoare poate clarifica probleme importante ale hidrocarburilor și ale legăturii carbon-carbon. Deși fluorocarburile sînt atît de inerte încît nu intră în reacție pe majoritatea căilor cunoscute — s-a găsit posibilitatea de-a asigura participarea lor la reacții chimice prin menținerea în molecula lor a unuia sau a doi atomi de clor, brom și hidrogen sau a unor duble legături.

Fluorul introdus în nucleul aromatic este complect lipsit de reactivitate iar atomii de fluor în toate combinațiile organice sînt mai puțin hidrolizabili decît atomii de clor. Grupa trifuormetilenică determină caracterul ineret al combinațiilor organice în care este legată ; substanțele colorante, spre exmplu, ce conțin această grupă sînt stabile și durabile [9].

Utilizările practice ale derivaților fluorurați organici pot fi clasificate după cum urmează [14] :

A. *Compuși fluorurați alifatici.* a) Agenți frigorifici, ca : CF_2CCl_2, $CFCl_3$, $CF_2Cl — CF_2Cl$. Aceste combinații sînt fiziologic inofensive și neinflamabile. Ele poartă denumirile comerciale de frigeni și freoni.

b) Agenți de transmisie a căldurii, ca : $CF_2Cl — CHCl_2$, $C_3F_3Cl_5$, $C_4F_4Cl_6$. Sînt substanțe neinflamabile, cu temperaturi de solidificare între —85° și —140° și temperaturi de fierbere de la 70° pînă la 200°.

c) Izolanți electrici, ca CF_2Cl_2. Rezistența lor la străpungere electrică este de două ori mai mare decît aceea a azotului. Parafina fluorurată este lichidă și poate fi utilizată în amestec cu hidrocarburile clorurate.

d) Aerosoli. O serie de substanțe fluorurate ca : acidul trifluoracetic, trifluoracetonitrilul, acidul fluouronaftalin sulfonic, acidul fluorostearic s-au adeverit a fi bune insecticide în condițiile încăperilor locuite de oameni, mai ales în regiunile tropicale.

e) Polimeri, ca acei obținuți de la $CF_2 = CF_2$ și $CF_2 = CFCl$. Masele plastice obținute prin polimerizarea trifluorcloretilenei poartă denumirea comercială de ftorplast — 3 în U.R.S.S., KEL-F în S.U.A. și Hostaflon în R.F.G. Prin polimerizarea tetrafluoretilenei se obțin masele plastice ftorplast — 4 (U.R.S.S.), teflon (S.U.A.) și fluon (Anglia).

f) Hidrocarburi perfluorurate, ca C_7F_{14}, folosită la separarea izotopilor uraniului. Termenul „per" se utilizează în cazul derivaților în care

toți atomii de hidrogen sau halogen (Cl, Br, I) au fost înlocuiți prin fluor.

g) Lichide pentru extinctoare, de exemplu frigenul — 12.

B. *Compuși fluorurați aromatici:* a) Coloranți cu conținut de fluor (compuși aralifatici fluorurați, cu grupe — CF_3 legate aromatic). Sînt deosebit de stabili la acțiunea luminii.

b) Produse farmaceutice, în special fluorurate în nucleu, ca: fluorfenetolul, fluortirosina, 4,4 — difluordifenilul, acidul 3 fluor-4 oxi-fenil-acetic.

c) Insecticide și raticide, ca 4,4 difluordifenil triclormetilmetan, denumit și DFDT sau FC.

Printre combinațiile fluorurate enumerate o atenție deosebită merită masele plastice cu conținut de fluor. Polimerii trifluorclorctilenei și a tetrafluoretilenei sînt materiale perfect inerte, rezistente la acțiunea celor mai energici agenți corozivi, la acțiunea temperaturii (ftoroplast—4 rezistă pînă la 250—300°) și cedează numai în contact cu metalele alcaline topite. Se utilizează ca neîntrecute materiale anticorozive, între altele, chiar în aparatura de producere a fluorului.

În același timp ftoroplast — 4 posedă și proprietăți dielectrice remarcabile ,independente de temperatură și frecvența curentului, ceea ce îl fac de neînlocuit ca material electroizolant în tehnica curenților de înaltă frecvență, a ultrasunetelor.

Ceeace îngreunează folosirea maselor plastice fluorurate la căptușirea aparatelor este puterea lor de adeziune scăzută față de metale. Fiind insolubile în toți solvenții organici cunoscuți este exclusă și aplicarea lor prin vopsire.

În ultimul timp se semnalează unele succese în această privință. Astfel s-a obținut adeziune satisfăcătaore prin prelucrarea suprafețelor metalice cu soluție de sodiu în amoniac lichid [19].

În U.R.S.S. s-a pus la punct și obținerea unor uleiuri, unsori și pulberi de politrifluorcloretilenă și s-a obținut o nouă fibră sintetică pe bază de polimeri fluorurați — ftorlonul.

II. Obținerea fluorului

Pentru obținerea fluorului elementar s-au efectuat în decursul secolului trecut numeroase cercetări, atît chimice cît și electrochimice [5].

Metodele aplicate astăzi pentru obținerea industrială a fluorului sînt exclusiv electrochimice și nu se deosebesc principial de metoda propusă de Moissan [1].

1) *Domeniile de concentrație și temperatură ale electrolitului.*

Mediul în care se realizează electroliza fluorului constînd din topituri de fluorură de potasiu și acid fluorhidric, prezintă importanță, înainte de toate alegerea temperaturii de lucru și a concentrației electrolitului.

Din examinarea diagramei de stare a sistemului fluorură de potasiu — acid fluorhidric (fig. 1), se constată că există trei domenii mai importante de concentrații și temperatură în limitele cărora acest sistem poate exista în stare lichidă cu o presiune parțială a vaporilor de acid fluorhidric mai mică de 50 mm. col. Hg.

Primul domeniu corespunde unei compoziții aproximative de KF. 12 HF și unei temperaturi aproximative de —40°C, al doilea domeniu la KF. 3 HF și 70°C, iar al treilea domeniu la KF.HF și 220°C.

Cele trei domenii sînt denumite respectiv: domeniul temperaturilor joase, domeniul temperaturilor medii și domeniul temperaturilor înalte.

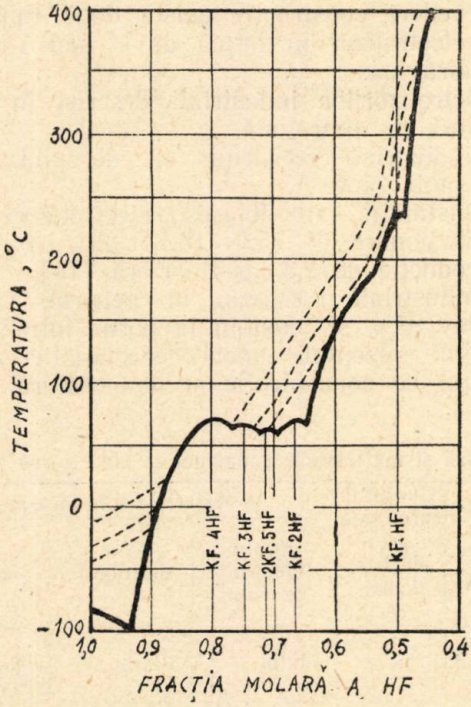


Fig. 1. Diagrama de stare a sistemului fluorură de potasiu — acid fluorhidric

Majoritatea electroliților folosiți pînă acum pentru obținerea fluorului corespunde unuia din aceste domenii. Aplicație industrială au căpătat, însă, numai electroliții de temperaturi medii și înalte.

Alegerea domeniului de temperatură pentru electroliză depinde de accentul care se pune pe una din cel două probleme importante: coroziunea anozilor și a celulelor de electroliză și conductivitatea electrică a electrolitului.

Coroziunea electrolizorilor de temperaturi medii (70—110°C) este mai redusă decît la temperaturi ridicate (220—265°C), în schimb rezistența electrică a electrolitului scade cu creșterea temperaturii.

Importanța mare care s-a dat problemelor de coroziune în prima perioadă de dezvoltare a industriei fluorului, explică de ce la ora actuală cele mai multe instalații lucrează cu electrolizori de temperatură medie.

Experimental s-a constatat că adausurile de fluorură de litiu sau fluorură de aluminiu la electrolit în cantitate mică (1—2%), reduc foarte

mult tendința de polarizare a electrozilor, fenomen caracteristic în exploatarea electrolizorilor de fluor [12].

2. *Construcția și exploatarea electrolizorilor.*

Din punct de vedere constructiv există două tipuri de electrolizori de fluor: tipul de electrolizor în formă de U sau V și tipul prismatic sau cilindric cu diafragmă.

Majoritatea electrolizorilor industriali descriși în literatură aparțin tipului de electrolizori cu diafragmă.

Electrolizorii industriali construiți în deceniul trecut funcționau sub sarcini de cel mult 2500 A.

Astăzi există instalații care folosesc electrolizori de 4000—6000 A cu o durată de funcționare de 15,5—16,10^6 Ah. Un asemenea electrolizor poate da o producție de 2,3 kg fluor/oră [11].

Electrolizorii industriali lucrează, în general, cu randamente de curent de aproximativ 95% și tensiuni la borne între 8—12 V.

În tabela 1 sînt prezentate unele caracteristici ale electrolizorilor din cele trei domenii de concentrație și temperatură.

Tabela 1

Condițiile de electroliză și materialele constructive ale cîtorva electrolizori de fluor

Nr. crt.	Temp. de lucru, °C	Compoziția electrolitului, moli	Curentul care trece prin electrolizori, A	Materiale din care se construiesc:			
				corpul electrolizorului	diafragma	anodul	catodul
1	—50÷—30	KF.1,2HF	—	Platin	Platin	Iridiu—Platin	Platin
2	70—100	KF.2,5HF	2000—3000	Oțel, metal monel	—	Cărbune	Magneziu și nichel
3	110	KF.2HF	1500	Oțel, metal monel	Metal monel	Cărbune	Oțel
4	93—104	~KF.2HF	4000—6000	Metal monel	Metal monel	Cărbune	Oțel
5	250—275	KF.HF	600	Cupru, metal monel	Metal monel, Aliaj de cupru și magneziu	Cărbune	Aliaj de cupru și magneziu
6	250—300	~HF.HF	2500 [5]	Aliaj de magneziu și mangan	—	Grafif	Argint

În principiu ,un electrolizor cu diafragmă se compune din: corpul electrolizorului prevăzut cu instalație de încălzire, anozi, catozi, diafragme metalice care separă spațiile anodice de cele catodice, capacul, țevi pentru evacuarea gazelor rezultate în timpul electrolizei, țeava de alimentare cu acid fluorhidric și aparate de măsură și control.

În fig. 2 este reprezentat un electrolizor de tip prismatic cu diafragmă care lucrează cu 250 A [10].

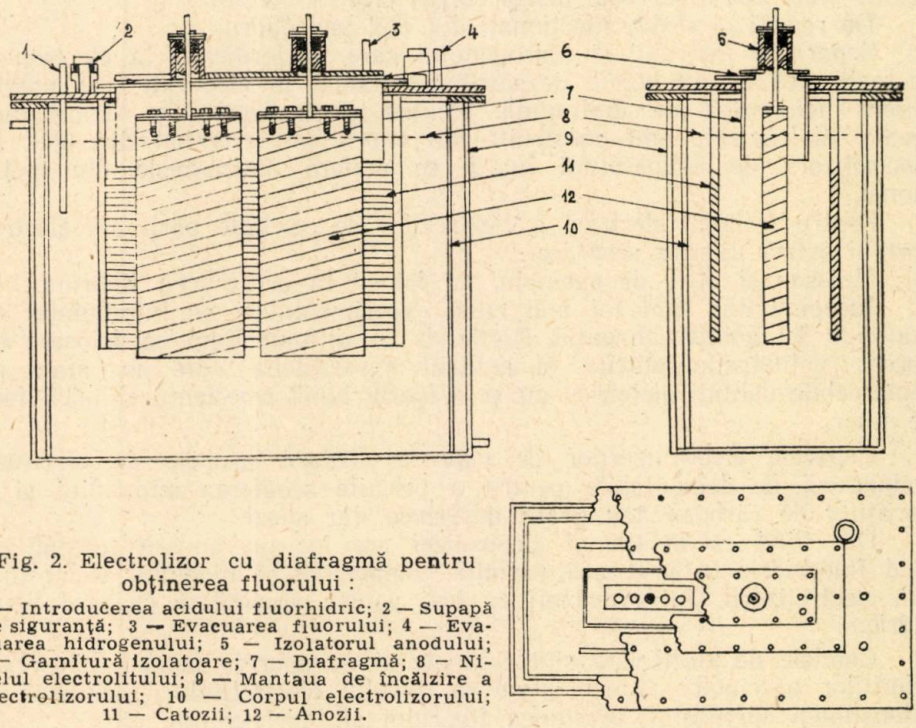


Fig. 2. Electrolizor cu diafragmă pentru obținerea fluorului:

1 — Introducerea acidului fluorhidric; 2 — Supapă de siguranță; 3 — Evacuarea fluorului; 4 — Evacuarea hidrogenului; 5 — Izolatorul anodului; 6 — Garnitură izolatoare; 7 — Diafragmă; 8 — Nivelul electrolitului; 9 — Mantaua de încălzire a electrolizorului; 10 — Corpul electrolizorului; 11 — Catozii; 12 — Anozii.

Materialul cel mai indicat din care se confecționează corpul electrolizorului se alege în funcție de temperatura de lucru.

Astfel, pentru electrolizorii de temperatură medie, în afară de metalul monel, considerat cel mai bun material, se poate folosi foarte bine și oțelul. În schimb pentru confecționarea electrolizorilor de temperaturi ridicate se impun cuprul și metalul monel, deoarece oțelul este puternic atacat.

Probleme numeroase și complexe a ridicat alegerea anozilor necesari electrolizorilor.

După multe încercări s-a ajuns la concluzia că materialul care răspunde cel mai bine condițiilor grele în care funcționează anozii, este cărbunele. Rezistența mai mare la coroziune a acestora în comparație cu grafitul, se datorește calităților pe care le are cărbunele de a se umfla și crăpa mai greu și de a nu fi udat de electrolit.

Totuși, atît anozii de cărbune cît și cei de grafit, în mai mare măsură, se distrug în timpul lucrului. Bucățile de cărbune sau grafit rezultate pot să provoace scurtcircuitarea electrolizorilor.

Pentru a preveni aceste accidente, s-a recurs la consolidarea anozilor. Procedeul de consolidare care a dat cele mai bune rezultate constă în impregnarea electrozilor de cărbune cu cupru.

Problema catozilor este mult mai simplă decît a anozilor. În unele cazuri drept catod servește însuși corpul electrolizorului.

De regulă ei sînt confecționați din oțel sau cupru.

Separarea fluorului și hidrogenului care se formează la electroliză, se realizează cu un perete despărțitor cufundat în electrolit care poartă curent denumirea de diafragmă. Pentru electrolizorii de temperatură medie, diafragmele sînt construite din cupru sau eventual din oțel. În electrolizorii de temperatură înaltă se preferă diafragmele din metal monel.

Pentru izolarea electrică a electrozilor de celelalte părți ale electrozorului există diferite procedee.

Moissan și alții, de exemplu, au folosit în acest scop fluorina.

Începînd din 1924 tot mai mulți experimentatori au întrebuințat ca material de izolație cimentul Portland. În ultimul timp se folosesc cu succes politetrafluoretilena și politrifluorcloretilena care în afară de remarcabile calități dieletrice au și o foarte bună rezistență chimică față de fluor.

Capacele electrolizorilor de care se fixează grupele de electrozi, trebuie să fie demontabile pentru a permite scoaterea nămolului și a bucăților de cărbune sau grafit desprinse din anozi.

Dat fiind că în timpul electrolizei are loc un anumit consum de acid fluorhidric ce provoacă variația compoziției și nivelului electrolitului, electrolizorii sînt prevăzuți cu țevi pentru alimentare cu acid fluorhidric.

Celulele de electroliză sînt echipate și cu aparate pentru măsurarea diferiților parametri ca: temperatura, nivelul electrolitului, tensiunea și intensitatea curentului, presiunea fluorului și hidrogenului, etc.

Densitățile de curent aplicate pe electrozi depind de corelația care există între tensiune și temperatura de lucru.

Electrolizorii de temperatură medie folosesc în condiții avantajoase densități de curent anodice în jurul a 10 A/dm^2, iar cei de temperatură înaltă în jurul a 30 A/dm^2. Depășirea cu mult a acestor densități provoacă ridicarea exagerată a tensiunii la bornele electrolizorilor, datorită mai ales creșterii supratensiunii hidrogenului, ceea ce duce la un consum mărit de energie electrică și intensifică totodată pericolul exploziei. Rezultă, deci, că suprafața catozilor trebuie să fie mai mare, sau cel puțin egală cu suprafața anozilor.

O problemă importantă legată de exploatarea electrolizorilor pentru obținerea fluorului, este aceea a exploziilor.

Dintre cauzele care pot provoca explozii, menționăm pe cele mai importante și mai frecvente. Spațiul catodic constituie de cele mai multe ori locul de explozie, datorită aprinderii unui amestec de hidrogen și

aer chiar de către fluorul gazos. Uneori exploziile sînt localizate în spațiul anodic ca urmare a formării unor combinații explozive dintre fluor și bucățele mici de cărbune desprinse de anozi.

Dacă electrolizorul se oprește din lucru pentru reparații sau din alte motive, gazele rămase în el amestecîndu-se cu aerul pot provoca explozii la repunerea în funcțiune a electrolizorului. De aceea se impune ca înainte de a porni din nou electroliza, să se procedeze la evacuarea gazelor cu ajutorul azotului.

O altă cauză a exploziilor o poate constitui gradul mare de impurificare a electrolitului.

Acidul fluorhidric, fluorura de potasiu și fluorul au acțiune puternic nocivă asupra organismului. Fluorul și acidul fluorhidric, de exemplu, acționează asupra pielei chimic și termic. Prin inhalare ele atacă bronhiile și plămînii.

Din această cauză se recomandă o mînuire foarte atentă a lor și o ventilație eficace a sălilor de fabricație prin schimbarea aerului de 10 ori pe oră [9].

Pericolul de explozie și caracterul puternic coroziv al electrolitului și al fluorului, prezintă principalele dezavantaje în exploatarea instalațiilor pentru obținerea fluorului elementar.

3) *Purificarea și depozitarea fluorului.*

În funcție de temperatura și compoziția electrolitului, gazul rezultat în spațiul anodic mai conține în afară de fluor, 5—15% acid fluorhidric, aproximativ 1% oxigen, aproximativ 1% gaze inerte și urme de oxid de fluor. Aceasta este aproximativ compoziția gazului în regimul staționar al electrolizorului. De la pornirea electrolizorului, însă, și pînă la atingerea acestui regim, mai ales pentru eletcrolizorii de temperatură medie, concentrația gazului variază în timp.

În prima parte a electrolizei are loc oxidarea impurităților, în special descompunerea apei, care se desfășoară mai ușor decît oxidarea ionilor de fluor. Pe măsură ce electroliza continuă, cantitățile de oxigen și oxid de fluor scad atingînd valorile mici menționate mai sus.

Fluorul rezultat din electroliză se supune purificării pentru îndepărtarea mai ales a acidului fluorhidric.

Pentru aceasta se aplică fie metoda de trecere a gazului impurificat peste fluorură de sodiu pentru reținerea acidului fluorhidric sub formă de $NaHF_2$, fie metoda de lichefiere a acidului fluorhidric cu acid carbonic solid sau hidrogen lichid.

Fluorul purificat, care urmează să fie depozitat sau consumat în altă parte de cît locul unde a fost obținut, este comprimat în butelii de nichel, cupru sau oțel cu ajutorul compresoarelor cu diafragmă din metal monel, iar mai recent cu piston [11].

Întrucît aceste butelii pot să se „aprindă" datorită acțiunii fluorului asupra garniturii ventilelor, eventualelor grăsimi sau impurități de altă natură, ventilele buteliilor la umplere se dirijează de la distanță cu manete care trec prin pereți despărțitori de protecție.

Avînd în vedere serioasele probleme pe care le ridică încărcarea, păstrarea și transportarea buteliilor cu fluor, se preferă să se livreze nu fluor înmagazinat, ci electrolizori care să furnizeze fluorul necesar chiar la locul de întrebuințare al acestuia.

III. Metode de fluorurare

Metodele de fluorurare folosite pentru obținerea combinațiilor fluorurate sînt determinate mai ales de natura și gradul de volatilitate a substanțelor supuse fluorurării.

Aceste metode sînt: fluorurarea directă cu fluor elementar (cu și fără catalizator), fluorurarea cu fluoruri metalice, fluorurarea cu acid fluorhidric (cu și fără catalizator) și fluorurarea electrochimică. În cele ce urmează, cu excepția fluorurării electrochimice, sînt descrise toate celelalte metode de fluorurare.

Electrofluorurarea, fiind o metodă nouă și cu perspective deosebite de dezvoltare, se tratează separat mai detailat.

1) *Fluorurarea directă cu fluor elementar.*

a) *Fluorurarea fără catalizator.* În principiu, majoritatea fluorurilor elementelor chimice pot fi obținute prin acțiunea directă a fluorului, fie asupra elementelor libere, fie asupra combinațiilor lor ca: oxizi, cloruri, bromuri, ioduri, carbonați, sulfuri ,etc. [1] [22].

Viteza și temperatura la care au loc aceste reacții depind de natura metalelor și combinațiilor supuse fluorurării.

Astfel, reacțiile cu metalele alcaline și taliul se desfășoară rapid la temperatura camerii, pe cînd pentru transformarea tot atît de rapidă a cuprului, nichelului și platinei în fluoruri sînt necesare temperaturi ridicate de aproximativ 500°C.

Fluorurarea metalelor ca: bariul, calciul, zincul, plumbul, niobiul, tantalul, molibdenul, volframul, etc., necesită o ușoară ridicare a temperaturii.

Majoritatea oxizilor metalici reacționează cu fluorul la temperatura camerii sau sub 250°C.

Fluorurarea directă se practică astăzi numai pentru obținerea acelor fluoruri metalice, care nu pot fi obținute prin metode mai ieftine și mai simple.

Tabela 2

Fluoruri metalice obținute prin sinteză directă

$Ag\ F_2$	$Bi\ F_5$	$U\ F_6$	$Ru\ F_5$	$O_5\ F_4$	$Ir\ F_4$
$Ce\ F_4$	$Cr\ F_4$	$Mn\ F_3$	$Rh\ F_3$	$O_5\ F_6$	$Ir\ F_6$
$Pb\ F_4$	$Cr\ F_5$	$Re\ F_6$	$Pd\ F_3$	$O_5\ F_8$	$Pt\ F_6$

In tabela 2 sînt trecute fluorurile metalice pentru obținerea cărora este inevitabilă folosirea directă a fluorului elementar.

Dintre aceste fluoruri importanță practică deosebită prezintă AgF_2 preparată prima dată în 1933 [23] prin acțiunea fluorului asupra halogenurilor de argint [24].

Această fluorură este un foarte bun reactant pentru fluorurarea hidrocarburilor prin metoda fluorurilor metalice.

La început metoda fără catalizator a fost aplicată și pentru obținerea fluorocarburilor.

Astfel, tetrafluorura de carbon a fost obținută pentru prima dată de Moissan [6]. Lebeau și Damiens [25] au reușit în 1926 să obțină tetrafluorură de carbon din produsele care se formează prin acțiunea fluorului asupra mangalului. Autorii au indicat că pe lîngă CF_4 se mai formează și alți homologi ai hidrocarburilor, dar pe care nu i-au putut descrie exact.

Aproximativ în același timp s-au făcut încercări de fluorurare directă a hidrocarburilor, prima lucrare reușită fiind aceea a lui Bockemüller [26] care a obținut monofluorciclohexan, caracterizîndu-l drept o combinație relativ inertă.

Rezultatele practice ale fluorurării directe a hidrocarburilor nefiind satisfăcătoare (randamente mici, amestec de produse), s-au căutat căi de îmbunătățire ale metodei. Una din metodele mai eficace constă în fluorarea cu catalizator.

b) *Fluorurarea cu catalizator.* Metoda de fluorurare catalitică se folosește pe larg pentru obținerea unor combinații cu un conținut mare de fluor.

Prima instalație industrială de obținere a fluorocarburilor prin metoda catalitică a fost construită între anii 1941—1943.

Trăsătura caracteristică a metodei catalitice de fluorurare constă în posibilitatea reglării vitezei de reacție prin amestecarea reactanților cu diluanți inerți. În locul desfășurării violente a reacției de fluorurare, caracteristic sintezei directe fără catalizator — metoda catalitică asigură desfășurarea fluorurării cu viteză normală.

Fluorurarea catalitică poate fi realizată fie în fază gazoasă fie în fază lichidă. Recunoscîndu-se influența importantă pe care o exercită asupra procesului natura suprafeței umpluturii (catalizatorului) din reactor, s-a ajuns în 1947 la o nouă metodă de fluoruarre catalitică, reprezentată schematic în fig. 3. [29].

Subtanța organică (deobicei o hidrocarbură) este mai întîi trecută în stare de vapori și diluată cu azot în evaporatorul 1 și după aceea introdusă în reactorul 2. La același capăt al reactorului, dar cu intrare separată, se introduce fluorul diluat deasemenea cu azot.

Pentru verificarea concentrației fluorului în gaze, instalația este prevăzută cu robinete de luat probe 3 după fiecare reactor.

Cantitatea de fluor care se introduce practic în reactor este de cîteva ori mai mare decît cea teoretic necesară pentru fluorurarea completă a substanței organice; prin aceasta se evită formarea de combinații parțial fluorurate.

Umplutura reactorului constă din capete de sîrmă de cupru acoperite cu argint care au fost supuse în prealabil unei prelucrări cu fluor în vederea obținerii unui strat de diflorură de agint. Acest catalizator s-a dovedit a fi mai bun decît cel de cupru neacoperit.

Superioritatea încărcăturii de cupru argintat, față de cea din cupru neacoperit, se datorește capacității difluorurii de argint de a fluorura

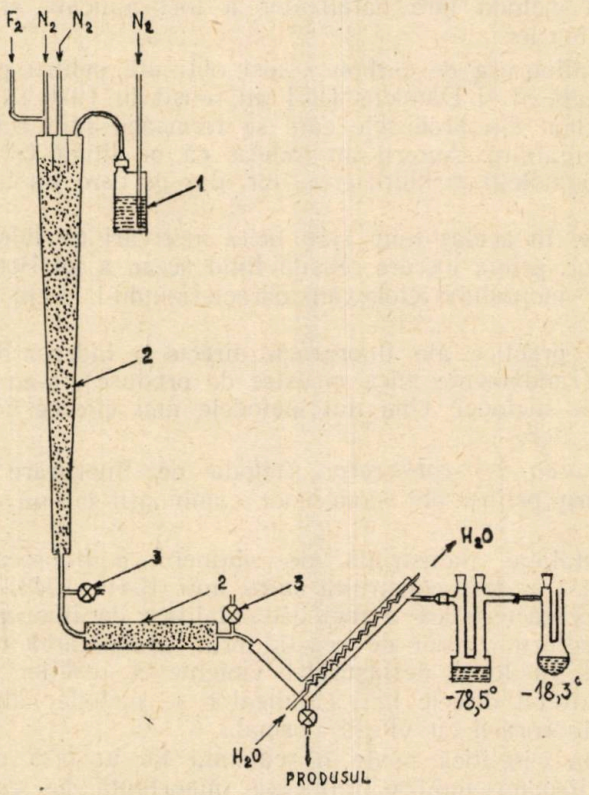


Fig. 3. Schema instalației pentru fluorurarea catalitică:

1 — Evaporator pentru hidrocarburi; 2 — Vase de reacție cu încălzire electrică; 3 — Robinete pentru prinderea probelor de fluor [4].

hidrocarburile. Se presupune un mecanism de fluorurare similar cu cel care are loc în metoda cu fluoruri metalice, adică difluorura de argint joacă în cea mai mare măsură rolul de agent de fluorurare; fluorul elementar servind mai ales pentru regenerarea acestui agent.

In timpul procesului se recomandă că temperatura în reactor să fie menținută în intervalul de 200—300°C.

Prin această metodă s-a reușit ca produsele de reacție să conțină o cantitate mai mare de fluorocarburi, ceeace constituie avantajul esen-

țial față de metoda cu sită de cupru. Metoda se caracterizează și prin randamente ridicate în fluorocarburi.

Astfel, randamentul fluorocarburilor care au aproximativ același schelet carbonic cu al hidrocarburilor inițiale (pentru hidrocarburi care conțin pînă la 14 atomi de carbon), variază de la 40 la 90%.

Metoda de fluorurare catalitică, față de metoda cu fluoruri metalice, este mai răspîndită în practica de laborator deoarece ea necesită o aparatură mai puțin complicată.

Folosirea metodei de fluorurare catalitică pentru obținerea de produse pe scară industrială ,s-a dovedit a fi foarte dificilă datorită exigențelor impuse de reactorii de mari dimensiuni.

2) *Fluorurarea cu fluoruri metalice.*

Metoda fluorurării cu fluoruri metalice este o a doua cale de fluorurare prin care substanțele organice se combină cu fluorul fără să se producă distrugerea acestora.

Ruff și Ascher [28] și Ruff și Giese [24] au preparat o serie de fluoruri metalice în care metalul se găsește la valența maximă.

Cele mai importante din aceste fluoruri sînt difluorura de argint și trifluorura de cobalt, care s-au adeverit agenți foarte puternici de fluorurare. Această calitate a lor a fost folosită la fluorurarea substanțelor organice (fig. 4) [30].

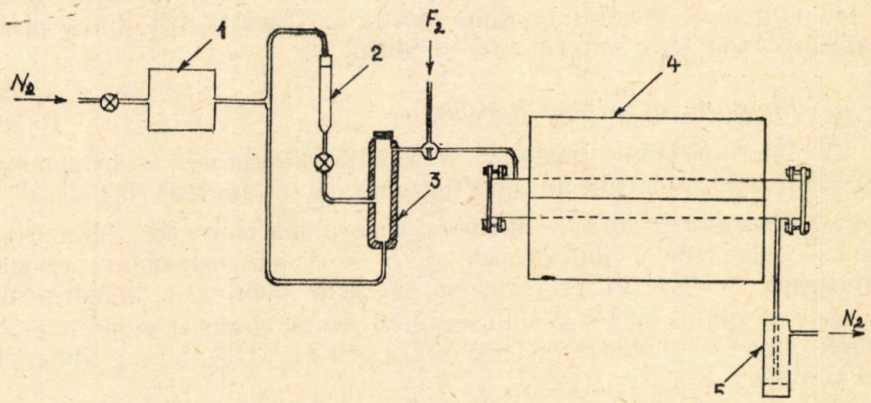


Fig 4. Schema instalației de fluorurare după metoda fluorurilor metalice
1 — Contor de gaz (azot); 2 — Cilindru gradat; 3 — Evaporator; 4 — Reactor; 5 — Dispozitiv de captare [4].

Procesul de fluorurare prin această metodă se efectuiază în două stadii:

Primul stadiu constă în trimiterea unui curent de fluor prin reactorul 4 pentru a transforma stratul uscat de difluorură de cobalt în trifluorură de cobal la temperatura de 250°C.

$$2\ CoF_2 + F_2 \rightarrow 2\ CoF_3 + 58\ kcal.$$

Al doilea stadiu urmărește fluorurarea propriu zisă conform reacției:

$$1/2\ (-CH_2-) + 2\ CoF_3 \rightarrow 1/2\ (-CF_2-) + HF + 2\ CoF_2 + 46\ kcal.$$

Pentru aceasta, hidrocarbura destinată fluorurării, dozată cu cilindrul gradat 2, este mai întîi trecută în fază de vapori și diluată cu azot în evaporatorul 3, apoi trimisă în reactorul 4 care conține agentul de fluorurare (CoF_3).

Produsele de reacție, fluorocarburile și acidul fluorhidric, se culeg în dispozitivele de captare răcite 5.

Temperatura pînă la care se încălzește reactorul depinde de substanța supusă fluorurării variind între 150—400°C.

Trifluorura de cobalt și difluorura de argint au fost folosite la început numai la fluorurarea în fază gazoasă. Mai tîrziu aceste fluoruri au găsit o largă aplicație în fluorurarea substanțelor organice atît în fază gazoasă cît și fază lichidă.

Răspîndirea pe scară industrială a metodei fluorurilor metalice este limitată de o serie de factori, dintre care cel mai important este factorul economic, ceea ce devine evident dacă se ia în considerație că pentru fiecare gram de fluor folosit util sînt necesare 200 g de trifluorură de cobalt.

În afara fluorurilor de argint și cobalt prezintă interes și alte fluoruri metalice ca: SbF_3, MnF_3 și CeF_4. Astfel, fluorocarburile alifatice se obțin în bune condiții folosind reacția lui Swarts [6] dintre derivații clorurați, bromurați sau iodurați și SbF_3.

3) *Fluorurarea cu acid fluorhidric.*

Acidul fluorhidric poate fi folosit la fluorurarea substanțelor cu sau fără catalizator atît în fază gazoasă cît și în fază lichidă.

a) *Fluorurarea fără catalizator.* Majoritatea clorurilor, bromurilor și iodurilor elementelor din grupele 4, 5 și 6 ale sistemului periodic se transformă în fluoruri prin reacția cu acid fluorhidric anhidru, lichid.

Așa se obțin, spre exemplu, pornind de la clorurile respective următoarele fluoruri metalice: TiF_4, ZrF_4, SnF_4, UF_4, VF_3, NbF_5, TaF_5, SbF_5, $MoOF_2$.

Tot acid fluorhidric anhidru se folosește și la înlocuirea directă a clorului din hidrocarburile alifatice cînd acestea conțin mai mulți atomi de clor. Prin tratarea CCl_4, de exemplu, cu acid fluorhidric la temperatura de cel puțin 300°C, se obține un amestec de fluor-clor-combinații care se separă prin distilare.

Metoda cea mai simplă și mai răspîndită pentru obținerea multor fluoruri metalice folosește, însă, reacția dintre acidul fluorhidric în soluție apoasă și carbonații și oxizii metalelor respective.

Pe această cale se obțin cunoscutele fluoruri ale metalelor alcaline, PbF_2, Hg_2F_2, AgF și SbF_3.

b) *Fluorurarea cu catalizator.*

Pentru substanțele organice are mare importanță fluorurarea cu acid fluorhidric în prezența unui catalizator.

Această metodă de fluorurare este potrivită atît pentru hidrocarburile alifatice cît și pentru cele aromatice.

Astfel, difluordiclormetanul se obține în bune condiții prin fluorurarea CCl_4 cu HF în prezența Fe Cl_2 și cărbune activ la 300°C și 0,5 at. [9].

Combinațiile aromatice cu catene laterale alifatice pot fi fluorurate cu acid fluorhidric în prezența $SbCl_3$.

Acidul fluorhidric anhidru poate fluorura substanțe organice nesaturate prin adiția sa la dublele și triplele legături atît în prezența unui catalizator cît și fără catalizator.

Fluorurarea acetelinei, de exemplu, este posibilă numai în prezența catalizatorilor (compuși mercurici), deoarece în lipsa acestora acidul favorizează condensarea, respectiv polimerizarea.

O condiție obligatorie pentru toate metodele catalitice de fluorurare, cu fluor sau acid fluorhidric, este ca agentul catalitic să fie lipsit de umiditate. În caz contrar catalizatorul rămîne inactiv.

IV. *FLUORURAREA ELECTROCHIMICĂ.*

Deși de la data publicării primelor lucrări asupra electrofluorurării substanțelor organice de către Simons și colaboratorii săi au trecut numai zece ani [16], metoda aceasta se aplică cu succes la sinteza unui mare număr de combinații organice, în cazul unora chiar pe scară industrială. Dezvoltarea rapidă a metodei electrochimice de fluorurare își găsește explicația în avantajele care-i sînt inerente.

Fluorurarea în două stadii cu CoF_3 și fluorurarea catalitică se caracterizează prin deficiențe importante, printre care necesitatea de a utiliza fluor elementar, obținerea și păstrarea căruia este costisitoare, dificilă și impune respectarea unor reguli complicate de protecția muncii. În metoda fluorurării cu trifluorură de cobalt, după cum s-a arătat mai sus, volumul aparaturii este folosit cu totul desavantajos. La aplicarea metodei catalitice o problemă dificilă constituie răcirea aparaturii. Ca deficiență a ambelor metode trebuie considerată obligativitatea temperaturilor ridicate de reacție, în urma cărora substanța fluorurată, parțial se degradează iar aparatura se corodează.

Electrosinteza fluorocarburilor și a altor substanțe organice perfluorurate prin fluorurare electrochimică la temperaturi mici constă în electroliza unor soluții de substanțe organice în acid fluorhidric lichid, anhidru în condiții în care formarea fluorului elementar este exclusă. Acidul fluorhidric anhidru nu conduce curentul electric, dar soluțiile în acid fluorhidric a numeroase clase de substanțe organice ce conțin azot, oxigen, sulf și atomii altor elemente cu pereche liberă de electroni, sînt bune conducătoare de curent. Cu cît mai pronunțat este caracterul bazic al substanței organice, cu atît mai ridicată rezultă conductivitatea soluției respective. Astfel, caracteristicile comparative ale alcoolilor și fenolilor, privind solubilitatea și conductivitatea în HF sînt următoarele [8]:

$$CH_3OH > H_2O > C_6H_5OH > C_6H_2OH(NO_2)_3$$

În cazul soluțiilor cu conductivitate insuficientă se adaugă 4—10% fluoruri de litiu, sodiu sau potasiu. Conținutul de apă al soluțiilor pentru mărirea conductivității nu este admis din cauza exploziilor pe care le provoacă în timpul electrolizei.

Spre deosebire de celelalte metode de fluorurare, fluorurarea electrochimică nu necesită obținerea și purificarea prealabilă a fluorului, decurge într-o singură etapă practic la temperatura dorită. Prin electrofluorurare structura substanței inițiale nu se supune degradării aproape deloc, și se formează numai un număr mic de radicali fluorurați. Variind condițiile de electroliză este posibilă atît evitarea deplină a degradării substanței inițiale cît și obținerea unor produși cu număr mai mare sau mai mic de atomi de carbon decît numărul atomilor de carbon al substanței de la care s-a plecat.

Sensul în care decurg reacțiile electrofluorurării depinde de proprietățile fizico-chimice ale substanțelor inițiale și finale, valoarea potențialelor de electrod, regimul de electroliză, umiditatea electrolitului ș.a.

Influența acestor factori asupra desfășurării poate fi considerată, în bună măsură, lămurită.

S-a rezolvat problema celulelor de electroliză atît pentru experimentarea de laborator cît și pentru condiții industriale. În prezent se exploatează electrolizori industriali la sarcini de 10.000 A, la densități de curent, în medie, de 200 A/m^2 suprafață anodică [4].

Electroliza derivaților fluorurați poate fi realizată în celule de oțel, cupru sau nichel sudate cu argint sau aliaje de argint. Corpul electrolizorului poate servi de catod, ca anod se întrebuințează deobicei nichelul. Tensiunea la borne se menține la 5—8 V [7]. La 12 V începe degajarea fluorului elementar însoțită de descompunerea substanței organice, coroziunea electrozilor și de explozii.

Explozii se înregistrează și la electroliza acidului fluorhidric lichid cu conținut de apă peste 10%. Pentru uscarea acidului fluorhidric se recomandă ca înainte de adăugarea substanței organice să se treacă curent prin electrolizor pînă ce pe anod începe degajarea fluorului.

Electroliza decurge cu dagajare de hidrogen și de produși fluorurați volatili, în timp ce la fundul electrolizorului se adună componenții mai greu volatili. Separarea spațiilor de electroliză cu diafragma nu este necesară, deoarece electroliza se desfășoară, în condiții normale, fără fenomene secundare. Aceasta asigură aparaturii o compactitate remarcabilă.

Construcția electrolizorilor noi industriali este și mai compactă datorită utilizării electrozilor sub formă de plăci alternative de nichil și fier. Celulele sînt răcite prin manta sau cu serpentine. Temperatura se menține constantă în timpul electrolizei, în jurul a 0°, pentru micșorarea cantității de acid fluorhidric antrenat. Cînd se impun temperaturi de lucru mai ridicate — pe capacul celulei se montează un răcitor cu reflux. —40° pentru condensarea acidului.

După răcire gazele de electroliză se trec peste oxid de cupru pentru oxidarea hidrogenului, se spală, se usucă, se răcesc și se comprimă.

Prin fluorurare electrochimică au fost prelucrate numeroase combinații organice [8], printre care: acizi organici, alcooli, acetona, anhidride, eteri, amine, nitrili ș.a.

Fluorurarea hidrocarburilor, din cauza solubilității lor reduse în acid fluorhidric reușește numai în prezența adausurilor care măresc conductivitatea mediului. Metoda permite, spre exemplu, obținerea freonilor.

Aldehidele și cetonele, ca și nitro— și nitrozo derivații pot fi considerate practic nestudiate din punct de vedere al electrofluorurării. Puțin studiată este și fluorurarea alcoolilor datorită tendinței lor de-a se polimeriza în prezența acidului fluorhidric.

Prin prelucrarea electrochimică a eterilor simpli se pot obține perfluorderivați nedegradați. Rezultate interesante dă electrofluorurara oxizilor care își păstrează structura ciclică inițială, ceeace constituie o dovadă a stabilității ridicate a legăturii oxigen-carbon.

Studii ample s-au efectuat asupra fluorurării electrochimice a acizilor alifatici și ciclici. Rezultatul reacției este totdeauna o fluorură perfluoracilică. Decarboxilarea și formarea de forani și hidroforani se constată numai în cazuri izolate.

În prezent metoda electrochimică servește la obținerea pe scară industrială a perfluoracizilor și a derivaților acestora.

Cele mai amănunțite cercetări s-au efectuat asupra electrofluorurării aminelor-alifatice, aromatice și heterociclice. În toate cazurile procesul poate fi dirijat în sensul obținerii compușilor complet fluorurați, deși rezultă și o oarecare degradare a substanței inițiale.

Prin degradarea compușilor heterociclici azotul formează trifluorură de azot, în timp ce aminele alifatice se scindează la legăturile carbon-carbon. Prin fluorurarea aminelor aromatice are loc nu numai substituția hidrogenului aminic și în catenele laterale, dar și adiția fluorului la dublele legături ale nucleului benzenic.

Compușii cu conținut de sulf au fost relativ puțin studiați. Astfel, se cunosc unele date asupra fluorurării alcoosulfohalogenurilor, a sulfurii de dimetil și a sulfurii de carbon.

Electrofluorurarea unor sulfoacizi a constituit obiectul unor cercetări recente [17]. Unii perfluorsulfoacizi cu calități capilar active sînt totodată deosebit de rezistenți la acțiunea oxidării și reducerii electrochimice. Introduși în cantități mici în electrolitul de cromare asigură micșorarea simțitoare a cantității de electrolit antrenat de gaze.

Lucrări în domeniul obținerii fluorului și a derivaților fluorurați nu s-au efectuat în țara noastră deși o astfel de preocupare este justificată, pe lîngă cele arătate mai sus, și prin condițiile noastre favorabile din punct de vedere al bazei de materii prime necesare.

În prezent în laboratorul nostru se lucrează la obținerea fluorului elementar și a unor compuși flururați.

Laboratorul de Electrochimie
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *Moissan H.*, — Compt. rend. 102, 1543 (1886).
2. *Argo W., Mathers F., Humiston B., Anderson C.*, — Trans. electrochem. Soc. 36, 335 (1919).
3. *Lebeau P., Damiens A.*, — Compt. rend. 181, 917 (1925).
4. Фтор и его соединения sub red. J. H. Simons, I. L., vol. I Moscova, 1953; vol. II Moscova, 1956.
5. *Riss I.*, — Химия фтора и его неорганических соединений, Госхимиздат, Moscova 1953.
6. *Emeléus H.*, — Endeavour, oct. 141 (1948).
7. *Ioffe S.*, — Him prom. 15, 303 (1952).
8. *Cnuniant I., Sokoloski G.*, — cap „Электрохимическое фторирование" din „Реакции и методы иследования органических соединений" vol. 6, Госхимиздат, Moscova, 1957.
9. *Fischer J.*, — cap „Die organischen Fluorverbindungen" din: Tödt F. „Korrozion und Korrozionschutz", Berlin, 1954.
10. Химия фтора, сборник Nr. 1, sub. red. I. L. Cnuniant I. L. Moscova, 1948, 203—248.
11. *Vavalidis S., Cable R., Henderson W., Powel C.*, — Ind. Eng. Chem. 50, 178 (1958); *Dykstra j., Thompson B.*, — Paris S., Ind. Eng. Chem., 50, 181 (1958).
12. *Schumb W., Young R., Radimer K.*, — Ind. Eng. Chem. 39. 244 (1947) *Pinkston J.*, — Ind. Eng. Chem. 39, 255 (1947).
13. *Grady T., Thad D.* ș.a. — Ind. Eng. Chem. 50, 1525 (1958).
14. *Scherer O.*, — Angew. Chemie 61, 490 (1949), citat după [9].
15. *Latimer W.*, — Окислительное состояние элементов и их потенциалы в водных растворах, I. L. Moscova, 1954.
16. *Simons J., Frances H.*, ș. a., — Trans Electrochem. Soc. 95, 47 (1949).
17. *Burdon J., Farazmand I. ș.a.* — J. Chem. Soc. 2574 (1957).
18. *Filzsismmons V., Zisman W.*, — Ind. Eng. Chem. 50, 781 (1958).
19. *Clinov I.*, — Хим. наука и пром. 3, 492 (1958).
20. *Schumb W.*, — Ind. Eng. Chem. 39, 421 (1947).
21. *Scliarenco S.*, — Хим. наука и пром. 3, 455 (1958).
22. *Emeléus H.*, — capitolul „Fluoruri anorganice nevolatile" in [4].
23. *Ebert M., Rodowskas E., Frazer J.*, — J. Am. Chem. Soc. 55, 3056 (1933), citat după [22].
24. *Ruff O., Giese M.*, — Z. anorg. allgem. Chem. 219, 143 (1934), citat după [22].
25. *Lebeau P., Damiens A.*, — Compt. rend. 183, 1340 (1926), citat după L. A. Bigelow, capitolul „Acțiunea fluorului elementar asupra combinațiilor organice" in [4].
26. *Bockemüller W.*, — Ann, 506, 20 (1933), citat după L. A. Bigelow, capitolul „Acțiunea fluorului elementar asupra combinațiilor organice" in [4].
27. *Fredenhagen K., Cadenbach A.*, — Ber. 67, 928 (1934), citat după T. J. Brice, capitolul „Fluorocarburile; proprietățile lor și producția în timpul războiului", in [4].

28. *Ruff O., Ascher E.*, — Z. anorg. allgem. chem. 183, 193 (1929), citat după T. J. Brice, capitolul „Fluorocarburile ; proprietățile lor și producția în timpul războiului" în [4].
29. *Cady G., Grosse A.*, ș.a. — Ind. Eng. Chem. 39, 290 (1947), citat după T. J. Brice capitolul „Fluorocarburile ; proprietățile lor și producția în timpul războiului" în [4].
30. *Fowler R., Burford W., ș.a.* — Ind. Eng. Chem. 39, 292 (1947), citat după : Химия фтора, сборник 1, sub redacția lui I. L. Cnuniant, Izdatinlit, Moscova, 1948.

К ДОСТИЖЕНИЯМ В ОБЛАСТИ ХИМИИ ФТОРА

(Краткое содержание)

Излагается вкратце развитие, научное и практическое значение химии фтора, а также методы получения элементарного фтора и фторирования органических и неортанических соединений.

ON THE MORE IMPORTANT ACHIEVEMENTS OF FLUORINE CHEMISTRY

(Summary)

This is a short report on the development and theoretical and practical importance of the fluorine chemistry, the methods of obtaining the elementary fluorine and the organic and inorganic combinations of the fluorine.

SUR LE PROGRÈS DE LA CHIMIE DU FLUORE

(Résumé)

On expose briévement le développement et l'importance scientifique et pratique de la chimie du fluore, ainsi que les méthodes permettant d'obtenir le fluore élementaire et les florures organiques et anorganique.

ÜBER DIE VORSCHRITTE IN DAS GEBIET DER FLUORCHIMIE

(Zusammenfassung)

Man gibt kürzlich die Entwicklung und die wissentschaftliche und technische Wichtigkeit der Flourchemie. Man beschreibt auch einige Gewinnungdsmethoden der Fluor und Fluorderivaten.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 2

O NOUĂ METODĂ PENTRU DOZAREA NaCl, NaClO, $NaClO_2$, $NaClO_3$, $NaClO_4$ CÎND SE GĂSESC SIMULTAN

de A. IANU, GRIGORE TEODORESCU și STANCU LICA

Pentru dozarea volumetrică a unora din ioni Cl^-, ClO^-, ClO_2^-, ClO_3^- și ClO_4^- cînd se găsesc împreună, în literatura de specialitate se cunosc o serie de metode bazate pe principii diferite, din care rezultă importanța acestei probleme pentru chimia analitică. Dintre acestea citām pe cele mai importante:

Dozarea ClO_2^- lîngă Cl_2 liber se fac prin reducerea cu sulfat feros în mediu sulfuric (1) sau folosind KJ și $Na_2S_2O_3$ (2) (3).

Determinarea HClO liber pe lîngă hipoclorit se poate efectua la un loc, iar pe o probă parte se dozează acidimetric acidul clorhidric echivalent, corespunzător HClO (4) (5) (6). Pentru dozarea clorurilor alături de hipoclorit se poate face cu arsenit pentru ClO^- iar cu $AgNO_3$ suma clorurilor (7). Acidul hipocloros pe lîngă clorul liber se determină adăogînd la o soluție de KJ amestecată cu o cantitate cunoscută de HCl și în exces, soluția de analizat. Iodul pus în libertate se dozează cu tiosulfat, iar excesul de acid clorhidric se determină acidimetric (8). Soluții conținînd Cl_2, HClO și hipoclorit se poate doza cu mercur (9) (10). Pentru dozarea ClO_2 alături de hipoclorit se poate face dozînd într-o porțiune cu As_2O_3, hipocloritul. În altă porțiune se dozează apoi cloritul iodometric (11).

Determinarea ClO_2^- pe lîngă ClO_2 și clorat se poate face prin titrare cu KJ și $FeSO_4$ (12). Cloritul se poate doza pe lîngă toți ceilalți acizi oxigenați ai clorului, precipitîndu-l sub formă de clorit de plumb cu ajutorul azotatului de plumb (13). ClO_3^- alături de cloruri, se efectuează astfel: se precipită Cl^- ca AgCl și în filtrat ClO_3^- este redus cu zinc în soluție sulfurică la CL^- și dozat titrimetric (14).

Pentru dozarea ClO_3^- alături de hipoclorit se cunosc mai multe metode (15) (16) (17) (18) (19) (20) (21) (22) (23) (24) (25) (26).

Determinarea ClO_2^- alături de ClO_3^- se poate face, reducînd ClO_2^- în soluție neutră, cu KJ cînd ClO_3^- nu este atacat. ClO_3^- este redus cu $FeSO_4$ (27).

Dozarea ClO_3^- alături de ClO_4^- se bazează pe reducerea ClO_3^- cu diferiți reducători cînd ClO_4^- nu este atacat (28) (29); iar ClO_4^- este redus cu săruri de titan sau vanadiu și cadmiu metalic (30) (31).

Dozarea ClO_4^- alături de ClO_3^- se poate face amestecînd soluția apoasă cu albastru de metilen și $ZnSO_4$ și comparînd coloratia albastră cu o soluție de ClO_4^- cunoscută. În prezență de ClO_3^- soluția se decolorează treptat (32).

Pentru dozarea ClO_3^- alături de clor liber, clorură și hipoclorit se cunosc mai multe metode (33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43).

Determinarea ClO_3^- alături de hipoclorit și clorit se poate face prin introducerea soluției într-un exces de soluție de As_2O_3 și titrarea excesului cu o soluție de iod, cînd se determină hipocloritul. În soluție slab acidă se dozează cloritul iodometric după adăogarea iodurei de potasiu. Într-o altă probă este dozat tot oxigenul prin reducere cu exces de $FeSO_4$ și titrarea excesului (44).

Dozarea Cl_2, HCl, $HClO_3$ și $HClO_4$ laolaltă se poate efectua prin mai multe metode (45, 46, 47, 48, 49, 50).

Determinarea tuturor componenților unei soluții ce conține ClO^-, Cl^-, ClO_3^-, ClO_4^- de sodiu și potasiu se poate face după E. C. Carron (51).

In lucrarea de față ne-am propus să instituim o metodă volumetrică rapidă și comodă, folosind metoda iodometrică, combinată cu cea argentometrică.

Principiul metodei. În mediu alcalinizat cu carbonat acid de sodiu, arsenitul este oxidat de hipoclorit și nu de clorit.

În mediu de acid acetic hipocloritul și cloritul eliberează iod din iodură de potasiu.

Deci dacă la o probă conținînd acest amestec se adaugă o cantitate cunoscută în exces de soluție arsenioasă și carbonat acid de sodiu și se dozează apoi excesul de arsenit cu o soluție titrată de iod se poate afla cantitatea de hipoclorit din amestec.

$$2\,NaClO + As_2O_3 = As_2O_5 + 2\,NaCl$$
$$As_2O_3 + 4J + 2H_2O = 4HJ + As_2O_5$$

Într-o altă probă se adaugă iodură de potasiu și acid acetic și se dozează iodul pus în libertate, de către hipoclorit și clorit cu o soluție de tiosulfat de sodiu.

$$NaClO + 2KJ + 2CH_3COOH = NaCl + H_2O + 2CH_3COOK + 2J$$
$$NaClO_2 + 4KJ + 4CH_3COOH = NaCl + 2H_2O + 4CH_3COOK + 4J$$
$$2Na_2S_2O_3 + 2J = 2\,NaJ + Na_2S_4O_6$$

Prin diferență dintre cantitatea de tiosulfat de sodiu folosit la titrarea hipocloritului și cloritului și aceea de iod folosit la dozarea hipocloritului se află cantitatea de clorit.

Pe această a doua probă după dozarea hipocloritului și cloritului se mai adaugă iodură de potasiu se încălzește la 70—80° și apoi acid clorhidric concentrat și se lasă să stea 10 minute după care se diluiază cu

apă, se adaugă soluție 1% tetroxid de osmiu (catalizator) și se titrează iodul pus în libertate de către clorat, cu o soluție de tiosulfat de sodiu.

$$KClO_3 + 6HCl + 6KJ = 7KCl + 3H_2O + 3J_2$$
$$J_2 + Na_2S_2O_3 = 2NaJ + Na_2S_4O_6$$

Din cantitatea de tiosulfat consumată se poate deduce aceea a cloritului existent în soluție.

Pe o a treia probă ce conține amestecul se reduce hipocloritul, cloritul și cloratul de clorură, cu zinc amalgamat și acid sulfuric se trece soluția într-un flacon de titrare, se adaugă exces de azotat de argint și se titrează excesul cu tiocianat de amoniu în prezența alaunului feric indicator.

În felul acesta se dozează clorul, din clorura inițială și acela provenit din hipoclorit, clorit și clorat. Prin diferență dintre clorul acesta și acela corespunzător hipocloritului, cloritului și cloratului se poate afla clorul din clorura inițială din soluție.

Pe a patra probă ce conține amestecul de clorură, hipoclorit, clorit, clorat și perclorat se adaugă zinc amalgamat, acid sulfuric și molibdat de sodiu, se încălzește pînă ce molibdenul trece în stare de Mo^{3+} (verde). Atunci reducerea are loc complet și se dozează clorul total, adăugînd exces de azotat de argint și retitrînd excesul, cu tiocianat de amoniu și alaun feric indicator.

Modul de lucru:

Într-un flacon iodometric s-au introdus cantități ce au variat între 5—10 ml. din fiecare soluție de clorură, hipoclorit, clorit, clorat și perclorat exact măsurat cu biureta, o granulă (rotulă) de hidroxid de sodiu, 1—2 g. carbonat acid de sodiu și 20—25 ml. soluție Pénot, s-a lăsat să stea 1 minut, după care s-a dozat excesul de arsenit cu o soluție 0,1 n. de iod de factor cunoscut. Fie n numărul de mililitri de iod (F 0,1 n=0,8600) folosiți pentru dozarea NaClO.

În alt flacon iodometric s-au introdus 0,5 g KJ, 2 ml apă și 2—3 ml acid acetic glacial, după care s-au introdus cantități variabile din soluțiile de analizat, s-a lăsat să stea 2 minute și s-a dozat iodul pus în libertate, de către hipoclorit și clorit, cu o soluție 0,1 n. de tiosulfat de sodiu (F 0,1 n = 1,010) în prezență de amidon indicator. Fie N. numărul de mililitri de tiosulfat întrebuințați la dozarea hipocloritului și cloritului. Prin diferență s-a aflat cantitatea de clorit (N — n = n').

După dozarea acestora, pe o aceeași probă s-a mai adăugat 1 g KJ s-a încălzit la 70—80°C și un număr de mililitri de acid clorhidric conc. (1,19) aproximativ egal cu numărul de mililitri de clorat existent în soluție (10—12 ml), s-a lăsat să stea la întuneric 10 minute, după care s-a diluat la 200—250 ml. cu apă distilată, s-a adăugat 1—2 picături soluție 1% de tetroxid de osmiu, după care s-a titrat cu soluție 0,1 n de tiosulfat, iodul pus în libertate.

Numărul de mililitri de tiosulfat întrebuințați la această din urmă titrare reprezintă cantitatea de clorat existent în soluție.

Pentru dozarea ionului clor inițial și cel ce provine de la hipoclorit, clorit și clorat s-a introdus într-un flacon de titrare un strat de zinc amalgamat, 25—50 ml. acid sulfuric 4 m și cantități variabile din soluțiile de analizat, s-a încălzit la fierbere, după care s-a transvazat soluția în alt flacon de titrare unde a fost lăsată să se răcească. În felul acesta hipocloritul, cloritul și cloratul au fost reduși la clorură. S-a diluat apoi soluția, s-a adăugat un exces de azotat de argint (20—30 ml.) măsurați exact și s-a retitrat excesul de azotat de argint, cu o soluție de tiocianat de amoniu de factor cunoscut. Diferența dintre azotatul de argint adăugat în exces și tiocianatul folosit la retitrarea excesului reprezintă cantitatea de clor existent în soluție care provine de la clorură, hipoclorit, clorit și clorat (afară de perclorat).

Prin diferență între cantitatea de clor total dozat și cantitatea de clor corespunzătoare hipocloritului, cloritului și cloratului la un loc se află cantitatea de clor corespunzătoare clorurei existente în soluție.

Pentru dozarea percloratului din amestec în prezența celorlalți s-a introdus într-un flacon zinc amalgamat, 25—50 ml. acid sulfuric 4 m, amestecul de analizat ce conține și percloratul, apoi 5 ml. soluție 0,1 m Na_2MoO_4 și s-a încălzit 15—20 minute. Soluția trece de la verde la violet prin fierbere. Se diluiază, se încălzește din nou pînă ce soluția devine iarăș verde.

Aceasta servește ca un bun indiciu ca reacția este completă. Cînd percloratul este total redus, atunci apare imediat culoarea verde a $Mo^{3}+$. În felul acesta ClO^{-}, ClO_2^{-}, ClO_3^{-} și ClO_4^{-} sînt reduși la clorură. Se transvazează soluția în alt flacon de titrare, se diluiază se adaugă permanganat de potasiu picătură cu picătură pînă ce soluția verde se decolorează. Se lasă să se răcească, se adaugă apoi exces de azotat de argint (30—40 ml) măsurați exact și se retitrează excesul de azotat de argint cu o soluție 0,1 n de tiocianat de amoniu (F = 1,000). Diferența dintre azotatul de argint în exces și tiocianatul de amoniu folosit la retitrarea excesului reprezintă cantitatea de clor total existent în soluție.

Prin diferența între clorul total dozat în prezența molibdatului de sodiu și cel dozat fără molibdat, s-a aflat cantitatea de clor corespunzătoare percloratului.

Clorul care eventual scapă se poate prinde în soluție de KJ și se retitrează iodul cu soluție de tiosulfat de sodiu.

Reactivii întrebuințați.

1. — Soluție Pénot preparată astfel: Se introduc într-un balon cotat de 1 litru 4,95 g. As_2O_3 p.a., 20 ml. apă și 20 g. $KHCO_3$, se lasă cîteva ore se agită din cînd în cînd. Se încălzește apoi pe baie de apă, la 50°C, pînă la dizolvare. După răcire se completează la litru cu apă distilată. Se filtrează, la nevoie, după care se titrează cu o soluție de iod.
2. — Hidroxid de sodiu solid p.a.
3. — Carbonat acid de sodiu p.a.
4. — Soluție 0,1 n de iod cu factor.
5. — Soluție amidon 5%.

7. — Acid acetic glacial p.a.
8. — Soluție 0,1 n de tiosulfat de sodiu cu factor cunoscut.
9. — Acid clorhidric 37% (1,19) p.a.
10. — Soluție tetroxid de osmiu 1%.
11. — Acid sulfuric 4 m.
12. — Zinc p.a. amalgamat preparat ca pentru reductorul lui Jones în modul următor: Granulele de zinc p.a. trebuie să aibă un diametru astfel ca să treacă printr-o sită de 20—30 ochiuri pe centimetru pătrat. Se pune zincul într-un pahar conic, se adaugă soluție de $HgCl_2$ conținînd suficientă sare ca să dea o cantitate de mercur egală cu 1% din greutatea zincului. Se adaugă 1 ml. acid clorhidric concentrat.

$$Zn + HgCl_2 + HCl = HgZn + ZnCl_2$$

Se închide paharul cu un dop și se agită cîteva minute, se deschide din cînd în cînd ca să scadă presiunea gazului.

Se decantează lichidul de zincul amalgamat și se spală aceasta de mai multe ori cu apă.

Se introduce zincul amalgamat în reductor (într-un strat de 30—40 cm. lungime) care are pe fund puțină vată de sticlă.

Se trece prin reductor 100—150 ml. de soluție caldă de acid sulfuric 2%. Se adaugă soluției o picătură de permanganat 0,1 n, care trebuie să coloreze soluția. Dacă soluția de permanganat este decolorată, atunci coloana trebuie din nou spălată, cu acid sulfuric diluat. Se repetă operația pînă ce soluția se colorează. Cînd zincul amalgamat este astfel pregătit poate fi folosit sau în reductorul Jones sau într-un flacon de titrare.

13. — Soluție 0,1 n. de azotat de argint.
14. — Soluție 0,1 de tiocianat de amoniu cu factor.
15. — Soluție de alaun feric indicator.
16. — Soluție 0,1 m de molibdat de sodiu.

Soluțiile folosite au avut următoarele concentrații:

NaClO 2,270 g. ‰; $NaClO_2$ 2,445 ‰; $KClO_3$ 0,1 n.

$NaClO_4$ 0,1 m și 7,182g ‰ NaCl. Soluția Pénot cu următoarea corespondență la 20 ml. soluție Pénot corespund 18,90 soluție iod F o, 1n=1,0100 (19,08).

1 ml 0,1 n iod . . . . . 0,003725g. NaClO
19,08—(12,85 × 1,01) X

X = 0,0227 g. NaClO în 10 ml. soluție NaClO
1 ml. 0,1 n $Na_2S_2O_3$ . . . . . 0,00226 g. $NaClO_2$
11,05 × 0,9800 X

X = 0,02445 g. $NaClO_2$ în 10 ml. soluție
1 ml. 0,1 n. $Na_2S_2O_3$ . . . . . 0,00204 g $KClO_3$
10,25 × 0,9800 X

X = 0,00204 g. $KClO_3$ în 1 ml. soluție.

Unele din rezultatele obținute prin metoda aplicată de noi, sînt redate în tabela 1.

Laboratorul de Chimie Analitică
Institutul Politehnic București

TABELA 1

Nr.	Grame $NaClO$ în probă	ml. iod Fo, In = 1,0100 întrebuinț.	Grame $NaClO$ găsite	Diferență	Grame $NaClO_2$ în probă	ml. $Na_2S_2O_3$ Fo, In = 0,9800 întreb. pentru $NaClO+NaClO_2$	ml. $Na_2S_2O_3$ corespunz, $NaClO_2$	Grame $NaClO_2$ găsite	Diferență	Grame $KClO_3$ în probă	ml. $Na_2S_2O_3$ Fo, In = 0,9800	Grame $KClO_3$ găsite	Diferență
1	0,0113	3,03	0,0113	0,0000	0,0171	10,63	7,60	0,0171	0,0000	0,0122	6,15	0,0122	0,0000
2	0,0159	4,28	0,0159	0,0000	0,0098	8,60	4,32	0,0098	0,0000	0,0163	8,20	0,0163	0,0000
3	0,0181	4,84	0,0180	—0,0001	0,0122	10,21	5,37	0,0121	0,0001	0,0184	9,20	0,0184	0,0000
4	0,0204	5,45	0,0203	—0,0001	0,0146	11,91	6,46	0,0146	0,0000	0,0153	7,65	0,0152	—0,0001
5	0,0204	5,45	0,0203	—0,0001	0,0171	13,08	7,63	0,0172	+0,0001	0,0163	8,20	0,0163	0,0000
6	0,0227	6,10	0,0227	0,0000	0,0171	13,72	7,62	0,0172	+0,0001	0,0173	8,65	0,0173	0,0000
7	0,0193	5,20	0,0194	+0,0001	0,0183	13,32	8,12	0,0183	0,0000	0,0204	10,20	0,0204	0,0000
8	0,0136	3,63	0,0135	—0,0001	0,0146	10,09	6,46	0,0146	0,0000	0,0122	6,15	0,0122	0,0000
9	0,0148	3,99	0,0149	+0,0001	0,0158	11,02	7,03	0,0158	0,0000	0,0132	6,65	0,0133	+0,0001
10	0,0193	5,20	0,0194	+0,0001	0,0195	13,86	8,66	0,0195	0,0000	0,0173	8,65	0,0172	—0,0001
11	0,0216	5,80	0,0216	0,0000	0,0232	16,07	10,27	0,0232	0,0000	0,0193	9,70	0,0193	0,0000
12	0,0227	6,10	0,0227	0,0000	0,0244	16,90	10,88	0,0244	0,0000	0,0204	10,20	0,0204	0,0000

ml. o, în $AgNO_3$ adăugat	ml. o, în NH_4SCN pentru retitrarea excesului	Grame: clor corespunz. NaCl, NaClO, $NaClO_2$, $KClO_3$ în probă	Grame clor corespunz. NaCl, NaClO, $NaClO_2$, $KClO_3$ găsite	Diferența	Grame clor corespunz. NaCl inițial în probă	Grame clor corespunz. NaCl găsite	Diferența	Grame clor corespunz. NaClO, $NaClO_2$, $KClO_3$	ml. o, în $AgNO_3$ adăugați	ml. o, în NH_4SCN pentru retitr. excesul	Grame clor cores. NaCl NaClO, $NaClO_2$, $KClO_3$ NaClO, inițial în probă	Grame clor cores. NaCl, NaClO, $NaClO_2$, $KClO_3$	Grame clor cores. NaCl, NaClO, $NaClO_2$, $KClO_3$, $NaClO_4$ găsite	Diferența	Grame clor cores. $NaClO_4$ inițial în probă	Grame clor corresp. $NaClO_4$ găsite	Diferența
20	5,75	0,0509	0,0506	−0,0003	0,0359	0,0357	−0,0002	0,0149	30	8,75	0,0757	0,0509	0,0754	−0,0003	0,0248	0,0245	−0,0003
30	11,60	0,0655	0,0653	−0,0002	0,0503	0,0501	−0,0002	0,0152	30	6,60	0,0831	0,0654	0,0830	−0,0001	0,0177	0,0176	−0,0001
30	8,90	0,0751	0,0749	−0,0002	0,0574	0,0573	−0,0001	0,0176	30	2,90	0,0964	0,0751	0,0962	−0,0002	0,0213	0,0211	−0,0002
30	5,00	0,0890	0,0888	−0,0002	0,0703	0,0701	−0,0002	0,0187	40	10,10	0,1063	0,0833	0,1061	−0,0002	0,0230	0,0228	−0,0002
30	4,60	0,0902	0,0901	−0,0001	0,0703	0,0702	−0,0001	0,0199	40	5,65	0,1222	0,0902	0,1219	−0,0003	0,0319	0,0317	−0,0002
30	3,90	0,0930	0,0927	−0,0003	0,0718	0,0716	−0,0002	0,0211	40	6,30	0,1196	0,0930	0,1198	+0,0002	0,0266	0,0266	0,0000
30	6,85	0,0821	0,0818	−0,0003	0,0610	0,0607	−0,0003	0,0211	40	8,95	0,1105	0,0821	0,1102	−0,0003	0,0284	0,0281	−0,0003
30	13,70	0,0580	0,0578	−0,0002	0,0431	0,0429	−0,0002	0,0149	40	17,70	0,0793	0,0580	0,0791	−0,0002	0,0213	0,0211	−0,0002
30	12,35	0,0629	0,0626	−0,0003	0,0466	0,0464	−0,0002	0,0162	40	15,85	0,0859	0,0629	0,0857	−0,0002	0,0230	0,0228	−0,0002
30	7,05	0,0817	0,0814	−0,0003	0,0610	0,0607	−0,0003	0,0207	40	9,05	0,1101	0,0817	0,1098	−0,0003	0,0284	0,0281	−0,0003
30	2,85	0,0967	0,0964	−0,0003	0,0718	0,0715	−0,0003	0,0249	40	2,80	0,1322	0,0967	0,1320	−0,0002	0,0355	0,0353	−0,0002
30	3,90	0,0929	0,0926	−0,0003	0,0682	0,0679	−0,0003	0,0247	40	4,40	0,1266	0,0929	0,1264	−0,0002	0,0337	0,0334	−0,0003

BIBLIOGRAFIE

1. — *Bray Z.* — phys chem. 54, 580, 1906.
2. — *Bray Z.* — anorg. chem. 48, 218, 1906.
3. — *Oeshsli* — Z. Elektroch. 9, 823, 1903.
4. — *F. Forster, Jorre* — Z. anorg. chem. 23, 180, 1900.
5. — *Deryk* — B. Assoc. Belge 17, 167, 1903.
6. — *Lunge Berl* — chem. teh. unter. methoden 7 — vol. I. 1004, 1921.
7. — *Lunge* — Ch. Ind. 8-340, 1885.
8. — *Lunge, — Schaeppi* — Ch. Ind. 4-293, 1881.
9. — *J. Bhaduri* — Z. anorg. chem. 13—407, 1897.
10. — *F. Forter, Jorre* — Z. anorg. chem. 23-179, 1900.
11. — *Dalch, F. Forster* — Z. Electroch. 23, 138, 1917.
12. — *Oechsli* — Z. Electroch. 9, 823, 1903.
13. — *Lvisègne* — Bl. Soc. chim. (4) 11, 884, 1912.
14. — Rasenack in Dammer Lexicon Verfälschungen — Leipzig 423, 1887.
15. — *Ditz* — Z. anorg. chem. 12, 1219, 1899.
16. — *Ditz.* — ch. Ztg. 23, 727, 1901.
17. — *R. L. Taylor* — C. A. 2564, 1916.
18. — *Rupp.* — Z. anal. chem. 56, 585, 1917.
19. — *Wohlwill.* — Z. Electroch. 5, 63, 1898.
20. — *Winteler* — Z. ang. chem. 16, 33, 1903.
21. — *Knecht.* — J. Soc. Chim. Ind. 27, 434, 1908.
22. — *C. R. A. Wright.* — chem. N. 16, 178, 1867.
23. — *De Daepe.* — Bl. Assoc. Belge 17, 92, 1903.
24. — *Kolthoff.* — Pharm. Weckbl. 55, 1289, 1918.
25. — *I. Bhaduri.* — Z. anorg. ch. 13, 383, 1897.
26. — *R. Fresenius.* — Z. anorg. ch. 8, 5011, 1895, Z. anal. ch. 34, 434, 1895.
27. — *Schlischer, Wesly.* — Z. anal. ch. 65, 407, 1924.
28. — *Vitali.* — Giom. Farm. chim. 59, 18, 1910.
29. — *Hendrixson.* — An. chem. J. 32, 242, 1902.
30. — *W. D. Freadwell, Hristie, Egger, Sturzenberger.* — Helv. chim. Acta 5, 8066, 1922.
31. — *Rothmun.* — Z. anorg. ch. 62, 108, 1909.
32. — *F. L. Halm, C. Hofmann, Völkel.* — Z. anorg. ch. 39, 451, 1926.
33. — *Carnot.* — Bul. Soc. chim. 15, 393, 1896.
34. — *De Paepe.* — Bl. Asoc. Belge 17, 92, 1903.
35. — *J. H. James, Ritchey.* — J. Am. Soc. 24, 470, 1902.
36. — *L. Lundolt.* — Disert. Zürich 3, 12, 1888.
37. — *Patinson.* — J. Soc. Chem. 7, 188, 1888.
38. — *F. Forster și Jorre.* — Z. anorg. ch. 23, 179, 1900.
39. — *A. Richmson.* — J. chem. Soc. 93, 281, 1908.
40. — *Vatocek.* — ch. Ztg. 42, 257, 271, 1918.
41. — *J. Kolb.* — Am. chim. Phys. 12, 270, 1867.
42. — *Olson.* — J. Am. Soc. 42, 898, 1920.
43. — *F. Foerster, Dach.* — Z. Electroch. 23, 139, 1917.
44. — *Hober, Grinberg.* — Z. anorg. ch. 16, 225, 1898.
45. — *Scobai.* — Z. phys, ch. 44, 326, 1903.

46. — *Maqueyrol.* — Am. chim. anal. 16, 67, 1910.
47. — *Carnot.* — Bl. Soc. chim. 15, 397, 1896.
48. — *Blatner, Brasseur.* — ch. Ztg, 24, 793, 1900.
49. — *G. Lunge, E. Berl.* — Lunge, Berl. 7, 1013, 1921.
50. — *Pamfilov, Jafinon.* — ch. Ztg. 48, 541, 1924.
51. — *E. C. Sarrou.* — Chimiste 3, 232, 3 chem. Abst. 950, 1913.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СМЕСИ Na Cl, Na ClO, $Na\,ClO_2$, $Na\,ClO_3$ и $Na\,ClO_4$

(Краткое содержание)

Предлагается метод удобного и быстрого определения этих соединений при помощи комбинированного объёмного метода: йодометрического и аргентометрического.

Гипохлорид определяется в смеси, в пробе, к которой прибавляют избыток мышьяковистого раствора в известном количестве, в среде $Na\,H\,CO_3$; избыток арсенида оттитровывают раствором йода.

Хлорид определяют совместно с гипохлоридом в другой пробе, в уксуснокислой среде в присутствии йодистого калия; в той-же пробе определяется и хлорат, но в концентрированной солянокислой среде.

Другую проду обрабатывают амальгамированным цинком и серной кислотой: гипохлорид, хлорид и хлорат при этом восстанавливаются в хлорид, Прибавляют избыток раствора азотнокислого серебра, избыток оттитровывают раствором роданида аммония. Таким образом получают значение хлора, содержащегося в первоначальном хлориде и в продуктах восстановления. Из разницы вычисляют первоначальный хлорид.

Наконец, в другой пробе восстанавливают все вещества содержащие хлор, включительно перхлорат, до хлорида, обработкой амальгамированным цинком, серной кислотой и молибдатом натрия; определяют общий хлор азотнокислым серебром, и из вычитаинной разницы находят содержание в прехлорате.

DETERMINATION OF NaCl, NaClO, $NaClO_2$, $NaClO_3$ AND $NaClO_4$ IN A MIXTURE.

(Summary)

A rapid and convenient method for the determination of the above substances is presented, using a combined volumetric method (iodometric-argentometric).

Hypochlorite is determined in the mixture, by adding to a sample an excess of known arsenious solution, in $NaHCO_3$ medium; the excess arsenite is iodometrically determined.

In another samples chlorite and hypochlorite are determined together in acetic acid and potassium iodide medium. In the same sample but in concentrated hydrochloric acid medium one determine chlorate.

A new sample is treated with amalgamated zinc and sulpuhuric acid; when ClO^-, ClO_2^-, and ClO_3^-, are reduced to chloride. An excess of silver nitrate solution is added, and the excess is titrated with ammonium thiocyanide. By subtracting from this total Cl^- value, the amount of ClO^- ClO_2^- and ClO_3^- the initial chloride value is found.

Lastly, in another sample all chlorine compounds ClO_4^- inclusively, are reduced tot chloride by treatment with amalgamated zinc, sulphuric acid and sodium molybdate. The total chloride value is titrated argentometrically and from the difference, the value of ClO_4^- is calculated.

DOSAGE D'UN ENSEMBLE DE NaClO, $NaClO_2$, $NaClO_3$, $NaClO_4$ ET NaCl.

(Résumé)

Les auteurs indiquent une méthode d'analyse pratique et rapide de l'ensemble de ces substances utilisant la volumétrie (iodométrie et argentométrie combinées).

L'hypochlorite contenu dans le mélange est dosé en solution de $NaHCO_3$, dan laquelle on ajoute une solution arsénieuse de titre connu; l'excès d'arsénite est dosé avec une solution d'iode.

Le chlorite et l'hypochlorite sont dosés en solution acétique et KI, avec une solution de $Na_2S_2O_3$ de titre connu; puis le chlorate est dosé en solution chlohydrique conc. Ensuite, on traite une nouvelle portion avec du zinc amalgamé et acide sulfurique; l'hypochlorite, le chlorite et le chlorate présents sont réduits jusqu-au chlorure. On ajoute une solution de nitrate d'argent en excès, et l'excès, est titré avec sulfocyanure d'ammonium. On obtient ainsi la quantité de chlore, provenant de la chlorure initiale et celle provenant de la réduction des substances à analyser; par différence on peut calculer la quantité de chlorure initiale.

Pour doser le perchlorate, on réduit toutes les substances jusqu-au chlore, en les traitant avec du zinc amalgamé, acid sulfurique et molibdate de sodium; le chlore totale est dosé avec nitrate d'argent et par différence on obtient la quantité de perchlorate présente.

BESTIMMUNG VON NaCl, NaClO, $NaClO_2$, $NaClO_3$ UND $NaClO_4$ IM MISCHZUSTAND

(Zusammenfassung)

Ausgehend von der kombinierten volumetrischen jodometrisch-argentometrischen Methode, zeigt vorliegende Arbeit eine praktische und rasche Methode zur Bestimmung obiger Substanzen.

Das Hypochlorit wird aus der Mischung in einer Probe bestimmt, der man eine bekannte arsenige Lösung in $NaHCO_3$ in Uberfluss hinzugefügt hat.

Der arsenige Uberfluss wird mit einer Jodlösung bestimmt.

Das Chlorit wird zusammen mit dem Hypochlorit in einer anderer Probe in Essigsäuerer und Kalyumjodid-Lösung bestimmt ; in der gleichen Probe, aber in konz. Salzsaurer Lösung wird das Chlorat bestimmt.

Eine neue Probe wird mit Zinkamalgam und Schwefelsäure behandelt ; das Hypochlorit, das Chlorit und das Chlorat werden zu Chlorid reduziert ; man fügt eine Lösung von Silbernitrat in Uberfluss hinzu, und dieser wird mit Ammoniumthiocyanat titriert.

Man erhält so den Wert des Chlors für das Anfangschlorid, wie auch des Chlors das durch Reduzierung der erwähnten Substanzen erhalten wurde ; das Anfangschlorid wird aus der Differenz berechnet.

In einer anderen Probe werden endlich alle Chlorverbindungen, einschliesslich des Perchlorats, zu Chlorid durch Behandlung mit Zinkamalgam, Schwefelsäure und Sodiummolybdat reduziert ; das Gesamtchlor wird mit Silbernitrat bestimmt, und der Wert des Perchlorats wird aus der Differenz berechnet.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 2

ELECTROTEHNICA

„DOES RATIONALIZATION CHANGE UNITS"?*)

by CONSTANTIN BUDEANU

The mentioned, interresting, article throws into relief the discussions and the points of view, rather divergent, about the application of rationalization in electromagnetism.

Meanwhile I consider that all these opinion divergencies must not be regarded as surprising and I would rather say that I was expecting them.

I am appliying the MKSA — system since more than 15 years in my lessons on electrotechnics at the Polytechnic Institute of Bucharest and I am using, at the same level and simultaneosly, the two forms: the „classic" (non rationalized) and „the rationalized" one, because I consider that, in the present state of things the students must know both of two forms of presentation.

The practice of the two forms has conducted me to some remarks about the rationalization, the most important of which, I will try to expose in what follows.

1) The factor 4π which appears in the nonrationalized system (that I shall call further: „classic"), is not a simple, whatever, number. This factor represents *the measure of a precise physical quantity* „the solid angle", expresed by its natural unit: the steradian.

Taking that in consideration, what commonly is neglected, many of the discussed questions could be easly cleared up.

Thus, for instance, the electric flux ψ, emitted by an electric charge Q, under a solid angle Ω, will be expressed by

$$\psi = K \cdot \Omega \cdot Q \tag{1}$$

where K is a simple numerical coefficient of proportionality which can take an infinity of values, depending upon the form of units adopted.

The classic form has adopted the units of ψ, Ω, Q in which $K = 1$, that is to say, the unit of flux represents the flux emitted by 1 coulomb, in the unit of the solid angle, the steradian.

---

1) Answer to Mr. F. S. Silbee's paper „Does Rationalization Change Units?", issued in to Electrical Engineering, April 1957.

The rationalized form has adopted the units of ψ, Ω and Q, in which the coefficent $K = \frac{1}{4\pi}$.

Applying the ecuation (1) to the theorem of Gauss, where appears the total solid angle

$$\Omega_t = 4\pi \cdot steradians$$

the „measure ecuation" becomes *)

$$\{\psi\}_n = 1 \cdot \{\Omega_t\} \cdot \{Q\} = 4\pi \{Q\} \quad \text{classic form,} \tag{2'}$$

$$\{\psi\}_r = \frac{1}{4\pi} \cdot \{\Omega_t\} \cdot \{Q\} = \{Q\} \quad \text{rationalized form.} \tag{2''}$$

The situation is the same concerning the magnetic circuit law:

$$\oint \{\overline{H}\}_n \cdot \{d\overline{l}\} = 1 \cdot \{\Omega_t\} \cdot \Sigma\{I\} = 4\pi \Sigma\{I\} \quad \text{classic} \tag{3'}$$

$$\oint \{\overline{H}\}_r \cdot \{d\overline{l}\} = \frac{1}{4\pi} \cdot \{\Omega_t\} \cdot \Sigma\{I\} = \Sigma\{I\} \quad \text{rationalized.} \tag{3''}$$

Here, Ω_t has the same measure representing the difference between the solid angles, from which we are considering the circuit, on both sides of it.

Thus, 4π has the same significance in all the expressions of the classic form.

One could also think about rationalization based just upon the adoption of $\Omega_t = 4\pi \cdot$ *steradians,* as a unit of the solid angle. This operation would be either mathematically and physically possible, but practically it is inadmissible. Really this would conduct us to adopt as surface unit the area of a sphere the radius of which would be equal to the unit, and consequently we should write **)

$$\text{area of a sphere } \{A\}_r = \{r\}^2$$

$$\text{and area of a square } \{A\}_r = \frac{1}{4\pi} \cdot \{r\}^2$$

2) This significance of the 4 π factor, allows us to set in better evidence the difference between the meanings of the different presentations of the physical equations.

Thus, if we take as eample the law of the magnetic circuit:

a) The equation (3') represents a relation between the measures in the classic form;

a) The equation (3'') represents a relation between the measures, of the same phenomenon, in the rationalized form.

*) The symbols are bearing the indices n or r, to show the system „classic" or „rationalized" to which they are referring to.

**) I am using the { } signs, just as in the mentioned article, to designate the measures and the [ ] signs to designate the units.

We are aware that this relation presents a kind of equality between the magnetomotive force $\oint H_r \, d\bar{l}$ and the quantity measured in *ampere-turns,* thoug these two quantities are physically quite different.

We find an analogous instance in electrostatics, where we are speaking about an electric flux, measured in coulomb and we are writing an equality between two, physically, different, quantities: the flux and the electric charge.

c) A relation between quantities of the same phenomenon, in the classic form, should be written:

$$\oint \bar{H}_n \, d\bar{l} = \Omega_t \sum I \qquad (3''')$$

We see hence, that the magnetomotive force $\oint \bar{H}_n \cdot d\bar{l}$ is, physically, different of $\sum I$

d) At last, the relation between quantities in rationalized form becomes:

$$\oint \frac{\bar{H}_n}{\Omega_t} \cdot d\bar{l} = \oint \bar{H}_r \cdot d\bar{l} = \sum (I) \qquad (3^{IV})$$

We observe here, that we are introducing a kind of rationalization of the quantities.

The quantities $\bar{H}_r$ and $\bar{H}_n$ are, physically, different, because $H_r = \frac{H_n}{\Omega_t}$.

This time, really, $\oint \frac{\bar{H}_n}{\Omega_t} \cdot d\bar{l}$ is an electric current and the law of the magnetic circuit (3^{IV}), will be reduced to a relation of the form

electric current = electric current

that is to say, with the aspect of a tautology, which, physically, means just as nothing.

In classic form the solid angle $\Omega_t = 4\pi \cdot$ *steradians* finds its place into the electromagnetic formulae.

3) With reference to the „paradox" invoqued in the mentioned article, we make the following remarks:

Firstly, the reasoning of this paradox is based upon the affirmation that the quantity H_s, in the classic form, would be 4π times greater than the quantity H_s in the rationalized form. This seems inconceivable, because a physical quantity does not modify itself after the arbitrary operations touching to the form adopted for its representation. Utmostly, this rationalization of the quantities, could be adopted for replacing a quantity by another, representing the same phenomenon, but this would conduct us, as it will be shown further, to certain complications and conclusions, without any interest.

With special reference to the article's example and considering the existence of the quantity $\Omega_t = 4\pi \cdot$ *steradians,* we can write:

In classic form :

Relation between quantities : $H_s = \Omega_t \cdot \frac{I_s}{L_s}$; (5)

relation between measures : $\{H_s\}_n = 4\pi \frac{\{I_s\}_n}{\{L_s\}_n}$; (6)

relation between units, dividing (5) by (6) :

$$[H]_n = \frac{\Omega_t}{4\pi} \cdot \frac{[I]}{[L]} = \text{steradian} \frac{[I]}{[L]} \cdot \quad (7)$$

In rationalized form :

Relation between quantities : $\frac{H_s}{\Omega_t} = \frac{I_s}{L_s}$ · (5′)

relation between measures : $\{H_s\}_r = \frac{\{I_s\}}{\{L_s\}}$ · (6′)

relation between units, dividng : (5′) by (6′) :

$$\frac{[H]_r}{4\pi \; steradians} = \frac{[I]}{[L]} \cdot \quad (7')$$

Combining (7) and (7′) we are obtaining

$$[H]_r = 4\pi \; steradians \frac{[I]}{[L]} = 4\pi [H]_n \cdot \quad (8)$$

We consider hereby eliminated the paradox.

4. The „rationalization" of the quantities involves in reality the replacement of certain quantities by other different quantities, called „rationalized", expressed in function of the physical quantitiy Ω_t, as:

$$\psi_r = \frac{\psi_n}{\Omega_t}; \; H_r = \frac{H_n}{\Omega_t}; \; \mu_r = \Omega_t \mu_n \text{ and so on.}$$

In this manner, the „rationalization" of the quantities would mean the necessity to reexaminate the major part of the electromagnetic phenomena, concerning their presentation. This represents a great complication, which is to be considered, if the point of view is retained.

Besides, we consider that a relation between measures has a precise signification. It is not the same with the relation between quantities, which has rather a symbolic significance. The relation between the quantities U, I, R is subordinated to the condition that the unit $[I]$ is the current that traverse $[R]$ under a tension unit $[U]$, relation, *symbolically written,* as $U = I. R.$

5. The rationalization, according to what we exposed at point 3, does change units. For instance, the unit of permeability, in the M.K.S.A. system, is expressed:

in the classic form by: $10^7 \times$ *vacuum permeability*

and in the rationalized form by: $\frac{1}{4\pi} \cdot 10^7 \times$ *vacuum permeability.*

It is the unit called *henry/m,* which is different from the unit in classic form.

The unit of the dielectric constant in the M.K.S.A. system is expressed:

in the classic form by: $9.10^9 \times$ *vacuum dielectric constant*

and in the rationalized form by: $4\pi \cdot 9{,}10^9 \times$ *vacuum dielectric constant.*

It is the unit called *farad/m,* which is different from the correspondent unit in classic form.

In these conditions, we have also:

$$1 \text{ oersted} = \frac{1}{4\pi} \cdot 1000 \times \text{ampère turns/meter.}$$

6. For better evidence, we shall take an example, very simple, of geometry, to illustrate the difference between the rationalization of units and that of quantities.

The area of a sphere, is expressed, as we know, by the relations

$$\left.\begin{aligned} &\text{between quantities } A = \Omega_t r^2 \\ &\text{between measures } \{A\} = 4\pi \{r\}^2. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Here also we could apply the rationalization in the two variants.

a) The rationalization of units would ask the adoption of a new surface unit = area of a sphere with $r = 1$.

The equations (9) became:

$$\left.\begin{aligned} &\text{between quantities } A = \Omega_t r^2 \\ &\text{between measures } \{A\}_r = \frac{1}{4\pi} \{\Omega_t\} \{r\}^2 = \{r\}^2 \end{aligned}\right\} \tag{9'}$$

b) The rationalization of quantities would mean the representation of the area of a sphere by another, differnet quantity:

$$A_r = \frac{A}{\Omega_t}$$

But this new quantity is precisely the square radius r (9) and the equation between quantities becomes

$$A_r = \frac{A}{\Omega_t} = r^2 \tag{9''}$$

and because $\frac{A}{\Omega_t}$ = square radius r, the ecuation between quantities (9″) becomes

$$r^2 = r^2. \qquad (9''')$$

In this particular case we are keeping the surface unit but the equation of the quanities, consequently of this rationalization of quantities, is reduced to a simple tautology, without any interst, just as it has been shown at point 2.

7. It results from the foregoing points 2, 4 and 6, that one can speak, under certain conditions, about the two kinds of rationalization. But wile the rationalization of units, in spite of its inconvenients, does have a precise signification, the rationalization of quantities introduces new quantities, which are not used in electromagnetism and implicates the replacing of the usual electromagnetic laws by expressions which present no special physical interest.

8. We point also, that the rationalization risks the introduction of a certain confusion among the quantities, of different nature, as: electric induction and displacement; magnetomotive force and the quantity measured in amper-turns, and even between the electric flux and the electric charge.

9. Sometimes are invoqued considerations of plane, cylindrical and spherical symmetry when speaking about the expression of the capacity of plane, cylindrical and spherical condenser, formulated in the two forms.

But if we express the three sorts of capacity in function of the area of the external dielectric surface, we can write:

a) For the spherical condenser:

$$\left.\begin{aligned} C &= \varepsilon \cdot \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{A}{4\pi (R_2 - R_1)}, && \text{(classic)} \\ C &= \varepsilon' \cdot \frac{R_1}{R_2} \frac{A}{R_2 - R_1} \cdot && \text{(rationalized)} \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

b) For the cylindrical condenser:

$$\left.\begin{aligned} C &= \frac{\varepsilon \cdot A}{4\pi R_2 \ln R_2/R_1}, && \text{(classic)} \\ C &= \frac{\varepsilon' A}{R_2 \ln R_2/R_1} \cdot && \text{(rationalized)} \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

c) For the plane condenser:

$$\left.\begin{aligned} C &= \varepsilon \cdot \frac{A}{4\pi e}, && \text{(classic)} \\ C &= \varepsilon' \cdot \frac{A}{e} \cdot && \text{(rationalized)} \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

The invoqued symetry considerations about the position of the 4π factor disappears.

10. We shall remark too, that in the most important formulae defered to rationalization, the 4π factor keeps its place by calculation. Here are some examples :

	Classic form	*Rationalized form*
Magnetic flux	$\varphi = \frac{4\pi nI}{l} \cdot A \cdot 10^{-7} \mu_r$	$\varphi = \frac{nI}{l} \cdot A \cdot 4\pi 10^{-7} \mu_r$
Specific magnetic energy, (per volume unity)	$W_s = \frac{B^2}{8\pi \cdot 10^{-7} \mu_r}$	$W_s = \frac{B^2}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \mu_r}$
Specific electric energy	$W_s = \frac{\varepsilon_r E^2}{8\pi \cdot 9 \cdot 10^9}$	$W_s = \frac{\varepsilon_r E^2}{2 \cdot 4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}$
The force between two parallel conductors	$F = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I_1 I_2}{d} l$	$F = 2 \frac{4\pi \cdot 10^{-7} I_1 I_2}{4\pi d} \cdot l$

11. There are obviously, other considerations that interfere into discussion. Especially, we cannot overlook that rationalization is recommended by the highly appraised scientific-technical literature of U.S.A. ; of U.R.S.S. ; of Germany ; of Italy. It will be applied in France ; in Switzerland ; it was newly recommended even by the I.E.C. But the application of these recommendations impose precisely preparations, which are still far from being achieved.

12. Resuming, to the question put by the mentioned article, I shall answer :

Yes ! the rationalization does implicate a change of units.

But if another question would have been put previously : „Shall we persist in the idea of rationalization in electromagnetism ?" *I would, frankly answer : No !* because one cannot easily forsake the form of presentation of the electromagnetic phenomena which played such a fundamental part in the establishment of the science of electricity.

Polytechnic Institute of Bucharest

REFERENCES

1. *A. Blondel* — Comparaison entre les systèmes pratiques d'unités électromagnetiques. R.G.E. 16 et 23 mai 1931.
2. *A. Blondel* — Remarques sur la subrationalisation des unités pratiques, R.G.E. 26 septembre 1931.
3. *A. E. Kennelly* — Rationalized versus unrationalized practical electromagnetic units. Publication from the Harvard Engineering School No. 70.

4. *A. E. Kennely* — Magnetic formulae expressed in the M.K.S. system of units. Graduate Scholl of Engineering 1935—1936, No. 186.
5. *M. Landolt* — Grandeur, mesure ,unité, Bruxelles — Paris 1947.
6. *C. Budeanu* — Sur les grandeurs et unités électromagnétiques. Publication Nr. 33 du Comité électrotehnique roumain, Bucharest 1938.
7. *C. Budeanu* — Sur la rationalisation des unités et des formules électromagnétiques. Bulletin de la Société Française des Electriciens No. 74, octobre 1947.
8. *C. Budeanu* — Sistemul practic general de mărimi și unități. Bucharest 1956.

РАЦИОНАЛИЗАЦИЯ ИЗМЕНЯЕТ ЭДИНИЦЫ?

(Краткое содержание)

Изучая вопрос рационализации в теории электромагнитного поля, автор дает положительный ответ поставленного вопроса но отстаёт в противоположином положение когда ставится вопрос использовании этой оиерации.

DOES RATIONALIZATION CHANGE UNITS?

(Summary)

Discussing the problem of the rationalization in electromagnetism, the author give an affirmative answer to the proposed question but he remains in his contrary posture for the adoption of this operation.

LA RATIONALISATION MODIFIE-T-ELLE LES UNITÉS?

(Résumé)

Discutant le problème de la rationalisation en électromagnétisme, l'auteur donne une réponse affirmative à la question posée mais se maintient dans une atitude contraire quant à l'adoption de cette opération.

SOLL DIE RATIONALISIRUNG DIE EINHEITEN WECHSELN?

(Zusammenfassung)

Beschprechend über die Rationalisirung in Elektromagnetismus, der Verfasser gibt eine behauptende Antwort an die gestellte Frage aber bleibt dabei auf eine entgegengesetzte Stellung über die Annahme dieser Operation.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 2

UNDE ELECTROMAGNETICE

ELECTROMAGNETIC POWER AND MOMENTUM FOR HARMONIC TIME DEPENDENCE

by EDMOND NICOLAU

The main aim of this paper is to establish the conservation theorems for electromagnetic power and momentum for harmonic time dependence, in media with complex conductivity, permeabily and permitivity, but isotropic, homogeneous and linear; we assume that the frequency is also complex.

The Maxwell's equations are as follows:

$$\nabla \times \underline{E} = -j\underline{\omega}\,\underline{\mu}\,\underline{H} - \underline{J}_m \tag{1}$$

$$\nabla \times \underline{H} = j\underline{\omega}\,\underline{\varepsilon}\,\underline{E} + \underline{J}_e \tag{2}$$

The equations for the complex conjugate field are, namely:

$$\nabla \times \underline{E}^* = -j\underline{\omega}^*\,\underline{\mu}^*\,\underline{H}^* - \underline{J}_m^* \tag{3}$$

$$\nabla \times \underline{H}^* = -j\underline{\omega}^*\,\underline{\varepsilon}^*\,\underline{E}^* + \underline{J}_e^* \tag{4}$$

Upon multiplication of (2) by $\underline{H}^*$ and (4) by $\underline{E}$, and substracting, we get

$$\underline{H}^*(\nabla \times \underline{E}) - \underline{E}(\nabla \times \underline{H}^*) = -j\underline{\omega}\,\underline{\mu}\,\underline{H}\,\underline{H}^* + j\underline{\omega}^*\,\underline{\varepsilon}^*\,\underline{E}^*\underline{E} - \underline{J}_m\,\underline{H}^* - \underline{J}_e\,\underline{E}^* \tag{5}$$

By the standard formula

$$\nabla(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \mathbf{b}(\nabla \times \mathbf{a}) - \mathbf{a}(\nabla \times \mathbf{b})$$

the left side of (5)

$$\underline{I} = \underline{H}^*(\nabla \times \underline{E}) - \underline{E}(\nabla \times \underline{H}^*)$$

is readily evalueted as follows

$$\underline{I} = \nabla\,\underline{S}$$

Here S is the complex Poynting vector given by

$$\underline{S} = \underline{E} \times \underline{H}^* \tag{6}$$

By the standard formula

$$\underline{a}\,\underline{a}^* = (a_r + j\,a_i)(a_r - j\,a_i) = a_r^2 + a_i^2 = a^2$$

for the first terms in the right side of (5) we get

$$\underline{II} = -j\,2\underline{\omega}\,\underline{T} + j\,2\underline{\omega}^*\,\underline{U}^* \tag{7}$$

Here

$$\underline{T} = \frac{1}{2}\,\underline{\mu}\,H^2$$

is the density of magnetic energy, and

$$\underline{U} = \frac{1}{2}\,\underline{\varepsilon}\,E^2$$

the density of electric energy.

It can be shown that (7) is equivalent to

$$\underline{II} = -j\,2\omega_r\,(\underline{T} - \underline{U}^*) + 2\omega_i\,(\underline{T} + \underline{U}^*) \tag{8}$$

or

$$\underline{II} = = j\,2\,((\underline{\omega}\,\underline{T}) - (\underline{\omega}\,\underline{U})^*) \tag{8}$$

Denoting the impressed currents by $\mathbf{J}_{ei}$, and $\mathbf{J}_{mi}$, we get

$$\underline{\mathbf{J}}_e = \underline{\mathbf{J}}_{ei} + \underline{\gamma}_e\,\underline{\mathbf{E}}_e \tag{10}$$

$$\underline{\mathbf{J}}_m = \underline{\mathbf{J}}_{mi} + \underline{\gamma}_m\,\underline{\mathbf{H}} \tag{11}$$

The last two terms in the right side of (6) are

$$\begin{aligned} \underline{III} &= -\underline{\mathbf{J}}_{mi}\,\underline{\mathbf{H}}^* \quad \underline{\tau}_m\,H^2 - \underline{\mathbf{J}}_{ei}^*\,\underline{\mathbf{E}} - \underline{\gamma}_e\,E^2 \\ &= -\underline{p}_e - \underline{p}_m^* - \underline{q}_e^* - \underline{q}_m \end{aligned} \tag{12}$$

Here

$\underline{q}_e = \underline{\mathbf{E}}\underline{\mathbf{J}}_{ei}$ is the density of power developed by the impressed electric currents;

$\underline{p}_m = \underline{\mathbf{H}}\underline{\mathbf{J}}_{mi}$ is the density of power developed by the impressed magnetic currents;

$\underline{q}_e = \underline{\gamma}_e\,E^2$ is the density of heat developed by the electric currents;

$\underline{q}_m = \underline{\tau}_m\,H^2$ is the density of heat developed by the magnetic currents.

Eq. (5) can be put in the form

$$\nabla\,\underline{\mathbf{S}} = -j\,2\,[(\underline{\omega T}) - (\underline{\omega U})^*] + \underline{q}_e^* - \underline{q}_m - \underline{p}_e - \underline{p}_m^* \tag{13}$$

or, with (8):

$$\nabla\,\underline{\mathbf{S}} = -j\,2\omega_r\,(\underline{T} - U^*) + 2\omega_i\,(+\underline{T}\,\underline{U}^*) - q_e^* - \underline{q}_m - \underline{p}_e - p_m^* \tag{14}$$

Eqs. (13) and (14) are two formulations of a general theorem concerning the power conservation in an electromagnetic field for harmonic time dependence.

In a similar way we can do for the momentum.

Upon multiplication of (1) by $\underline{E}^*$, we get

$$(\nabla \times \underline{E}) \times \underline{E}^* = -j\omega\mu\, \underline{H} \times \underline{E}^* - \underline{J}_m \times \underline{E}^* \tag{15}$$

Multiplyng (3) by $\underline{E}$, we get

$$(\nabla \times \underline{E}^*) \times \underline{E} = j\underline{\omega}^* \underline{\mu}^* \underline{H}^* \times \underline{E} - \underline{J}_m^* \times \underline{E} \tag{16}$$

Eqs. (15) and (16) are of the form

$$\mathbf{c} = (\nabla \times \mathbf{a}) \times \mathbf{b}$$

But

$$\nabla \times \mathbf{a} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ a_x & a_y & a_z \end{vmatrix}$$

i. e.

$$(\nabla \times \mathbf{a}) \times \mathbf{b} = -\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ b_x & b_y & b_z \\ \dfrac{\partial a_z}{\partial y} - \dfrac{\partial a_y}{\partial z} & \dfrac{\partial a_x}{\partial z} - \dfrac{\partial a_z}{\partial x} & \dfrac{\partial a_y}{\partial x} - \dfrac{\partial a_x}{\partial y} \end{vmatrix}$$

We get

$$c_x = \mathbf{c}\,\mathbf{i} = b_z \frac{\partial a_x}{\partial z} - b_z \frac{\partial a_z}{\partial x} - b_y \frac{\partial a_y}{\partial x} + b_y \frac{\partial a_x}{\partial y}$$

or

$$\begin{aligned} c_x = &- b_x \frac{\partial a_x}{\partial x} - b_y \frac{\partial a_y}{\partial x} - b_z \frac{\partial a_z}{\partial x} \\ &+ b_x \frac{\partial a_x}{\partial x} + b_y \frac{\partial a_x}{\partial y} + b_z \frac{\partial a_x}{\partial x} \end{aligned} \tag{17}$$

Let be

$$\mathbf{a} = \underline{E} \qquad \mathbf{b} = \underline{E}^*$$

Therefore

$$\begin{aligned} c_x = &- E_x^* \frac{\partial \underline{E}_x}{\partial x} - E_y^* \frac{\partial \underline{E}_y}{\partial x} - E_z^* \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial x} \\ &+ E_x^* \frac{\partial \underline{E}_x}{\partial x} + E_y^* \frac{\partial \underline{E}_x}{\partial y} + E_y^* \frac{\partial \underline{E}_x}{\partial z} \end{aligned} \tag{18}$$

In a similar way, let be

$$\mathbf{a} = \underline{E}^* \qquad \mathbf{b} = \underline{E}$$

therefore

$$\underline{c}_x^* = -\underline{E}_x \frac{\partial \underline{E}_x^*}{\partial x} - \underline{E}_y \frac{\partial \underline{E}_y^*}{\partial x} - E_z \frac{\partial \underline{E}_z^*}{\partial x} + E_x \frac{\partial \underline{E}_x^*}{\partial x} + E_y \frac{\partial \underline{E}_x^*}{\partial y} + E_z \frac{\partial \underline{E}_x^*}{\partial z} \tag{19}$$

Adding (18) and (19) we get

$$\underline{c}_x + \underline{c}_x^* = \frac{\partial}{\partial x}[\underline{E}_x \underline{E}_x^* - (\underline{E}_x \underline{E}_x^* + \underline{E}_y \underline{E}_y^* + \underline{E}_z \underline{E}_z^*)] + \frac{\partial}{\partial y}[\underline{E}_y^* \underline{E}_x + \underline{E}_y \underline{E}_x^*] + \frac{\partial}{\partial z}[\underline{E}_z^* \underline{E}_x + \underline{E}_z \underline{E}_x^*] - E_x \frac{\partial \underline{E}_y^*}{\partial x} - E_x^x \frac{\partial \underline{E}_y}{\partial y} - \underline{E}_x \frac{\partial \underline{E}_z^*}{\partial z} - \underline{E}_x^x \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial z}$$

Adding and substracting

$$E_x \frac{\partial \underline{E}_x^*}{\partial y} + \underline{E}_x^* \frac{\partial \underline{E}_x}{\partial x}$$

we get

$$c_x + \underline{c}_x^* = \frac{\partial}{\partial x}[2\,\underline{E}_x \underline{E}_x^* - E^2] + \frac{\partial}{\partial y}[\underline{E}_x \underline{E}_y^* + \underline{E}_x^* \underline{E}_y] + \frac{\partial}{\partial z}[\underline{E}_x \underline{E}_z^* + \underline{E}_x^* \underline{E}_z] - \underline{E}_x \nabla \underline{E}^* - \underline{E}_x^* \nabla \underline{E},$$

or $$Re\,\underline{c} = \operatorname{div}(Re\,\underline{\overset{+}{T}}^{(e)}) - Re(\underline{E}_e \nabla \underline{E}^*)$$

Here $\underline{\overset{+}{T}}^{(e)}$ is the electric tensor

$$\underline{\overset{+}{T}}_{ij}^{(e)} = \underline{E}_i \underline{E}_j^* - \frac{1}{2}\delta_{ij} E^2$$

If the medium is homogeneous,

$$\operatorname{div}(Re\,\underline{\overset{+}{T}}^{(e)}) = -Re(\underline{\mathbf{J}}_m \times \underline{\mathbf{E}}^*) + Re\left(\frac{1}{\underline{\varepsilon}^*}\,\underline{\mathbf{E}}\,\underline{\varrho}_e^*\right) - \underline{\mathbf{J}}_m(\underline{\omega}\,\underline{\mu}\,\underline{\mathbf{E}}^* \times \mathbf{H}) \tag{20}$$

In a similar way we get

$$\operatorname{div}(R_e\,\underline{\overset{+}{T}}^{(m)}) = Re(\underline{\mathbf{J}}_e \times \underline{\mathbf{H}}^*) - R^e\left(\frac{1}{\mu^*} H\,\underline{\varrho}_m^*\right) + \underline{\mathbf{J}}_m(\underline{\omega}\,\underline{\varepsilon}\,\underline{\mathbf{H}}^* \times \underline{\mathbf{E}}) \tag{21}$$

Upon multiplication of (20) by $\underline{\varepsilon}^*$ and (21) by $\underline{\mu}^*$ we get

$$\operatorname{div}(Re\,\underline{T}^{(e)}) = -Re(\underline{\mathbf{J}}_m \times \underline{\mathbf{D}}^*) + Re(\underline{\mathbf{E}}\,\underline{\varrho}_e^*) + Jm(\omega\,\underline{\mathbf{D}}^* \times \underline{\mathbf{B}}) \tag{22}$$

$$\operatorname{div}(Re\,\underline{T}^{(m)}) = Re(\underline{\mathbf{J}}_e \times \underline{\mathbf{B}}^*) - Re(\underline{\mathbf{H}}\,\underline{\varrho}_m^*) + Jm(\omega\,\underline{D}^* \times \underline{B}) \tag{23}$$

Adding (22) and (23) we get

$$\operatorname{div}(Re\,\underline{T}) = Re\,\underline{\mathbf{f}}_e + Re\,\underline{\mathbf{f}}_m + Jm(2\,\omega\,\underline{g}) \tag{24}$$

This is the momentun conservation theorem for electromagnetic fields for harmonic time dependence.

Department of Electronics
Polytehnical Institute of Bucharest

СОХРАНЕИЕ МОЩНОСТИ ИМПУЛЬСА ДЛЯ ГАРМОНИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

(Краткое содержание)

Показано что уравнение (13) и (14) представляет совой сопранения мощности и уравнение (24) — сопранения импулься.

ELECTROMAGNETIC POWER AND MOMENTUM FOR HARMONIC TIME DEPENDENCE

(Summary)

It is shown that for harmonic time dependence, the power conservation theorem reduces to (13) or (14); the momentum conservation theorem reduces to (24).

CONSERVATION DE LA PUISSANCE ET DE L'IMPULSIONS DANS LES CHAMPS ELECTROMAGNÈTIQUES HARMONIQUES

(Résumé)

On établit que pour les champs électromanétiques harmoniques, le théorème de conservation de la puissance est exprimé par (13) ou (14) et le théorème de conservation de l'impulsion par (24).

ERHALTUNG DER LEISTUNG UND DES IMPULSES IM HARMONISCHEN ELEKTROMAGNETISCHER FELD

(Zusammenfassung)

Es wird gezeigt, dass für harmonische elektromagnetische Felder der Erhaltungssatz der Leistung durch (13) oder (14) ausgedrükt wird, während der Erhaltungssatz der Impulses durch (24) gegeben ist.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 2

FORMULAREA PROBLEMELOR PLAN-PARALELE DE EFECT PELICULAR

de AUREL MILLEA

Introducere.

Problemele de efect pelicular consistă în determinarea repartiției densității de curent (variabil) în conductoarele masive, dîndu-se sursele cîmpului electromagnetic. De obicei se dă fie tensiunea electrică pe o anumită curbă sau fluxul densității de curent printr-o anumită suprafață (probleme de curenți de aducție), fie intensitatea cîmpului magnetic la distanță mare de conductor (probleme de curenți turbionari) [1].

O clasă importantă de probleme de efect pelicular o constituie așa numitele probleme plan-paralele de efect pelicular (sau probleme bidimensionale), caracterizate prin faptul că repartiția cîmpului e aceeași în toate planele paralele cu un plan fix P. Alegînd axele de coordonate astfel ca planul xOy să coincidă cu planul P, mărimile cîmpului electromagnetic vor fi independente de z. Se constată ușor că un asemenea cîmp poate exista numai în cazul conductoarelor cilindrice (de secțiune oarecare), a căror axă e paralelă cu axa Oz.

Problemele plan-paralele de efect pelicular prezintă importanță mai ales pentru calculul impedanței în curent alternativ a conductoarelor. Formularea obișnuită a acestor probleme — de curenți de aducție în acest caz — este următoarea: se admite că conductorul e infinit lung, de secțiune uniformă și situat la distanță mare (în comparație cu dimensiunile sale transversale) față de alte conductoare; se presupune diferită de zero numai componenta longitudinală a densității de curent J_z și se consideră ecuația pe care o satisface această componentă în punctele din interiorul conductorului. Cu această formulare, majoritatea lucrărilor de specialitate se mulțumesc să aplice ecuația cu derivate parțiale a lui J_z (ecuația de tip Helmholtz) la cazurile conductoarelor de secțiune circulară și de forma unui dreptunghi cu o latură infinit lungă (placă de întindere infinită), unde din motive de simetrie ecuația de mai sus se reduce la o ecuație diferențială ordinară și se poate rezolva fără dificultăți. În plus, cele două cons-

tante de integrare care intervin se determină ușor cunoscînd curentul total I prin conductor.

Cu totul alta e situația la conductoarele de secțiune oarecare. În aceste cazuri, soluția ecuației lui J_z depinde de o funcție arbitrară de o singură variabilă (sau, pusă sub altă formă, de o infinitate de constante arbitrare), care trebuie determinată cu ajutorul condițiilor la limită. Trebuie deci considerat și cîmpul din exteriorul conductorului, care satisface altă ecuație decît cel din interior, și trebuie rezolvată problema în întregime, ținînd seama de condițiile de trecere la frontiera dintre conductor și mediul din exterior. Problema se complică considerabil și rezolvarea exactă a ei comportă dificultăți matematice, chiar și în cazul unor forme simple a secțiunii, cum ar fi dreptunghiul sau elipsa. Acesta este motivul pentru care și în manualele moderne de electrotehnică se găsesc rezolvate aceleași probleme de efect pelicular ca în lucrările de la începutul secolului nostru, cu toate că prezintă o mare importanță de ordin practic și rezolvarea altor cazuri.

Faptul că la cele două probleme particulare amintite e suficientă considerarea cîmpului electromagnetic din interiorul conductorului a făcut pe unii autori să tragă concluzii greșite asupra cîmpului electromagnetic din conductoarele de secțiune oarecare. Astfel se afirmă de obicei că repartiția cîmpului electric longitudinal într-un conductor dat, din material neferomagnetic, la frecvență dată, e aceeași cu repartiția cîmpului magnetic longitudinal. Această greșală provine din faptul că se consideră ecuațiile cîmpului numai pentru interiorul conductorului, care fiind duale, duc la aceeași ecuație pentru J_z și pentru H_z; în schimb, în exteriorul conductorului ecuațiile cîmpului în cele două cazuri nu mai sînt duale, deci condițiile la limită vor fi diferite și repartițiile lui J_z și H_z vor fi și ele diferite. Excepție fac doar cele două secțiuni particulare amintite mai sus.

Alți autori au extrapolat în mod nejustificat proprietățile cîmpului din cazul conductorului de secțiune circulară la conductoarele cu secțiune de formă oarecare, de unde au rezultat concluzii neverificate de experiență. Se cunoaște, de exemplu, formula dată de L. R. Neiman pentru calculul rezistenței în alternativ a conductoarelor de secțiune oarecare [2] și recomandată de același autor ca relație de bază pentru determinarea experimentală a rezistenței în alternativ [3]. Această formulă e o simplă extrapolare a celei deduse pentru cazul conductorului de secțiune circulară și nu e corectă, după cum se arată și în [4].

Considerăm că inexactitățile de mai sus, precum și altele de acest gen, se datoresc unei formulări incomplete a problemelor plan-paralele de efect pelicular. În lucrarea de față vom da o formulare generală a acestor probleme, pornind de la ecuațiile generale ale cîmpului electromagnetic, scrise atît pentru interiorul cît și pentru exteriorul conductorului. Concluziile care rezultă din această formulare sînt valabile pentru orice formă a secțiunii conductoarelor și ele clarifică cîteva probleme care în literatură nu sînt precizate sau sînt prezentate greșit.

Ecuațiile cîmpului electromagnetic în cazul problemelor plan-paralele de efect pelicular.

La problemele de efect pelicular o simplificare curentă este neglijarea curentului de deplasare (considerarea unui regim cvasistaționar). Justificarea acestei simplificări a fost dată de numeroși autori, printre care Sommerfeld [5] și Lettowsky [6], care au arătat că e valabilă chiar la frecvențe foarte înalte.

În aceste condiții ecuațiile cîmpului electromagnetic, în regim permanent sinusoidal, sînt următoarele:

$$(1)\quad \operatorname{rot} \bar{E} = -j\omega\mu \bar{H};$$

$$(2)\quad \operatorname{rot} \bar{H} = \sigma \bar{E}.$$

Considerăm conductivitatea egală cu σ în interiorul conductorului și nulă în exterior, iar permeabilitatea magnetică egală cu μ în interior și cu μ_0 în exterior. Folosim notațiile din figura 1.

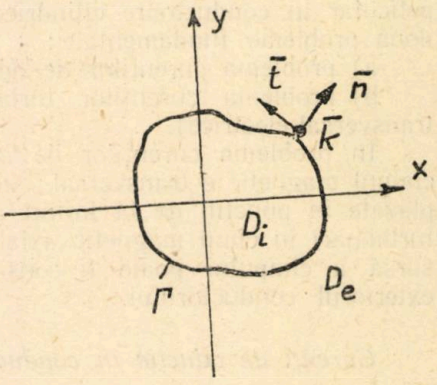


Fig. 1. Secțiune prin conductor

Descompunem vectorii $\bar{E}$ și $\bar{H}$ în componente longitudinale și transversale:

$$\bar{E} = \bar{k}\, E_z + \bar{E}_{tr}; \tag{3}$$

$$\bar{H} = \bar{k}\, H_z + \bar{H}_{tr}. \tag{4}$$

Deoarece $\partial \bar{E}/\partial z = 0$ și $\partial \bar{H}/\partial z = 0$ vectorii rot $\bar{E}_{tr}$ și rot $\bar{H}_{tr}$ au numai componente longitudinale, iar rot $(\bar{k} E_z) = -\bar{k}$ x grad E_z și rot $(\bar{k} H_z) = -\bar{k}$ x grad H_z au numai componente transversale. Sistemul de ecuații (1) — (2) se descompune în următoarele patru ecuații:

$$\operatorname{rot} (\bar{k} E_z) = -j\omega\mu \bar{H}_{tr}; \tag{5}$$

$$\operatorname{rot} \bar{H}_{tr} = \sigma \bar{k} E_z; \tag{6}$$

$$\operatorname{rot} (\bar{k} H_z) = \sigma \bar{E}_{tr}; \tag{7}$$

$$\operatorname{rot} \bar{E}_{tr} = -j\omega\mu \bar{k} H_z. \tag{8}$$

Se obțin astfel două sisteme independente, formate din ecuațiile (5) și (6), respectiv (7) și (8). Primul sistem conține numai componentele $\bar{k} E_z$ și $\bar{H}_{tr}$, iar al doilea numai $\bar{k} H_z$ și $\bar{E}_{tr}$. Soluțiile primului sistem de ecuații se numesc unde transversal-magnetice (deoarece pentru acestea $H_z = 0$), iar soluțiile celui de al doilea sistem se numesc unde transversal-electrice (deoarece pentru acestea $E_z = 0$).

Se observă că problemele de curenți de aducție conduc totdeauna la unde transversal-magnetice, deoarece prin modul în care se pune problema se presupune că sursele de curent se află la infinit și deci curentul e longitudinal. Undele transversal-electrice sînt soluții ale problemei de curenți turbionari datoriți unui cîmp magnetic axial.

Din cele de mai sus rezultă că orice problemă plan-paralelă de efect pelicular în conductoare cilindrice lungi se poate reduce la următoarele două probleme fundamentale:

a) problema curenților de aducție (unde transversal-magnetice) și

b) problema curenților turbionari în cîmp magnetic axial (unde transversal-electrice).

În problema curenților de aducție cîmpul electric e longitudinal și cîmpul magnetic e transversal; sursele cîmpului sînt niște surse de curent plasate în punctul de la infinit al conductorului. În problema curenților turbionari în cîmp magnetic axial cîmpul electric e transversal, iar drept sursă a cîmpului poate fi consierat cîmpul magnetic longitudinal din exteriorul conductorului.

Curenți de aducție în conductoare cilindrice.

Prin eliminarea lui $\bar{H}$ din ecuațiile (5) și (6) rezultă (ne mai scriind indicii *tr* și *z*):

$$\Delta E = -j\omega\mu\sigma E. \tag{9}$$

Cîmpul E_i din interior satisface deci ecuația

$$\Delta E_i + \gamma^2 E_i = 0, \tag{10}$$

unde

$$\gamma^2 = -j\omega\mu\sigma. \tag{11}$$

Cîmpul E_e din exterior satisface ecuația

$$\Delta E_e = 0. \tag{12}$$

Condițiile la limită pe suprafața conductorului consistă în continuitatea componentelor tangențiale ale cîmpului electric și magnetic:

$$\bar{n} \times \bar{E}_i \,|_\Gamma = \bar{n} \times \bar{E}_e \,|_\Gamma, \tag{13}$$

sau

$$E_i \,|_\Gamma = E_e \,|_\Gamma, \tag{14}$$

pentru cîmpul electric și

$$\bar{n} \times \bar{H}_i \,|_\Gamma = \bar{n} \times \bar{H}_e \,|_\Gamma \tag{15}$$

pentru cîmpul magnetic.

Conform relației (1) $\bar{H}$ e dat de

$$\bar{H} = -\frac{1}{j\omega\mu} \operatorname{rot}(\bar{k}E) = \frac{1}{j\omega\mu} \bar{k} \times \operatorname{grad} E, \tag{16}$$

deci relația (15) devine

$$\frac{1}{\mu}\bar{n}\times(\bar{k}\times\operatorname{grad}E_i)\,|_\Gamma=\frac{1}{\mu_0}\bar{n}\times(\bar{k}\times\operatorname{grad}E_e)\,|_\Gamma, \tag{17}$$

sau

$$\left.\frac{\partial E_i}{\partial n}\right|_\Gamma=\mu_r\left.\frac{\partial E_e}{\partial n}\right|_\Gamma, \tag{18}$$

unde $\mu_r=\mu/\mu_0$.

Problema determinării repartiției curentului de aducție în conductoare cilindrice poate fi deci formulată astfel: să se găsească funcția de două variabile $E(x, y)$ care satisface ecuația (10) în domeniul D_i și ecuația (11) în domeniul D_e, cu condițiile de trecere (14) și (18).

În cazul conductoarelor neferomagnetice problema se mai poate formula și astfel: să se găsească funcția $E(x, y)$ care satisface ecuația (10) în D_i și ecuația (11) în D_e, cu condiția ca funcția $E(x, y)$ și primele ei derivate să fie continue în tot planul.

Rezultă că această problemă necesită soluționarea a două ecuații cu derivate parțiale de tipuri diferite, cu condiții de trecere date pentru primele derivate ale funcției. Ea reprezintă deci o problemă relativ complicată din punct de vedere matematic. Se constată de asemenea că repartiția curentului în conductor depinde de prezența altor conductoare învecinate (căci în acest caz funcția E_e (x, y) se modifică), deci există așa numitul efect de proximitate.

Se mai observă că, în general, intensitatea cîmpului electric la suprafața conductorului depinde de punctul considerat pe curba Γ, deci tensiunea electrică calculată pe diferite generatoare ale suprafeței conductorului nu e aceeași. Din această cauză, pentru aceste probleme nu se poate considera ca dată tensiunea electrică axială pe o anumită lungime a conductorului; de obicei se presupune dată intensitatea curentului total din conductor.

Curenți turbionari în conductoare cilindrice situate în cîmp magnetic axial.

Din ecuațiile (7) și (8) corespunzătoare acestui caz rezultă, prin eliminarea lui $\bar{E}$ (ne mai scriind indicii *tr* și *z*):

$$\Delta H=-j\omega\mu\sigma H. \tag{19}$$

Cîmpul H_i din interior satisface deci ecuația

$$\Delta H_i+\gamma^2 H_i=0, \tag{20}$$

unde γ^2 e același ca în cazul anterior (formula (11)).

Pentru domeniul exterior ecuația (7) devine

$$-\bar{k}\times\operatorname{grad}H_e=0, \tag{21}$$

sau

$$H_e=\text{const.} \tag{22}$$

Deoarece $\bar{H}$ e continuu în tot spațiul:

$$H_i \mid_\Gamma = H_e \mid_\Gamma \tag{23}$$

și deci problema determinării repartiției curenților turbionari în conductorul cilindric plasat în cîmp magnetic axial se poate formula astfel: să se găsească funcția de două variabile $H(x, y)$ care satisface ecuația (20) în domeniul D_i, cu condiția la limită

$$H_i \mid_\Gamma = \text{const.} \tag{24}$$

Curentul din conductor rezultă din relația:

$$\bar{J} = -\bar{k} \times \operatorname{grad} H_i . \tag{25}$$

Din (24) și (25) se deduce că liniile de curent sînt tangente la curba Γ care mărginește secțiunea conductorului:

$$\bar{n}\bar{J} \mid_\Gamma = -\bar{n}(\bar{k} \times \operatorname{grad} H_i) \mid_\Gamma = (\bar{k} \times \bar{n}) \operatorname{grad} H_i \mid_\Gamma =$$

$$= \bar{t} \operatorname{grad} H_i \mid_\Gamma = \left.\frac{\partial H_i}{\partial s}\right|_\Gamma = 0. \tag{26}$$

Rezultă că această problemă se reduce la o problemă interioară relativ simplă și rezolvabilă efectiv pentru o serie de cazuri particulare, prin metodele obișnuite. Se mai deduce o proprietate importantă, și anume că repartiția curenților turbionari nu e afectată de prezența unui alt conductor cilindric paralel cu primul și izolat de acesta, adică nu există efect de proximitate. O aplicație a acestei proprietăți este faptul că pierderile în fiecare tolă a unui pachet de tole identice în cîmp magnetic axial sînt identice, lucru admis în majoritatea lucrărilor privind mașinile electrice și transformatoarele, fără a fi justificat.

În cazurile practice intensitatea cîmpului magnetic la suprafața conductorului și fluxul magnetic total prin conductor sînt mărimi care pot fi calculate ușor, căci cîmpul magnetic axial e produs de obicei de o bobină ce înlănțuie conductorul, deci oricare din aceste mărimi poate fi considerată ca dată în problemele de acest gen.

Deși interesează mai puțin, amintim că în exterior cîmpul electric poate fi derivat din potențialul vector $\bar{A} = \bar{k} A$:

$$\bar{E}_e = \operatorname{rot}(\bar{k} A) = -\bar{k} \times \operatorname{grad} A , \tag{27}$$

care satisface ecuația Poisson

$$\Delta A = j \omega \mu_0 H_e \tag{28}$$

și condiția la limită

$$\left.\frac{\partial A}{\partial n}\right|_\Gamma = \frac{1}{\sigma} \left.\frac{\partial H_i}{e n}\right|_\Gamma \tag{29}$$

(aceasta rezultă direct din (25) și (27)).

Comparație între cele două probleme plan-paralele de efect pelicular.

Din rezultatele găsite mai sus reiese imediat că cele două probleme plan-paralele de efect pelicular: problema curenților de aducție și problema curenților turbionari în cîmp magnetic axial, nu sînt duale, adică nu se pot obține una din alta prin schimbarea reciprocă a unor mărimi electromagnetice (de exemplu a lui $\bar{E}$ cu $C.\bar{H}$, C fiind o anumită constantă). Acest lucru se datorește faptului că ecuațiile cîmpului electromagnetic (1) — (2) sînt simetrice numai pentru interiorul conductorului, pe cînd în exterior cîmpul electric are rotor diferit de zero, iar rotorul cîmpului magnetic e nul. Din această cauză componentele axiale ale cîmpului electric și magnetic, din expresiile cărora pot fi deduse și celelalte componente, au repartiții diferite atît în domeniul exterior, cît și în domeniul interior.

În legătură cu repartiția cîmpului în cele două cazuri putem stabili următoarele:

a) În exterior E_z are o repartiție ce depinde de forma secțiunii conductorului și de constantele mediului, pe cînd H_z e uniform în tot domeniul exterior.

b) La suprafața conductorului E_z nu e repartizat, în general, uniform, pe cînd H_z e același în toate punctele acestei suprafețe. De aici rezultă că curba care mărginește secțiunea conductorului coincide cu o linie de cîmp electric în cazul undelor transversal-electrice, dar nu coincide, în general, cu o linie de cîmp magnetic în cazul undelor transversal-magnetice.

c) Repartiția lui E_z în interior depinde de prezența conductoarelor învecinate, pe cînd repartiția lui H_z în interior nu depinde de acest lucru.

d) Cele două probleme se prezintă în moduri diferite și în ceea ce privește cazurile în care materialul conductorului ar fi anizotrop. De exemplu, o constatare interesantă este aceea că, divizînd longitudinal conductorul cu ajutorul unor pături izolatoare subțiri, repartiția lui E_z nu se modifică, pe cînd repartiția lui H_z se modifică esențial. Acest lucru se poate verifica ușor observînd că în primul caz ecuațiile cîmpului rămîn aceleași (deoarece în ele intervine numai conductivitatea longitudinală), iar în al doilea caz ecuațiile se schimbă (intervine conductivitatea transversală). Diviziunea miezurilor magnetice în tole are deci o influență puternică asupra repartiției curenților turbionari, pe cînd folosirea conductoarelor liță în locul celor pline influențează repartiția curentului de conducție numai dacă există spații relativ mari între firele conductorului.

e) Repartiția lui E_z în interiorul conductorului e aceeași cu cea a lui H_z în interior numai în cazurile în care, datorită simetriei, E_z e constant pe suprafața conductorului Acest lucru are loc în cazul secțiunii de formă circulară și a secțiunii de forma unui dreptunghi cu o latură infinit lungă.

Concluzii.

O primă concluzie care reiese din cele expuse este că pentru o formulare corectă a problemelor plan-paralele de efect pelicular (și, în general, a problemelor de efect pelicular) e necesar studiul cîmpului elec-

tromagnetic atît din interiorul conductorului, cît și din exteriorul lui. Considerarea cîmpului din exteriorul conductorului e esențială în cazul problemelor de curenți de aducție, căci structura mediului exterior determină condițiile la limită la suprafața conductorului și influențează astfel în mare măsură repartiția curentului în conductor. Unele proprietăți interesante ale curenților alternativi în conductoare cilindrice pot fi deduse și studiind numai cîmpul din exteriorul conductorului.

În ceea ce privește relația dintre cele două probleme plan-paralele fundamentale de efect pelicular — problema curenților de aducție și problema curenților turbionari în cîmp magnetic axial — faptul că ele nu sînt duale se datorește inexistenței mediilor de permeabilitate magnetică nulă, analoge mediilor de conductivitate nulă.

Institutul Politehnic, București
Catedra Electrotehnică I.

BIBLIOGRAFIE

[1] *R. Răduleț:* Bazele Teoretice ale Electrotehnicii, vol. IV, Litografia Învățămîntului București 1956.
[2] *L. R. Neiman, P. L. Kalantarov:* Teoreticeskie osnovî elektrotehniki, vol. III, par. 110. Moscova 1948.
[3] *L. R. Neiman:* Rukovodstvo k laboratorii elektromagnitnovo polia, pag. 147—156. Gosenergoizdat 1950.
[4] *M. A. Perekalin:* K voprosu ob aktivnom soprotivlenii provodnika pri poverhnostnom effekte. Izvestia Vuzov, Elektromehanika, 1958 Nr. 1.
[5] *A. Sommerfeld:* Über die Fortpflanzung elektrodynamischer Wellenlänge eines Drahts. Annalen der Physik, Leipzig, vol. 67, 1899, pag. 233—290.
[6] *F. Lettowsky:* Skineffekt in zilindrischen Leitern mit elliptischem Querschnit bei hohen Frequenzen. Archiv für Elektrotechnik, vol. 35, 1941, pag. 643.

ФОРМУЛИРОВКА ДВУХМЕРНЫХ ЗАДАЧ ПОВЕРХНОСТНОГО ЭФФЕКТА

(Краткое содержание)

Вопросы распределения переменных токов в массивных цилиндрическх токопроводах трактуются обычно неполно и ошибочно в литературе; ошибка состоит в том что не учитывается электромагнитное поле вне токопровода и экстраполируются результаты полученные для токопроводах круглого сечения.

В статье излагается оьщая формулировка двухмерных задач поверхностного эффекта, в случае токопроводов любого сечения. На етой основе освещаются ряд вопросов которые неподчёркнуты или совсем не даны в специальной литературе.

FORMULATION OF SKIN-EFFECT BIDIMENSIONAL PROBLEMS

(Summary)

The problem of alternating current distribution in cylindrical massive conductors is usually treated in an incomplete way in scientific literature. Furthermore, owing to not taking into account the electromagnetic field outside the conductor and extrapolating properties of the field appearing in casse of a round conductor, some erroneous conclusions are often arrived at. In this paper an attempt is made to put forward a general formulation of skin-effect bidimensional problems, valid for any shape of conductor section, whereby some topics incompetely specified or altogether disregarded in scientific literature are made clear.

LA PRÉSENTATION DES PROBLÈMES BIDIMENSIONNELS D'EFFET DE PEAU

(Résumé)

Le problème de la répartition des courants alternatifs dans les conducteurs massifs cylindriques est présenté d'habitude incomplètement ; on arrive même à des conclusions incorrectes, à cause qu'on ne considère pas le champ électromagnétique extérieur et on généralise les particularités du champ du au conducteur a section circulaire. L'auteur présente d'une manière générale les problèmes bidimensionnels d'effet de peau, dans le cas des conducteurs à section quelconque, et il éclaircit quelques questions n'étant précisés dans les ouvrages d'électrotechnique.

DARLEGUNG DER EBENEN PROBLEME DES SKINEFFEKTES

(Zusammenfassung)

Die frage der Verteilung von Wechselströmen in massiven zylindrischen Leitern ist gewöhnlich im Fachschrifttum inkomplett behandelt. Da man das elektromagnetische Feld ausserhalb des Leiters nicht in Betracht zieht und da man Feldeigenschaften in Falle des Kreisquerschittes auf beliebige Querschnitte extrapoliert, kommt man sogar zu einigen falschen Schlussfolgerungen. In der Abhandlung wird eine allgemeine Darlegung der ebenen Probleme (im zwei Dimensionen) des Skineffektes gegeben, die für jede Form des Leiterquerschnittes gültig ist und auf Grund derer einige Fragen geklärt werden, die in den Fachabhandlungen nicht näher oder gar nicht angezeigt werden.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 2

O METODĂ DE CALCUL AL RĂSPUNSULUI TRANZITORIU AL REȚELELOR ELECTRICE LINIARE

de MUGUR SAVESCU

În cele ce urmează se va prezenta o metodă de calcul al răspunsului tranzitoriu al rețelelor electrice liniare la semnale modulate sau nemodulate. Metoda este inspirată de o lucrare recentă a lui S. S. Huhricov [1] și are ca scop principal calculul răspunsului tranzitoriu la oscilații modulate, cu ajutorul funcției de transfer pentru înfășurători.

Metoda este demonstrată pentru cazul rețelelor liniare cu constante concentrate.

În acest caz funcția de transfer a rețelei se scrie:

$$Y(p) = \frac{Q(p)}{R(p)} \tag{1}$$

unde $Q(p)$, $R(p)$ sînt niște polinoame în raport cu frecvența complexă p:

$$R(p) = \sum_{k=0}^{m} b_{m-k}\, p^k \tag{2}$$

$$Q(p) = \sum_{k=0}^{q} a_{q-k}\, p^k \tag{3}$$

m, q fiind gradele polinoamelor $R(p)$, $Q(p)$.

Se demonstrează [1] că dacă $F(p)$ este transformata Laplace a unei funcții $f(t)$ atunci se poate scrie cu o bună aproximație:

$$f(m\,\tau_1) = (-1)^{m-1} \cdot \frac{1}{(m-1)!\,\tau_1^m} \cdot \left[\frac{\mathrm{d}^{m-1} F(p)}{\mathrm{d}\, p^{m-1}}\right] p = \frac{1}{\tau_1} \tag{4}$$

unde τ_1 este un interval de interpolare arbitrar ales, iar m este un număr întreg, pozitiv, mai mare decît 1.

---

* Comunicare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București (31 octombrie 1959).

După cum se vede, formula (4) permite calcularea directă a coordonatelor discrete ale funcției $f(t)$ pentru momentele $t = \tau_1, 2\tau_1, \ldots$ atunci cînd este cunoscută transformata $F(p)$.

Dacă se scrie (1) sub forma:

$$U(p) \cdot R(p) = E(p) \cdot Q(p) \tag{5}$$

unde $U(p)$, $E(p)$ sînt transformatele Laplace ale răspunsului rețelei, $u(t)$, și ale semnalului $e(t)$, se poate obține o relație între coordonatele discrete ale semnalului și ale răspunsului dacă se derivează relația (5) de un număr indefinit de ori.

Pentru membrul stîng al relației (5) se scrie:

$$[U(p) \cdot R(p)]^{(n-1)} = \sum_{r=o}^{n-1} C_{n-1}^{r} \cdot R^{(r)}(p)\, U^{(n-r-1)}(p) \tag{6}$$

și ținînd seama de (4) se deduce:

$$[U(p) \cdot R(p)]^{(n-1)}_{p=\frac{1}{\tau_1}} = \sum_{r=o}^{n-1} \frac{(n-1)!}{r!\,(n-r-1)!} \cdot (-1)^{n-r-1} \cdot \tau_1^{\,n-r} \cdot (n-r-1)!\, R^{(r)}\left(\frac{1}{\tau_1}\right) u_{n-r}$$

$$= (-1)^{n-1}_{p=\frac{1}{\tau_1}} \sum_{r=o}^{n-1} \frac{(-1)^r}{r!} \cdot \tau_1^{\,n-r} \cdot R^{(r)}\left(\frac{1}{\tau_1}\right) \cdot u_{n-r} \tag{7}$$

unde u_{n-r} este coordonata de rang $n-r$ a răspunsului, adică valoarea răspunsului $u(t)$ pentru momentul $t = (n-r)\tau_1$, (n este un număr întreg, arbitrar, dat, iar r numărul curent, indicele de sumare în intervalul $0 - n$).

Derivînd relația (2) de r ori se găsește:

$$R^{(r)}(p) = \sum_{k=r}^{m} \frac{k!}{(k-r)!} \cdot b_{m-k} \cdot p^{\,k-r} \tag{8}$$

și introducînd (8) în (7) se deduce după unele transformări simple:

$$[U(p) \cdot R(p)]^{(n-1)}_{p=\frac{1}{\tau_1}} = (-1)^{n-1} \cdot (n-1)!\, \tau_1^{\,n-m} \cdot \sum_{r=o}^{n-1} (-1)^r \cdot R_{n,r}(\tau_1)\, u_{n-r} \tag{9}$$

unde

$$R_{m,r}(\tau_1) = \sum_{k=r}^{m} b_{m-k} \cdot C_k^r \cdot \tau_1^{\,m-k} \tag{10}$$

Făcînd aceleași operații și asupra membrului drept al relației (5) se găsește:

$$[E(p) \cdot Q(p)]^{(n-1)}_{p=\frac{1}{\tau_1}} = (-1)^{n-1} \cdot (n-1)!\, \tau_1^{\,n-q} \sum_{r=o}^{n-1} (-1)^r \cdot Q_{q,r}(\tau_1) \cdot e_{n-r} \tag{11}$$

unde — ca mai sus — e_{n-r} reprezintă valoarea semnalului $e(t)$ pentru momentul $t = (n-r)\tau_1$, iar $Q_{q,r}(\tau)$ este dat de:

$$Q_{q,r}(\tau_1) = \sum_{k=r}^{q} a_{q-k} \cdot C_k^r \cdot \tau_1^{\,q-k} \tag{12}$$

Egalînd (9) și (11) se obține relația:

$$\sum_{r=o}^{n-1} (-1)^r \cdot R_{m,r}(\tau_1)\, u_{n-r} = \tau_1^{m-q} \cdot \sum_{r=o}^{n-1} (-1)^r \cdot Q_{q,r}(\tau_1) \cdot e_{n-r} \qquad (13)$$

cu precizarea:

$$R_{n,r}(\tau_1) = 0 \text{ pentru } r \geqslant m+1 \qquad (14)$$
$$Q_{q,r}(\tau_1) = 0 \text{ pentru } r \geqslant q+1$$

Relația (13) trebuie privită ca o relație de recurență pentru determinarea coordonatelor răspunsului $u(t)$. În adevăr, în membrul drept intervin coeficienții cunoscuți $Q_{q,r}(\tau_1)$ (se presupune că funcția de transfer este dată) și coordonatele discrete ale semnalului aplicat la intrarea rețelei, iar în membrul stîng coordonatele $u_1, u_2, \ldots$ înmulțite cu niște coeficienți cunoscuți $R_{m,r}(\tau_1)$.

Prin urmare, dacă se cunosc coordonatele anterioare $u_1, u_2, \ldots u_{n-1}$ ale răspunsului se poate calcula cu formula (13) coordonata următoare, u_n.

Dacă se dau lui n diferite valori (1, 2, 3, ...) se obțin tot atîtea relații de definire a coordonatelor $u_1, u_2, \ldots$ Ca exemplu, pentru $n = 1$ se deduce din (13):

$$u_1 \cdot R_{m,o}(\tau_1) = \tau_1^{m-q} \cdot e_1 \cdot Q_{q,o}(\tau_1) \qquad (15)$$

sau

$$u_1 \sum_{k=o}^{m} b_{m-k} \cdot \tau_1^{-k} = e_1 \cdot \sum_{k=o}^{q} \cdot a_{m-k} \cdot \tau_1^{-k} \qquad (16)$$

ceiace dă primei relații de definire o formă foarte simplă și anume:

$$u_1 = Y\left(\frac{1}{\tau_1}\right) \cdot e_1 \qquad (17)$$

Se poate stabili cu ușurință un procedeu de deducere a relațiilor de definire, unele din altele. În conformitate cu acest procedeu se deduce relația de definire următoare, de rang $n+1$, din relația precedentă, de rang n. Regula este aceeași pentru cei doi membri ai relației (13) și anume:

— lăsînd coeficienții (mărimile $R_{m,r}(\tau_1)$, $Q_{q,r}(\tau_1)$) relației precedente neschimbați, se măresc indicii funcției de timp (semnal sau răspuns) cu o unitate la toți termenii și se adaugă un termen de forma $(-1)^n R_{n,n}(\tau_1) \cdot u_1$, respectiv $(-1)^n Q_{q,n}(\tau_1) \cdot e_1$.

Întrucît coeficienții $R_{m,n}(\tau_1)$, $Q_{q,n}(\tau_1)$ sînt nuli începînd de la anumite valori ale lui n (valori care depind de gradul de complexitate al rețelei) se deduce că începînd de la anumite ranguri n, relațiile de recurență rămîn formal invariante. Mai precis, pentru o rețea a cărei funcție de transfer se exprimă ca raportul a două polinoame de grad m și q, se obține un număr de relații de definire diferite egal cu cel mai mare dintre numerele $m-1$, $q-1$.

Subliniem o consecință interesantă a relației (13) și anume posibilitatea predistorsionării semnalului aplicat rețelei astfel încît răspunsul obținut ca efect al distorsionării de către rețea a semnalului predistorsionat să reprezinte o oscilație nedistorsionată, sau, cel puțin, cu distorsiuni neglijabile.

În adevăr, fiind dată rețeaua și funcția sa de transfer precum și forma nedistorsionată a răspunsului $u(t)$, se poate determina punct cu punct, forma semnalului predistorsionat $e(t)$ necesară pentru asigurarea formei impuse, dorite, a răspunsului.

Relația (13) permite calculul răspunsului unei rețele liniare la o oscilație de o formă oarecare, modulată sau nemodulată.

Pentru cazul oscilațiilor modulate în amplitudine se poate demonstra [2], [3] că există posibilitatea stabilirii unei legături directe între înfășurătorile răspunsului și semnalului prin intermediul unei funcții de transfer pentru înșurători. În lucrarea [3] se arată că transformatele Laplace ale înfășurătorilor semnalului și răspunsului sînt legate între ele prin intermediul funcției $Y(s+j\omega_0)$ unde ω_0 este frecvența unghiulară a oscilației purtătoare, iar s este o variabilă complexă legată de frecvența complexă p prin relația

$$p = s + j\omega_0 \tag{18}$$

În cazul rețelelor selective, funcția de transfer $Y(p)$ a rețelei se poate scrie, cu o bună aproximație în jurul frecvenței centrale, ca o funcție de desacordul față de frecvența centrală ω_r a rețelei, adică:

$$Y(p) \cong Y_1(p - j\omega_r) \tag{19}$$

și, prin aceasta, funcția de transfer pentru înfășurători capătă forma $Y_1(s + j\Delta\omega)$ unde $\Delta\omega$ este desacordul frecvenței purtătoare ω_0 față de frecvența centrală a rețelei:

$$\Delta\omega = \omega_0 - \omega_r \tag{20}$$

Este util pentru cele ce urmează să se precizeze forma funcției $Y_1(s + j\,\Delta\omega)$.

În general funcția de transfer a unei rețele liniare cu constante concentrate se poate scrie:

$$Y(p) = A_0 \frac{(p - p_1)(p - p_1^*))p - p_3) \cdot \ldots}{(p - p_2)(p - p_2^*)(p - p_4) \cdot \ldots} \tag{21}$$

unde A_0 este o constantă, $p_1, p_1^*, p_3 \ldots$ reprezintă nulurile (în perechi conjugate) iar $p_2, p_2^*, p_4 \ldots$ polii (în perechi conjugate) ai rețelei.

Pentru rețelele selective folosite în amplificatoare, polii $p_2, p_4 \ldots$ sînt grupați în planul frecvențelor complexe în jurul frecvenței ω_r, iar nulurile p_1, p_3 sînt foarte depărtate față de această frecvență, pentru asigurarea unui cîștig cît mai mare al rețelei la frecvența centrală. Din acest motiv toți factorii de la numărător, $(p-p_1)$, $(p-p_1^*)$, $(p-p_3)$ .. au o variație neimportantă atunci cînd frecvența p variază în jurul

frecvenței centrale și prin urmare acești factori pot fi considerați drept mărimi aproximativ constante. Același lucru se poate afirma și despre factorii $(p-p_2^*)$, $(p-p_4^*$ .... Cu aceasta, funcția $Y(p)$ în jurul frecvenței centrale, adică funcția $Y_1\, p-j\omega_r)$ se scrie:

$$Y_1(p-j\omega_r) = A_1 \frac{1}{(p-p_2)(p-p_4)\ldots.} \tag{22}$$

ceiace arată că funcția $Y_1(p-j\omega_r)$ este, ca și funcția $Y(p)$, o fracție rațională în care, însă, polinomul de la numărător degenerează într-o constantă A_1. Constanta A_1, prin modificarea convenabilă a coeficienților de la numitor, poate fi întotdeauna luată egală cu 1.

Observația făcută este valabilă și pentru funcția $Y_1(s+j\,\Delta\,\omega)$ care poate fi, deci, scrisă ca inversul unui polinom în s.

Considerînd cazul rețelelor acordate pe purtătoare $(\Delta\,\omega = 0)$ funcția de transfer pentru înfășurători se scrie:

$$Y_1(s) = \frac{1}{R_1(s)} \tag{23}$$

cu

$$R_1(s) = \sum_{k=o}^{m} b^1_{m-k} \cdot p^k \tag{24}$$

unde s-a introdus la coeficienții b_{m-k} indicele superior 1 spre a face ușor diferențierea față de cazul anterior în care se lua în considerație funcția de transfer $Y(p)$. Pentru noua funcție de transfer, $Y_1(s)$, semnalul aplicat este constituit de înfășurătoarea $E(t)$ a semnalului real $e(t)$, iar răspunsul este înfășurătoarea $U(t)$ a răspunsului real $u(t)$. Repetînd raționamentele anterioare, se vede că relația (13) rămîne valabilă și deci se poate scrie imediat:

$$\sum_{r=o}^{n-1} (-1)_r \cdot R^1_{m,r}(\tau_1) \cdot U_{n-r} = \tau_1^m \cdot E_n \tag{25}$$

unde ca și mai sus:

$$R^1_{m,r}(\tau_1) = \sum_{k=r}^{m} b^1_{m-k} \cdot C^r_k \cdot \tau_1^{m-k} \tag{26}$$

U_{m-r} reprezentînd coordonatele discrete ale înfășurătorii răspunsului, $U(t)$, calculate pentru momentele $t = (m-r)\,\tau_1$, iar E_n coordonatele discrete ale înfășurătorii semnalului, $E(t)$, calculate pentru momentele $t - n\,\tau_1$.

Relația (25) permite și calculul amplitudinii tranzitorii, adică amplitudinea răspunsului la saltul unitar al ampitudinii semnalului, dacă se face înlocuirea:

$$E_n = 1 \tag{27}$$

Expresiile stabilite pot fi folosite și pentru determinarea răspunsului rețelelor liniare la oscilații modulate în frecvență.

Pentru aceasta se poate folosi procedeul aplicat în cazul oscilațiilor modulate în amplitudine, adică efectuarea calculelor pentru înfășurători folosind funcția de transfer a înfășurătorilor. În legătură cu aceasta trebuie observat [3] că în cazul oscilațiilor modulate în frecvență, înfășurătorile sînt funcții complexe de timp. Din lucrarea [3] rezultă că în cazul rețelelor acordate pe frecvența purtătoare a semnalului, caz frecvent întîlnit în practică și de care ne vom ocupa în cele ce urmează, părțile reală și imaginară ale răspunsului sînt determinate în mod separat de către părțile reală, respectiv imaginară ale semnalului.

Dacă se notează părțile reală și imaginară ale semnalului și răspunsului respectiv prin E^R, E^I, U^R, U^I se scrie, aplicînd (25):

$$\sum_{r=0}^{n-1} (-1)^r \cdot R^1_{m,r}(\tau_1) \cdot U^R_{n-r} = \tau_1^m \cdot E^R_n$$

$$\sum_{r=0}^{n-1} (-1)^r \cdot R^1_{m,r}(\tau_1) \cdot U^I_{n-r} = \tau_1^m \cdot E^I_n \qquad (28)$$

unde U^R_{n-r}, U^I_{n-r} reprezintă valorile părților reală și imaginară ale înfășurătorii răspunsului, calculate la momentele $t = (n-r)\tau_1$ iar E^R_n, E^I_n sînt coordonatele părților reală și imaginară ale înfășurătorii semnalului, adică valorile acestei înfășurători pentru momentele $t = n\tau_1$.

Cunoscîndu-se coordonatele discrete ale părților reală și imaginară ale răspunsului, calculate cu relațiile (28), se deduc, prin împărțire, coordonatele discrete ale fazei răspunsului.

Ca aplicație să considerăm cazul unui circuit derivație. În acest caz, funcția de transfer pentru înfășurători se scrie (abstracție făcînd de un factor constant):

$$Y_1(p) = \frac{1}{1 + p\tau} \qquad (29)$$

unde $\tau = \frac{2Q}{\omega_r}$, Q fiind factorul de calitate al circuitului iar ω_r frecvența unghiulară de rezonanță.

Oscilația modulată în frecvență cu un semnal sinusoidal este de forma:

$$e(t) = E_0 \cos(\omega_0 t + \beta \sin \omega_m t) =$$

$$= Re\{E_0 e^{j\beta \sin \omega_m t} \cdot e^{j\omega_0 t}\} = Re\{E(t) e^{j\omega_0 t}\} \qquad (30)$$

unde β este indicele de modulație, ω_m frecvența unghiulară a oscilației modulatoare iar E_0 amplitudinea purtătoarei nemodulate, (care poate fi presupusă egală cu 1),

Din (30) se vede că:

$$E^R = Re\{E(t)\} = E_0 \cos(\beta \sin \omega_m t)$$

$$E^I = Im\{E(t)\} = E_0 \sin(\beta \sin \omega_m t) \tag{31}$$

În conformitate cu (17) prima relație de definire a înfășurătorii răspunsului se scrie:

$$U_1^I = \frac{1}{1+\frac{\tau}{\tau_1}} \cdot \sin(\beta \sin \omega_m \tau_1)$$

$$U_1^R = \frac{1}{1+\frac{\tau}{\tau_1}} \cdot \cos(\beta \sin \omega_m \tau_1) \tag{32}$$

Celelalte relații de definire sînt de forma:

$$U_n^I = \frac{1}{1+\frac{\tau}{\tau_1}} \cdot \left[\frac{\tau}{\tau_1} U_{n-1}^I + \sin(\beta \sin \omega_m \tau_1)\right]$$

$$U_n^R = \frac{1}{1+\frac{\tau}{\tau_1}} \cdot \left[\frac{\tau}{\tau_1} U_{n-1}^R + \cos(\beta \sin \omega_m t)\right]_{n=2,3,4\cdots} \tag{33}$$

În tabela alăturată se dau rezultatele calculelor pentru cazul $\beta = 2$ și $B = \Delta f$ (B este banda circuitului la 3 db, iar Δf deviația de frecvență a semnalului).

Pasul de interpolare s-a luat de 30° $\left(\frac{\tau}{\tau_1} = 1{,}91\right)$

Rang n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12
Argument semnal	$\omega_m t =$ 30°	60°	90°	120°	150°	180°	210	250°	270°	300°	360°
U_n^I	0,29	0,53	0,66	0,773	0,795	0,273	−0,11	−0,411	−0,581	−0,72	−0,5
U_n^R	0,185	0,0668	−0,133	−0,142	0,0923	0,405	0,452	0,242	0,0158	0,0445	0,829
Faza = $\mathrm{tg}^{-1} U_n^I / U_n^R$	57,33°	82,8°	101,4°	100.4°	83,4°	34°	-13,67°	−59,5°	−88,4°	−86,5°	−31°

Curba de fază este trasată în graficul alăturat

În același grafic s-a reprezentat curba de variație a fazei în regim permanent, curbă calculată cu metoda exactă a seriei Fourier.

Se observă poziția relativă a celor două curbe și tendința curbei de regim tranzitoriu de a se apropia treptat de curba de regim permanent.

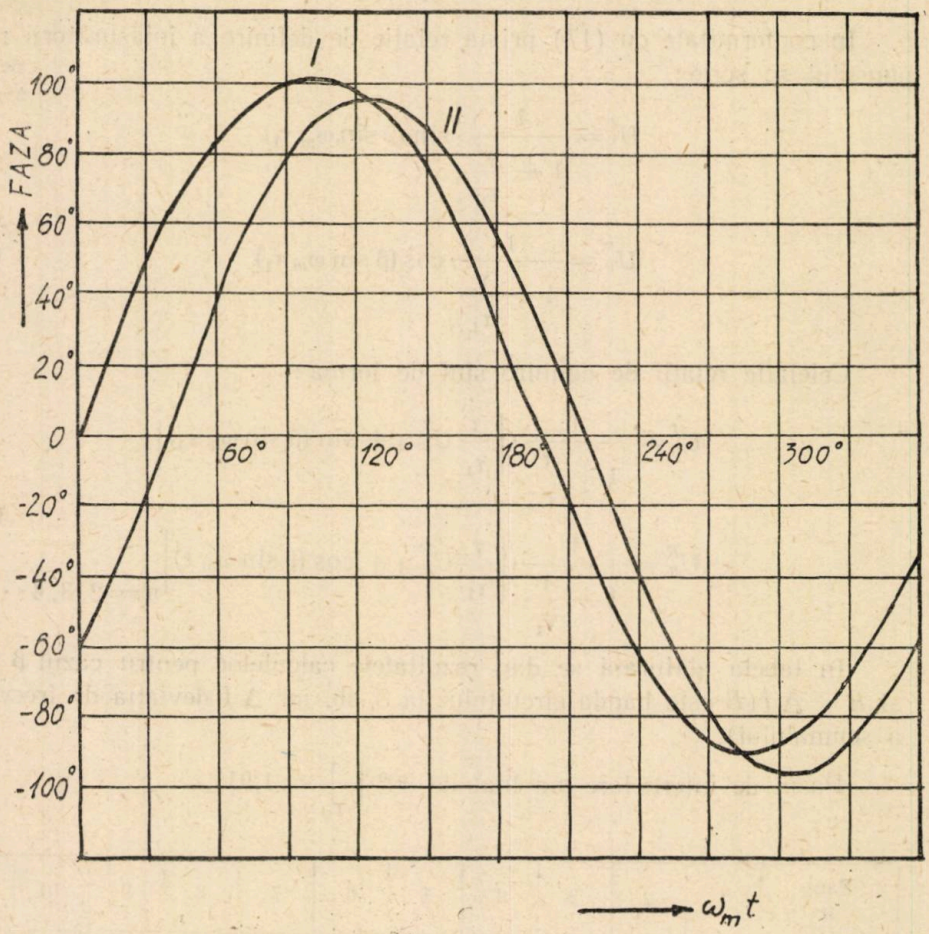


Figura 1. I. Curba de variație a fazei în regim tranzitoriu
II. Curba de variație a fazei în regim permanent.

Metoda poate fi extinsă asupra rețelelor desacordate față de frecvența purtătoare, dar această extindere nu este necesară în marea majoritate a cazurilor întîlnite în practică.

Este interesant de observat că metoda coordonatelor recurente poate fi aplicată, cu unele modificări, și rețelelor liniare cu constante distribuite.

Catedra de Radiocomunicații
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. С. С. ХУХРИКОВ — Приближённый числённый метод расчёта переходных процессов в линейных и нелинейных системах; Оборонгиз, Москва, 1957.
2. И. С. ГОНОРОВСКИЙ — Радиосигналы и переходные явления в радиоцепях; Связьиздат, Москва, 1954.
3. M. SAVESCU — O metodă de calcul al răspunsului rețelelor liniare la semnale modulate în frecvență. Bul. Inst. Politehnic București. Tomul XXI Fasc. 1 1959.

МЕТОД РАСЧЁТА ВЫХОДНЫХ ПЕРЕХОДНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМАХ

(Краткое содержание)

Показывается метод расчёта выходных переходных напряжений линейных системах.

Изучается — в частности — модулированные по частоте колебания. Применяется метод в случае колебательного контура.

A METHOD FOR CALCULATING THE TRANSIENT RESPONSE OF LINEAR NETWORKS

(Summary)

It is established a method for calculating the transient response of linear networks with lumped parameters. Special emphasis is given to frequency modulated signals. An exmple is worked for the oscillatory circuits.

UNE MÉTHODE DE CALCUL DE LA RÉPONSE TRANSITOIRE DES RÉSEAUX LINÉAIRES

(Résumé)

On démontre une méthode de calcul de la réponse transitoire des réseaux linéaires à constantes concentrées.

On étudie — en particulier — le cas des oscillations modulées en fréeuqnce. On applique la méthode pour un circuit oscillant.

EIN VERFAHREN ZUR BERECHNUNG DES NICHTSTATIONÄREN VERHALTENS LINEARER ELEKTRISCHER NETZE

(Zusammenfassung)

Es wird ein Verfahren zur Berechnung das nichistationären Verhaltens linearer Netze mit kenzentrierten Konstanten dargelegt. Eine besondere Aufmerksamkeit wird den frequenzmodulierten Signalen geschenkt. Das Verfahren wird auf einen Resonanzkreis angewendet.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 2

PETROGRAFIA CĂRBUNELUI

PROBLÈMES FONDAMENTAUX DE PÉTROGRAPHIE DES CHARBONS DANS LA STRUCTURE DES HOUILLES JEUNES ROUMAINES

par BENEDICT IONESCU-SISEȘTI

Les conceptions actuelles sur la structure pétrographique des charbons ont passé par une phase de nonprécisions et de tâtonements qui ont duré quelques disaines d'années.

Au deuxième Congrès de Stratigraphie du Carbonifère de Heerlen 1935, les notions fondamentales ont commencé à se préciser. Le travail de précision est cntinué, en commençant de 1952, par la Commission Intérnationale de Pétrographie des Charbons.

L'oeuvre de ces forums pour l'établissement de l'image structurelle des charbons consiste à préciser les dimensions et à décrite les constituants lithotypiques. Cette image est semblable à l'image structurelle d'une roche anorganique complexe.

Dans l'image structurelle des charbons, les éléments qui correspondent aux minéraux des roches proprement dites sont les constituants macéraux. De même que les éléments de la structure minérale de la roche, les macéraux consistent d'une seule substance homogène ou d'une seule éspèce de corps figurés. Leurs noms se terminent et i n i t e : vitrinite, fusinite, semifusinite, micrinite, cutinite, sporinite, sclerotinite, resinite.

Les entités struturelles microscopiques formés d'un seul ou de plusieurs macéraux et qui forment des bandes d'épaisseurs plus grandes que 30, respectivement 50 microns, constituent les microlithotypes et leurs noms se terminent en i t e : vitrite, fusite, clarite, durite.

Les lits et les bandes à épaisseurs plus grandes que 5 mm, formés d'un seul ou des plusieurs microlithotypes, sont les constituants macroscopiques. Les constituants macroscopiques peuvent être par consequence des morceaux de charbon. Pour ceux-ci on a adopté les thermes considérés comme proposés par Stopes : vitrain, clarain, durain.

Evidemment, la Pétrographie s'interesse en premier lieu des constituants macéraux et microlithotypiques.

A remarquer que l'image que nous avons décrite, établie dans ses lignes principales à un congrès pour la Stratigraphie du Carbonifère, se rapporte à la structure des houilles carbonifères, en tout cas des houilles supérieures.

En général, cette image est généralisée aux autres charbons. Mais l'application de l'image aux houilles plus jeunes et aux charbons bruns mène quelquefois à des erreurs fondamentales. La généralisation doit être faite donc avec une grande prudence et seulement dans la mesure qu'elle est possible.

C'est justement le motif pour lequel la Commission Internationale elle même n'a pas encore solutionné ces problémes fondamentaux de la Pétrographie.

Il nous semble tout à fait logique que pour la solution de ces problèmes on commence avec les houilles jeunes, qui sont les plus proches du point de vue de la structure des houilles carbonifères — et qu'on continue avec les charbons bruns. L'étude direct de la structure des charbons bruns inférieurs, les lignites, comme nous avons fait nous même autrefois [1]) et comme fait à présent la Commission Intérnationale, est très difficile.

Les houilles jeunes sont situées, — pas seulement du point de vue de l'âge, mai aussi comme structure petrographique, — entre les houilles carbonifères et les charbons bruns. Elles présentent de la sorte des aspects structuraux qui peuvent jeter une lumière nouvelle sur la structure de la houille supérieure d'une part et sur la structure des charbons bruns supérieurs et inférieurs d'autre part, qui peuvent faire vérifier si certaines opinions fondamentales admises aujourd'hui en Pétrographie sont justes on non et qui donnent la possibilité d'en émettre de nouvelles opinions et faire présenter de nouveaux aspects de constituants. De cette manière, nous considérons comme très probable que les études sur la structure des houilles jeunes puissent fournir de nouveaux aspects du processus de carbonification et des critériums de classification pétrographique des charbons.

Nous y esseyons de présenter quelqu'unes de ces structures et de voir ce que s'en détache, d'une part sur les conceptions actuelles sur les constituants macéraux et microlithotypiques, d'autre part sur les possibilités de caractérisation pétrographique des charbons de divers „rangs".

Des problèmes concernant le vitrite. La majorité du vitrite des charbons provient du tissu ligneux.

On considère aujourd'hui qu'en chaque charbon, le vitrite provenant du bois a un certain degré de carbonification. A part le fait qu'on n'a pas encore pu dire où est la ligne de démarcation entre xilite et vitrite, retenons l'aspect de fond de cette opinion, à dire que le degré de carbonification des macéraux vitrinitiques du même charbon est le même, donc progresse avec le temps parallelelment pour tous les macéraux vitrinitiques.

Dans nos études sur le lignite et dans les études ultérieurs, nous avons émis l'idée que dans le stade initial du procesus, la carbonification des macéraux vitrinitiques est séléctive, d'après la nature des tissus ou d'après l'action fortuite ou préférentielle des microorganismes.

[1]) Rev. Min. 6—954.

Nous n'avons pas l'intention d'apporter sur place les preuves de cette alégation. Nous en avons apportées en partie dans nos recherches antérieures et, dans la limite du temps, nous les devellopperons dans une étude à part.

La carbonification séléctive donne naissance à une structure vitrinitique nuancée à caractère ornamental, comme par ex. celui de la fig. 1,

Fig. 1

C'est intéressant à mentionner que le constituant macéral à faible réflectance est considéré par les pétragraphes du bitumen ou autrement, mais pas du vitrinite. Nous le considérons du vitrinite à un degré inférieur de carbonification — une autre nuance de carbonification — donc le constituant microlithotypique entier, un vitrite.

La micrographie suffit à montrer qu'il ne s'agit pas d'un changement de conditions, la clime, l'acidité du milieu etc. — d'un macéral à un autre, mais que par contre, les macéraux sont formés en même temps.

Nous n'insistons pas sur les multiples et les extremement importantes conséquences de cette constantion. Nous croyons quand même nécéssaire d'attirer l'attention que du moment que le vitrinite constitue plus que 90% de la masse des houilles jeunes, il ouvre une fenêtre sur la liaison entre les charbons supérieurs et les charbons inférieurs et sur la clarification du procesus de carbonification lui même. Nous mentionnons par exemple que la proportion et la nuance des constituants macéraux vitrinitiques de la structure ornamentale caractérise les diverses catégories de charbons roumains. Dans le charbon brun xilitique par exemple, prédomine le constituant à faible capacité de rélféction. Plus le rang du charbon est supérieur, plus sa refléctance croit, le caractère collinitique du vitrinite supérieur s'accentue et le contraste de la structure devient moins accentué.

Des problèmes en relation avec la substance minérale. Le „stérilovitrite". Les macéraux vitrinitiques de la structure ornamentale se caractérisent aussi par leur capacité d'accepter les substances minérales apportées. La nuance du processus de carbonification détermine une porosité différente, des phénomènes superficiels différents et, par cela, capacité différente de retenir les substances minérales.

La capacité de retenir les substances minérales est en général grande chez les constituants vitrinitiques inférieurs et petite chez le

Fig. 2

constituant supérieur collinitique à grande réflectance.

Ainsi, la présence des substances minérales accentue en général le contraste de la structure ornamentale.

Dans les houilles tertiaires de la Vallée du Jiu le constituant vitrinitique inférieur de la structure ornamentale se charge maintes fois en telle mesure qu'il devient un macéral nouveau, le *„stérilovitrinite"*. Le constituant microlithotypique qui résulte des deux macéraux est une variante du carbargilite, le *„stérilovitrite"* (fig. 2).

Dans le stérilovitrinite se concentre la majeure partie de la pirite. Comme les charbons de Valea Jiului ont un grand contenu de soufre, cette concentration constitue un avantage, parceque le stérilovitrite se sépare dans les mixtes. A la séparation densimétrique, le constituant se concentre dans les classes lourdes.

Un collinite à résine. Dans la 13-e couche Lupeni il y a un lit de charbon à aspect collinitique qui contient de nombreux corps résineux allongées, orientées. Cet aspect complètement collinitique dans une couche dont le vitrite est en général télinitique, prouve que le facteur déterminant du processus de carbonification a été la nature du tissus

(parenchyme des rayons médulaires) et donc en ce sens, le processus a été séléctif.

Trois constituans nouveaux: le vitrinite fusitisé, le collofusinite et une variante de micrinite; leur analogie .

Dans les houilles jeunes roumaines il y a un vitrinite qui possède toutes les propriétés optiques du fusinite, et qui est sans structure cellulaire, comme le collinite (fig. 3). Le constituant correspond donc au dernier degré du spectre de Seyler.

Si on admettrait que le constituant est né dans des conditions différentes de celles qui ont produit le vitrinite, comme on admet

Fig. 3

aujord-hui pour le fusinite, ça voudrait dire qu'il s'est formé séparément et est apporté seulement après dans la masse du vitrite. Mais cette hypothèse est exclue par l'aspect morphologique de la coexistence des deux constituants. Ainsi il nous semble s'imposer i'hypothèse que ce constituant n'est que le produit limite de la continuation de la carbonification séléctive, la nuance colloidale.

Par son aspect morphologique, caractérisé surtout par la grandeur appréciable des éléments structuraux et par sa relation intime avec le vitrinite gris, ainsi que par sa quantité, le constituant ne peut pas être considéré identique avec le micrinite, mais un terme final du vitrinite, que nous avons nommé *„vitrinite fusitisé"*. Seulement les éléments structuraux petits, les débris du vitrinite fusitisé proprement dit, peuvent être considérés une *„variante du micrinite"* (la figure).

Du point de vue de la structure céllulaire, le vitrinite fusitisé peut passer vers l'aspect du semifusinite ou fusinite. La présence des creux cellulaires ne change, quand même, rien des propriétés optiques et chimico-téhnologiques du constituant.

Nous éstimons que seulement certaines variétés de fusinite peuvent être considérées analogues au vitrinite fusitisé, à savoir celles dont les parois céllulaires ont acquis, dans l'image microscopique, un aspect colloidal, ont perdu leurs punctuations etc. Nous avons nommé, cette variété de fusinite, *„collofusinite"*.

Nos recherches tendent à prouver de plus en plus que, à la formation des trois constituants: le vitrinite fusitisé, le collofusinite et le

Fig. 4

micrinite signalé, ce qui est déterminant c'est la nature du tissu. En outre, la micrographie de la fig. 4 en est un argument absolument cathégorique.

La théorie acceptée généralement que le vitrinite et le fusinite, donc le vitrite et le fusite, sont formés dans des conditions de carbonification différentes, semble de la sorte échouer.

Le vitrinite fusitisé, en quantités dimensionelles suffisantes, donne le constituant microlithotypique correspondant, le *vitrite fusitisé.*

Le vitrite fusitisé et le collofusite se trouvent dans les charbons roumains en général en des proportions d'autant plus grandes que le charbon est plus âgé. En certains cas, la quantité énorme qui existe, ne peut être expliqué que par l'intervention de certains phénomènes anormaux. Ainsi par exemple, la grande quantité de vitrite fusitisé dans la houille antraciteuse de Baia Nouă ne s'explique pas autant par l'âge du charbon,

[1]) Erimmersion.

que par l'intervention du métamorphisme de contact du à l'éruption de l'éperon de porphir. La proportion de fusite est aussi enorme, presque 40%. Cele *donne à penser que n'importe quel fusinite est du au processus énoncé, la carbonification séléctive.*

Le problème du durite. Dans les houilles de Valea Jiului nous n'avons pas encore trouvé du micrinite et de la mase opaque du genre de ceux des houilles carbonifères. Et du moment que ces macéraux n'existent pas, il n'existe pas aussi de durite proprement dit.

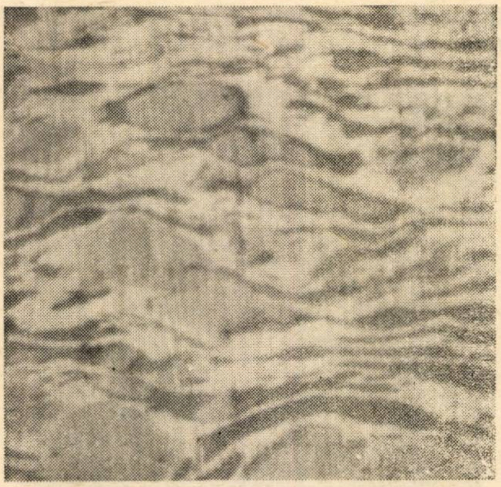


Fig. 5

A remarquer que ni le micrinite signalé n'est pas du tout frecquent dans la Valea Jiului. (Nous en avons trouvé dans la couche 13 de Uricani et à Lupeni).

Le dégradinite. Dans sa dernière séance, la Commission Internationale a adopté une fiche proposée par Asai sur un constituant macéral de nature humique, le dégradinite — trouvé dans les charbons bruns japonnais.

Nous avons trouvé, dans les houilles tertiaires roumaines un constituant similaire.

Il a une couleur gris foncé (plus foncée que celle du vitrinite environnant) et se trouve surtout dans le télinite qui est prêt à perdre sa structure, en formant, entre les rangées des cellules, des bandelettes, des baguettes ou des corps de forme presque ovales (fig. 5).

Ce qui est intéréssant, c'est qu'il accompagne presque toujours les corps résineux, maintes fois les entoure et quelquesfois essaie à se mêler avec eux sans réussir.

Ce qui est plus inéressant encore, c'est que le macéral présente des nuances de gris qui font transition vers les corps résineux.

S'agit-il d'un même constituant ?

Nous ne pouvons pas encore nous prononcer, surtout que nous n'avons pas encore pu préparer des sections minces.

S'il est le même constituant que celui d'Asai, le fait que autant bien les chercheurs japonnais, que nous, l'avons trouvé seulement dans les charbons tertiaires, est peut-être significatif pour le processus de carbonification.

L'inondation des tissus. Le problème de l'inondation des tissus par une substance de dégradation humique est encore discuté, dans ses divers aspects, surtout en ce qui concerne la frequence du phénomène. Dans les houilles jeunes roumaines, on peut dire que le phénomène est assez fréquent. La figure 6 présente un aspect tout à fait caractéristique et

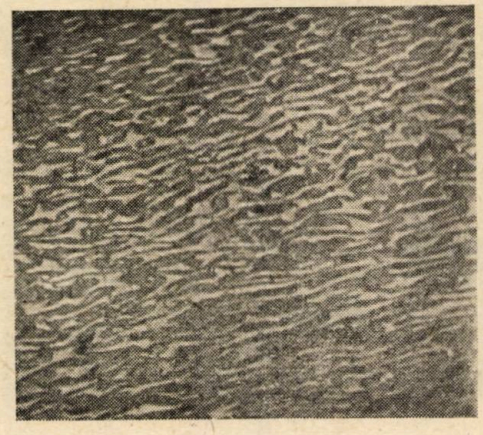


Fig. 6

eloquent. A remarquer aussi que la substance inondante ne semble pas provenir du même tissu, mais elle semble y être apportée, ce qui prouverait qu'il y a des tissus plus propres a former de la *„degradation matter"* de cette forme.

Aussi un constituant microlithotypique nouveau, le „pséudoclarite. Dans les houilles jeunes de Valea Jiului on trouve une quantité appréciable d'un constituant microlithotypique à aspect de clarite ; mais examineé avec tous les moyens optiques dont nous dispsons, le constituant semble être formé des gouttes, d'un variété de dégradation matter dans une masse de vitrinite. La substance de dégradation humique semble contenir des minéraux à grand degré de dispersion. Nous avons nommé ce constituant *„pseudoclarite"*.

Il y a, semble-t-il, deux varietés de pseudoclarite : celui de fig. 7 et une variété dont les gouttes sont plus petites.

Nous n'avons pas encore eu la posibilité cette fois aussi, d'en préparer des sections minces. Le constituant doit donc être encore étudié. Des dates que nous avons déja, il semble toutefois qu'il est caractéristique aux charbons d'âge moyen et, en partant des houilles tértiaires, sa quantité dimi-

mue à mesure que l'âge du charbon croit. Très probablement donc, il peut servir comme critérium d'apprécier le rang des charbons supérieurs et un clef pour solutionner le processus de carbonification.

La repartittion de la pirite entre les constituants. Les houilles tertiaires constituent le charbon de base pour la fabrications des grandes

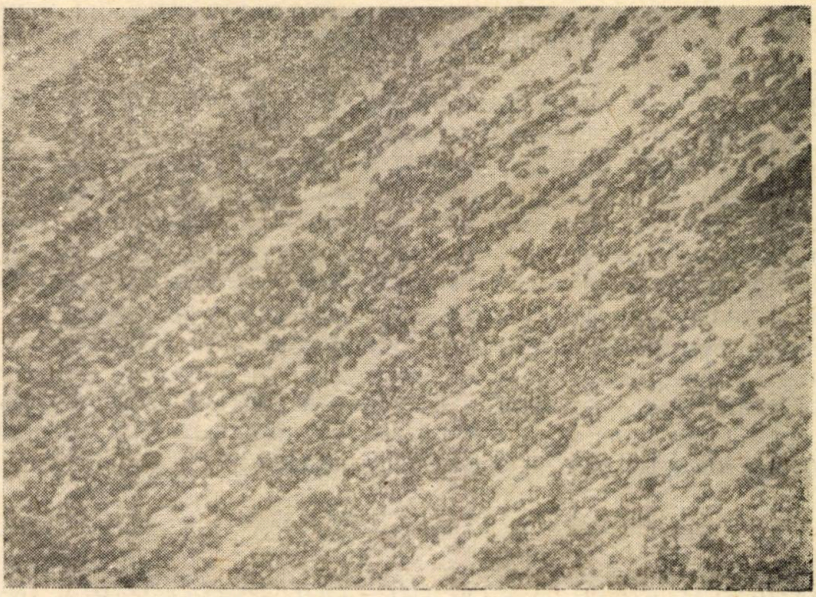


Fig. 7

quantités de coke que demande l'industrie sidérurgique roumaine en plein develloppement.

Le contenu en soufre du charbon est relativement grand.

Il est intéressant à constater que la pirite se concentre dans les constituants, de moins en moins, dans l'ordre suivant : stérilovitrinite, vitrinite collinitique, telinite, collofusinite, vitrinite fusitisé.

Pour les constituants que nous avons décrit, le pourcent relatif de pirite est explicable. Le processus d'enrichissement du stérilovitrinite en substances minérales, nous l'avons mentionné.

En ce qui concerne le collofusinite et le vitrinite fusitisé il suffit, paraît-il, de considérer que leurs carbonification avance rapidement et les substances adventives qui donnent naissance à la pirite trouvent, à leur arrivée, la substance humique colloidale déja neutralisée et consolidée.

En ce qui concerne la pirite que nous avons considére auparavant comme résultant de la plasme de la cellule en formant un grain dans la céllule même, elle est en petite quantité.

ОСНОВНЫЕ ПРОБЛЕМЫ

(Краткое содержание)

Автор отмечает в структуре витрита, происходящего из дерева, различия в отражательной способности и считает, что и области с малой отражательной способностью являются витримитовыми мацералами, а имеющиеся различия можно отнести за счет избирательного обуглероживания.

Этот мацералл легко пропитывается минеральными веществами давая составляющее „стериловитринит".

В румынских углях находятся три ингредиента с одинаковой отражательной способностью, различающиесия между собою только морфологически: фузитированный витринит, разновидность фузинита и разновидность микринита. Это дает автору повод считать, что витринит и фузинит образуются не вследствие разницы во внешних условиях, а также благодаря избирательному обуглероживанию.

Масса гумусовой деградации принимает в молодых румынских каменных углях разные формы: деградинит — вещество которое наводняет ткани или заключено в витритовой массе в виде капель, образуя микролитотипический ингредиент очень часто встречающийся в этих углях, который мы назовем „псевдокларит".

FUNDAMENTAL PROBLEMS OF THE COOL. PETROGRAPHY IN THE STRUCTURE OF YOUNG ROUMANIAN COALS

(Summary)

The author states a difference in the reflexion capacity in ligneous vitrite structure, and thinks that the neighbouring zones of a les reflexion capacity are vitrinit-macerals, the difference being due to the selectiv carbonification.

This maceral takes up easity mineral substances thus becoming the sterilo-vitrinit constituent.

In roumanian coals there are 3 such constituents of identical reflexion capacity, the only difference being morphological: fusitized vitrinit, a variety of fusinit, and a variety of micrinit.

So, the author believers that vitrinit and fusinit d'not develop in different external conditions, but also by selectiv carbonification.

The humic „degradation matter" takes in roumanian tertiar coals, different forms: degradinit, a substance invading the texture, or setting in vitritic mass as drops and forming toghether a microlitotype constituent, most frequent in this coals, i, e, pseudoclarit.

PROBLÈMES FONDAMENTAUX DE PÈTROLOGIE DES CHARBONS DANS LA STRUCTURE DES HOUILLES JEUNES ROUMAINES.

(Résumé)

L'auteur trouve dans la structure du vitrite qui provient du bois, des différences de réfléctance et considère que aussi les regions à faible réfléctance sont toujours des macéraux vitrinitiques, la différence étant due à la carbonification séléctive.

Ce macéral s'enrichit facilement avec des substances minérales, en produisant le constituant *„stérilovitrinite"*.

Dans les charbons roumains, il y a trois constituants à réfléctance identique, différenciés seulement du point de vue morphologique : *„le vitrinite fusitisé,* une variété de fusinite et une variété de micrinite. Ça conduit l'auteur à croire que le vitrinite et le fusinite ne se forment pas dans des conditions extérieures différentes, mais toujours par carbonification séléctive.

La masse de dégradation humique prend, dans les houilles jeunes roumaines, des formes diverses : le degradinite, la substance qui inonde les tissus ou qui s'emplace dans la masse vitrique sus forme de gouttes, en donnant naissance à un constituant microlithotypique très frecvent dans ces charbons et que l'auteur appelle le *pséudoclarite.*

GRUNDLICHE KOHLENPETROGRAPHISCHE PROBLEMEN IN DEN RUMÄNISCHEN JUNGEN STEINKOHLEN.

(Zusammenfassung)

Des Verfasser findet in der Stuktur des aus Holz entstandenen Vitrits, Unterschiede in der Reflektanz und meint dass auch die Gebiete mit schwacher Reflektanz vitrinitische Mazerale sind ; der Unterschied sei der selektiven Inkohlung zugeteilt.

Dieser Mazeral beladet sich leicht mit Mineralstoffe und bildet den Bestandteil Sterilovitrinit.

In den rumänischen Kohlen, befinden sich drei Bestandteile mit derselben Reflektanz, die sich nur morphologisch unterscheiden : der fusitisierte Vitrinit, eine Art von Fusinit und eine Art von Mikrinit. Aus dieser Tatsache schliesst der Verfasser, dass Vitrinit unn Fusinit nicht im verschiedenen äusseren Bedingungen entstehen, sondern ebenfalls durch die selektive Inkohlung.

Die humische „degradation matter" nimmt, in den rumänischen jungen Steinkohlen, verschiedene Formen an : Degradinit, Substanz die die Gefüge überschwemmt, oder die sich in die vitrinische Masse in Tropfenform unter die Bildung eines, in diesen Kohlen sehr frekventen mikrolithotipisches Bestandteils einsetzt, den der Verfasser Pseudoklarit nennt.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 2

MAȘINI ELECTRICE

CITEVA PRECIZĂRI ASUPRA ÎNCĂLZIRII ȘI RĂCIRII MAȘINILOR SINCRONE

de CONSTANTIN APETREI

I. *Problema.*

Problema construcției și exploatării mașinilor sincrone de mare și foarte mare putere, prin avantagiile tehnico-economice prezentate de aceste mașini, are în momentul de față o mare importanță din punct de vedere teoretic și practic.

În cadrul centralelor termoelectrice, există în prezent, instalate unități generatoare sincrone cu puteri de ordinul a 250÷300 MW, iar realizarea unor unități cu puteri de ordinul a 300÷400 MW este astăzi o problemă la ordinea zilei.

Unul din factorii principali care limitează superior puterea la care pot fi construite mașinile electrice este solicitarea termică admisibilă în sensul necesității menținerii temperaturii diferitelor părți din mașină la anumite valori bine determinate de condițiile exploatării și calitatea materialelor utilizate.

Într-adevăr, puterea (P) a unei mașini electrice la o turație dată funcție de sarcinile electromagnetice — densitatea de curent (D) și inducția magnetică (B) — și dimensiunile ei geometrice (L) poate fi exprimată sub următoarea formă generală:

$$P = K D B L^4 \qquad (1)$$

Expresia (1) în care K este un factor de proporționalitate, arată că mărirea puterii unei mașini se poate obține fie prin creșterea dimensiunilor ei geometrice, fie prin majorarea sarcinilor electromagnetice.

Creșterea dimensiunilor geometrice a unei mașini electrice este limitată în principal de solicitările mecanice admisibile; nivelul actual tehnic al fabricației materialelor constructive utilizate în construcția mașinilor electrice, limitează dimensiunile rotoarelor tubogeneratoarelor sincrone la următoarele valori: diametrul $D_{max} = (1{,}1 \div 1{,}2)$ m iar lungimea $L_{max} = (7 \div 8)$ m.

Comunicare prezentată la a IV-a sesiune științifică a cadrelor didactice a Institutului Politehnic București, (18 octombrie 1958).

Creșterea puterii mașinii electrice la dimensiuni date prin mărirea sarcinilor electromagnetice este deasemeni limitată printre alți factori de valoarea randamentului și de condițiile în care are loc răcirea.

La două mașini electrice geometric asemenea de puteri P_1 și P_2 pierderile electrice p_1 respectiv p_2 atunci cînd trecerea de la o putere la alta se face la sarcini electromagnetice constante prin variația dimensiunilor, se găsesc în raportul următor:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{3/4} \tag{2}$$

În cazul cînd trecerea se face la turație și dimensiuni constante prin variația sarcinilor electromagnetice, în același raport, iar pierderile funcție de D și B sînt exprimate de legi asemănătoare (2) ia forma:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{P_2}{P_1} \tag{3}$$

Raportul randamentelor η_2 și η_2' obținute în cele 2 cazuri poate fi pus sub forma:

$$\frac{\eta_2}{\eta_2'} = \frac{P_2 - p_1\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{3/4}}{P_2 - p_1\left(\frac{P_2}{P_1}\right)} \tag{4}$$

După cum se poate observa, raportul randamentelor are o valoare supraunitară, de unde rezultă că în cadrul ipotezelor făcute din punct de vedere al randamentului este mai avantajoasă calea majorării puterii mașinii prin mărirea dimensiunilor sale; dimensiunile mașinii fiind însă limitate superior rămîne ca o cale deschisă pentru mărirea puterii mașinii majorarea sarcinilor electromagnetice.

Pierderile electrice la un șir de mașini electrice geometric asemenea, la D și B constanți, cresc aproximativ după următoarea relație:

$$p \cong K L^3, \tag{5}$$

iar în funcție de sarcinile electromagnetice, la dimensiuni constante, pot fi exprimate în mod aproximativ de o funcție de forma:

$$p = f(D^2 B^2) \tag{6}$$

Suprafețele de răcire ale mașinii S prin care are loc transferul de căldură pe măsura creșterii dimensiunilor mașinii cresc după următoarea relație aproximativă:

$$S \cong K L^2 \tag{7}$$

Relațiile (1) . . . (7), deși pentru mașinile electrice reale au doar un caracter orientativ, arată că răcirea, atunci cînd puterea mașinii crește, are loc în condiții din ce în ce mai grele indiferent de calea aleasă pentru creșterea puterii; această considerație devine hotărîtoare în cazul în care mărirea puterii mașinii se face la dimensiuni constante prin majorarea

sarcinilor electromagnetice și cînd deci suprafețele de transfer a căldurii rămîn practic constante, iar pierderile variază aproximtiv cu pătratul creșterii sarcinilor electromagnetice.

Din cele expuse rezultă, că pentru construirea unor mașini electrice cu puteri din ce în ce mai mari, este necesar ca pe de o parte să se utilizeze materiale electroizolante noi cu temperaturi admisibile ridicate, iar pe de altă parte, să se adopte metode și scheme de răcire noi care să intensifice transferul de căldură în cazul unor pierderi relativ ridicate prin suprafețele limitate, relativ mici.

Teoria și practica construcției mașinilor de mare putere, din U.R.S.S. și alte țări cu o industrie electrotehnică dezvoltată, au rezolvat pozitiv aceste probleme ; astăzi, cu materialele fabricate — constructive și izolante — se pot construi mașini sincrone, turbogeneratoare,, cu puteri de ordinul a 300—400 MW, caracterizate de indici tehnico-economici superiori.

Este necesar să se sublinieze că analiza problemelor privitoare la încălzirea mașinilor și stabilirea unor scheme de răcire noi, prezintă importanță practică, nu numai pentru mașinile ce urmează a se construi de mare și foarte mare putere ; chiar în cazul unor mașini cu puteri medii (ordinul megawaților și a zecilor de megawați) sau a unor mașini gata construite din exploatare cunoașterea aprofundată a fenomenelor de natură termică și adoptarea unor scheme noi de răcire poate să conducă la creșteri importante de putere cu păstrarea gabaritului inițial ; în acest sens, trebuie remarcat că viitorul aparține sistemului de răcire direct al mașinii electrice indiferent de puterea sa.

In lucrarea de față, se caută a se stabili modul cum se pune problema încălzirii mașinilor sincrone de mare putere ; pe baza unor considerațiuni simple asupra proceselor termice din mașină, se caută să se deducă factorii importanți care privesc procesul de încălzire și răcire al mașinilor electrice ; se face analiza comparată a unor fluide de răcire funcție de natura și caracteristicile fluidului în schema de răcire ; se prezintă sumar, cîteva scheme moderne de răcire a mașinilor sincrone și se indică posibilitățile principiale noi de răcire a mașinilor sincrone instalate în centralele termoelectrice ce funcționează pe gaz metan ; această ultimă problemă poate căpăta o importanță practică deosebită dacă se are în vedere schema energetică de ansamblu din cadrul centralei electrice.

Considerațiile făcute prezintă interes pentru mașinile electrice indiferent de puterea lor ; deasemeni, posibilitatea principială de răcire a mașinilor electrice cu gaz metan poate să prezinte un interes deosebit pentru transformatoarele electrice.

II. *Procesul încălzirii și evacuării căldurii în mașinile electrice.*

In regim de funcționare staționar cîmpul termic care se stabilește într-o mașină depinde în principal de modul de repartizare volumetrică a pierderilor, de forma constructivă a mașinii și de schema de răcire adoptată ; din simpla enumerare a factorilor ce definesc cîmpul termic rezultă că o reprezentare general valabilă a acestui cîmp, este greu de dat. In cazurile concrete însă, cu anumite ipoteze simplificatoare, pe baza

legii generale a transmiterii căldurii de la punctele cu temperaturi mai ridicate către punctele cu temperaturi mai joase, se poate da o reprezentare a cîmpului termic.

În fig. 1, de exemplu, s-a reprezentat aproximativ, cîmpul termic ce se stabilește în statorul unei mașini oarecare într-un plan perpendi-

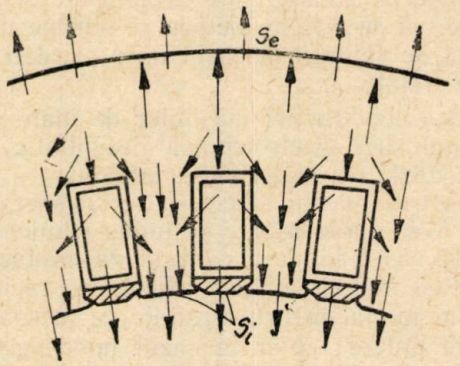


Fig. 1

cular pe axa mașinii ; reprezentarea dată trebuie completată cu cea ce fixează transmiterea căldurii în direcție axială, însă pentru considerentele ce urmează a se face ne rezumăm la reprezentarea din fig. 1.

În cazul luat ca exemplu, procesul de încălzire și evacuare a căldurii poate fi prezentat în modul următor : pierderile dezvoltate în înfășurarea izolată dispusă în crestătură și în pachetele de tole statorice se evacuează în exterior sub formă de căldură prin suprafața determinată de jugul statoric (S_e) dinții statorici și penele crestăturilor (S_i)

Pierderile ce se transmit sub formă de căldură radial prin suprafața exterioară S_e de la carcasa mașinii mediului ambiant, în cazul mașinilor electrice, de obiceiu se neglijează și se urmărește cu exclusivitate transmiterea căldurii prin convecție la suprafața interioară S_i prin intermediul agentului de răcire.

Deși cîmpul termic poate să aibă, funcție de sistemul de răcire adoptat și o altă repartiție, pe baza reprezentării simplificate date se pot face cîteva observații importante :

a. din punct de vedere termic, zona dentară constituie partea cea mai puternic solicitată a mașinii ;

b. în cazul general, apar două căderi de temperatură principial deosebite ; căderi de temperatură în cuprul înfășurării, în stratul izolant, fer, etc. corespunzătoare transmiterii de căldură prin conductibilitate și căderi de temperatură la suprafața corpurilor corespunzătoare transmiterii de căldură prin convecție ;

c. transmiterea de căldură de la diferitele părți calde ale mașinii către agentul de răcire poate fi imaginată că s-ar face prin rezistențe termice corespunzătoare drumului urmat de cîmpul termic.

În fig. 2, se dă schema echivalentă procesului de transmitere al căldurii în cazul cîmpului termic reprezentat în fig. 1.

Căldura corespunzătoare pierderilor din înfășurare (P_{cu}) se transmite parte direct agentului de răcire — prin rezistența termică R_1, iar parte ferului prin rezistența termică R_2 corespunzătoare stratului izolant al înfășurării ; de la fer prin rezistența termică R_3 căldura se transmite agen-

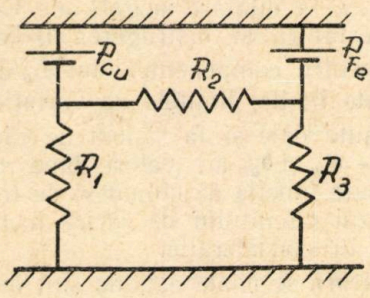


Fig. 2

tului de răcire ; pierderile (P_{Fe}) se vor transmite în mod analog prin rezistențele R_2 și R_3 ; schimbul de căldură între fer și cupru, va fi determinat de temperatura celor două corpuri.

Rezistențele termice R_1 și R_3 vor trebui calculate, avîndu-se în vedere transmiterea de căldură prin conductibilitate (în corpuri) și prin convecție (la suprafața corpurilor).

Rezistențelor termice R_1, R_2, R_3 le corespund căderi de temperatură bine determinate ; după cum se cunoaște, sarcina calculului termic al mașinii în regim staționar constă în principal în determinarea rezistențelor termice și a căderilor de temperatură corespunzătoare, ca prin intermediul lor ulterior să se poată calcula temperatura diferitelor părți ale mașinii. Astfel, dacă se presupune că cuprul înfășurării din crestătură este un corp termic omogen, temperatura sa se poate calcula cu ajutorul expresiei :

$$\theta_{cu} = \theta_{ao} + \Delta\theta_{ai} + \Delta\theta_s + \Delta\theta_{iz} \qquad (8)$$

Asupra valorilor componentelor expresiei (8) se pot face următoarele observații :

a. θ_{cu}, temperatura cuprului, este limitată superior în cazul materialelor izolante obișnuite — clasa B — la valori de ordinul a (110÷120°) C ;

b. θ_{ao}, temperatura agentului de răcire la intrarea sa în mașină, este limitată de obiceiu la 35° C și în mod practic depinde de schema de răcire adoptată — circuit deschis, închis etc.

c. $\Delta\theta_{ai}$, încălzirea agentului de răcire în mașină, obține valori maxime de ordinul a 25÷30° C ; valoarea sa maximă este limitată de valoarea lui θ_{cu} și neexagerarea diferenței de temperatură a agentului la ieșire și intrare în mașină, fapt ce ar prezenta pericolul apariției deformărilor neuniforme permanente a părților metalice a mașinii, distrugerea izolației etc ;

d. $\Delta\theta_s$, căderea de temperatură la suprafață, este limitată de obicei la $(15 \div 20)^0$ C, pentru a nu se depăși valoarea admisibilă pentru θ_{cu};

e. $\Delta\theta_{iz}$, căderea de temperatură în izolație, în cazul construcțiilor obișnuite poate obține valori maxime de ordinul a $(25 \div 30)^0$ C; valori mai ridicate pot conduce la dilatări inegale ale Cu și Fe, deformări permanente, jocuri în crestătură și distrugerea izolației.

Valorile indicate pentru componentele lui θ_{cu} din relația (8) deși pot să varieze între anumite limite, limitele de variație sînt relativ mici.

La materiale izolante date și la sistem de răcire fixat — în circuit deschis sau închis — θ_{cu} și θ_{ao} au valori bine definite; θ_{ao} deși poate varia între anumite limite funcție de climat și de temperatura agentului de răcire în răcitor în cazul circuitului de răcire închis, variațiile sale însă nu se iau de obiceiu în considerație.

Termenii asupra cărora se poate acționa sînt încălzirea agentului $\Delta\theta_{ai}$ și căderile de temperatură $\Delta\theta_s$, $\Delta\theta_{iz}$; cum valorile acestor termeni sînt proporționale pierderilor din mașină și cum acestea din urmă cresc atunci cînd se măresc sarcinile electromagnetice problema practică ce trebuie rezolvată constă în aceea ca valorile lui $\Delta\theta_{ai}$, $\Delta\theta_s$, $\Delta\theta_{iz}$ să fie micșorate sau păstrate constante la pierderi ale mașinii relativ mărite.

III. *Analiza expresiilor ce definesc valorile lui* $\Delta\theta_{ai}$, $\Delta\theta_s$ și $\Delta\theta_{iz}$.

Expresiile ce definesc pe $\Delta\theta_{ai}$, $\Delta\theta_s$ și $\Delta\theta_{iz}$ în cazul cîmpurilor termice omogene situate într-un plan pot fi puse sub următoarea formă bine cunoscută:

$$\Delta\theta_{oi} = \frac{\Sigma p}{\gamma c V} \tag{9}$$

$$\Delta\theta_s = \frac{Q}{S\alpha} \tag{10}$$

$$\Delta\theta_{iz} = \frac{Q\delta}{S\lambda} \tag{11}$$

Coeficientul conductibilității termice (λ) variază funcție de natura materialului; în cazul mai multor straturi izolante are expresia:

$$\lambda_t = \frac{\delta_t}{\sum_1^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \tag{12}$$

unde n reprezintă numărul straturilor izolante de grosime totală δ_t fiecare strat avînd grosimea δ_i și conductibilitatea λ_i

Coeficientul cedării de căldură la suprafață α, variază funcție de natura suprafeței, de dimensiunile geometrice ale canalului în care are loc procesul de transmitere a căldurii, de viteza și caracteristicile agen-

tului de răcire; expresia care determină valoarea lui α în regim turbulent al fluidului poate fi pusă sub forma:

$$\alpha = 0{,}023 \frac{\lambda}{d} \left(\frac{v\, d}{\nu} \right)^{0{,}8} \left(\frac{\nu}{a} \right)^{0{,}4} \qquad (13)$$

unde: $\alpha = \frac{\lambda}{c\gamma}$ iar:

v — este viteza medie a agentului de răcire în m/s;

d — diametrul echivalent al canalului de răcire în m;

In cazul regimului laminar α poate avea următoarea expresie simplificată:

$$\alpha = 4{,}25 \frac{\lambda}{d} \qquad (14)$$

Căldura specifică (c) greutatea specifică (γ) și vîscozitatea cinematică (ν) depind de temperatura și presiunea la care se găsește agentul de răcire.

In tabelul 1 se indică valoarea lui c, γ, ν, λ pentru cîteva gaze și materiale; valorile s-au indicat în unități absolute și relative, în ultimul caz considerîndu-se ca valori de referință valorile caracteristice ale aerului.

Tabelul 1

Natura fluidului	c: căldura specifică				γ: gr. specifică		υ: vîscozitatea cinematică				λ: conductibilitate termică			
	0°C		100 °C		t=0°C	p = 1 ata	0°C		100°C		0°C		100°C	
	K cal/Kg°C	u. r.	K cal/Kg°C	u. r.	Kgr/n m³	u. r.	$10^5 \upsilon m^2/s$	u. r.	$10^5 \upsilon m^2/s$	u. r.	K cal/mh°C x 10-3	u. r.	K cal/mh°C x 10-3	u. r.
Aer	0,239	1	0,241	1	1,292	1	1,331	1	2,316	1	21,364	1	27,40	1
Hidrogen	3,390	14,1	3,450	14,1	0,090	0,069	0,094	0,07	0,159	0,069	150	7,05	186	5,8
Gaz metan	0,517	2,16	0,584	2,4	0,716	0,555	1,446	1,08	2,557	1,1	26	1,23	28,5 la 20°C	—
Apă	1,03 x	4,35	—	—	1000	780	1,017 xx	0,76	2,053 xx	0,885	540 x	75,4	—	—

Observații:

x) valoarea la temperatura mediului ambiant

xx) valori valabile pentru abur

Expresiile (9), (10), (11) care definesc valorile lui $\Delta\theta_{al}$, $\Delta\theta_s$ și $\Delta\theta_{lz}$ pot fi analizate comparativ, pe baza datelor indicate în tabelul 1.

1. Relația (9) care determină valoarea încălzirii agentului de răcire $\Delta\theta_{ai}$:

$$\Delta\theta_{ai} = \frac{\Sigma p}{c\gamma V}$$

arată, că pentru cele 3 gaze indicate (aer, hidrogen, gaz metan) produsul $c\gamma$ variază în limite mici $\pm$ (5÷20)%; pentru lichide același produs comparativ ia valori ridicate; această observație indică eficacitatea răcirii mașinilor cu lichide la debite relativ mici.

Aceeași expresie arată că în cazul creșterii pierderilor, păstrarea constantă sau micșorarea încălzirii agentului de răcire — sub cca. 25° C — se poate realiza prin mărirea debitului V. Mărirea exagerată a debitului poate conduce însă la creșterea puterii necesare ventilației și poate contribui la înrăutățirea randamentului mașinii.

Din cele expuse rezultă, că menținerea lui $\Delta\theta_{ai}$ în limitele recomandabile, practic nu este influențată de natura agentului de răcire, cînd acesta este un gaz; determinant în acest caz, este debitul fluidului ce trebuie asigurat; în schimb, în cazul lichidelor se poate mări eficacitatea răcirii la debite relativ reduse.

2. Expresia (10) care determină căderea de temperatură la suprafață ($\Delta\theta_s$) arată că valoarea lui $\Delta\theta_s$ va fi cu atît mai coborîtă cu cît α va fi mai mare. Coeficientul α depinde de natura gazului, de caracterul și caracteristicile regimului de mișcare a agentului, de răcire.

a. Influența naturii fluidului de răcire în cazul regimului turbulent (la presiune, temperatură, viteze și diametre constante) poate fi scoasă în evidență printr-o relație de forma:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^{0,6} \left(\frac{v_2 c_1 \gamma_1}{v_1 c_2 \gamma_2}\right)^{0,4} \qquad (15)$$

Dacă se consideră hidrogenul și gazul metan comparativ cu aerul, atunci:

$$\frac{\alpha_H}{\alpha_a} \cong 9{,}25\ ;\quad \frac{\alpha_{CH_4}}{\alpha_a} \cong 1{,}25 \qquad (16)$$

Relațiile (15) (16) dau o primă indicație asupra eficacității răcirii, atunci cînd se schimbă natura agentului de răcire.

b. Influența presiunii și temperaturii agentului de răcire poate fi scoasă în evidență pe baza legii de variație, a greutății specifice și viscozității cinematice funcție de temperatură și presiune:

$$\gamma_{t,p} = \gamma_{o,pa} \times \frac{273}{273 + t} \frac{p}{p_a}$$

$$v_{t,p} = v_{o\,pa} \times \frac{(273 + t)^2}{273^2} \frac{p_a}{p} \qquad (15)$$

Dacă temperatura se consideră constantă, γ este direct proporțional, iar v invers proporțional cu presiunea; dacă în (13) se neglijează varia-

țiile c și v funcție de presiune, coeficienții cedării de căldură la suprafață α la presiunea p_2 respectiv p_1, se vor găsi în raportul:

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{0,8} \tag{18}$$

În figura 3, este reprezentată variația $\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \phi\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$

Relația (18) indică influența pozitivă a măririi presiunii agentului de răcire asupra procesului de răcire al mașinii; în considerațiile de

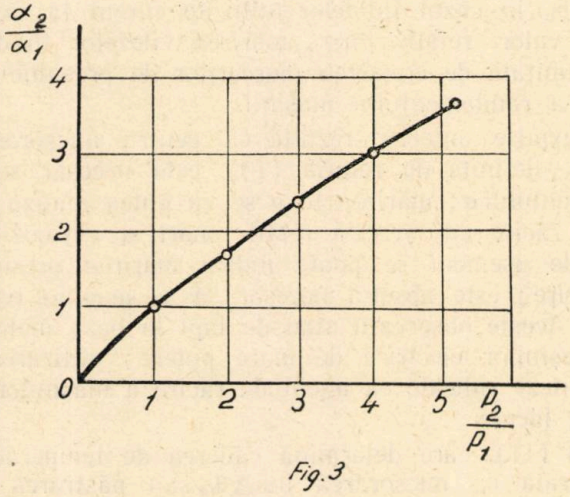


Fig. 3

mai sus, viteza fluidului s-a considerat constantă atunci cînd presiunea a variat.

c. În tabelul nr. 2, se indică valorile lui α expirmate în u.r. (starea de referință: regimul turbulent al aerului la v=15 m/s și d=0,018 m) în funcție de natura mișcării și a agentului de răcire.

Tabelul nr. 2

Natura gazului și natura regimului	Aer	Hidrogen	Gaz metan
Regim turbulent $\frac{v = 15 \text{ m/s}}{v = 30 \text{ m/s}}$	$\frac{1}{1,73}$	$\frac{9,25}{16,1}$	$\frac{1,25}{2}$
Regim laminar	0,078	0,56	0,098

Datele în cazul regimului laminar au fost calculate cu ajutorul expresiei simplificate (14).

Datele din tabelul 2 indică importanța covîrșitoare pe care o prezintă pentru procesul de răcire al mașinii, asigurarea regimului turbulent și adoptarea unor viteze ridicate ale fluidului răcitor.

Trecerea fluidului de la regimul laminar la cel turbulent este definită de relația:

$$v_{cr} \geqslant \frac{\nu R_{e\,cr}}{d} \tag{19}$$

unde valoarea critică a numărului Reinolds se poate lua pentru acoperire între 3000 și 10.000.

Realizarea unor viteze pentru fluidul de răcire care să satisfacă relația (19) nu prezintă dificultăți în construcția mașinilor electrice, vitezele critice v_{cr}, în cazul fluidelor utilizate curent la răcirea mașinilor electrice avînd valori relativ mici; mărirea vitezelor fluidului de răcire va fi evident limitată de creșterea pierderilor de presiune și deci de valoarea globală a randamentului mașinii.

Din cele expuse anterior rezultă că pentru micșorarea căderii de temperatură $\Delta\theta_s$, definită de relația (10), este necesar să se mărească valoarea coeficientului α; mărirea lui α se va putea realiza prin utilizarea unor fluide de răcire cu γ, c, λ relativ mari și vînscozități cinematice relativ mici; de asemeni se poate indica mărirea presiunii și vitezei fluidului de răcire; este absolut necesar să se asigure regimul de mișcare turbulent. Aceste observații stau de fapt la baza metodelor moderne de răcire a mașinilor electrice de mare putere; utilizarea hidrogenului la presiuni și viteze ridicate ca agent de răcire a mașinilor electrice confirmă indicațiile făcute.

3. Expresia (11), care determină căderea de temperatură în stratul izolant ($\Delta\theta_{iz}$), arată că micșorarea lui $\Delta\theta_{iz}$ sau păstrarea sa constantă, cînd pierderile din mașină cresc, iar suprafețele de răcire S rămîn constante, se poate realiza în 2 moduri:

a. micșorarea grosimii stratului izolant δ; după cum se cunoaște δ depinde de tensiunea mașinii și de calitățile dielectrice ale materialului izolant; micșorarea sa va fi definită de aceste considerente.

b. Mărirea coeficientului λ; valoarea lui λ depinde în principal de natura materialului iizolant; natura agentului de răcire poate interveni pozitiv în variația lui λ, indirect, dacă se are în vedere expresia (12) care definește valoarea globală a acestui coeficient; expresia (12) arată, că în cazul trecerii de la răcirea cu aer de exemplu, la răcirea cu hidrogen, prin majorarea lui λ_i a straturilor de hidrogen ce alternează cu straturile izolante, se va mări valoarea lui λ global.

In legătură cu diminuarea sau anularea completă a căderii de temperatură în stratul izolant $\Delta\theta_{iz}$,, este important să se remarce:

c) $\Delta\theta_{iz}$ poate să fie micșorat în mare măsură dacă straturile izolante ale înfășurării în executarea lor se vor supune la presiuni relativ ridicate; coeficientul λ corespunzător izolației principale a înfășurării poate fi aproximativ dublat, dacă se utilizează indicația dată (vezi B-7).

b. $\Delta\theta_{iz}$ poate fi anulat, dacă se trece de la răcirea indirectă a Cu înfășurării la răcirea directă; metoda respectivă este utilizată în prezent

pe scară largă în tehnica răcirii mașinilor sincrone de mare și foarte mare putere.

Din analiza expresiilor (9), (10), (11) rezultă, că în principiu există posibilități de micșorarea componentelor ce determină temperatura înfășurărilor θ_{cu}; micșorarea acestora dă posibilitatea creșterii sarcinilor electromagnetice și deci creșterii puterii mașinii la gabarit limitat cu respectarea solicitărilor termice admisibile.

Dacă de exemplu, notăm cu a raportul temperaturilor unei înfășurări cînd se trece de la un sistem de răcire la altul, deci:

$$\frac{\theta_{cu\,1}}{\theta_{cu\,2}} = a,$$

raportul puterilor mașinii la un același gabarit, însă răcite diferit cu solicitări termice identice și D și B variate în același raport poate fi pus aproximativ sub forma:

$$\frac{P_2}{P_1} \cong a \qquad (20)$$

Relația (20) poate avea un caracter doar orientativ deoarece:

a. densitatea de curent D și inducția B nu pot fi variate în același raport; în acest caz, variația pierderilor în Fe și Cu va fi evident diferită;

b. asupra variației lui D și B în afara factorilor de natură termică influențează și alți factori determinanți pentru caracteristicile electromecanice ale mașinii și care evident, limitează variația lui D și B (saturația mașinii, reactanțele mașinii, constanta de inerție, randamentul etc.);

c. Mărirea lui D și B în cazul răcirii indirecte poate fi făcută numai prin respectarea valorilor maxim admisibile pentru $\Delta\theta_{tz}$ și $\Delta\theta_{ai}$; depășirea acestor valori poate duce la defecțiuni constructive și scoaterea mașinii din exploatare.

Cu toate acestea, relația (20) indică orientativ creșterea puterii mașinii la gabarit dat prin adoptarea unor sisteme de răcire, care permit micșoarera componentelor definite de relațiile (9), (10), (11). Această observație urmează să fie reținută deoarece prezintă importanță și pentru mașinile de puteri mijlocii.

De remarcat că analiza de mai sus s-a limitat doar la examinarea componentelor temperaturii înfășurărilor deoarece, în cazul mașinilor sincrone cu poli înnecați de obiceiu partea cea mai solicitată din punct de vedere termic și care prezintă dificultăți în răcire este înfășurarea rotorică și statorică; procesul de încălzire al ferului mașinii poate fi analizat în principiu pe baza acelorași considerațiuni.

IV. *Sisteme de răcire a mașinilor sincrone de mare putere.*

Prezentarea succintă ce urmează a se face asupra diferitelor sisteme de răcire a mașinilor sincrone de mare putere are drept scop să evidențieze cum au găsit aplicare practică unele din concluziile stabilite la punctul anterior.

Sistemele de răcire moderne ale mașinilor sincrone turbogeneratoare se vor prezenta separat pentru rotor și stator.

1. *Sistem exterior de răcire a înfășurării rotorice.*

Modul cum se degajează căldura de la înfășurarea rotorică fluidului de răcire este reprezentat schematic în fig. 4; căldura se evacuează prin intermediul agentului de răcire la suprafața exterioară a rotorului. Sistemul de răcire respectiv este puțin eficace și permite realizarea unor

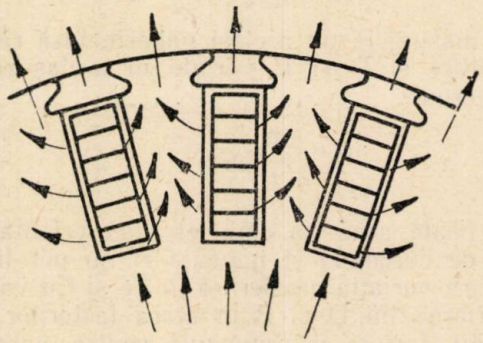


Fig. 4

generatoare cu puteri unitare de ordinul zecilor de MW.

Pentru intensificarea procesului de răcire se poate apela la diferite procedee printre care amintim: mărirea numărului de crestături (micșorarea lui $\Delta\theta_{iz}$), adoptarea unui fluid de răcire ce permite mărirea lui α și deci micșorarea lui $\Delta\theta_s$ etc.

Cea de a 2-a indicație poate să apară neeconomică în cazul răcirii indirecte deoarece valoarea lui $\Delta\theta_{iz}$ își păstrează caracterul ei limitativ.

2. *Sistem exterior de răcire a înfășurării rotorice cu răcire interioară a ferului rotoric.*

In aces caz, față de sistemul precedent se realizează o răcire suplimentară prin introducerea fluidului de răcire și în canalele practicate sub înfășurarea de excitație sau în dinții rotorici — fig. 5.

Practica a arătat că soluția reprezentată în fig. 5/b în afara ineficacității sale poate prezenta chiar influențe negative asupra celorlalți indici tehnico-economici ai mașinii și de aceea nici nu se recomandă — vezi B-3.

Soluția prezentată în fig. 5/a, deși puțin eficace asociată cu alte procedee de îmbunătățire a răcirii — mărirea numărului de crestături de ex. — permite ridicarea puterii mașinii la un gabarit limitat.

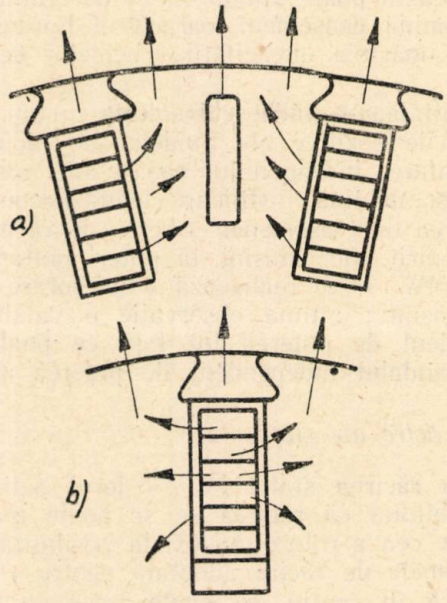


Fig. 5

3. *Sistem de răcire direct a cuprului înfășurării rotorice.*

Spălarea directă a suprafețelor calde de cupru a înfășurării rotorice de către agentul de răcire se poate realiza constructiv după diferite scheme ; în fig. 6 sînt reprezentate 3 soluții posibile. Vezi (B-6) schemele de ansamblu a răcirii în acest caz.

Deși practicarea canelelor de răcire — canale C.R. din fig. 6 —, în care se introduce fluidul de răcire, conduce la micșorarea secțiunii efectiv disponibilă pentru dispunerea Cu înfășurării totuși mijlocul de răcire

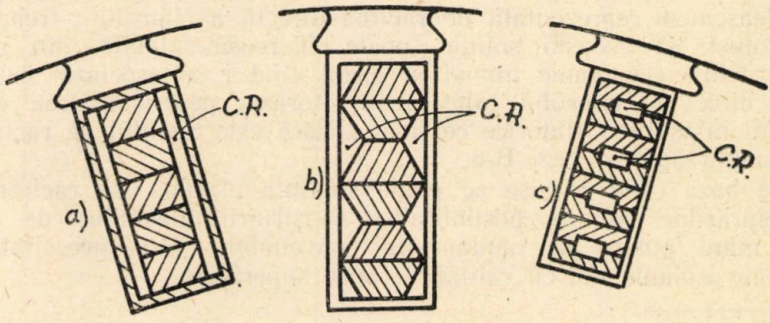


Fig. 6

respectiv trebuie socotit ca cel mai eficace din cele cunoscute pînă astăzi. Aceasta deoarece :

a) se anulează una din componentele din expresia (8) — $\Delta\theta_{iz}$ care după cum s-a văzut poate atinge valori de ordinul a 25% din valoarea lui θ_{cu} ; se elimină deasemeni, caracterul limitativ a lui $\Delta\theta_{iz}$ fapt fundamental pentru mărirea eficacității schemelor de răcire a mașinilor electrice.

b) oferă posibilitatea — îndeosebi soluția în fig. 6-c, de a se utiliza complet caracteristicile pozitive ale fluidelor de răcire la viteze și presiuni ridicate ; adoptarea hidrogenului sau a apei ca fluide de răcire în acest caz, își găsesc deplină justificare tehnico-economică ;

c) prin adoptarea unei asemenea scheme de răcire, pe lîngă creierea posibilităților construirii unor mașini, la puteri unitare foarte ridicate — ordinul sutelor de MW — se realizează o micșorare importantă a greutății specifice a mașinii ; ultima observație e valabilă pentru mașinile electrice *) independent de puterea lor fapt ce poate face sistemul de răcire direct recomandabil independent de puterea mașinii.

4. *Sisteme de răcire ale statorului.*

În legătură cu răcirea statorului — ferul activ și cuprul înfășurării — trebuie subliniat că răcirea sa se poate realiza in condiții cu mult ușurate față de cea a rotorului ; există posibilitatea, ca în principiu, să se utilizeze schemele de răcire adoptate pentru rotor și în plus, dat fiind poziția sa fixă în spațiu, se poate trece cu mai mici dificultăți constructive la agenți de răcire ilchizi (apa de ex.) sau gazoși cu presiuni și viteze ridicate.

Pentru răcirea ferului activ statoric se pot adopta soluții constructive diferite : canale axiale, radiale, camere secționate cu mai multe jeturi etc. Ceea ce este important de observat în legătură cu răcirea ferului activ statoric este faptul că soluția constructivă oricare ar fi ea, este de recomandat să se dea posibilitatea ca agentul de răcire intrat în mașină să fie dirijat în primul rînd către partea mașinii cea mai solicitată termic și anume zona dinților statorici și rotorici ; se impune deci introducerea agentului de răcire în primul rînd în întreferul mașinii.

Pentru răcirea cuprului înfășurării statorice, soluția cea mai eficace este deasemeni reprezentată de răcirea directă a cuprului ; trebuie subliniat totuși, că această soluție poate fi recomandabilă din punct de vedere tehnico-economic numai în cazul cînd i se asociază sistemul de răcire direct al cuprului înfășurării rotorice ; pentru răcirea directă a cuprului înfășurării statorice cel mai eficace este agentul de răcire lichid, de exemplu apa — vezi B-6.

Pe baza celor expuse se poate sublinia în plus, că răcirea directă a înfășurărilor creiază posibilitatea construirii mașinilor de mare și foarte mare putere la randamente convenabile, fără necesitatea unor materiale izolante noi cu calități termice superioare.

*) Se au în vedere mașini cu puteri de ordinul sutelor sau miilor de kW.

V. *Posibilitățile pricipiale de utilizare a gazului metan pentru răcirea mașinilor și transformatoarelor electrice.*

În centralele termoelectrice ce utilizează drept combustibil gazul metan există posibilitatea principială ca acesta să fie utilizat înaintea combustiunii sale, drept agent de răcire; prin instalarea unor turbine de trecere sau a unor turbionatoare frigorifice și trecerea gazului metan prin acestea se poate obține în principiu un agent de răcire gazos la temperaturi variabile și presiuni de ordinul atmosferelor.—Vezi B. 10—. Gazul metan în principiu se poate utiliza direct ca agent de răcire fără prealabila sa trecere prin vreo mașină sau aparat dacă se are în vedere că la centrală el sosește la presiuni de ordinul atmosferelor și temperaturi de ordinul $(10 \div 20)^{\circ}C$.

Fără a lua în discuție debitul gazului metan necesar combustiunii în centrală, presiunea la care este transportat, presiunea la ieșirea din turbionator sau turbină, debitul necesar răcirii, etc. rezultă că în centralele ce funcționează cu gaz metan se are la dispoziție un fluid la temperaturi și presiuni variabile în limitele ce interesează direct schemele de răcire a mașinilor rotative sau a transformatoarelor electrice.

În principiu, gazul metan poate fi utilizat ca agent de răcire al mașinilor electrice după următoarele 4 scheme:

a) schema de răcire clasică în circuit „deschis"; gazul metan în acest caz vine în contact direct cu suprafețele interne ale mașinii — părți izolate ale înfășurărilor, ferul mașinii etc.

b) schema de răcire directă în circuit „deschis"; gazul metan vine în contact în acest caz doar cu suprafețele de Cu a înfășurărilor și cu suprafețele ferului mașinii;

c) utilizarea gazului metan ca element de răcire în răcitorul mașinii, răcirea propriu zisă a mașinii făcîndu-se în circuit închis de un fluid oarecare;

d) utilizarea gazului metan ca element de răcire într-un răcitor suplimentar care intervine în regim permanent de funcționare la sarcini sporite sau doar în cazuri de avarii.

În toate cele 4 scheme indicate gazul metan trebuie să circule într-un sistem etanș pentru a fi împiedicate scăpările de gaz în aer; deasemeni, este necesară o prealabilă curățire a gazului metan problemă care în anumite condiții poate să aibă o importanță hotărîtoare.

Schema primă deși mai eficace decît răcirea clasică cu aer în circuit închis și cu posibilități nete de mărire a eficacității sale — mărirea vitezelor și presiunii, diminuarea temperaturii la intrare etc. este dezavantajoasă prin aceea că se supune izolația înfășurării acțiunii directe a gazului metan; comportarea izolației în atmosferă de gaz metan în aceste condiții, rămîne o problemă deschisă.

În cazul schemei b, (în afara avantagiilor schemelor de răcire directă) se elimină două din neajunsurile primei scheme": se evită contactul direct al gazului metan cu izolația înfășurărilor și se anulează $\Delta\theta_{iz}$ care prin valoarea sa maxim admisibilă limitează eficacitatea

sistemelor de răcire indiferent de natura lor. Apar în schimb dificultățile de natură constructivă proprii sistemelor de răcire directă.

Utilizarea gazului metan ca agent de răcire după schemele c și d, prezintă avantagii certe cu observația și consecințele necesare privitoare la trecerea de la un agent răcitor lichid la unul gazos. Totuși și în acest caz, dacă se are în vedere posibilitatea variației convenabile a temperaturii de intrare și vitezei noului agent de răcire față de apă, se poate intensifica în măsură însemnată transferul de căldură în schimbătorul de căldură cu fluide gaz-gaz.

Schema ultimă d, are în plus avantajul posibilității unui reglaj continuu a caracteristicilor agentului de răcire funcție de regimul de funcționare al mașinii pentruca regimul termic al acesteia să rămînă practic, constant.

Schemele principale de răcire cu gaz metan lasă să se întrevadă avantagii tehnico-economice importante: existența unui agent de răcire cu parametri variabili realizați prin instalații relativ simple, simplificarea schemei constructive prin eliminarea ventilatoarelor și a răcitoarelor — schema a, b, —, ridicarea eficacității răcirii în comparație cu răcirea cu aer, îmbunătățirea randamentului global al instalației etc. Schemele de răcire indicate pot conduce la micșorarea greutății specifice a mașinii pentru unitățile noi și pot fi aplicate cu unele modificări și pe instalațiile existente; în acest caz se poate obține o mărire însemnată a puterii mașinii răcite cu gaz metan.

Indicațiile date mai sus, au deocamdată un caracter principial; urmează ca cercetările ulterioare să stabilească cantitativ și calitativ eficacitatea răcirii mașinilor electrice și transformatoarelor prin utilizarea gazului metan drept agent de răcire înaintea combustiunii sale.

VI. *Concluzii.*

Pe baza precizărilor făcute în lucrarea de față se pot întrevedea următoarele:

a) Căile principiale puse la îndemînă de teoria și practica construcției mașinilor electrice în realizarea unor agregate de mare și foarte mare putere.

b) Mărirea puterii unitare a mașinilor electrice se poate realiza prin mărirea sarcinilor electromagnetice fără ca prin aceasta să se înrăutățească caracteristicile ei tehnico-economice; solicitările termice ale mașinii pot fi păstrate constante, dacă se adoptă scheme de răcire ce permit intensificarea procesului de răcire.

c) Pentru intensificarea procesului de răcire se impune utilizarea unor agenți de răcire cu caracteristici termice superioare, mărirea vitezei și presiunii agentului de răcire, adoptarea unor scheme de răcire constructiv noi care să asigure răcirea directă a părților calde ale mașinii.

d) Prin adoptarea unor mijloace moderne de răcire se poate obține: creșterea puterii la gabarit limitat, micșorarea greutății specifice și îmbunătățirea altor indici tehnico-economici ai mașinii.

e) Avantagiile sistemului direct de răcire față de sistemul clasic de răcire indirect, îndeosebi a cuprului înfășurărilor, lasă să se întrevadă posibilitatea și necesitatea aplicării acestui sistem și la mașinile de putere medie; calculele tehnico-economice indică, că aplicarea sistemului respectiv, fără a introduce dificultăți tehnologie deosebite reduce în măsură însemnată greutatea specifică a mașinii.

f) Utilizarea gazului metan înaintea combustiunii sale ca element răcitor în centralele termoelectrice poate conduce la anumite avantagii tehnico-economice; studiile ulterioare urmează să precizeze cantitativ avantagiile și limitele aplicabilității acestui nou sistem de răcire la mașinile și transformatoarele electrice.

Catedra Mașini Electrice
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *A. E. Alexeev, M. P. Kostenco* — „Turbogeneratoare" — G.E.I. 1939.
2. *A. E. Alexeev* — „Construcția mașinilor electrice" — G.E.I. 1949.
3. *E. Komar* — „Problemele proiectării turbogeneratoarelor" G.E.I. 1955.
4. *I. Postnicov* — „Proiectarea mașinilor electrice" — G.E.T.L. 1952.
5. *G. Gotter* — „Erwärmung und Kühlung electrischen maschinen" — Springer 1954.
6. *W. L. Ringland* — „Progrès relatifs au refroidissement des générateurs, réalisés aux Etats-Unis" Raport CIGRE 1956.
7. *A. Mandi* — „Essais d'amélioration du refroidissement des turbo-alternateurs" Raport CIGRE 1956.
8. *M. Miheev* — „Bazele transmiterii căldurii" — G.E.I. 1949.
9. *M. P. Vukalovici* — „Proprietățile termodinamice ale gazelor — MASGIZ 1953.
10. *I. Saphier, V. Pimsner, C. A. Vasilescu* — Posibilitatea obținerii de energie la exploatările de gaze naturale. Revista Studii și Cercetări de Energetică nr. 1/1952.

НЕКОТОРЫЕ ТОЧНЕНИЯ ПО НАГРЕВУ И ОХЛАЖДЕНИЮ СИНХРОННЫХ МАШИН

(Краткое содержание)

В работе дается постановка вопроса нагрева и охлаждения синхронных машин; на основании простых рассуждений выявляются факторы, влияющие на процесс нагрева и охлаждения электрических машин; дается также сравительный анализ охлаждающих агентов в зависимости от природы агента и его характеристик в схеме охлаж-

дения; кратко представлены некоторые современные схемы охлаждения синхронных машин и указываются принципиально новые возможности охлаждения синхронных машин и электричсских трансформаторов, установленных на тепловых электростанциях, работающих на природных газах. Применения метана в качестве охлаждающего агента может получить особое практическое значение, если иметь в виду обшую энергетическую схему в рамках электростанции.

Приводимые в статье рассуждения представляют принципиальный интерес для электрических машин в общем, независимо от их мощности и конструктивного типа. В этом смысле, способ непосредственного охлаждения обмоток машины может быть рекомендован даже для машин средней мощности.

SOME REMARKS ON THE HEATING AND COOLING OF SYNCHRONOUS MACHINES

(Sumary)

In this paper the way of posing the problem of the heating and cooling of synchron machines is settled: some simple considerations are made, pointing out the factors influencing the processus of heating and cooling of electrical machines; the article contains also the compared analysis of some coolants, function of the nature and characteristics of the agent in the cooling scheme; a short presentation of some modern cooling schemes in synchron machines, and an indication upon the new principial possibilities of cooling synchrone machines and electrical transformers mounted in thermoelectrical plants functionning on metane; use of metane as a coolant will get a great pratical importance if one takes into consideration the general power scheme of the electric plant.

The remarks mentioned in the paper presents a principal interest for electrical machines, of any power and constructive type; in this sense, the direct cooling system of the machine winding may be recommended even for machines of medium power.

QUELQUES QBSERVATIONS SUR LE RECHAUFFEMENT ET LE REFROIDISSEMENT DES MACHINES SYNCHRONES

(Résumé)

Dans l'article on etablit la manière dont on pose la problème du recheuffement et du refroidissement des machines synchrones; en s'appuyant sur des considérations simples, on met en évidence les facteurs determinants pour le procès de rechauffement et refroidissement des machines electriques; on fait l'analyse comparée de quelques fluides de

refroidissement en fonction de la nature et des caractéristiques du fluide dans le schéma de refroidissement ; on présente brièvement quelques schémes modernes de refroidsissement des machines synchrones et on indique les nouvelles possibilités principiales de refroidissement des machines syncrones et des transformateurs électriques installés dans les centrales thermoélectriques qui fonctionnent à gas métane ; l'utilisation du métane comme agent de refroidissement peut acquérir une grande importance partique si on considère le schéme énergétique densemble de la centrale électrique.

Les considérations faites dans l'article préesentent un intérêt principial pour les machines électriques en général, quelle que soit leur puissance et leur type constructif ; dans ce sens, le système de refroidissement direct du cuivre des enroulements de la machine peut être recommandé même pour les machines de puissance moyenne.

EINIGE BEMERKUNGEN ZUR ERWAERMUNG UND KUEHLUNG VON SYNCHRONMASCHINEN

(Zusammenfassung)

Vorliegende Arbeit zeigt die Art — und Weise wie das Problem der Erwaermung und Kuehlung von Synchronmaschinen gestellt wird ; auf Grund einfacher Ueberlegungen werden die Faktoren aufgezeigt die den Erwaermungs-und Kuehlungsvorgang elektrischer Maschinen beeinflussen ; Weiters werden kurz einige moderne Kuehleinrichtungen fuer Synchronmaschinen untersucht wie auch die prinzipiell neuen Moeglichkeiten der Kuehlung von Synchronmaschinen und elektrischer Transformatoren (Stromwandler) die in naturgasbeheizten Waermekraftwerken aufgestellt werden. Die Verwendung von Naturgas als Kuehlmittel bekommt besondere praktische Bedeutung wenn man des Gesemtschema des Kraftwerkes in Betracht zieht.

Die dargestellten Ueberlegungen sind von prinzipiellem Interesse fuer elektrische Maschinen, ungeachtet ihrer Leistung und Konstruktionstype. In diesem Sinne kann die unmittelbare Kuehlung der Windungen elektrischer Maschinen sogar fuer Maschinen mittlerer Leistung anempfohlen werden.

TIPOGRAFIA ŞI LITOGRAFIA
ÎNVĂŢĂMÎNTULUI
C. 3014

INDICAŢII REDACŢIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri şi colaţionate de autor. Relaţiile matematice şi formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele şi graficele vor fi executate în tuş negru pe hîrtie de calc, numerotate şi prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent şi legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referinţă şi, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile: rusă, franceză, germană şi engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu: numele şi iniţialele de pronume ale autorului, titlul şi volumul lucrării, editura, locul şi anul apariţiei, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina iniţială şi finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text şi se va numerota curent. Referinţele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experienţelor şi afirmaţiilor ştiinţifice revine numai autorilor. Conducerea revistei îşi rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

F 1130

KAT

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

TOMUL XXI — FASCICOLA 3

IULIE — SEPTEMBRIE

1959

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

apare, cu patru fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul Politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara Institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu Redacţia şi Administraţia Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

издаётся в четырех годовых выпусках являясь продолжением прежних научных периодических журналов «Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées» и «Buletinul Politehnicei din Bucureşti».

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с Редакцией и Руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

est une publication trimestrielle, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'Institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

MŰSZAKI KÖNYVTÁR ORSZÁGOS 1883

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI

TOMUL XXI — FASCICOLA 3

IULIE — SEPTEMBRIE

1959

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. Dr. *I. Agîrbiceanu*; Prof. Dr. *I. S. Antoniu*; Conf. *I. Berceanu*; Prof. Dr. *E. Bratu*; Prof. *Gh. Buzdugan*; Conf. *S. Călin*, cand. St. Th.; Prof. *C. Ionescu-Bujor*; Prof. Dr. *Gh. Manea*; Acad. Prof. Dr. *Tr. Negrescu*; Acad. Prof. Dr. *C. Nenițescu*; Prof. *C. Penescu*; Prof. *M. Postelnicescu*; Prof. Dr. *R. Răduleț*, membru corespondent al Academiei R.P.R.; Prof. *Al. Spătaru*; Prof. *L. Stoicescu*; Prof. Dr. *T. Tănăsescu*, membru corespondent al Academiei R. P. R.

Redactor responsabil: Prof. *C. Dinculescu*
Membru corespondent al Academiei R. P. R.

SUMAR

ȘTIINȚE SOCIALE

V. ROMAN — Unele probleme ale legăturii și influenței reciproce dintre științele naturii și științele sociale în procesul lor de dezvoltare și importanța lor pentru progresul societății omenești 13

MATEMATICĂ

A. TĂNĂSESCU — L'application d'une interpretation due à la géométrie à quatre dimensions dans quelques intersections des poleyèdres 51

FIZICĂ

D. BÎRCĂ-GĂLĂȚEANU, L. MĂNTOIU, L. ARCAN — Spectrul de vibrație al uleiului de molid în regiunea spectrală de la 3,7 μ la 14,5 μ 57

MECANICA

R. VOINEA, M. ATANASIU — Contributions à la théorie géometrique des vis 69

CHIMIE ANORGANICĂ

A. IANU, A. STECLACI — Proces tehnologic de obținere a cloritului de sodiu din leșiile de Tîrnăveni 91

I. CRIȘAN — Le dosage du cuivre existant simultanément aux différents degrés d'oxydation à l'état solide 115

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

I. BLUM, M. ROSEMBERG, D. IONESCU, FR. BARCA, R. DIMITRIU, A. ȘTEFĂNESCU — Studiul posibilităților de valorificare a mixtelor de cărbuni din Valea Jiului 121

V. PĂRĂUȘANU, O. LANDAUER, C. MATEESCU — Hidroliza acidă a acetatului de *n*-butil în soluții de apă-acetonă 139

ENERGETICĂ

G. IACOBESCU — Oscilograme de tensiune ridicate la deconectarea în gol a unor circuite electrice 147

REZISTENȚA MATERIALELOR

A. PETRE — Aplicarea metodei parametrilor inițiali în calculul barelor cu pereți subțiri cu profile închise de mai multe ori 157

TERMOTEHNICĂ

G. BĂRĂNESCU, N. APOSTOLESCU, B. GRÜNWALD — Solutions de vilebrequins pour les moteurs polycylindriques en ligne, optima du point de vue de l'équilibrage . . . 163

СОДЕРЖАНИЕ

В. РОМАН — Некоторые вопросы относительно связи и взаимодействия между естественными и общественными науками в процессе их развития и их значение для прогресса человеческого общества. 13

МАТЕМАТИКА

А. ТАНАСЕСКУ — Применение толкования четырехмерной геометрии в некоторых пересечениях многогранников. 51

ФИЗИКА

Д. БАРКА-ГАЛАТЕАНУ, Л. МАНТОЮ, Л. АРКАН — Спектр вибрации соснового масла в спектральной области от 3,7 μ до 14,5 μ. 57

МЕКАНИКА

Р. ВОИНЕА, М. АТАНАСИУ — К геометрической теории винтов 69

ТЕХНОЛОГИЕ КИМИКЭ

А. ИАНУ, А. СТЕКЛАЧ — Технологический процесс для получения хлорита натрия из щелочей завода Тырнавень. 91

И. КРИШАН — Определение меди сушествующей одновременно в разных стадиях окисления в твердом состоянии. 115

КХИМИЕ АНОРГАНИКЭ

И. БЛУМ, М. РОЗЕМВЕРГ, Д. ИОНЕСКУ, ФР. БАРКА, Р. ДИМИТРИУ, А. ШТЕФАНЕСКУ — Возможности использования промпродуктов углей из Валя Жиулуи . 121

В. ПАРАУШЕАНУ, О. ЛАНДАУЕР, К. МАТЕЕСКУ — Кислотный гидролиз *n*-бутилацетата в растворах ацетона-воды 139

ЭНЕРГЕТИКА

Г. ЯКОБЕСКУ — Осцилограмма напряжения при отключении кабельных линий работающих в холостую. . . 147

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИЯЛОВ

А. ПЕТРЕ — Применение метода исходных параметров в расчёте тонкостенных стержней многократно закрытого профиля. 157

ТЕРМОТЕХНИКА

Г. БЭРЭНЕСКУ, Н. АПОСТОЛЕСКУ, Б. ГРУНВАЛЬВ — Форма коленчатых валов многоцилинвровых двигателей с равномерным зажеитанием с точки зрения наивыгоднейшего динамического уравновешивання. 163

CONTENTS

SOCIAL SCIENCES

V. ROMAN — Some problems of the connection and interdependence between the natural sciences and the social sciences in the course of their development and their importance for the progress of the human society . . . 13

MATHEMATICS

A. TĂNĂSESCU — A 4-dimensional geometry interpretation in some polyhedral intersection 51

PHYSICS

D. BÎRCĂ GĂLĂȚEANU, L. MÎNTOIU, L. ARCAN — Vibration Spectrum of Pine Oil within the spectral region from 3,7 μ to 14,5 μ 57

MECHANICS

R. VOINEA, M. ATANASIU — Contribution to the general geometrical Theory of Screws 69

CHEMISTRY

A. IANU, A. STECLĂCI — Technological process for obtaining Sodium Chlorite from the Tîrnăveni lyes . . . 91

I. CRIȘAN — Dosing of copper, existing concomitant at various degrees of oxidising, in solid estate . . . 115

CHEMICAL TECHNOLOGY

I. BLUM, M. ROSEMBERG, D. IONESCU, FR. BARCA, R. DIMITRIU, A. ȘTEFĂNESCU — Utilization possibilities of intermediate Products Coals from Jiu Valley . . 121

V. PĂRĂUȘANU, O. LANDAUER, C. MATEESCU — The Acid - Hydrolysis of n. Butil - Acetate on Water - Acetone Solutions 139

ELECTRIC POWER

G. IACOBESCU — Voltage Oscillograms on the Switching off in no load conditions 147

STRENGTH OF MATERIALS

A. PETRE — Application of the method of initial parameters to the calculation of thin walled multi-cell rods . . . 157

THERMODYNAMICS

G. BĂRĂNESCU, N. APOSTOLESCU, B. GRÜNWALD — Determination of optimum crankshaft solution, from the balancing standpoint for in-line multi-cylinder engines, with uniformly distributed ignitions 163

SOMMAIRE

SCIENCES SOCIALES

V. ROMAN — Quelques aspects du problème de l'interdépendence et l'influence réciproque entre les sciences de la nature et les sciences sociales dans le processus du développement et leur importance dans le progrès de la société humaine 13

MATHEMATIQUES

A. TĂNĂSESCU — L'application d'une interprétation due à la Géométrie à quatre dimensions dans quelques intersections des polyèdres 51

PHYSIQUE

D. BÎRCĂ-GĂLĂȚEANU, L. MĂNTOIU, L. ARCAN — Le spectre de vibration de l'huile de pin dans la région de 3,7 μ à 14,5 μ 57

MECANIQUE

R. VOINEA, M. ATANASIU — Contributions à la théorie géométrique des vis 69

CHIMIE

A. IANU, A. STECLACI — Processus technologique pour l'obtention du chlorite de sodium des lessives chlorurées de Tîrnăveni 91

I. CRIȘAN — Le dosage du cuivre existant simultanément à l'état solide aux différents degrés d'oxydation . . . 115

TECHNYQUE CHIMIQUE

I. BLUM, M. ROSEMBERG, D. IONESCU, FR. BARCA, R. DIMITRIU, A. ȘTEFĂNESCU — Les possibilités de valorisation des mixtes des charbons de la vallée du Jiu 121

V. PĂRĂUȘANU, O. LANDAUER, C. MATEESCU — La hydrolise acide du n-Butyl acétate dans les solutions eau-acétone 139

ENERGETIQUE

G. IACOBESCU — Oscillogramme de tension relevée à la déconnection sans charge de quelques circuits électriques 147

RESISTANCE DES MATERIAUX

A. PETRE — La méthode des paramètres initiaux appliquées dans le calcul des barres à parois-minces à profils multiples-connexes 157

TERMOTECHNIQUE

G. BĂRĂNESCU, N. APOSTOLESCU, B. GRÜNWALD — La détermination des solutions de villebrequins pour les moteurs polycylindriques en ligne avec allumages uniformément répartis, optima du point de vue de l'équilibrage 163

INHALT

SOZIALWISSENSCHAFTEN

V. ROMAN — Einige Probleme der Verbindung und Wechselwirkung zwischen den Natur-und Sozialwissenschaften in ihrem Entwicklungsprozess und deren Bedeutung für den Fortschritt der menschlichen Gesellschaft 13

MATHEMATIK

A. TĂNĂSESCU — Eine Interpretation der vierdimensionalen Geometrie in einigen Schnitten von Vielflachen . . . 51

PHYSIK

D. BÎRCĂ-GĂLĂȚEANU, L. MĂNTOIU, L. ARCAN — Das Schwingungsspektrum des Fichtenöls im Gebiet von 3,7 μ bis 14,5 μ 57

R. VOINEA, M. ATANASIU — Beitrag zur geometrischen Theorie der Schrauben 69

CHEMIE

A. IANU, A. STECLACI — Technologischer Prozess zur Gewinnung von Natriumchlorit aus den Chlorlaugen von Tîrnăveni 91

I. CRIȘAN — Gleichzeitige Dosierung des vorhandenen Kupfers bei verschiedenen Oxidierungsstufen in festem Zustand 115

CHEMISCHE TECHNOLOGIE

I. BLUM, M. ROSEMBERG, D. IONESCU, FR. BARCA, R. DIMITRIU, A. ȘTEFĂNESCU — Die Verwertungsmöglichkeiten der Kohlenmittelprodukte aus dem Jiu-Thale . 121

V. PĂRĂUȘANU, O. LANDAUER, C. MATEESCU — Sauere Hydrolyse des n-Butilacetats in wässeringer-Acetonlössung 139

ENERGETIK

G. IACOBESCU — Oszillogrammen der Spannung bei Ausschaltung ohne Last 147

FESTIGKEITSLEHRE

A. PETRE — Anwendung der Methode der anfänglichen Parameter bei der Berechnung dünnwandiger Balken mit mehrfach geschlossenen Profilen 157

THERMOTECHNIK

G. BĂRĂNESCU, N. APOSTOLESCU, B. GRÜNWALD — Bestimmung der Kurbelwellenanordnungen für Mehrzylinderreihenmotoren mit gleichförmiger Zündung für die besten Auswuchtergebnisse 163

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 3

ȘTIINȚE SOCIALE

17.29.87

UNELE PROBLEME ALE LEGĂTURII ȘI INFLUENȚEI RECIPROCE DINTRE ȘTIINȚELE NATURII ȘI ȘTIINȚELE SOCIALE IN PROCESUL LOR DE DEZVOLTARE ȘI IMPORTANȚA LOR PENTRU PROGRESUL SOCIETĂȚII OMENEȘTI *

VALTER ROMAN

Problema legăturii, a influenței reciproce și interdependenței dintre cele două ramuri mari ale științei, dintre științele naturii și științele sociale nu este nouă. De cînd a luat naștere știința și diferitele sale ramuri, oamenii de știință înaintați ai vremurilor au început să-și dea seama, mai întîi în mod empiric și, pe măsura dezvoltării cunoștințelor lor despre natură și societate, într-un mod conștient, de rădăcinile comune, de legăturile care există între științe privind natura și știința privind societatea, de interdependența acestora în dezvoltarea lor.

Această legătură nu a fost recunoscută de toți oamenii de știință, naturaliști, filozofi și sociologi din trecut. În jurul acestor probleme au existat divergențe profunde, ele reflectînd, în fond, pozițiile filozofice diametral opuse pe care se situau diferiți cercetători, opoziția categorică dintre concepția materialistă și cea idealistă despre lume.

Rolul științei — ca un sistem de cunoștințe obiective cu privire la natură și societate — în dezvoltarea societății a mers pe o linie ascendentă de-a lungul istoriei omenirii. Progresul societății omenești a fost totdeauna strîns legat de dezvoltarea cunoștințelor despre lumea înconjurătoare. Pe măsura dezvoltării sociale a devenit tot mai strînsă legătura dintre cunoașterea din ce în ce mai adîncă a legilor naturii și societății și dezvoltării societății. Cunoașterea legilor de dezvoltare a naturii și societății are o însemnătate deosebită (în afara explicării teoretice a realității obiective) pentru activitatea practică a oamenilor de transformare conștientă a naturii și societății. Știința, în societatea eliberată de exploatarea omului de către om, a dobîndit față de toate societățile premergătoare inclusiv cea capitalistă un rol mult mai important — de fapt un rol nou — determinat, în primul rînd, de caracterul necesar (nu numai posibil ca înainte) al acțiunii ei. În prezent știința și tehnica se dezvoltă în ritmul unei adevărate progresii geometrice. Socialismul nu numai că

* Comunicare prezentată la a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic — București (31 octombrie 1959).

face posibilă dezvoltarea multilaterală și într-un ritm accelerat a tuturor ramurilor științei dar îi și dă un caracter necesar ; crearea belșugului de bunuri materiale și spirituale de care are nevoie societatea socialistă, care a pus capăt mizeriei și ignoranței și în care va dispare granița dintre oraș și sat, dintre munca fizică și intelectuală, nu este cu putință fără înflorirea excepțională a științei și fără aplicarea cuceririlor sale în viața de toate zilele.

Importanța legăturii și interdependenței dintre dezvoltarea științei și a societății pe de o parte și legătura și influența reciprocă dintre cele două mari capitole ale științei în dezvoltarea lor pe de altă parte (ambele avînd o însemnătate uriașă pentru mersul triumfal al omenirii către țărmurile luminoase și fericite ale viitorului) nu a fost și nu este nici astăzi unanim recunoscut. Ruptura dintre științele sociale și cele ale naturii care s-a făcut simțită încă în perioada de ascensiune a capitalismului, contrapunerea științelor sociale științelor despre natură, de către oamenii de știință burghezi, ignorarea rădăcinilor comune a legăturilor și a întrepătrunderii celor două capitole mari ale științei, n-a putut fi lichidată nici astăzi. Dimpotrivă, această ruptură a devenit în perioada de după cel de-al doilea război mondial, în condițiile adîncirii continue a crizei generale a capitalismului mai serioasă, a căpătat un caracter cronic, devenind o frînă în dezvoltarea științei în țările capitaliste.

În epoca contemporană, în epoca descoperirilor științifice excepționale, a pătrunderii omului în microcosmos, cînd fizica stă pe pragul pătrunderii în adîncul particulelor „elementare" (în inframicrocosmos sau micromicrocosmos), în epoca zdrobirii barierelor atmosferice și gravitaționale, călătoriei omului dincolo de limitele pămîntului, eliberării energiei atomice și automatizării celor mai complexe procese de producție, creării materialelor sintetice polimerice, înlocuirii din ce în ce mai accentuate nu numai a muncii fizice dar și a celei intelectuale prin mașini, rezolvării într-un viitor apropiat a fotosintezei pe cale artificială, a biosintezei alimentelor în afara organismelor vii (adică din substanțe neorganice) și folosirii biocurenților mușchilor sau chiar ai creerului [1] pentru conducerea mecanismelor tehnice (crearea de manipulatori bioelectrici), rezolvării problemei trecerii de la materia nevie la organismul viu, dezlegării secretului vieții, prelungirii vieții și dirijării ereditații, în epoca în care omul și-a mărit infinit de mult puterea sa și în fond și-a schimbat calitativ poziția în natură, dar cînd în același timp toate aceste cuceriri ale civilizației și culturii pot fi folosite nu numai spre binele dar și în dauna omenirii, în epoca schimbărilor radicale atît în societate cît și în domeniul științelor naturii și al tehnicii, în epoca trecerii pe scară mon-

[1] Folosirea biocurenților creerului înseamnă (față de folosirea biocurenților mușchilor) o prescurtare și mai pronunțată a transmiterii informațiilor de la organismul viu la mecanismul tehnic pe care trebuie să-l conducă. În același timp descifrarea înțelesului biocurenților creerului (a căror existență se înregistrează de pe acum cu ajutorul electroencefalografului dar care încă nu sînt pe deplin cunoscute) ar rezolva o asemenea problemă capitală cum este înțelegerea dintre oameni, fără scriere și fără limbaj.

dială de la capitalism la socialism, problema drumului pe care va păși dezvoltarea științelor naturii și a celor sociale, problema corelației dintre știință și societate capătă o importanță cu totul deosebită.

*

Despre unele probleme privind corelația și interdependența dintre cele două mari domenii ale științei, despre caracterul rupturii dintre ele și perspectiva dezvoltării științei în lumea capitalistă, despre esența și bazele dezvoltării impetuoase ale științelor naturii și ale celor sociale în societatea socialistă se va vorbi în cele ce urmează.

De-a lungul dezvoltării milenare a societății umane problema cunoașterii naturii înconjurătoare și a stăpînirii forțelor sale, cît și problema cunoașterii societății și descoperirii legilor care determină dezvoltarea socială au preocupat mințile cele mai luminate ale omenirii. Acest proces a fost extrem de anevoios, a întîmpinat multe greutăți, s-a lovit de multe piedici cunoscînd zigzaguri și stagnări. Traiectoria generală a cunoașterii omenești a fost totuși ascendentă ajungînd la culmi nebănuite de înaintașii noștri iar în prezent își urmează drumul victorios spre noi culmi și mai măreție.

Încă gînditorii lumii antice și-au dat seama că între natură și societatea umană (care există ea însăși în natură și nu independent de ea) trebuie să existe o anumită legătură. Gînditorii antici stăteau însă departe de dezlegarea, chiar și parțială, a caracterului și esenței acestei legături, departe de cunoașterea dezvoltării naturii și societății, a legilor generale și specifice care determină această dezvoltare. Aristotel, Alexandru Macedon al filozofiei grecești după expresia lui Marx, a avut o concepție unitară naiv-dialectică despre lume, punînd baza unei interpretări științifice a realității, creînd un sistem unitar al cunoștințelor științifice acumulate pînă în epoca sa. Gînditorii antichității au meritul de a fi sesizat just existența corelației dintre fenomenele și obiectele din natură, relațiile lor reciproce, înlănțuirea la infinit dintre cele mai diferite fenomene. Enunțînd formula sintetică „Omul este un animal social" — Aristotel are totodată meritul de a sublinia legătura strînsă dintre cele două mari compartimente ale cunoașterii omenești dintre natură și societate. Purtînd pecetea limitelor istorice determinate, gînditorii lumii antice n-au fost în stare să cerceteze analitic fenomenele și obiectele naturii, adică cele mai diferite laturi ale tabloului general al naturii prefigurat de ei în chip dialectic. Aceasta a făcut imposibilă elaborarea unui fundament științific, logic și clar al științelor naturii. Ei, firește, erau și mai departe preocupați de găsirea unei explicații științifice cu privire la dezvoltarea socială, de înțelegerea legăturilor care există între fenomenele naturii și cele sociale.

Problema legăturii dintre natură și societate (om) n-a putut să-și găsească rezolvarea justă în filozofia antică din cauza nivelului scăzut al practicii social-istorice, din cauza cunoștințelor restrînse asupra lumii înconjurătoare, cît și din cauza concepțiilor religioase, mistice care aveau pe atunci o largă răspîndire și acționau ca o frînă în calea dezvoltării gîndirii umane. Necunoașterea faptului că omul este un produs al naturii

creația ei superioară, a dus la izolarea și pînă la urmă la contrapunerea omului, a societății față de natură, fapt ce a îngreunat, a făcut imposibilă mult timp descoperirea legăturilor existente dintre natură și societate, dintre cunoștințele privind natura și cele privind societatea.

Situația nu s-a schimbat esențial nici de-a lungul evului mediu cu toate că în acest răstimp cunoașterea științifică a făcut, ce e drept în mod lent, unii pași înainte, determinați, înainte de toate, de nevoile practicii sociale. În secolele XV—XVIII, ca reflectare și rezultat al diviziunii muncii se produce diferențierea, procesul ramificării științelor naturii nediferențiate pînă atunci, fapt ce determină prima înflorire a științelor naturii în adevăratul sens al cuvîntului.

Nivelul scăzut al cunoștințelor științifice, reprezentările false despre natură, nemaivorbind de cele referitoare la societate erau determinate în primul rînd, de nivelul scăzut al dezvoltării economice. Vorbind despre perioada premergătoare apariției științelor moderne Engels scria: „Toate aceste reprezentări false despre natură, despre firea omului însuși, despre spirite, puteri magice etc. nu au la bază de cele mai multe ori decît un element economic negativ; dezvoltarea economică redusă a perioadei preistorice are drept completare, iar pe alocuri și drept condiție, ba chiar drept cauză, reprezentările false despre natură“ [1].

În această etapă a dezvoltării sale, știința înregistrează folosirea pe scară din ce în ce mai largă a metodei experimental-analitice, determinată de necesitățile producției, ceea ce a dus la fundamentarea științelor naturii. Studiul separat al diferitelor grupuri de obiecte, fenomene, însușiri ale naturii, desprinse de legătura lor istorică și naturală, a dus însă la stabilirea concepției metafizice despre lume care nega în fapt dezvoltarea. Deși recunosc ideea schimbării și mișcării lucrurilor, metafizicienii acestei epoci văd în mișcare o simplă deplasare în timp și spațiu, iar schimbările, pe care nu le-au putut nega, le considerau ca avînd caracter întîmplător și superficial întrucît ele n-ar afecta esența lucrurilor.

Caracterizînd această perioadă a dezvoltării științelor naturii Engels subliniază că în acest fel s-a format tendința de a privi „obiectele și procesele naturii în mod izolat, în afara marii lor conexiuni generale, deci nu în mișcarea lor, ci în nemișcarea lor; nu ca fenomene supuse în esență transformării, ci ca fenomene stabilite; nu ca ceva viu, ci ca ceva mort. Transpusă de Bacon și Locke din științele naturii în filozofie, această concepție a dat naștere mărginirii specifice ultimelor secole, metodei metafizice de gîndire“ [2].

„Ceea ce caracterizează îndeosebi această perioadă — scrie Engels în altă parte — este elaborarea unei concepții de ansamblu originale, al cărui miez îl constituie ideea *invariabilității absolute a naturii*“ [3].

Caracteristic pentru situația științei în această perioadă istorică este deci: 1) felul izolat de a considera și de a cerceta fenomenele și obiectele din natură și 2) recunoașterea caracterului imuabil, invariabil, veș-

1 *Marx, Engels:* Scrisori despre „Capitalul“. E.S.P.L.P. 1955, pag. 324.
2 *F. Engels:* „Anti-Dühring“, E.S.P.L.P. 1955, pag 29.
3 *F. Engels:* „Dialectica naturii“, Ed. Politică, 1959, pag. 7.

nic al naturii. Pe lîngă această caracteristică este și predominarea în științele naturii a științei privind mecanica corpurilor terestre și a celor cerești.

În această epocă, cînd s-au descoperit legile mișcării mecanice și cînd oamenii de știință au început să considere aceste legi ca legi universal valabile în natură, iar mișcarea mecanică ca formă fundamentală și unică a mișcării, s-a statornicit concepția limitată, mecanicistă asupra naturii înconjurătoare. Caracterul limitat, metafizic, mecanicist al concepției despre natură a fost determinat pe de o parte de tendința generală și de nivelul de dezvoltare a științelor naturii din acea epocă, iar pe de altă parte de interesele de clasă ale burgheziei.

Spre deosebire de lumea antică, în epoca modernă, pînă la a doua jumătate a secolului al XVIII-lea, în prima perioadă de dezvoltare a științei a devenit predominantă metoda metafizică de gîndire care a cuprins nu numai toate ramurile, pe atunci existente, ale științelor naturii, ci pătrunsese și în domeniul gîndirii sociale. Burghezia avea tot interesul să aplice metoda de gîndire metafizică, mecanicistă din domeniul științelor naturii la fenomenele vieții sociale pentru a argumenta și fundamenta ideologic caracterul imuabil, veșnic nu numai al naturii, ci și al societății capitaliste. Burghezia, la putere, a devenit un apărător fervent al concepției și metodei metafizice și mecaniciste atît în domeniul științelor naturii cît și în domeniul științelor sociale. În acest fel, deși într-un chip cu totul deformat, s-a realizat totuși legătura între fenomenele naturii și societății, s-a încercat pentru prima oară, tot în chip denaturat, să se dea o explicație pe baza acelorași legi, fenomenelor din domenii atît de diferite cum sînt natura și societatea.

Această „legătură" creată în acest fel dintre cele două domenii ale științei ascunde, în fond, o ruptură serioasă între ele, care provine de acolo că sociologii și filozofii burghezi n-au fost în stare să descopere legitățile dezvoltării social-istorice a omenirii. N-au fost în stare datorită limitelor și intereselor de clasă ale burgheziei.

Dezvoltarea impetuoasă a științelor naturii la mijlocul și în a doua jumătate a secolului trecut a făcut să se înfiripeze în mințile multor naturaliști, sociologi și filozofi burghezi ideea că numai științele naturii sînt științe adevărate, cărora le sînt proprii precizia și claritatea și care permit descoperirea de noi legități, pe cînd științele sociale nu sînt și nu vor fi în stare să descopere nici un fel de legități, ele — după părerea acestora — neexistînd în societate.

Așadar, cu toată mărginirea mecanicistă a gîndirii epocii ideea legăturii dintre natură și societate, dintre științele naturii și științele sociale a progresat totuși. Dacă în antichitate ideea dominantă a fost izolarea, contrapunerea omului față de natură, acum, oamenii înaintați ai vremii, recunosc în mod practic legătura dintre natură și societate deși concep această legătură într-un mod simplist, mărginit, deformat, omul fiind tratat ca o ființă biologică și nu ca o ființă socială, iar legăturile sale cu natura reduse la acțiunea legilor biologice. Acesta a fost un pas înainte, deși departe încă de adevărata interpretare materialist-istorică a legăturii și interdependenței dintre om și natură.

Trebuie spus că de-a lungul întregii dezvoltări istorice, pînă la Marx, științele sociale n-au existat ca atare, nu se poate vorbi de științe sociale în adevăratul sens al cuvîntului. Cu timpul se acumulează un bogat material faptic privind fenomenele vieții sociale și are loc un proces de sistematizare al acestui material. Ideea de bază a reprezentanților gîndirii sociale din această perioadă a fost departe de înțelegerea materialist-istorică a dezvoltării societății, de recunoașterea vieții materiale a societății ca realitate obiectivă, existentă independent de voința omului, de recunoașterea existenței sociale ca factor prim, determinant în această dezvoltare. Marii gînditori francezi progresiști, inclusiv Voltaire și Rousseau, susțineau că conștiința, ideile, sînt factorul determinant al evoluției sociale, că ideile guvernează lumea. Această concepție idealistă despre viața socială, despre dezvoltarea istorică a fost susținută (în diferite forme, dar esența lor fiind aceeași) atît de către filozofii idealiști (G. Berkeley, D. Hume, G. Leibnitz) cît și de către filozofii materialiști (F. Bacon, Th. Hobbes, B. Spinoza, D. Diderot, C. Helvetius, I. La Mettrie și alții). După expresia lui Lenin științele sociale din acele timpuri se caracterizau prin „menținerea idealismului «în sfera de sus», în domeniul științelor sociale, prin neînțelegerea materialismului istoric"[1].

Concepția mecanicistă, metoda metafizică dominantă în secolele XVII—XVIII atît în domeniul cunoașterii naturii cît și în cel al cunoașterii societății, determinată de nivelul dezvoltării producției și științei din acea vreme a însemnat cu toate limitele sale un pas înainte pe calea progresului, eliberînd știința, filozofia de cătușele scolasticii medievale. În această perioadă metoda metafizică a favorizat totuși dezvoltarea științelor naturii, care abia au acumulat un material faptic despre diferitele fenomene ale naturii, fenomene care trebuiau să fie privite, la început, în afara legăturilor lor reciproce și a schimbării lor. Sterilelor speculații scolastice ale lumii antice li s-a opus metoda experimental-analitică și demonstrația scrupuloasă.

Ceea ce mai trebuie subliniat e faptul că în epoca la care ne referim, deși concepția dominantă în științele naturii era cea mecanicistă, metafizică (pe baze materialiste însă), conținutul obiectiv al diferitelor ramuri ale științelor naturii, și în primul rînd al mecanicii — care ocupă un loc central în dezvoltarea științelor naturii în acel timp — nu poate fi considerat decît materialist și dialectic. Descoperirile diferitelor legi ale naturii din această epocă confirmă justețea materialismului dialectic. Contradicția dintre concepția metafizică dominantă în rîndurile oamenilor de știință și noul conținut obiectiv al descoperirilor științifice exprimă dialectica obiectivă a procesului cunoașterii, faptul că cunoașterea completă, multilaterală, a legilor generale și specifice ale naturii și societății se realizează de-a lungul secolelor și mileniilor prin completări și revizuiri (citeodată radicale) ale cunoștințelor precedente, procesul cunoașterii nefiind altceva decît procesul unic și complex al pătrunderii subiectului (omenirii) în obiect (natura), „apropierea veșnică, infinită, a gîndirii de obiect"[2]. Tocmai acest proces al cunoașterii a dezvăluit, de-a lungul

[1] *V. I. Lenin:* Opere, Ed. Politică, 1959, vol. 14, pag. 234.
[2] *V. I. Lenin:* Opere, Ed. Politică, 1959, vol. 38, pag. 188.

dezvoltării sale istorice, existența și domnia în natură și în societate a legilor materialismului dialectic pe care conținutul obiectiv al celor mai de seamă cuceriri din domeniul științelor le-a reflectat, în diferite etape ale procesului cunoașterii, într-o măsură mereu crescîndă.

La sfîrșitul secolului al XVIII-lea și mai ales în prima jumătate a secolului al XIX-lea, științele naturii intră într-o perioadă cu totul nouă de dezvoltare. Aceasta este perioada primei revoluții industriale, a introducerii mașinilor în producție, perioada ascensiunii vertiginoase a noului mod de producție, capitalist. Această nouă perioadă se poate caracteriza prin dispariția, prăbușirea treptată a concepțiilor privind imuabilitatea, invariabilitatea și caracterul izolat al fenomenelor naturii și prin statornicirea ideii cu privire la legătura reciprocă, interdependența și intertransformabilitatea fenomenelor naturii și că tot ce există în natură este supus schimbării, că aceste schimbări au atît un caracter cantitativ cît și unul calitativ, că atît lucrurile luate separat cît și întregul univers se dezvoltă și că această dezvoltare are un caracter general. În acest fel științele naturii, avînd pînă atunci mai mult rolul de „colecționar" al faptelor, se transformă, la începutul secolului trecut, în științe care sistematizează fenomenele naturii, au tendința de a deveni un sistem unitar de științe care pun în lumină dialectica obiectivă a naturii, pregătind astfel baza naturalist-științifică a elaborării de către Marx și Engels a concepției materialist-dialectice despre natură și societate.

Marșul victorios al noilor idei evoluționiste dialectice, antimetafizice, antimecaniciste în științele naturii s-a accelerat prin mijlocul secolului trecut, datorită marilor descoperiri din domeniul științelor naturii, determinate la rîndul lor de dezvoltarea impetuoasă a industriei și agriculturii. În această perioadă a fost descoperită *legea conservării și transformării energiei* (lege fundamentală a științelor naturii, dovedind unitatea tuturor formelor fizice de mișcare a materiei) a luat naștere *teoria celulară* (structura celulară a organismelor vii, dovedind unitatea structurală a organismelor animalelor și plantelor, sfărîmînd temeliile opoziției metafizice dintre regnul animal și vegetal), *teoria darwinistă a evoluției* (demonstrînd dezvoltarea naturii vii, unitatea speciilor de plante și animale). Aceste descoperiri epocale au constituit începuturile victoriei dialecticii asupra metafizicii. De altfel punctul de plecare al acestui proces l-a constituit ipoteza cosmogonică a lui Kant [1], care a emis ideea că atît pămîntul cît și întregul sistem solar s-au format pe cale naturală, idee ce a fost apreciată de Engels [2] ca o idee progresistă pentru vremea respectivă, avînd o mare importanță științifică teoretică prin aceea că a dezvăluit dialectica obiectivă a naturii.

Pe la mijlocul secolului al XIX-lea se evidențiază deci cu putere existența unor legi generale ale schimbării și dezvoltării naturii, a unor legi specifice ale diferitelor domenii ale naturii cît și existența corelației și interdependenței dintre ele. Noile descoperiri au permis înlăturarea

---

[1] *E. Kant:* „Istoria naturală generală și teoria cerului", 1755.

[2] *F. Engels:* „Dialectica naturii", Ed. Politică, 1959, pag. 9—10.

caracterului mecanicist, metafizic al gîndirii științifice, statornicirea concepțiilor materialist-dialectice asupra naturii, au confirmat materialismul și au reflectat dialectica obiectivă a fenomenelor din natură.

La sfîrșitul secolului al XVIII-lea și începutul secolului al XIX-lea paralel cu dezvoltarea științelor naturii se dezvoltă și științele sociale, în care, prin analogie cu noile concepții din domeniul științelor naturii, începe să pătrundă ideea dezvoltării.

Pe măsura dezvoltării societății s-au creat și s-au dezvoltat noi ramuri ale științelor sociale, care studiază diferite aspecte ale vieții sociale, evoluția lor în decursul istoriei (economia, dreptul etc.). Anumite legi ale dezvoltării societății au fost descoperite încă în perioada premarxistă a gîndirii sociale. Reprezentanții ideologici ai burgheziei, clasă în ascensiune în această epocă, au acumulat o serie de observații științifice cu privire la societate și s-au apropiat de formularea unora dintre legile obiective ale dezvoltării societății. Acest lucru a fost istoricește determinat, oamenii avînd nevoie de cunoștințe sistematizate despre societate, cunoștințe fără de care nu s-ar fi putut dezvolta comerțul, viața economică în general, politica internă și externă a diferitelor state etc. Recunoașterea corelației și interdependenței dintre natură și societatea, dintre științele naturii și cele sociale face în această lungă perioadă istorică simțitoare progrese.

Gînditorii progresiști din această perioadă recunosc că omul este o ființă socială și că problema corelației dintre natură și societate trebuie privită tocmai prin această prismă. Ei n-au văzut totuși caracterul complex al interdependenței și interacțiunii dintre natură și om. După observația lui Engels: „...concepția materialistă asupra istoriei... după care numai natura acționează asupra omului și numai condițiile naturale determină pretutindeni dezvoltarea lui istorică — este unilaterală și uită că și omul la rîndul său acționează asupra naturii, o transformă, își creează noi condiții de existență"[1]. Gînditorii premarxiști n-au reușit să închege o concepție științifică unitară, nu au văzut rolul hotărîtor al procesului de producție în dezvoltarea istorică, socială, nu au văzut că tocmai producția bunurilor materiale a fost condiția permanentă a existenței omului (societății), că fără producție nici viața socială nu poate exista. Acești gînditori încă n-au văzut cu toată claritatea că de-a lungul întregului proces istoric omul se îndepărtează din ce în ce mai mult de natură, devenind din ce în ce mai independent de ea, caracterul acțiunii omului și gradul de stăpînire a naturii fiind diferite în diferite epoci istorice, în funcție de nivelul de dezvoltare a forțelor de producție, de modul de producție din epocile respective. Pînă la Marx nu s-a văzut cu toată claritatea caracterul diferit al formei de organizare a oamenilor în lupta lor împotriva naturii, al relațiilor social-economice dintre oameni de-a lungul dezvoltării istorice.

Ideea existenței luptei de clasă și rolul jucat de ea în revoluțiile engleză și franceză (deși nu într-o formă riguros științifică) au fost sesizate de diferiți istorici ai vremii. Unii au considerat în mod just istoria drept

1 *F. Engels:* „Dialectica naturii". Ed. Politică, 1959, pag. 212—213.

un proces de dezvoltare a societății situîndu-se însă cu toții pe poziții idealiste, nerecunoscînd existența unor legi obiective independente de voința omului în dezvoltarea societății. O contribuție importantă a fost elaborarea de către clasicii economiei politice burgheze (A. Smith, D. Ricardo) a teoriei valorii bazată pe muncă. Iar Hegel cu toată concepția sa idealistă are marele merit de a fi emis idei dialectice privind nu numai natura (unitatea dintre natură și mișcare, dependența proprietăților chimice față de schimbările cantitative) dar și dezvoltarea progresivă a vieții sociale, are meritul de a fi formulat ideea că procesul istoric se conformează unor legi (deși dezvoltarea vieții sociale o recunoștea numai în trecut).

Dar toți acești gînditori ai întregii epoci premarxiste, toate doctrinele sociale elaborate de ei n-au fost în stare să pătrundă în esența procesului istoric și să-i dea interpretarea științifică ; ei n-au sesizat cauzele materiale care stau la baza dezvoltării istorice, n-au sesizat legile obiective ale dezvoltării sociale. „Sociologia și istoriografia dinaintea lui Marx nu au făcut, *în cel mai bun caz,* decît să acumuleze fapte brute, strînse fragmentar, și să înfățișeze anumite laturi ale procesului istoric"[1].

Așa bunăoară chiar și ceea ce a dat burghezia (istoricii burghezi) în perioada sa progresistă, în perioada luptei sale pentru răsturnarea orînduirii feudale, atît în perioada premergătoare revoluției din 1789—1794 (perioada iluminismului) cît și în perioada Restaurației din 1815—1830 (cînd burghezia franceză răsturnată de la putere lupta din nou pentru cucerirea ei) a suferit de mărginire burgheză. Deși în această perioadă, respectiv în cea a Restaurației, apare teoria luptei de clasă (Thierry, Guizot), ceea ce reprezenta primele elemente ale concepției premarxiste despre clase și lupta de clasă, totuși ea a fost departe de a descoperi esența luptei de clasă, respectiv faptul că lupta maselor exploatate împotriva exploatatorilor, a asupritorilor este factorul principal al luptei de clasă, că proprietatea burgheză este tot de natură exploatatoare. Mai trebuie spus, în interesul adevărului istoric, că primele idei privind existența claselor și a luptei de clasă aparțin reprezentanților gîndirii *socialiste* premarxiste și nu reprezentanților burgheziei care doar s-au folosit de ele în interesul burgheziei în perioada luptei sale pentru putere, dar pe care le-au renegat după instaurarea puterii burgheze. Creatorul teoriei claselor și luptei de clasă, al ideii că istoria tuturor societăților împărțite în clase antagoniste este istoria luptei de clasă este Karl Marx. El a dovedit : „1) *că existența claselor* este legată numai de *anumite faze istorice de dezvoltare* a producției ; 2) că lupta de clasă duce în mod necesar la *dictatura proletariatului;* 3) că această dictatură însăși constituie numai trecerea la *desființarea tuturor claselor și la o societate fără clase*" .

Putem afirma că pînă la Marx și Engels n-a existat o adevărată știință socială, n-a fost o adevărată știință care să dezvăluie legile reale, obiective ale dezvoltării sociale. Inclusiv istoricii și sociologii premarxiști

---

1 *V. I. Lenin :* Opere, Ed. Politică, vol. 21, pag. 43.

2 *Marx, Engels :* Opere alese, E.S.P.L.P., 1955, vol. II, pag. 493—494.

au privit istoria societății ca un haos de întîmplări, greșeli și echivocuri, ca o „încîlcire haotică de acte de silnicie lipsite de sens“ [1]. Immanuel Kant și apoi sociologii neokantieni afirmau că spre deosebire de natură, unde domnește necesitatea, legitatea și repetarea cea mai strictă, faptele istorice sînt unice, rupînd astfel în chip metafizic științele sociale de științele naturii, contestînd legitatea dezvoltării istorice. Ei afirmau că în istoria societății, spre deosebire de natură, nu pot exista legi obiective care să nu fie dependente de voința și conștiința omului. Se înțelege că această concepție a fost determinată nu atît de caracterul limitat al dezvoltării istorice care, în această perioadă, atinge culmi importante ale progresului, în special în domeniul științelor naturii, cît de interesele înguste, de clasă ale burgheziei ; ea reflecta ceea ce era avantajos burgheziei. Aceasta era și normal într-o societate împărțită în clase antagoniste și unde științele sociale, spre deosebire de științele naturii, au un pronunțat caracter de clasă, ele reflectînd interesele de clasă ale burgheziei.

Pe această linie kantiană au mers și unii filozofi idealiști din țara noastră, în frunte cu Titu Maiorescu. Inspirîndu-se din filozofia idealistă germană, Titu Maiorescu nega istoriei orice valoare de știință, denigrînd știința istorică. El scrie : „Printre științe ...nu figurează «Istoria universală» și nici nu poate figura, fiindcă istoria nu este știință. Modul de expunere a istoriei, metoda ei de cercetare nu duce la stabilirea unui raport cauzal cu acea necesitate invariabilă care se formulează în legea naturală... În nici o parte a istoriei nu sîntem în stare să deducem cu siguranță o sumă de întîmplări particulare numai din cunoștința vreunei grupări mai generale... și nu avem nici o formulă științifică pentru a afirma cu exactitate — ce se va întîmpla într-un moment fixat al timpului de mîine. Prin urmare, «Istoria universală» nu este știință“ (Logica, București 1898, ediția a V-a, p. 156, 158).

Concepțiile idealiste și metafizice despre societate după venirea la putere a burgheziei în țările Europei occidentale, au exercitat o influență negativă și asupra științelor naturii, determinînd, aci, prelungirea gîndirii metafizice, mecaniciste, în condițiile cînd marile descoperiri în domeniul științelor naturii reclamau din ce în ce mai categoric aplicarea gîndirii dialectice pentru explicarea lor multilaterală și justă. În aceasta se manifesta de altfel tocmai strînsa legătură dintre concepțiile despre natură și societate, fapt pe care gînditorii burghezi încercau fie să-l nege cu încăpățînare, insistînd asupra contradicției principiale între științele naturii și științele sociale, fie să facă „legătura“ dintre ele însă pe baze false cu totul neștiințifice, pe baza ștergerii deosebirilor calitative dintre științele naturii și cele sociale.

Astfel se accentuează contradicția, existentă încă dinainte dar într-o formă latentă, dintre conținutul științifico-teoretic obiectiv al realizărilor științelor naturii, pe de o parte, și concepțiile mecaniciste, metafizice, dominante asupra naturii pe de altă parte, contradicție ce se transformă pe la mijlocul secolului al XIX-lea într-un conflict acut, deschis. Necesi-

[1] *Marx, Engels :* Opere alese, E.S.P.L.P. 1955, vol. II, pag. 139.

tatea istorică a dezvoltării științelor naturii și societății împingea, în mod obiectiv, la elaborarea unei concepții noi asupra lumii înconjurătoare, care să fundamenteze teoretic procesul cunoașterii naturii și societății, cuceririle științifice dobîndite în aceste domenii.

Tocmai în aceste condiții ale dezvoltării vijelioase a științelor naturii și ale caracterului contradictoriu al acestei dezvoltări, în condițiile necesității cunoașterii legilor obiective ale dezvoltării sociale de care avea nevoie proletariatul în lupta sa pentru răsturnarea burgheziei și construirea socialismului, a efectuat Karl Marx generalizarea filozofică a descoperirilor din domeniul științelor naturii și, împreună cu Friedrich Engels, a elaborat dialectica materialistă, adică „știința legilor generale ale mișcării atît a lumii exterioare cît și cugetării omenești" [1], a descoperit și formulat pentru prima oară în istoria omenirii, legile generale ale dezvoltării naturii, societății și gîndirii, știința acestor legi — materialismul dialectic. „Această concepție despre lume are valabilitate pentru trecut, prezent și viitor" [2].

★

Deși țelul nemijlocit al lui Marx și Engels a fost elaborarea bazei științifice a mișcării revoluționare a proletariatului, ei și-au dat seama că aceasta nu este posibilă fără ca raporturile sociale să fie privite și analizate de pe pozițiile materialismului și dialecticii, rezultate din analiza multilaterală a fenomenelor naturii și societății de-a lungul dezvoltării lor istorice. Studiul atent al legilor dezvoltării naturii, al științelor naturii a devenit în acest fel absolut necesar, el reprezentînd o parte integrantă a acelui teren comun care — după expresia lui Lenin — alimenta și rădăcinile învățăturii marxiste. Științele naturii au jucat un rol important în elaborarea marxismului. El s-a născut în perioada marilor descoperiri ale științelor naturii.

Studiind fenomenele naturii, științele naturii, Marx și Engels au descoperit și au emis ideea clară a legăturilor strînse care există între cele mai diferite fenomene și procese din natură. Ei au arătat că pe baza marilor descoperiri din domeniul științelor naturii „...am ajuns acum atît de departe, încît putem demonstra nu numai legătura care există între procesele naturii din diferitele ei domenii, dar, în linii generale, putem demonstra și legătura care unește aceste domenii. Astfel, pe baza faptelor furnizate chiar de științele empirice ale naturii, putem prezenta într-o formă relativ sistematică un tablou general al conexiunii din natură..." [3].

Încă la începutul activității lor, Marx și Engels își dădeau perfect de bine seama de faptul că — după cum au exprimat mai tîrziu — „în natură, în haosul nenumăratelor transformări, își croiesc drum aceleași legi dialectice ale mișcării care guvernează și în istorie întîmplarea aparentă a evenimentelor" [4]. Ei au arătat că între cele două

[1] *Marx, Engels:* Opere alese, E.S.P.L.P. 1955, vol. II, pag. 419.
[2] „Declarația constătuirii reprezentanților partidelor comuniste și muncitorești din țările socialiste". Ed. Politică, 1959, pag. 21.
[3] *Marx, Engels:* Opere alese, E.S.PL.P. 1955, vol. II, pag. 422.
[4] *F. Engels:* „Anti-Dühring", E.S.P.L.P. 1955, pag. 16.

mari capitole ale științei, obiectul lor fiind natura și societatea, există o legătură organică, indisolubilă, aidoma legăturii cognitive ce există între cele două trepte ale cunoașterii naturii (senzoriale și raționale). Natura și societatea constituie două aspecte ale realității obiective unice. Replicîndu-i lui Dühring, Engels a arătat că unitatea lumii, a reprezentărilor despre ea în conștiința umană nu rezultă din faptul că lumea există, ci că aceasta are o unitate materială, obiectivă, în afara subiectului cunoscător. „Unitatea lumii nu constă în existența ei, deși existența este o premisă a unității sale, întrucît pentru a putea fi unitară trebuie mai întîi să existe... Adevărata unitate a lumii constă în materialitatea ei, și aceasta e dovedită nu prin cîteva fraze de scamator, ci printr-o dezvoltare lungă și anevoioasă a filozofiei și a științelor naturii"[1]. Ei au arătat cu toată claritatea că apariția *societății umane este rezultatul legic al întregii dezvoltări anterioare a naturii, saltul calitativ cel mai important în istoria ei,* și că tocmai prin *aceasta se explică legătura organică a celor două mari ramuri ale științei și a existenței unor legi generale și fundamentale comune ale dezvoltării naturii și societății.* Această legătură generală dintre toate științele se dezvăluie pe baza legilor generale care acționează în natură, în societate și în gîndire și pe care le studiază dialectica. Științele naturii se dezvoltă în anumite condiții sociale. Cu toate deosebirile esențiale dintre natura care există independent de societate, și societatea formată din oameni — căile de cunoaștere a naturii și societății și a legilor generale care acționează în ambele mari domenii, cît și stăpînirea acestor legi sînt, în linii generale, comune. Marxismul a descoperit legile obiective ale dezvoltării istorice, ale transformării existenței sociale, dovedind că legile dialecticii valabile în domeniul naturii sînt aplicabile și la viața socială, răsturnînd în acest fel contrapunerea metafizică a naturii față de societate, a științelor naturii față de științele sociale, contrapunere bazată pe ignorarea legăturii unității și interacțiunii dintre natură și societate. Adevărul obiectiv a devenit în concepția marxistă un bun atît al științelor naturii cît și al științelor sociale.

Marxismul a subliniat că între științele naturii și cele ale societății nu există o deosebire principială, căci ambele sînt științe, ceea ce de sigur nu înseamnă că între ele n-ar exista nici un fel de diferențe. Spre deosebire de științele naturii, legile științelor sociale, inclusiv ale economiei politice nu sînt veșnice, ele acționează într-o perioadă istorică determinată, legată de o anumită formațiune social-economică și cedează locul altor legi în noile condiții istorice, într-o nouă formațiune social-economică. Desigur însă că și în societate există unele legi care au o valabilitate pentru toate formațiunile social-economice (de exemplu legea concordanței relațiilor de producție cu caracterul forțelor de producție). Specific științelor sociale este și faptul că, pe cînd științele naturii iau naștere datorită necesităților practicii de producție a omului îndreptată spre transformarea naturii, și nu au caracter de clasă, științele sociale, descoperirea legilor dezvoltării istorice, a economiei politice au un caracter de clasă.

---

1 *F. Engels:* „Anti-Dühring", E.S.P.L.P. 1955, pag. 53.

În privința legăturii dintre științele naturii și cele sociale, marxismul a arătat cu toată claritatea că nu sînt juste acele explicații vulgar-materialiste care au încercat să lege științele naturii și dezvoltarea lor exclusiv de necesitățile producției și științele sociale exclusiv de interesele de clasă, de lupta de clasă. Dezvoltarea socială arată că și științele sociale sînt legate de producție, dar — pe cînd științele naturii sînt legate mai mult de necesitățile tehnice ale producției — științele sociale sînt legate mai mult de necesitățile transformării revoluționare a societății, de necesitățile sociale ale dezvoltării producției.

Marxismul a pornit de la recunoașterea existenței realității obiective, a realității lumii materiale (aceasta fiind premisa de bază a teoriei materialiste a cunoașterii), de la recunoașterea existenței sociale independentă de conștiința omului. În natură și în societate se produc procese cu caracter obiectiv. Lumea este unică și unitară. La fel cum legătura și condiționarea reciprocă a fenomenelor naturii este o legitate obiectivă, independentă de voința oamenilor, tot așa și legătura și condiționarea reciprocă a fenomenelor vieții sociale este o legitate obiectivă a vieții sociale, de asemenea independentă de conștiința și voința oamenilor. Tocmai descoperirea acestor legități obiective a dat posibilitatea creării unei științe precise despre societate și a fundamentării luptei proletariatului nu pe baze subiective, empirice, ci pe cunoașterea și folosirea legilor obiective ale dezvoltării sociale. Interpretarea materialistă a istoriei, dată de Marx și Engels, a format baza metodologică pentru crearea adevăratei științe despre dezvoltarea societății umane.

Marx și Engels au creat concepția științifică despre natură și societate și au elaborat metoda științifică a cunoașterii lor. Ei au dovedit că cunoașterea obiectivă a lumii este funcția științelor, a științelor naturii și a științelor sociale, că legile generale și specifice guvernează în aceeași măsură asupra „haosului" schimbărilor infinite din natură, asupra aparentei întîmplări a evenimentelor istorice cît și în istoria gîndirii umane.

Firește această idee genială *nu înseamnă* de loc *că se șterg orice granițe între natură și om, între științele naturii și cele sociale.* Științele naturii și sociale ocupîndu-se, amîndouă, de cunoașterea exactă a obiectelor și proceselor realității concrete, nu se deosebesc în principiu unele de altele. Ele se deosebesc numai din punct de vedere al obiectului lor de studiu. Elaborarea acestor idei a marcat doar faptul că, pentru prima oară în dezvoltarea seculară a științei, izolarea și contrapunerea celor două mari domenii ale științei este învinsă definitiv și se deschid perspective nelimitate dezvoltării unora și altora. Aceasta înseamnă stabilirea legăturii organice, reciproce dintre științele naturii și științele sociale, ceea ce le fructifică pe amîndouă și constituie izvorul tăriei lor.

Descoperirea și formularea exactă a legilor generale ale lumii materiale este marele merit al întemeietorilor marxismului față de istorie. În formularea acestor legi ei au pornit de la ideea că lumea este materială, existentă independent de om, se găsește într-un proces continuu de dezvoltare, iar știința, dialectica reflectă legile dezvoltării lumii materiale. Ei au arătat caracterul unitar și în același timp extrem de variat al na-

turii cît și al societății de unde rezultă cu toată claritatea ideea existenței unor legi generale, care reflectă unitatea naturii și a societății și sînt valabile în aceeași măsură pentru toate formele de mișcare a materiei, cît și a unor legi specifice, care reflectă diversitatea formelor ei și sînt valabile numai pentru diferitele forme de mișcare a materiei (mecanice, biologice, sociale). Legile cele mai generale, care cuprind toate fenomenele lumii obiective și a căror sferă de acțiune este infinită, acționează veșnic atît în natura moartă și vie cît și în societatea omenească și în gîndire, căci ele sînt legile mișcării și dezvoltării generale ale materiei și sînt tot atît de veșnice ca și materia și mișcarea ei. Cu studiul acestor legi generale se ocupă dialectica. Legile cele mai generale, fundamentale, descoperite de dialectica materialistă sînt: legea unității și luptei contrariilor, legea trecerii schimbărilor cantitative în schimbări calitative, legea negării negației, alături de care mai există o serie de legături logice exprimate prin categorii cum ar fi: esență și fenomen, conținut și formă, cauză și efect, necesitate și întîmplare, posibilitate și realitate, cantitate și calitate și altele (acestea avînd tot un caracter general fără a fi fundamentale).

Bazîndu-se pe aceste principii generale ale dialecticii materialiste, Marx și Engels au arătat că natura se prezintă ca un tot unitar și coerent, dezvoltarea sa supunîndu-se unor legi generale care reflectă unitatea naturii în întregime, legătura dintre diferitele verigi ale ei. Aceste legi au fost descoperite de-a lungul secolelor și nu încape îndoială că se vor mai descoperi și în viitor pe măsura pătrunderii omului în cosmos și în microcosmos. Cele mai importante dintre legile generale ale naturii descoperite pînă acum sînt: legea conservării și transformării energiei, legea potrivit căreia mișcarea materiei poate avea loc numai în timp și spațiu, legea (descoperită nu de mult) a intertransformabilității particulelor „elementare".

Pe lîngă aceste legi ale naturii cu caracter general există și legi specifice, concrete ale mecanicii, fizicii, chimiei, biologiei care reflectă formele respective de mișcare a materiei. Științele moderne ale naturii au descoperit și legile privind legătura și transformarea unor forme de mișcare a materiei în alte forme.

Studiind profund societatea pentru a descoperi cauzele, forțele motrice, legile dezvoltării sociale, Marx și Engels au elaborat concepția materialistă asupra istoriei, arătînd rolul determinant al relațiilor economice, de producție drept baza tuturor raporturilor sociale. Aceasta a însemnat introducerea materialismului în domeniul științelor sociale, alungarea în acest fel a idealismului din ultimul său refugiu, fapt care a permis crearea unei științe a societății tot atît de exacte ca și științele naturii — materialismul istoric, știința celor mai generale legi de dezvoltare a societății și totodată și metoda științifică de studiere a fenomenelor sociale.

Introducerea materialismului în științele sociale a însemnat nașterea unei adevărate științe despre societate, ceea ce a fost cu atît mai greu de realizat cu cît, spre deosebire de științele naturii unde a existat o tradiție

materialistă seculară, în domeniul istoriei, al științelor sociale n-au existat decît tradiții idealiste care domneau tiranic pînă la Marx și Engels.

Vorbind despre această greutate, Engels scria: „Chiar și reflectarea justă a naturii este foarte dificilă; ea este un produs al îndelungatei istorii, al experienței... În sfera fenomenelor sociale, reflectarea apare și mai dificilă"[1].

Marx și Engels au arătat că un caracter unitar și totodată variat are nu numai natura ci și societatea. Unitatea formelor de dezvoltare socială rezultă fie chiar și din faptul că atît obiectul (natura) cît și subiectul (omul, societatea) există — cum a spus Marx — pe toate treptele dezvoltării societății umane. Varietatea rezultă din însăși dezvoltarea istorică, căci societatea nu este ceva mort care nu se schimbă, ci este realitate în continuă transformare și progres. Marx a descoperit atît legile cele mai generale ale dezvoltării istoriei omenirii, cît și legile economice speciale ale apariției, dezvoltării și pieirii societății burgheze. Legile cele mai generale ale dezvoltării istoriei omenirii sînt: legea rolului determinant al existenței sociale în raport cu conștiința socială, legea rolului determinant al bazei economice în raport cu suprastructura, legea concordanței obligatorii a relațiilor de producție cu caracterul și nivelul dezvoltării forțelor de producție, legea rolului determinant al modului de producție în dezvoltarea societății, legea rolului determinant al forțelor de producție în raport cu relațiile de producție, revoluțiile sociale ca lege a trecerii de la o formațiune social-economică la alta, rolul hotărîtor al maselor în dezvoltarea istorică, alături de care mai există o serie de legături legice exprimate prin categorii cum ar fi: formațiune social-economică, forțe de producție și relații de producție, mod de producție etc.

Între legile generale ale dialecticii și legile generale ale naturii sau ale societății, considerate ca domenii aparte, există o legătură strînsă de subordonare. Legile dialecticii sînt cu adevărat cele mai generale față de cele ale naturii și societății, care apar în această legătură ca specifice, iar acestea din urmă au, la rîndul lor, un caracter general față de legile diferitelor forme de mișcare a materiei, față de legile diferitelor formațiuni social-economice. În acest fel apar în toată multilateralitatea și interconexiunea lor legile universale ale dezvoltării lumii materiale, reflectate în științele naturii și științele sociale.

Acțiunea, atît a legilor generale ale naturii și ale societății cît și ale celor specifice unui domeniu sau altuia, se schimbă în funcție de condițiile concrete în care ele acționează. Trecînd de la o formă de mișcare a materiei la alta, de la o formațiune social-economică la alta, superioară, legile generale nu dispar, însă formele lor concrete de manifestare se schimbă în raport cu condițiile concrete schimbate. Chiar și legile comune tuturor formelor de mișcare a materiei, sau tuturor formațiunilor social-economice, au o expresie istorică concretă. Tot așa și legile specifice proprii unei anumite forme de mișcare a materiei, unei anumite formațiuni social-economice, acționează într-o formă diferită în funcție de condițiile

1 *Marx, Engels:* Opere, Ed. I-a rusă, vol. 14, pag. 377—378.

respective. Nu vom insista asupra acestei probleme deosebit de complexe și importante, ea nefiind propriu-zis tema studiului de față.

Marx și Engels au stat ferm pe poziția posibilității cunoașterii lumii înconjurătoare, a legilor ei generale și specifice. Lenin a arătat că pentru Marx și Engels, cunoașterea este transformarea „lucrului în sine" în „lucru pentru noi". După concepția lui Lenin materialismul dialectic pornește de la trei concluzii gnoseologice importante în rezolvarea problemelor fundamentale ale teoriei cunoașterii: 1. „Lucrurile există independent de conștiința noastră, independent de senzațiile noastre, ... 2. Nu există și nici nu poate exista absolut nici o deosebire principială între fenomen și lucru în sine. Nu există decît deosebire dintre ceea ce este cunoscut și ceea ce nu este încă cunoscut.... 3. În domeniul teoriei cunoașterii, ca și în toate celelalte domenii ale științei, trebuie să raționăm în mod dialectic, adică să nu considerăm cunoștințele noastre ca ceva definitiv și invariabil, ci să analizăm în ce mod apare cunoașterea din necunoaștere, în ce mod cunoștințele incomplete, neprecise, devin mai complete și mai precise" [1].

Esența procesului cunoașterii este cunoașterea adevărului obiectiv la care se ajunge prin descoperirea legilor de dezvoltare a naturii și societății, legile exprimînd nu diferite evenimente și fenomene izolate, cazuri particulare, ci legătura generală, reciprocă și condiționarea cauzală a obiectelor și fenomenelor, legăturile și relațiile lor necesare, esențiale. „Legea — cum a spus Lenin — este reflectarea esențialului în mișcarea universului" [2].

Materialismul-dialectic a scos în evidență caracterul obiectiv al legității, necesității și cauzalității în natură și societate. Materialismul dialectic, această nouă, revoluționară concepție despre lume, creată de Marx și Engels a dat pentru prima dată științelor naturii o bază metodologică și teoretică cu adevărat științifică, corespunzătoare conținutului lor obiectiv. Materialismul dialectic concepe dezvoltarea naturii și societății ca un proces istorico-natural, ceea ce înseamnă că pe fiecare treaptă istorică cunoașterea realității are un caracter relativ determinat de condițiile obiective ale diferitelor trepte de dezvoltare a practicii social-istorice, a științei.

Gradul de cunoaștere a legilor naturii și societății determină, în ultimă instanță, gradul de stăpînire de către om a naturii. Materialismul dialectic ne învață că omul, cunoscînd legile obiective ale naturii și societății, le poate folosi în scopurile sale și poate, în concordanță strictă cu ele, să transforme natura și societatea în interesul său. Cunoscînd legile naturii omul devine stăpînul ei, Engels spunea: „... forțele naturii, acționează în chip orb, violent și distructiv, atîta timp cît nu le cunoaștem și nu ținem seama de ele. Dar, odată ce le-am cunoscut, odată ce am înțeles acțiunea, direcția și efectele lor nu mai depinde decît de noi ca să le supunem tot mai mult voinței noastre și să atingem prin ele

1 *V. I. Lenin:* Opere, Ed. Politică, 1959, vol. 14, pag. 93.
2 *V. I. Lenin:* Opere, Ed. Politică, 1959, vol. 38, pag. 143.

scopurile noastre, ... odată ce am înțeles natura lor, ele pot fi transformate ... din stăpîni demonici în servitori docili" [1].

Lenin exprima aceeași idee spunînd: „Cît timp nu cunoaștem cutare legi ale naturii, acestea, existînd și acționînd în afara cunoașterii noastre, ne transformă în sclavi ai „necesității oarbe". Cunoscînd aceste legi, care acționează (precum a repetat de mii de ori Marx) *independent* de voința și de conștiința noastră, devenim stăpîni ai naturii" [2].

Acest lucru se referă în aceeași măsură și la societate. Legile dezvoltării societății, odată cunoscute, pot fi folosite în interesul omului. Caracterizînd această teză a marxismului, Stalin spunea: „Este dovedit că societatea nu este neputincioasă în fața legilor, că societatea, cunoscînd legile economice și sprijinindu-se pe ele, poate să limiteze sfera lor de acțiune, să le folosească în interesul societății și să le „strunească" așa cum se întîmplă cu forțele naturii și cu legile lor" [3].

Societatea umană se dezvoltă potrivit unor legi obiective (după cum dovedește materialismul istoric) ceea ce, firește, nu înseamnă că oamenii nu și-ar făuri propria lor istorie. Aci firește nu există nici o contradicție, între legile obiective ale dezvoltării sociale și activitatea conștientă a oamenilor existînd o corelație precisă. Materialismul istoric combate atît atitudinea fatalistă față de acțiunea legilor istorice cît și voluntarismul care ignoră complet forța de acțiune a acestor legi, crezînd că omul poate inventa anumite legi conform dorinței sale. După cum spunea Marx, oamenii sînt autorii și actorii propriei lor drame, caracterul ei fiind însă determinat de legile obiective ale dezvoltării istorice.

Cunoașterea naturii și societății, a legilor sale, a mers pe linie ascendentă. Știința s-a îmbogățit încontinuu, ea fiind rezultatul activității creatoare a multor generații. Dezvoltarea științei a păstrat de-a lungul secolelor o succesiune (continuitate) strictă și progresivă. Întemeietorii marxismului au arătat că dezvoltarea științei este imposibilă fără însușirea cunoștințelor științifice ale trecutului. Cunoașterea succesivă se bazează pe realizările premergătoare pe care le lărgește, le adîncește, le perfecționează. Cunoștințele obiective, realizate în diferite etape istorice, rămîn un bun al omenirii la care ea nu renunță niciodată. Ceea ce a fost descoperit odată nu mai e nevoie să fie descoperit din nou. În scrisoarea sa către Annenkov în 1846 Marx scria că: „Oamenii nu renunță niciodată la ceea ce au obținut" [4]; aceasta firește se referă în măsură egală și la rezultatele științei, care trec de la o generație la alta, dintr-o formațiune social-economică în alta ridicîndu-se necontenit pe noi culmi. Dezvoltînd realizările anterioare cunoașterea umană merge tot timpul înainte. Continuitatea este o condiție a progresului, a apropierii noastre de adevărul absolut. Însăși învățătura marxistă „a luat ființă ca o continuare nemijlocită și directă a învățăturilor celor mai mari reprezentanți

---

1 *F. Engels:* „Anti-Dühring", E.S.P.L.P. 1955, pag. 309.

2 *V. I. Lenin:* „Materialism și Empiriocriticism", Ed. Politică, 1959, pag. 181.

3 *I. V. Stalin:* „Problemele economice ale socialismului în U.R.S.S.", E.S.P.L.P. 1952, pag. 17.

4 *Marx, Engels:* „Ausgewählte Briefe" („Scrisori alese"), Dietz Verlag, Berlin, 1953, pag. 31.

ai filozofiei, ai economiei politice și ai socialismului" [1]. Sau, cum spunea Lenin într-un alt loc: „marxismul ... reprezintă *dezvoltarea supremă* a întregii științe istorice, economice și filozofice din Europa" [2].

Procesul cunoașterii nu se produce întîmpltăor, ci în virtutea unei necesități istorice și numai într-o singură direcție — înainte. Așa cum dezvoltarea naturii a mers de la forme inferioare la cele superioare, de la materia nevie la organismul viu, tot așa și dezvoltarea socială a mers de la treapta inferioară a modului de producție la o treaptă superioară. O mișcare în sens invers n-a existat și nu există. Aidoma timpului ea este ireversibilă. Cunoașterea legilor dezvoltării istorice dă putința oamenilor să prevadă, în mod științific, dezvoltarea pe mai departe a naturii și societății, a științelor naturii și a științelor sociale.

Recunoscînd rolul *determinant* al producției în dezvoltarea științelor naturii marxismul a subliniat tot odată că științele naturii se supun în procesul lor de dezvoltare unor legi specifice, proprii, a căror nerecunoaștere ar însemna negarea principiului continuității în știință, negarea rolului activ al ideilor în viața societății. Practica istorică arată că multe descoperiri științifice n-au fost generate direct de scopurile și de nevoile imediate ale producției sociale, de cauze economice (pentru a nu lua decît epoca contemporană — razele Röntgen, radioactivitatea, teoria cuantelor, teoria relativității). În anumite perioade dezvoltarea diferitelor ramuri ale științelor naturii, prin forța logicii sale interne, are loc independent de necesitățile practice imediate și multe descoperirii o iau cu mult înaintea cerințelor practicii. Engels preciza că: „forma de dezvoltare a științelor naturii, în măsura în care ele gîndesc, este *ipoteza*" [3], ceea ce arată recunoașterea existenței legilor specifice, interne, ale dezvoltării științelor naturii.

Recunoașterea legăturii și influenței reciproce a diferitelor ramuri ale științelor în dezvoltarea lor, adică a faptului că diferitele ramuri ale științei nu se dezvoltă izolat, independent una de alta, a avut o deosebită importanță metodologică. Influența reciprocă a științelor este o legitate obiectivă a dezvoltării lor, ea decurgînd din interdependența (conexiunea) diferitelor forme ale mișcării. Existența legăturii dintre diferitele forme ale mișcării materiei determină și legătura dintre diferitele științe care studiază aceste forme de mișcare a materiei.

O lege internă a dezvoltării științei este și lupta de opinii dintre ideile noi și vechi. Această luptă nu presupune totdeauna, numai lupta dintre curente idealiste și materialiste, ci include (în special în societatea socialistă) lupta dintre opinii, ambele cu orientare progresistă, materialistă, chiar materialist-dialectică.

Ideile geniale ale lui Marx și Engels, concretizate în învățătura lor nemuritoare au însemnat o cotitură radicală în dezvoltarea științelor naturii și a științelor sociale, ele au luminat întreaga dezvoltare istorică

---

1 *V. I. Lenin:* Opere, E.S.P.L.P. 1957, vol. 19, pag. 3.
2 *V. I. Lenin:* Opere, Ed. P.M.R. 1950, vol. 20, pag. 199.
3 *F. Engels:* „Dialectica naturii". Ed. Politică 1959, pag. 222.

a ultimilor o sută de ani. Legile dialecticii descoperite de ei au ajutat dezvoltarea științelor naturii și a științelor sociale. Întreaga dezvoltare a științei, a societății din a doua jumătate a secolului trecut și a secolului XX este o confirmare strălucită a monumentalei lor învățături.

★

Sfîrșitul secolului al XIX-lea și începutul secolului al XX-lea marchează o nouă perioadă în dezvoltarea științei și care — din punct de vedere metodologic — a însemnat pătrunderea treptată a materialismului dialectic în știință. Marile descoperiri de la sfîrșitul secolului trecut și de la începutul secolului XX din domeniul științelor naturii și dezvoltarea pe de o parte, pe linia diferențierii ramurilor științei, iar, pe de altă parte, pe linia integrării științelor, a interpătrunderii lor și formarea unor domenii de știință limitrofe (biochimia, biofizica, astrofizica etc.) au continuat să dezvăluie tot mai mult dialectica obiectivă a naturii, piatră de temelie a marxismului. Științele naturii și tehnica contemporană furnizează încontinuu noi confirmări strălucite ale justeții ideilor materialismului dialectic, concepțiilor lui Marx în problemele științelor naturii.

Dacă marile descoperiri din domeniul științelor naturii de la hotarul secolelor XIX—XX au confirmat întru totul existența legilor generale de dezvoltare, legile dialecticii materialiste — descoperite de Marx și Engels, existența unor legi obiective ale dezvoltării sociale și posibilitatea folosirii lor conștiente și cu succes pentru transformarea revoluționară a societății, n-au avut încă, în acea perioadă, nici o confirmare practică. Aceste legi trebuiau să-și găsească confirmarea atît pe baza analizei orînduirilor cunoscute de societate în trecut, cît și pe baza analizei orînduirii necunoscute încă (comunismul).

În privința trecutului, această confirmare s-a produs încă în timpul vieții lui Marx și Engels, prin importantele cercetări și descoperiri ale sociologului american L. H. Morgan. În privința viitorului, confirmările concepției materialiste a istoriei, a legilor dezvoltării societății, a justeței învățăturii marxiste, s-au produs abia după moartea lui Marx și Engels, deși Comuna din Paris arătase că istoria se dezvoltă întocmai pe drumul indicat de ei. Nașterea primului stat socialist din lume și construirea comunismului în U.R.S.S., nașterea democrațiilor populare și construirea socialismului în aceste țări au verificat și confirmat învățătura lui Marx pe o cale principial nouă care nu existase nicăieri și niciodată.

În acest fel întreaga dezvoltare istorică, dezvoltarea vijelioasă a științelor naturii și în primul rînd a fizicii, marile transformări sociale ale contemporaneității au furnizat și furnizează permanent noi și noi dovezi ale faptului că în natură și societate — după cum a spus Engels — toate „procesele au loc, în ultimă instanță, în mod dialectic " [1].

Dezvoltarea tuturor ramurilor științelor naturii, apariția unor ramuri noi, inclusiv celor care au apărut la granița a două sau chiar trei discipline diferite, au răsturnat definitiv toate liniile rigide de demarcare dintre

[1] *F. Engels:* „Anti Dühring", E.S.P.L.P. 1955, pag. 31.

diferitele ramuri ale științelor naturii, dovedindu-se astfel legătura și interpătrunderea lor, unitatea lor organică. În acest fel dezvoltarea științelor naturii merge, în epoca contemporană — paralel cu o diferențiere tot mai pronunțată — pe linia unei sinteze, integrări care să permită descoperirea a noi și noi adevăruri și să ducă societatea înainte spre noi culmi nebănuite ale cunoașterii, bunăstării și fericirii. Această dezvoltare are loc în cadrul societății umane și este dominată de necesitățile crescînde ale societății. Evoluția istorică arată că cu cît formațiunea social-economică este mai perfectă, se găsește pe o treaptă mai înaltă de dezvoltare, cerințele față de știință, inclusiv științele umanistice, sînt mai pronunțate, mai imperioase. Construirea societății socialiste și comuniste, care pune sarcini și mai mărețe în fața științei, crează acele condiții obiective și subiective care fac posibilă și necesară o unitate, o sinteză și mai atotcuprinzătoare a ambelor mari capitole ale științei.

Oamenii de știință cei mai luminați ai ultimelor secole și chiar unii reprezentanți ai gîndirii filozofice burgheze din trecut, au încercat nu odată să creeze o concepție despre lumea științifică, atotcuprinzătoare, sintetică. Materialiștii francezi au încercat în secolul al XVIII-lea, să creeze un sistem filozofic unitar, care să explice toate fenomenele lumii înconjurătoare, cum a fost, în mod deosebit, lucrarea lui P. Holbach „Sistemul naturii sau despre legile lumii fizice și ale lumii morale" (1770) fără ca această încercare, deosebit de meritorie și valoroasă, să fi fost încununată de succes. Începutul secolului al XIX-lea cunoaște încercarea semeață a lui Hegel care a creat o enciclopedie a științei („Enciclopedia științelor filozofice" — 1821), care pe lîngă o serie de idei geniale privind dezvoltarea metodei dialectice, a suferit de limitele impuse de concepția sa idealistă. Chiar și prin mijlocul secolului trecut, cînd tendințele și curentele reacționare au devenit dominante în gîndirea filozofică burgheză, se mai produce încercarea filozofului englez H. Spencer de a crea o filozofie sintetică pe baza teoriei științifico-naturală a evoluției („Progresul, legile și cauzele" — 1859; „Fundamentarea biologiei" — 1864—1867). Toate acestea, deși încercări neizbutite, pe lîngă scăderile lor serioase au avut totuși meritul de a fi pus problema realizării unei asemenea sinteze. Filozofii, sociologii, naturaliștii burghezi au renunțat de mult la crearea unui tablou unitar, sintetic al științelor contemporane. „Reacționarismul pe toată linia" — după expresia lui Lenin este piedica principală în înfăptuirea unei asemenea intenții. Acest reacționarism se manifestă între altele și prin ruptura adîncă și ireparabilă în cadrul gîndirii idealiste, subiectiviste, agnostice a oamenilor de știință burghezi — dintre științele naturii și științele sociale, ruptură ce se adîncește tot mai mult în țările capitaliste.

Această ruptură poartă și astăzi un caracter contradictoriu prin faptul că un anumit grup de sociologi burghezi stabilesc, în mod artificial, o anumită legătură dintre cele două mari grupe de științe, fapt ce nu înseamnă de loc dispariția rupturii, ci, dimpotrivă, duce la adîncirea și mai accentuată a acesteia.

Încercînd să acopere caracterul antiștiințific al teoriilor lor sociale, sociologii burghezi recurg la legile biologiei și fizicii și ale altor ramuri

ale științelor exacte în explicarea fenomenelor vieții sociale și a istoriei omenirii crezînd că, în acest fel, elucubrațiile lor vor primi un înveliș științific, că vor fi acceptate mai ușor.

Extinderea legilor biologice asupra fenomenelor sociale, transferul ilicit al terminologiei specific biologice în domeniul științelor sociale, este o practică relativ veche demascată la vremea ei de clasicii marxismului. A. Lange încă în vremea cînd trăia Marx a încercat să reducă legile dezvoltării sociale, legea luptei de clasă la simpla luptă pentru existență. La începutul secolului nostru Lenin a dus o luptă îndîrjită împotriva biologizării fenomenelor sociale. Cu toate acestea în zilele noastre C. Darlington, unul dintre fruntașii citogenetici și mulți alții, continuă aceeași practică a extinderii arbitrare a legilor biologice sau fizice asupra fenomenelor sociale, promovează ideea înlocuirii determinismului economic al lui Marx cu un determinism biologic, fizic sau tehnic.

Deși aparent tendințele de biologizare a fenomenelor sociale caută legături între procesele biologice și desfășurarea fenomenelor sociale, ele nu contribuie cu nimic la explicarea legăturii reale existente între natură și societate, între științele naturii și științele sociale. Darwinismul social, biosociologia urmăresc justificarea cu orice preț a societății capitaliste.

Aceeași falsă legătură dintre științele naturii și științele sociale este lăcută astăzi de diferiți reprezentanți ai empirismului sociologic și în special de microsociologi. Cunoscînd aprecierea unanimă de care se bucură cele mai noi cuceriri ale fizicii contemporane, microsociologii aplică noțiunile de microcosm, microlege, atom, moleculă, rețea macromoleculară etc. la științele sociale. Astfel ei vorbesc despre atomi sociali, despre microstructura societății, despre raportul dintre microstrucura și macrostructura socială. În dosul acestei terminologii de împrumut Moreno, Gurvitsch, Lundberg și ceilalți microsociologi ascund aceleași concepții idealist-subiective puse în slujba burgheziei reacționare.

Neînțelegerea specificului fenomenelor sociale precum și tendința de a se prevala de autoritatea științei și tehnicii moderne în scopul apărării intereselor de clasă ale burgheziei iese la iveală, chiar și la o sumară cercetare, a așa denumitului „determinism tehnologic" — un nou curent în sociologia burgheză. Adepții acestei orientări răspîndite în S.U.A. (Mumford, Ogburg, Veblen ș.a.) și în Germania occidentală rup știința și tehnica de condițiile sociale în care se dezvoltă acestea, de relațiile de producție, de caracterul proprietății asupra mijloacelor de producție și le transformă într-un factor de sine stătător care determină în mod univoc dezvoltarea societății.

Ei enunță importanța primordială a tehnicii în dezvoltarea socială, vorbesc de primatul tehnicii asupra economicului și politicului. Cunoscutul economist american T. Veblen[1] vorbește cit se poate de clar despre „influența dominantă a tehnicii asupra dezvoltării economiei mondiale", afirmă că dezvoltarea tehnicii determină toate schimbările în istoria societății omenești.

[1] *T. Veblen:* „The Engineers and the Price System. New York, 1936.

Nu este greu de ghicit rostul și sensul tezelor noilor tehnocrați. Dacă într-adevăr tehnica joacă rolul determinant în dezvoltarea societății, de aci rezultă foarte clar concluzia renunțării la lupta de clasă și la înfăptuirea revoluției socialiste. Această luptă ar fi chipurile cu totul inutilă, dat fiind faptul că tehnica ar rezolva toate problemele și contradicțiile sociale. Totodată „determinismul tehnologic" afirmă că nu capitaliștii, ci tehnica ar fi de vină pentru mizeria clasei muncitoare. Teza privind primatul tehnicii asupra economicului (teză apărată de altfel și de reformiștii social-democrați sub forma posibilității înfăptuirii celei de-a doua revoluții industriale în capitalism) joacă, în acest fel, în mișcarea muncitorească internațională, un rol cît se poate de negativ, demobilizator și demoralizator, căci propagă iluzii în privința posibilităților rezolvării tuturor racilelor organice ale capitalismului în cadrul societății capitaliste.

Toate aceste teorii deși se bazează pe „legarea" științelor sociale de cele ale naturii, nu contribuie cu nimic la lichidarea rupturii care există între ele în capitalism, ci dimpotrivă, determină o adîncire și mai pronunțată a acestei rupturi.

De existența acestei rupturi și a influenței ei negative asupra dezvoltării societății în lumea capitalistă își dau seamă astăzi nu numai marxiștii, ci și un număr crescînd de oameni de știință din țările capitaliste, deși fără să sesizeze cauzele reale ale acestei situații și fără să întrevadă căile reale de îndreptare.

Astfel decanul Facultății de Filozofie a universității din Carolina de Nord. Hall W. Everett, într-un studiu [1] intitulat „Știința modernă și valorile umane" se ocupă de problema „caracterului contradictoriu" al dezvoltării științei în țările capitaliste, de „criza științelor" și de „dificultățile teoretice" de care se lovesc oamenii de știință burghezi.

Hall recunoaște „rămînerea în urmă" a științelor umanistice față de științele naturii. El consideră însă că această situație este caracteristică doar pentru anii de după cel de-al doilea război mondial și că aceasta se referă numai la situația actuală, că în trecut o asemenea rămînere in urmă n-a existat. „Oare — se întreabă autorul în prefața cărții sale — științele fizice n-au progresat prea mult față de cunoștințele noastre despre valori [2] ? ... mulți sînt convinși că progresul în dezvoltarea științelor naturii n-a fost însoțit de un program similar în științele sociale".

Hall și mulți alți intelectuali burghezi — avînd în vedere folosirea (în lumea capitalistă) a marilor cuceriri ale științei naturii din acest secol pentru scopuri de distrugere, deci pentru scopuri antiumane — își pun problema dacă aceste realizări pot fi socotite, în general, drept progresiste.

Hall nu reușește să rezolve cît de cît aceste probleme a căror existență totuși o înregistrează. El nu reușește să înțeleagă cauza principală a „disharmoniei" în dezvoltarea celor două științe și nici dezvoltarea

---

1 *Hall W. Everett:* „Modern Science and Human Values", Toronto-London-New York, 1956, pag. 480.

2 Autorul înțelege aci prin „valori" științele umanistice.

unilaterală și diformă, monstruoasă a științelor naturii în țările capitaliste, căci el nu vede cauzele sociale, de clasă, ale acestor fenomene negative, nu vede că aceste fenomene apar cu forța unor legi în imperialism.

Mulți dintre acești oameni de știință, constatînd rămînerea în urmă a științelor sociale consideră că aceasta are un caracter general, universal valabil. Ei nu-și dau seama că această rămînere în urmă există numai în țările capitaliste și nu și în țările socialiste unde aceasta a fost de mult lichidată. Este deosebit de semnificativ faptul că fizicianul englez D. Thompson vorbește și astăzi cu toată seriozitatea despre faptul că științele sociale își așteaptă abia pe Newtonul și pe Planckul lor.

Cît de reală este ruptura dintre cele două științe în țările capitaliste și cît de adîncă este preocuparea unui număr tot mai mare de oameni de știință pentru înțelegerea și învingerea acestei rupturi rezultă și dintr-un document atît de important cum este raportul federației oamenilor de știință din Statele Unite ale Americii, publicat în martie 1957 în „Bulletin of the Atomic Scientists" și intitulat „Rolul științei și a oamenilor de știință în viața socială". Vorbind despre influența crescîndă a științei asupra societății și a influenței „factorilor sociali" asupra dezvoltării științei se constată dezvoltarea „inegală", „disproporționată", „dezordonată" a științei.

În căutarea cauzelor se ajunge la unele constatări care arată că acești oameni de știință încep să-și dea seama de legătura ce există între interesele unor monopoluri și dezvoltarea cu precădere a anumitor ramuri ale științelor naturii. Ei își dau seama de dependența crescîndă a cercetărilor științifice, a dezvoltării științei, de cercurile industriale și militare, fapt ce îi îngrijorează serios.

„Știința trece printr-o perioadă de dezvoltare rapidă, dar în același timp și inegală — se spune în raportul amintit. Cercetările fundamentale ... se finanțează prost... Acele ramuri ale științei care sînt legate mai puțin de interesele industriale și militare cum ar fi biologia, științele sociale, nu primesc ajutorul material necesar".

Deși oamenii de știință americani ajung în raportul amintit la unele constatări importante în privința rupturii dintre cele două științe și iau poziție contra dependenței științei de necesitățile de război, pentru imensa majoritate a acestora nu este totuși clară acea legătură ce există între unele fenomene negative din domeniul științei — care îngrijorează pe oamenii de știință americani — și relațiile de producție capitaliste din economia S.U.A. Aceste studii, lăuri de poziții, sînt însă deosebit de simptomatice și semnificative pentru evoluția conștiinței sociale a oamenilor de știință din țările capitaliste, deși ei nu-și dau seama că ruptura dintre cele două științe poate fi lichidată numai și numai cu condiția trecerii oamenilor de știință pe pozițiile materialismului dialectic, a victoriei ideologiei socialiste asupra ideologiei burgheze, ceea ce, în condițiile societății capitaliste, este cu neputință. Numai socialismul permite lichidarea completă și definitivă a acestei rupturi, crearea unei legături, unei unități organice strînse între cele două științe. Știința, adevărata știință pășește înainte spre realizarea acestei mari unități, sinteză organică a științei des-

pre natură și societate, devenind un motor de o forță uriașă a unui nou progres al omenirii.

Despre aceastaă unitate, sinteză, au vorbit giganții cugetării și acțiunii din secolul trecut, Marx și Engels. Părerea lor a fost că științele naturii și științele sociale alcătuiesc, în ultima instanță, un tot unitar și organic, influențîndu-se și interpenetrîndu-se reciproc într-o măsură din ce în ce mai mare. Ei au scris că există numai o singură știință — știința istoriei: istoria naturii și istoria oamenilor. În lucrările pregătitoare pentru „Sfînta Familie" Marx analizează adînc și multilateral legătura dintre științele naturii și științele sociale, arătînd că marile realizări ale științelor naturii sînt, de fapt, un produs al evoluției sociale, că „a adopta o bază pentru viață și o alta pentru *știință* înseamnă a admite din capul locului o minciună" [1], că „știința este o știință reală... numai dacă are ca punct de plecare natura"[2], că „Istoria însăși este o parte *reală* a istoriei naturii, a procesului prin care natura devine om. În viitor științele naturii vor cuprinde știința despre om în aceeași măsură în care știința despre om va cuprinde științele naturii: vor alcătui *o singură* știință"[3].

Firește, aceasta nu înseamnă că se șterg sau că se vor șterge granițele, diferențele, cu caracter calitativ, dintre cele două ramuri ale științei. Totodată aceasta nu înseamnă că, pe viitor, științele naturii se vor ocupa cu studiul fenomenelor sociale sau științele sociale cu studiul fenomenelor naturii; că naturaliștii vor deveni sociologi și invers. Aceasta nu înseamnă că se produce identificarea sau contopirea celor două științe. Aceasta înseamnă însă că „rămînerea în urmă" a științelor sociale față de dezvoltarea științelor naturii, „dezvoltarea disproporționată", „inegală" a celor două mari ramuri ale științei — pe care, după cum am văzut mai sus, o recunosc și un număr tot mai mare de savanți din occident — ruptura dintre ele, contrapunerea lor (ceea ce determină o stagnare, o frînare a ambelor în dezvoltarea lor în capitalism) va fi definitiv lichidată. Se realizează în acest fel o influență și o întrepătrundere reciprocă mult mai adîncă de cît pînă acum a celor două științe, creîndu-se marea lor unitate organică.

Dezvoltarea impetuoasă a științelor naturii, acumularea de noi date care răstoarnă multe din noțiunile și ideile pe care savanții și le-au format cu privire la structura materiei, a posibilității de cunoaștere a naturii cer cu stringență o strînsă legătură a științelor naturii cu filozofia materialist-dialectică, însușirea de către savanți a concepției despre lume elaborată de Marx, Engels Lenin. Legătura științelor naturii cu filozofia, întrepătrunderea lor, este o necesitate organică de care depinde însuși progresul științelor moderne. Toate descoperirile din științele naturii contribuie la îmbogățirea filozofiei materialist-dialectice cu teze noi; de asemenea, aceste descoperiri au fost posibile datorită faptului că savanții din diferite domenii ale științelor naturii au pornit în munca lor de cercetare de la tezele materialiste fundamentale privind caracterul obiectiv

---

1 *Marx, Engels:* Opere, „Lucrări din tinerețe", Ediția rusă, Moscova 1956, p. 595.

2 Idem, p. 596.

3 Idem, p. 596.

al lumii materiale, posibilitatea cunoașterii nelimitate a realității. Acestea sînt premise de bază ale oricărei cercetări, fără de care știința ar rămîne fără obiect. De multe ori, savanții din țările capitaliste fac acest lucru fără să fie cu totul conștienți de poziția lor materialistă și chiar dialectică.

Însușirea profundă de către savanții naturaliști a filozofiei materialist-dialectice este necesară cu atît mai mult cu cît filozofii idealiști caută să tragă concluzii reacționare din cele mai noi descoperiri ale științei. Dezvoltarea științelor moderne, impasul în care ajung unii savanți care sînt lipsiți de arma materialismului dialectic confirmă cuvintele spuse de Lenin acum 40 de ani că numai în dialectica materialistă vor putea oamenii de știință naturaliști să găsească un răspuns just „la problemele filozofice pe care le pune revoluția în domeniul științelor naturii și care îi face „să alunece" spre reacțiune pe intelectualii admiratori ai modei burgheze... Fără aceasta, marii naturaliști se vor dovedi adeseori tot atît de neputincioși ca și pînă acum în concluziile și în sintetizările lor filozofice"[1].

★

Realizarea unității celor două mari ramuri ale științei este rezultatul firesc al unei evoluții seculare a științei și a producției, a apropierii tot mai pronunțate a acestora de-a lungul dezvoltării istorice. Această apropiere primește un caracter organic odată cu victoria socialismului, care determină dezvoltarea continuă și tot mai vijelioasă atît a forțelor de producție cît și a relațiilor de producție.

Necesitățile producției din zilele noastre fac ca pretențiile față de știință să fie tot mai mari, de unde rezultă o colaborare, o împletire tot mai mare dintre știință și producție. Această tendință se observă deja în societatea capitalistă dar ea nu se dezvoltă datorită unor mărginiri determinate de însuși esența societății capitaliste (proprietatea privată, contradicția de clasă dintre munca fizică și intelectuală). Această tendință se dezvoltă în toată libertatea în socialism. Numai în socialism se realizează colaborarea strînsă a științei cu producția, o contopire a frontului științei cu frontul producției, unitatea dintre științele naturii și cele sociale — condiție a acestei colaborări, a acestei contopiri. Dezvoltarea caracterului social al forțelor de producție pune tot mai acut problema organizării raționale a producției, ceea ce nu poate fi înfăptuit cu succes fără să facem apel la științele sociale. De aci rezultă necesitatea unei legături strînse dintre științele naturii și științele sociale.

Strînsa colaborare dintre cele două științe este o necesitate imperioasă a producției contemporane. Această necesitate este determinată, în particular, de legătura indestructibilă ce există între întărirea tot mai pronunțată a diviziunii sociale a muncii și perfecționarea continuă a tehnicii. Încă Marx sublinia că „orice mare invenție în domeniul mecanicii, este urmată de o diviziune și mai mare a muncii și fiecare sporire a diviziunii

[1] *V. I. Lenin*: Opere, E.S.P.L.P. 1957, vol. 33, pag. 225.

muncii aduce, la rîndul ei, noi invenții mecanice"[1]. Progresul tehnicii determină un progres în diviziunea muncii și invers. Tocmai această necesitate de a stabili o legătură rațională dintre schimbările în tehnică și în domeniul diviziunii muncii (inclusiv diviziunea internațională, socialistă a muncii), cere cu o forță deosebită aplicarea coordonată a științelor naturii și a științelor sociale, respectiv crearea unității lor.

Necesitatea practică în dezvoltarea premiselor teoretice ale unității științei se naște în condițiile create de prima revoluție industrială de la sfîrșitul secolului al XVIII-lea, începutul secolului al XIX-lea. Ea se înfăptuiește însă numai în condițiile socialismului, cînd se schimbă însuși caracterul raportului dintre științele naturii și științele sociale. Numai în socialism se lichidează definitiv ruptura, contrapunerea dintre cele două științe. Și aceasta, în primul rînd, datorită faptului că — spre deosebire de capitalism unde științele sociale (așa cum sînt ele concepute) deformează realitatea istorică și reprezintă o frînă în dezvoltarea societății — în socialism științele sociale se folosesc în mod conștient și în aceeași măsură ca și științele naturii, în interesul dezvoltării multilaterale a societății.

În socialism, unitatea organică a celor două științe se manifestă în dezvoltarea multor aspecte ale vieții sociale. Dacă în capitalism (datorită faptului că științele sociale nu s-au folosit pentru transformările sociale) științele naturii au dus, în multe cazuri, la consecințe negative atît în raport cu natura — de ex. exploatarea barbară a unor bogății ale solului și subsolului —, cît și în raport cu masele celor ce muncesc — șomaj, boli, intensificarea extremă a muncii —, în socialism, folosirea creatoare a ambelor științe asigură un control social efectiv asupra forțelor stihinice atît ale naturii cît și ale societății.

Unitatea și întrepătrunderea crescîndă a științelor se manifestă, între altele, și prin rolul crescînd al științelor sociale în planificarea și organizarea activității științifice în însuși domeniul științelor naturii. Transformarea științelor sociale într-un instrument al planificării și organizării întregii producții sociale determină legătura și unitatea strînsă dintre științele sociale și științele naturii. Tot atunci, odată cu progresul științific general metodele științelor naturii și ale celor exacte pătrund, din ce în ce mai serios, în domeniul fenomenelor sociale, apărînd, pe această bază, noi ramuri ale științei. (Influența noilor metode ale fiziologiei asupra psihologiei sau aplicarea metodelor matematice în lingvistică — lingvistica matematică).

Colaborarea strînsă dintre știință și producție în socialism are drept consecință și schimbarea caracterului raportului dintre om și tehnică. Dintr-un apendice al mașinii, cum este în capitalism, omul se transformă, în socialism, în stăpînul tehnicii moderne. Dacă capitalismul duce — după expresia bine cunoscută a lui Marx — la dezumanizarea (Entmenschung) omului, socialismul — am putea spune — duce la umanizarea mașinii.

Această corelație dintre om și tehnică există la rîndul său, într-o strînsă interdependență cu relațiile de producție. „În producție — spunea

1 *Marx-Engels:* Opere, vol. 4, pag. 151—152. Marx mai atinge această problemă în notițele sale „Din I. Feuerbach" — Opere, Ed. Politică, 1958, vol. 3, pag. 582; în scrisoarea către P. V. Annenkov — Opere, Ed. Politică, 1958, vol. 4, pag. 563).

Marx — oamenii nu acționează numai asupra naturii, ci acționează și unii asupra altora... numai în cadrul acestor legături și relații sociale are loc acțiunea lor asupra naturii"[1]. Această corelație indică odată în plus necesitatea împletirii și întrepătrunderii tot mai adînci a celor două științe.

Întrepătrunderea, influențarea reciprocă a celor două domenii științifice este motorul și garanția dezvoltării impetuoase a ambelor, a măririi treptate a puterii omului asupra întinderilor nesfîrșite ale cosmosului.

Unul din factorii care explică succesele uimitoare ale științei sovietice constă tocmai în această întrepătrundere între cercetarea științifică și practica transformării sociale. Dacă pînă acum mulți stăteau nedumeriți în fața saltului extraordinar al științei în domeniul cuceririi spațiului cosmic, nu înțelegeau de ce U.R.S.S. a pășit, în multe privințe, înaintea americanilor (care erau obișnuiți de-a lungul deceniilor să fie totdeauna și în toate primii) astăzi devine din ce în ce mai clar pentru un număr din ce în ce mai mare de oameni și din lumea capitalistă că toate succesele științei sovietice sînt determinate, în ultima instanță, de noua societate, creată în mod conștient pe baza cunoașterii legilor dezvoltării sociale.

Oameni cu judecata sănătoasă își dau perfect de bine seama astăzi că aci nu poate fi vorba de „propagandă" (cum s-a exprimat Nixon referitor la racheta cosmică sovietică care a atins luna), nici de jocul fericit al întîmplării. Nu poate fi considerat ca întîmplător faptul că oamenii de știință sovietici au descoperit primii secretul reacției termonucleare, că au dat drumul primii statiei electroatomice, că au creat primii racheta balistică intercontinentală (pe care americanii, nici pînă acum nu o au), că au lansat primii satelitul artificial al pămîntului, că au fost primii care au folosit în cadrul rețelei aeriene civile splendidele avioane reactive, că au lansat primii o planetă artificială a soarelui, că au atins primii luna, că au creat primii o stație automată interplanetară. Nu, toate acestea și multe altele, nu sînt rezultatul jocului „diabolic" al întîmplării. Nu, aci sînt legi obiective care acționează, legi care sînt stăpînite de oamenii societății socialiste tocmai pentru că ei au înțeles legătura strînsă dintre condițiile sociale și dezvoltarea științei, deschizînd în mod conștient cîmp liber pentru acțiunea acestor legi. Ajungerea din urmă și depășirea nivelului dezvoltării științei din țările capitaliste de către știința sovietică în domenii deosebit de importante ale științei (fapt ce a devenit clar pentru lumea întreagă odată cu lansarea primului satelit artificial al pămîntului la 4 octombrie 1957), cît și mărirea continuă a distanței dintre nivelul atins de știința sovietică față de știința din țările capitaliste (ceea ce a devenit evident pentru toată lumea odată cu atingerea Lunii de către racheta cosmică sovietică la 15 septembrie 1959 și lansarea cu succes a stației automate interplanetare sovietice la 4 octombrie 1959) — sînt expresia unui proces legic, care reflectă superioritatea societății socialiste, ce se afirmă tot mai categoric atît în domeniul forțelor de producție cît și în domeniul științei. Se confirmă astfel previziunea

[1] *Marx:* „Muncă salariată și capital". E.S.P.L.P. 1957, p. 28.

lui Engels cu privire la o nouă înflorire a științelor naturii după victoria socialismului [1].

Această nouă înflorire este rezultatul dezvoltării sociale. Societatea socialistă, în raport cu noile cerințe sociale, determină și ideile directoare ale dezvoltării științelor naturii. Științele sociale determină deci orientarea științelor naturii și științelor tehnice fapt ce arată concludent legătura strînsă dintre cele două mari ramuri ale științei.

În același timp apare cu toată evidența și cealaltă față a medaliei: nu numai dezvoltarea socială determină succesele strălucite și din ce în ce mai evidente ale științelor naturii, ci și invers, aceste mari realizări au, în mod necesar, repercusiuni din ce în ce mai puternice asupra dezvoltării sociale în general, inclusiv asupra unuia dintre aspectele deosebit de importante ale acestei dezvoltări — relațiile internaționale în special. Aceste succese strălucitoare, din domeniul științelor naturii, accelerează din ce în ce mai puternic dezvoltarea socială și își pun pecetea și asupra abordării într-un fel cu totul nou a problemelor internaționale cele mai acute. Dezvoltarea într-un ritm mai accelerat a științelor naturii în socialism decît în capitalism este un factor determinant al înclinării din ce în ce mai accentuate a raportului de forțe pe plan internațional în favoarea lagărului socialist. Rolul violenței, al războiului în rezolvarea marilor conflicte istorice îmbracă astăzi aspecte cu totul noi. Eliminarea violenței, a forței din istorie a devenit posibilă și necesară. Schimbarea radicală a raportului de forță pe plan internațional în favoarea socialismului, la care își au partea de contribuție și marile cuceriri ale științei și tehnicii sovietice, a făcut ca rezolvarea divergențelor internaționale prin tratative să devină de asemenea posibilă și necesară.

De sigur ar fi greșit să se ajungă de aci la concluzia — așa cum fac unii sociologi burghezi — că marile progrese ale științei și tehnicii ar fi de natură să determine, ele singure, schimbarea orînduirilor sociale. Aceasta n-are nimic comun cu adevărul istoric, științific.

Aceste progrese ale științei și tehnicii schimbă însă radical condițiile în care societatea omenească se dezvoltă, condițiile în care are loc confruntarea, întrecerea dintre cele două sisteme sociale diametral opuse. În deosebi, dezvoltarea vijelioasă a tehnicii de război (mijloacele tehnice ale luptei armate) reprezintă un factor obiectiv important care acționează și el — oricît de paradoxal ar părea aceasta — în sensul excluderii războiului din viața societății încă în timpul capitalismului. În condițiile existenței bombelor termonucleare și a rachetelor, războiul nu mai poate servi, pentru capitaliști, — așa cum a fost pînă acum — drept „continuarea politicii cu alte mijloace" (Klausewitz), căci un asemenea război ar însemna pur și simplu o sinucidere pentru ei. Pînă acum toate războaiele au însemnat pentru burghezia agresivă în primul rînd avantaje și profituri — deși gradul de distrugeri pricinuite de războaie a crescut continuu. Suferințele și distrugerile au fost suportate însă, aproape în

[1] „...va începe o nouă epocă istorică, în care oamenii înșiși și odată cu ei toate ramurile activității lor, în special științele naturii, vor lua un avînt care va eclipsa tot ce s-a realizat pînă acum". (F. Engels: „Dialectica Naturii". Ed. Politică, 1959, p. 18).

exclusivitate, de către masele largi. Războiul modern înseamnă însă pericol fizic mortal și pentru clasele exploatatoare. Joliot Curie spunea că dacă sărăcia ar fi o boală molipsitoare burghezia ar lua măsuri de lichidare a ei aidoma măsurilor luate de ea, în trecut, împotriva unor boli contagioase care o amenințau și pe ea, cum au fost ciuma, malaria etc.

Astăzi există toate condițiile pentru preîntîmpinarea războiului mondial și a excluderii sale din viața societății încă înaintea victoriei definitive a socialismului pe tot globul pămîntesc. Posibilitatea reală a preîntîmpinării războiului a apărut odată cu apariția și întărirea sistemului mondial socialist, a cărui forță se bazează, între altele, și pe tehnica militară modernă, superioară aceleia a lagărului imperialist. Faptul că această tehnică militară modernă se găsește în mîinile țărilor socialiste a devenit un factor deosebit de important în transformarea posibilității împiedicării războiului mondial în realitate. Tezele Congreselor al XX-lea și al XXI-lea al P.C.U.S. privind preîntîmpinarea războiului și excluderea lui din viața societății, încă astăzi, reprezintă o dezvoltare creatoare a marxismului și se bazează pe analiza multilaterală, profundă, științifică, a schimbărilor adînci survenite în viața societății, în relațiile internaționale, a noului raport de forțe pe plan mondial între capitalism și socialism.

Posibilitatea preîntîpinării războaielor a fost prevăzută în mod genial de Lenin. Astfel în rezoluția Congresului Internaționalei a II-a de la Stuttgart (1907) la a cărei întocmire Lenin a participat activ se spune: *„Războaiele vor lua sfîrșit* numai atunci cînd va înceta să mai existe orînduirea capitalistă sau *cînd numărul uriaș de jertfe omenești și materiale provocate de dezvoltarea tehnică-militară și indignarea popoarelor stîrnite de înarmări vor duce la înlăturarea acestui sistem"* [1].

Într-o convorbire cu scriitorul englez H. G. Wells, în 1920, Lenin spunea: „Dacă noi vom reuși să stabilim comunicații interplanetare, va trebui să *revizuim toate concepțiile noastre filozofice, sociale și morale.* În acest caz, *potențialul tehnic, devenit nelimitat, va impune sfîrșitul violenței ca mijloc și ca metodă a progresului"* (sublinierile noastre).

Iar în amintirile sale N. K. Krupskaia relatează următoarele cuvinte ale lui Lenin: *„Va veni timpul cînd războiul va deveni atît de distrugător, încît în general va deveni imposibil".*

Rezultă de aci, cu toată claritatea, influența marilor descoperiri ale științei și tehnicii asupra mersului istoriei umane, idee ce a fost relevată pentru prima oară de întemeietorii marxism-leninismului. Ideea exprimată aci de Lenin arată că marile descoperiri și realizări științifice și tehnice determină nu numai o nouă revoluție tehnico-științifică, care este în plină desfășurare, dar duc și la schimbări profunde în concepția noastră asupra lumii, ceea ce — fără îndoială — va duce la îmbogățirea învățăturii marxist-leniniste însăși. Este cît se poate de clar, de asemenea, că în cadrul marilor deplasări în raportul de forță în favoarea lagărului socialist, sputnicii și lunicii au un loc foarte bine determinat; că ei sînt argumente cît se poate de serioase și convingătoare în favoarea încetării

[1] *V. I. Lenin:* Opere, E.S.P.L.P 1957, vol. 15, pag. 183.

„războiului rece", în favoarea coexistenței pașnice, a dezarmării totale și generale, în suprimarea războiului ca mijloc de rezolvare a conflictelor internaționale. În condițiile nivelului contemporan al științei și tehnicii (inclusiv tehnica militară) singura formă de relații dintre sisteme social-economice diferite este cea a coexistenței pașnice.

★

Această încercare de a expune ideile, indicațiile și constatările geniale ale întemeietorilor marxismului privind strînsa legătură dintre cele două mari capitole ale științei și importanța întrepătrunderii lor pentru dezvoltarea atît a științelor naturii cît și a științelor umanistice, însemnătatea deosebită a științei pentru dezvoltarea istorică a omenirii, nu poate fi considerată ca terminată fără a ne opri, într-un mod cît de sumar, asupra importanței practice a problemei în discuție pentru dezvoltarea economico-socială a țării noastre, pentru rezolvarea marilor probleme tehnico-economice ale construirii socialismului în R.P.R.

Teza potrivit căreia crearea bunăstării pentru toți oamenii de pe globul pămîntesc depinde astăzi nu atît de dezvoltarea forțelor de producție, nu de posibilitățile actuale tehnico-științifice generale care sînt enorme, ci de înlocuirea relațiilor sociale învechite, care frînează acest proces — este cît se poate de justă. Tocmai datorită relațiilor sociale noi, socialiste, care au luat locul relațiilor vechi, capitaliste, dezvoltarea științei în țările socialismului cunoaște un ritm tot mai accelerat. Putem spune, fără nici o umbră de îndoială, că întrecerea privind ritmul de dezvoltare a științei în cele două lumi — capitalistă și socialistă — a fost de-acum cîștigată de societatea socialistă. Acest lucru este dovedit cît se poate de evident de marile realizări ale științei sovietice. Fără a desconsidera cu desăvîrșire forța stimulativă a cîștigului, a profitului, cît și a necesităților cu caracter militar în dezvoltarea științei și tehnicii din țările capitaliste ele nu pot echivala totuși nici pe departe cu forța creatoare a idealurilor profund umane ale societății socialiste în care nu mai există explotarea omului de către om, unde totul este pus în slujba omului, a creării unei vieți îmbelșugate și fericite pentru toți. Ritmul de dezvoltare, coeficientul de autoaccelerare a acestei dezvoltări a științei și tehnicii depinde de condițiile sociale în care ele se dezvoltă.

Fără a ne opri, în cadrul acestui studiu, asupra problemelor privind nivelul actual de dezvoltare a științelor naturii și științelor umanistice în țările capitaliste cele mai înaintate și în Uniunea Sovietică, respectiv fără a analiza problema adîncirii continue a rupturii dintre științele naturii și sociale în țările capitaliste, și cum această ruptură frînează dezvoltarea științei în ansamblul ei împingînd-o de multe ori pe drumuri greșite și fără a analiza problema caracterului organic al unității științelor naturii cu cele sociale în U.R.S.S. și rolul de motor pe care această unitate îl joacă în dezvoltarea societății socialiste, vom trece la cîteva considerente privind colaborarea oamenilor de știință și a specialiștilor din diferitele domenii de activitate ale științelor naturii cu cei din domeniul științelor sociale, în vederea rezolvării celor mai variate probleme ale construcției noastre economice și culturale.

In țara noastră există toate condițiile obiective pentru aplicarea multilaterală a cuceririlor științei și tehnicii, pentru dezvoltarea lor, pentru folosirea cuceririlor științei și tehnicii în dezvoltarea economică și culturală a țării. În fața poporului nostru stau sarcini grandioase și s-au deschis perspective măreț. Partidul nostru a indicat de-a lungul întregii sale existențe drumul istoric care duce înainte, iar de la preluarea puterii de către clasa muncitoare, a condus țara pe drumul socialismului, indicînd de fiecare dată sarcinile diferitelor etape ale construcției economice și culturale. Datorită grijii partidului știința și tehnica au dobîndit posibilități materiale și spirituale nelimitate pentru dezvoltarea lor. E rîndul oamenilor de știință, a tuturor specialiștilor noștri din variatele ramuri ale științelor naturii și umanistice să contribuie cu forțe mereu sporite la rezolvarea complexelor și dificilelor probleme pe care însăși dezvoltarea noastră istorică, descătușată de lanțurile trecutului, le ridică.

Nu ne vom opri aci asupra problemelor privind dezvoltarea diferitelor ramuri ale științei și tehnicii, nici asupra necesității coordonării eforturilor oamenilor de știință și specialiștilor din domeniul științelor naturii sau a științelor umanistice. Ne vom opri doar asupra unor aspecte ale colaborării între oamenii de știință și specialiști din cele două ramuri mari ale științei. Crearea economiei socialiste unitare, sarcină centrală a perioadei actuale de trecere de la capitalism la socialism pe care o pune partidul în fața întregului nostru popor, și desăvîrșirea ulterioară a construcției societății socialiste, pun în fața științei și tehnicii un număr de probleme care nu pot fi rezolvate decît prin conjugarea eforturilor oamenilor de știință și specialiștilor din domeniul științelor naturii, ai științelor tehnice și ai științelor sociale. Există multe puncte de contact între științele naturii și cele sociale. Această conjugare poate avea loc în primul rînd, în domeniul acelor probleme care sînt legate de dezvoltarea forțelor de producție și, în cadrul acestora înainte de toate, de dezvoltarea tehnicii (a mijloacelor de producție și a metodelor folosirii lor). Lenin indica că economiștii trebuie să privească tot timpul înspre tehnică.

Problema perfecționării tehnicii, a tehnicii noi — „problemă hotărîtoare pentru dezvoltarea industriei noastre"[1], a ridicării continue a nivelului tehnic în toate ramurile economiei, „factor hotărîtor pentru creșterea producției și productivității muncii pentru reducerea prețului de cost"[2] nu poate fi privită ca o problemă pur tehnică, neavînd nici o legătură cu problemele economice. Este cunoscut doar faptul că utilitatea unei anumite mașini, instalații sau a unei întregi construcții se apreciază după eficacitatea lor economică, în raport cu interesele clasei dominante. În acest fel alegerea unor sau altor mașini, instalații tehnice sau procese tehnologice nu este o problemă pur tehnică, ci în același timp și o problemă economică. La soluționarea unor asemenea probleme concrete trebuie să-și aducă contribuția atît specialiștii din domeniul științelor tehnice cît și din domeniul economiei politice.

---

[1] *Gh. Gheorghiu-Dej*: „Articole și cuvîntări 1955—1959". Ed. Politică, 1959, p. 562.

[2] Idem, p. 564.

Cu atît mai mult se referă aceasta la problema mecanizării complexe și a automatizării proceselor de producție care — după cum a indicat tovarășul Gh. Gheorghiu-Dej la plenara C.C. al P.M.R. din noiembrie 1958 „va trebui să ia o extindere din ce în ce mai mare în industria siderurgică, în construcții de mașini, în chimie, petrol și gaze, în industria alimentară" [1]. Cercetarea și rezolvarea problemelor economice ale dezvoltării noii tehnici și tehnologii este o sarcină de cea mai mare actualitate.

De această problemă este legată o altă problemă, cu nimic mai puțin importantă și poate și mai importantă — în condițiile concrete ale economiei noastre, cînd dezvoltăm rapid unele ramuri noi industriale — anume problema *eficacității investițiilor capitale,* problema metodologiei calculării acestei eficacități. Aceasta se referă între altele și la industria noastră chimică, pentru a cărei dezvoltare partidul și guvernul au luat hotărîri importante și unde perspectivele unei dezvoltări multilaterale și rapide, determinată de posibilitățile și necesitățile noastre, sînt deosebit de concrete și unde deci problmele de mai sus trebuie analizate și rezolvate cu cea mai mare competență pentru a realiza cît mai mult prin investiții cît mai raționale. Și aci colaborarea creatoare a tehnicienilor și economiștilor este de mare importanță.

Problema *ridicării productivității muncii sociale,* despre a cărei importanță primordială se insistă în toate documentele de partid, nu este o problemă care privește numai perfecționarea tehnicii și a tehnologiei, ci este determinată și de superioritatea organizării socialiste a economiei, de calificarea cadrelor, de cointeresarea materială a muncitorilor, fapt ce comportă și răspunderea mare care revine specialiștilor din domeniul științelor sociale, în primul rînd a economiștilor. Economiștii trebuie să se preocupe de aproape de folosirea unor metode mai perfecte de planificare și evidență a productivității muncii, ținînd cont de condițiile noastre concrete și de experiența altor țări, de influența dezvoltării cu precădere a industriei grele asupra productivității muncii și altele.

Introducerea masivă a mașinilor de tot felul, creșterea procentului de mecanizare, introducerea chimizării în agricultură pun de asemenea în fața economiștilor o mulțime de probleme noi [2].

Dezvoltarea întregii economii pune cît se poate de concret problema proporțiilor dintre producția industriei și a agriculturii ținîndu-se seama de faptul că și în agricultura noastră a început un proces de creștere a ritmului producției agricole.

Și cîte probleme comune mai există pentru colaborarea dintre economiști și specialiști în domeniul tehnicii. În același timp problema dezvoltării multilaterale a tehnicii noi, a progresului tehnic trebuie privită și prin prisma influenței sale asupra laturilor multiple ale vieții sociale, în perioada noastră de trecere.

Un alt domeniu de colaborare dintre reprezentanții celor două ramuri mari ale științei este cel dintre economiști și matematicieni. Fără a supraaprecia rolul metodelor matematice în analizele economice (cum se în-

---

[1] *Gh. Gheorghiu-Dej:* „Articole și cuvîntări 1955—1959". Ed. Politică, 1959, p. 567.

tîmplă în țările capitaliste unde, prin crearea așa-zisei orientări *econometrice* se exagerează rolul matematicii în economia politică) și fără a subaprecia importanța folosirii metodelor matematice în cercetarea diferitelor fenomene economice, economiștii și matematicienii trebuie să se conducă de indicațiile prețioase ale lui Marx, care a studiat această problemă cu aproape o sută de ani în urmă.

După cum este cunoscut, Marx a considerat că, cu toată complexitatea fenomenelor economice, folosirea metodelor matematice în studierea legității acestor fenomene este nu numai admisibilă dar și absolut necesară. În opera sa fundamentală „Capitalul" el a folosit din plin formule matematice pentru stabilirea diferitelor legități economice. Cu ajutorul matematicii (al cărei cunoscător perfect a fost) Marx a reușit să formuleze unele legități economice noi, ca de exemplu: dependența normei profitului de compoziția organică a capitalului și a formulat în acest fel geniala sa lege a tendinței de scădere a ratei mijlocii a profitului. Tot cu ajutorul metodelor matematice Marx a descoperit legitățile formării prețurilor și „mecanismul" proceselor care duc inevitabil și periodic la crize economice. Într-o scrisoare adresată la 31 mai 1873 lui Engels, Marx scria: „Am încercat în repetate rînduri — în vederea analizei crizelor — să calculez aceste mișcări ascendente și descendente ca pe niște curbe neregulate și am crezut (și cred și acum că acest lucru este posibil cu un material îndeajuns de controlat) că de aici voi putea stabili matematic legile principale ale crizelor"[1].

Aceasta este o indicație deosebit de prețioasă a lui Marx. Folosirea diferitelor metode matematice (a analizei periodogramice) în științele sociale cît și într-o serie de ramuri ale științelor naturii are o actualitate arzătoare. Așa bună oară în planificarea, proiectarea și conducerea industriei, pentru crearea unor mașini, pentru mecanizarea și automatizarea diferiltelor procese de producție, pentru crearea unor mașini care sînt chemate a înlocui unele munci intelectuale cît și pentru rezolvarea unor probleme deosebit de complexe ale biofizicii, biochimiei etc.

Probleme mari stau și în fața filozofilor care sînt chemați să-și dea contribuția la elaborarea celor mai variate probleme ale materialismului dialectic în lumina noilor cuceriri ale fizicii nucleare, mecanicii cuantice, ale noilor descoperiri din lumea particulelor „elementare", din domeniul biologiei etc. Aceste sarcini grandioase, sarcina unor noi generalizări atotcuprinzătoare în unele ramuri deosebit de importante ale științelor naturii și în primul rînd în domeniul fizicii și biologiei contemporane, a elaborării unui tablou fizic unitar al naturii etc. nu pot fi rezolvate cu succes decît prin strînsa colaborare creatoare a filozofilor cu reprezentanții științelor naturii.

Este de dorit ca toate aceste probleme și multe altele, care n-au putut fi atins în cadrul uni încercări atît de restrînse, să fie atacate prin eforturile comune ale specialiștilor din domeniul științelor naturii și cel al

[1] *Marx, Engels:* „Scrisori despre «Capitalul»", E.S.P.L.P. 1955, pag. 229—230.

științelor umanistice. Principiul izolării și al neamestecului, prin care s-ar putea caracteriza uneori activitatea unor cadre în domeniul arătat mai sus, trebuie să fie înlocuit cît mai grabnic prin colaborarea activă și creatoare, prin ajutorul reciproc tovărășesc al oamenilor de știință și specialiști din cele două mari domenii ale științei în rezolvarea problemelor complexe tehnico-economice ale dezvoltării țării.

În această privință putem lua exemplu de la oamenii de știință sovietici care, tocmai datorită înțelegerii acestei probleme atît de importante și a aplicării ei practice în cele mai diferite domenii de activitate au reușit să rezolve un număr impresionant de mare de probleme deosebit de grele uimind lumea întreagă. Datorită aceluiași fapt ei sînt pe cale de a rezolva un număr și mai mare de probleme și mai complexe care, toate la un loc, vor ușura mult rezolvarea sarcinii fundamentale a U.R.S.S. de a întrece S.U.A. din punct de vedere economic, vor determina construirea societății comuniste cu un ceas mai devreme.

Înfăptuirea cu succes a noii revoluții tehnice în U.R.S.S. a reconstrucției radicale a agriculturii, a mecanizării și automatizării complexe a celor mai diferite și grele procese de producție care „ușurează și schimbă radical caracterul muncii milioanelor de oameni, ridică serios productivitatea muncii, crează condiții pentru reducerea duratei zilei de muncă și pentru lichidarea diferențelor esențiale dintre munca fizică și intelectuală“ [1], a creării diferitelor instalații electronice cu acțiune rapidă, introducerii lor în practică și altele, au fost posibile numai prin colaborarea dintre oamenii de știință din multiplele ramuri ale științelor naturii și sociale. În același timp numai știința sovietică a fost în stare să abordeze în mod just, științific, consecințele sociale ale automatizării.

O altă problemă este aceea a folosirii metodelor matematice în studierea limbii (lingvistica matematică) [2]. Această problemă se pune în primul rînd în legătură cu traducerea cu ajutorul mașinilor electronice (traducerea mecanică, automatizată) a textelor dintr-o limbă în alta, adică a folosirii mașinilor ca mijloace ajutătoare ale gîndirii umane, care să înlocuiască anumite munci intelectuale (traducere, redactare, documentare etc.) și chiar crearea unor mașini electronice care să vorbească (de exemplu traducînd texte scrise sau discursuri), probleme de a căror rezolvare se apropie știința sovietică datorită colaborării strînse dintre diferiți reprezentanți ai științelor naturii și umanistice și în mod cu totul deosebit dintre lingviști, matematicieni, ingineri.

Înaintarea triumfală a științei sovietice, care a cucerit spațiul cosmic este rezultatul efortului comun al tuturor științelor care au, în societatea socialistă, condițiile optime de dezvoltare și unde se înfăptuiește marea previziune și dorință a lui Marx privind apropierea și unitatea științei care studiază natura, tehnica și societatea — garanția sigură a supunerii naturii de către om, a creării viitorului luminos pentru întreaga omenire.

---

[1] Din materialele plenarei C.C. al P.C.U.S. din iunie 1959. „Pravda“, 30 iunie, 1959.

[2] *O știință nouă.* Aceasta se referă la folosirea metodelor statistice în studiul limbii, la elaborarea unor modele matematice ale limbii, construirea de limbi abstracte etc.

★

Consider în sfîrșit, că în concluziile noastre trebuie să mergem pînă la ultimele consecințe ale temei abordate, să spunem cîteva cuvinte și despre noi, cei de la Politehnică. Ideea colaborării dintre specialiștii diferitelor științe exacte și specialiști din ramurile științelor umanistice se referă și la noi.

Concepția, potrivit căreia colaborarea dintre noi, dintre catedrele noastre trebuie și se poate realiza numai în domeniul educării comuniste a studenților sau în ducerea la îndeplinire a diferitelor sarcini cu caracter politic și social sau chiar în lămurirea unor probleme ideologice este, fără îndoială, o concepție care suferă de o anumită mărginire și care trebuie să fie înlocuită cu alta mai sănătoasă, mai largă. Menținînd punctele de contact care există și care sînt un lucru pozitiv, noi trebuie să le înmulțim. Sînt probleme, și despre unele am vorbit mai sus, a căror atacare și rezolvare (să fim încrezători) necesită eforturi comune. Unele probleme ar putea fi atacate prin eforturile *noastre* comune. În paranteză aș vrea să amintesc aci hotărîrea guvernului privind întocmirea Dicționarului Enciclopedic Romîn, operă de importanță națională, de care mă simt atașat direct, și care oferă largi posibilități pentru această colaborare creatoare. Și domenii de acest fel există multe.

Să facem totul pentru a dezvolta această colaborare creatoare pentru binele patriei noastre socialiste.

Catedra de socialism științific
Institutul Politehnic București

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ОТНОСИТЕЛЬНО СВЯЗИ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕЖДУ ЕСТЕСТВЕННЫМИ И ОБЩЕСТВЕННЫМИ НАУКАМИ В ПРОЦЕССЕ ИХ РАЗВИТИЯ И ИХ ЗНАЧЕНИЕ ДЛЯ ПРОГРЕССА ЧЕЛОВЕЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА

(Краткое содержание)

Работа затрагивает несколько аспектов исключительно важного и актуального с теоретической и практи ческой точки зрения вопроса взаимозависимости между естественными и общественными науками.

Автор статьи выявляет значение марксистско-ленинского понимания соотношения между естественными и общественными науками, объективного явления их вз имной оьусловлеоннсти. Рассказав вкратце о попытках решения этого вопроса, начиная с древних времен до появления марксизма и о развитии естественных и общественных наук в течение веков, автор доказывает, что только диалектический материализм смог раскрыть сущность взаимозависимости между двумя основными отраслями науки, выявляя теоретико-методологическое значение привильного решения этого вопроса.

В то время, как в капиталистических странах — пишет автор, производились и продолжают производиться попытки изолировать, отделить и даже противопоставить естественные науки общественным, следствием чего является торможение их развития, в социалистических странах, в результате органического единства общественны наук на базе марксистско-ленинской концепции о мире, наблюдается небывалое развитие всех отраслей науки.

Заключительная часть статьи содержит ряд рассуждений о необходимости укрепления связи между деятеляии науки и специалистами по различным отраслям естественных наук со специалистами по общественным наукам в целях решения различных вопросов социалистического строительства в нашей стране.

SOME PROBLEMS OF THE CONNECTION AND INTERDEPENDENCE BETWEEN THE NATURAL SCIENCES AND THE SOCIAL SCIENCES IN THE COURSE OF THEIR DEVELOPMENT AND THEIR IMPORTANCE FOR THE PROGRESS OF THE HUMAN SOCIETY

(Summary)

The article tackles facets of the problem of the interdependence of the natural and social sciences, a problem of great importance and topicality both from the theoretical and practical standpoint.

The author of the article emphasizes the importance of the Marxist-Leninist comprehension of the relation between natural and social sciences, of their reciprocal conditioning as an objective fact. Giving a short historical account of the way in which attempts were made to solve this problem from ancient times till the emergence of Marxism as well as a synthesis of the progress of natural and social sciences in the course of centuries, the author demonstrates that only dialectical materialism was able to reveal the essence of the interdependence of the two basic branches of science, to bring out the theoretical and methodological signficance of a correct solution to this problem.

Whereas in the capitalist countries — the article stresses — the attempt has constantly been made to isolate, to separate and even to oppose natural sciences to social sciences, a fact which resulted in hampering their development, in the socialist countries the organic unity of the natural, technical and social sciences, on the basis of the materialistic and dialectical outlook on the world has resulted in an unparallelled flourishing of all sciences.

The final section of the article includes considerations on the necessity for intensifying relations between scientists and specialists in different fields of natural sciences an their counterparts in social sciences, with a view to resolving the various problems of socialist construction in our country.

QUELQUES ASPECTS DU PROBLÈME DE L'INTERDÉPENDENCE ET L'INFLUENCE RÉCIPROQUE ENTRE LES SCIENCES DE LA NATURE ET LES SCIENCES SOCIALES DANS LE PROCESSUS DU DÉVELOPPEMENT ET LEUR IMPORTANCE DANS LE PROGRÈS DE LA SOCIÉTÉ HUMAINE

(Résumé)

L'étude aborde quelques aspects du problème de l'interdépendance des sciences de la nature et des sciences sociales, problème extrêmement important et actuel du point de vue théorique aussi bien que du point de vue pratique.

L'auteur y relève l'importance de la compréhension marxiste-leniniste du rapport existent entre les sciences de la nature et les sciences sociales, de leur dépendance réciproque comme fait objectif. Faisant un court historique de la façon dont on a essayé de résoudre ce problème, à partir de l'antiquité et jusqu'à la parution du marxisme, et synthétisant le développement des sciences de la nature et de la société à travers les siècles, l'auteur démontre que seul le matérialisme-dialectique a pu dévoiler l'essence de l'interdépendance des deux branches fondamentales de la science, a mis en lumière l'importance théorique et méthodologique de la solution juste de ce problème.

Tandis que dans les pays capitalistes — souligne l'étude — on a cherché et on cherche encore à isoler, à séparer et même à opposer les sciences de la nature aux sciences sociales, ce qui freine leur développement, dans les pays socialistes l'unité organique qui se réalise entre les sciences sociales, sur la base de la conception matérialiste-dialectique du monde, a pour conséquence un épanouissement sans égal de toutes les branches de la science.

La dernière partie de l'article contient quelques considérations sur la nécessité de l'intensification des relations des hommes de science et des spécialistes dans les différents domaines des sciences de la nature avec ceux du domaine des sciences sociales pour la solution des divers problèmes de l'édification du socialisme dans notre pays.

EINIGE PROBLEME DER VERBINDUNG UND WECHSELWIRKUNG DEN NATUR- UND SOZIALWISSENSCHAFTEN IN IHREM ENTWICKLUNGSPROZESS UND DEREN BEDEUTUNG FÜR DEN FORTSCHRITT DER MENSCHLICHEN GESELLSCHAFT

(Zusammenfassung)

Die Studie behandelt einige Aspekte des Problems der Interdependenz zwischen den Naturwissenschaften und den Gesellschaftswissenschaften, des Problems, das sowohl vom theoretischen als auch vom praktischen Standpunkt ausserordentlich wichtig und brennend ist.

Der Verfasser unterstreicht, wie wichtig es ist, dass das Verhältnis zwischen den Naturwissenschaften und den Gesellschaftswissenschaften, ihre gegenseitige Bedingtheit als objektive Tatsache auf marxistisch-leninistische Weise verstanden wird. Er schildert in knappen Worten wie die Lösung dieses Problems vom Altertum bis zum Erscheinen des Marxismus versucht wurde und bringt eine Synthese der Entwicklung der Naturwissenschaften und der Gesellschaftswissenschaften in Verlaufe der Jahrhunderte; auf dieses Tatsachenmaterial gestützt, beweist der Verfasser, dass lediglich der dialektische Materialismus das Wesen der Interdependenz zwischen der beiden Hauptzweigen der Wissenschaft enthüllen konnte, und hebt die theoretische und methodologische Bedeutung der richtigen Lösung dieses Problems hervor.

Während in den kapitalistischen Ländern — betont die Studie — nach wie vor der Versuch gemacht wird, die Naturwissenschaften von den Gesellschaftswissenschaften zu isolieren, zu trennen, ja selbst einander gegenüberzustellen, was ihre Entwicklung hemmt, hat in den sozialistischen Ländern die organische Einheit, die zwischen den Naturwissenschaften, den technischen Wissenschaften und den Gesellschaftswissenschaften auf der Grundlage der materialistisch-dialektischen Weltanschauung hergestellt wird, eine noch nie dagewesene Blüte aller Zweige der Wissenschaften zur Folge.

Der Schlussteil des Artikels enthält einige Betrachtungen über die Notwendigkeit der Verstärkung der Verbindung zwischen den Wissenschaftlern und Fachleuten der verschiedenen Bereiche der Naturwissenschaften mit jenen der einzelnen Bereiche der Gesellschaftswissenschaften, mit der Zielsetzung der Lösung der vielfältigen vom sozialistischen Aufbau in unserem Lande aufgeworfenen Fragen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 3

MATEMATICĂ

L'APPLICATION D'UNE INTERPRÉTATION DUE À LA GÉOMÉTRIE À QUATRE DIMENSIONS DANS QUELQUES INTERSECTIONS DES POLYÈDRES *

PAR AURELIAN TĂNĂSESCU

D'après la théorie des images complètes ou incomplètes, développée par N. F. Cetveruhin, les images incomplètes peuvent être considérées complètes, mais seulement comme images des éléments polydimensioneles.

C'est ainsi que les problèmes des positions peuvent être résolues, en général, sur les épures incomplètes, mais seulement comme problèmes de l'espace polydimensionel.

D'après cette théorie, les épures Monge sont des images complètes. Au contraire, la projéction horizontale (verticale) d'une épure Monge constitue une image incomplète.

Les incidences des droites et des plans qui appartiennent à cette image, représentent, en général, les incidences de la figure tetradimensionele si les figures originales correspondantes ne sont comprises dans un même espace tridimensionel.

Soit l'intersection d'un prisme et d'une pyramide (*Fig. 1*). L'arête MM_1 ne s'entrecoupe avec la pyramide ; donc cette arête, d'après la méthode générale n'est pas utile dans l'intersection. Les traces horizontales des plans limites sont ka et kc.

Dans ce que nous venons à exposer, nous construissons l'intersection des deux polyèdres à propos de l'arête MM_1.

Soit $SABCP_1$ le simplex d'un espace à quatre dimensions et $sabcp_1$ la base de notre image incomplète (Fig. 1).

Dans cette cettes conditions les arêtes qui aboutissent du point S sont comprises dans l'espace à trois dimensions déterminé par le simplex $SABC$.

Aussi le plan MNM_1N_1, extérieur pour le point P_1, est situé dans le même espace à trois dimensions, déterminé par le simplex $SABC$.

Les plans P_1M_1PM et P_1N_1PN qui contiennent le point P_1 sont situés dans un autre espace à trois dimensions qui peut être déterminé, par exemple, par le simplex $P_1M_1N_1N$.

---

* Communication presentée a la IV-ème session scientifique des cadres didactiques de l'Institut Polytechnique de Bucarest (le 18 octobre 1958).

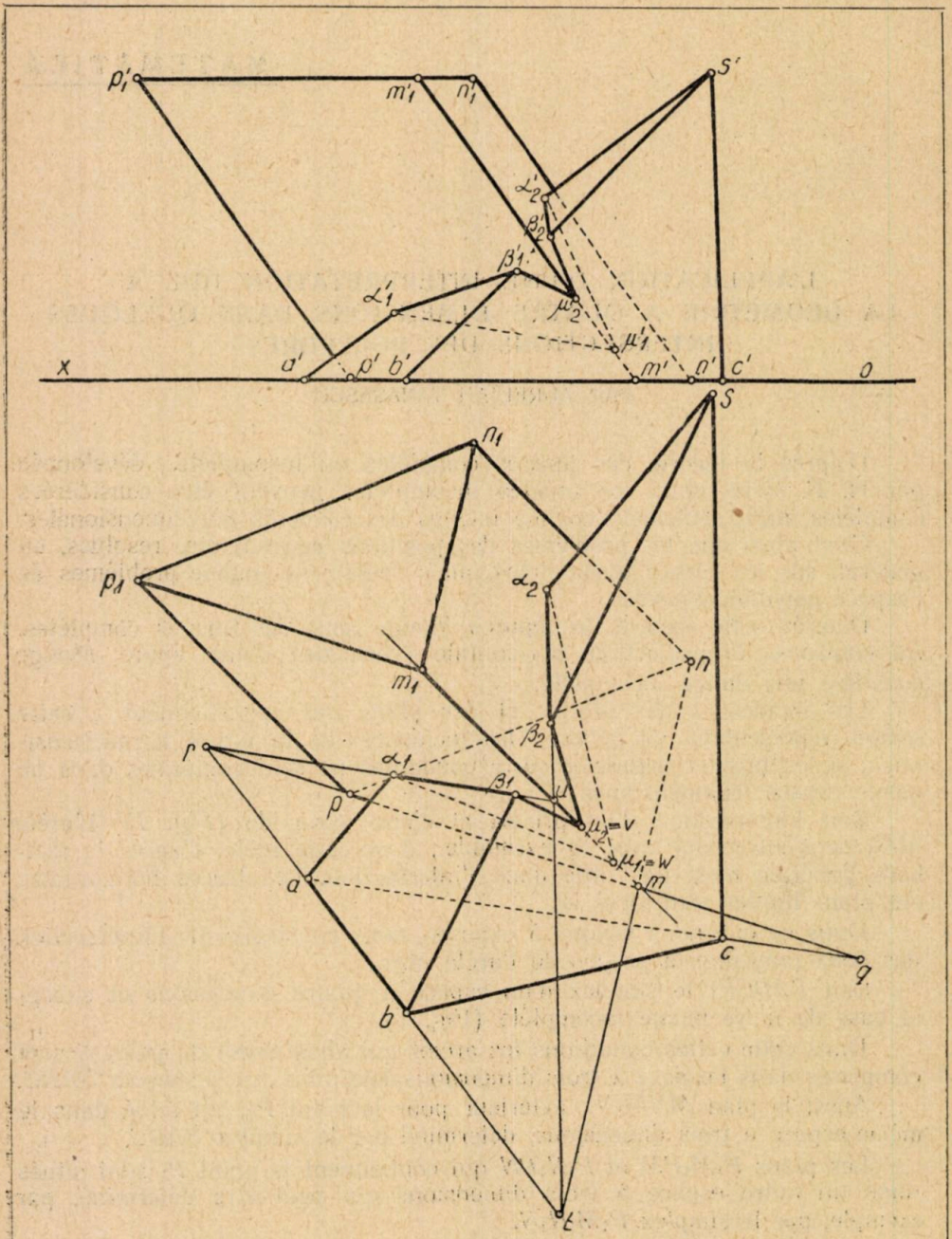

p'1
m'1
n'1
S'
α'2
β'2
β'1
α'1
μ'2
μ'1
X
a'
p'
b'
m'
n'
c'
O
S
n1
p1
α2
m1
n
β2
r
α1
β'1
p
μ2=v
μ1=w
m
a
c
q
b
t

Fig. 1

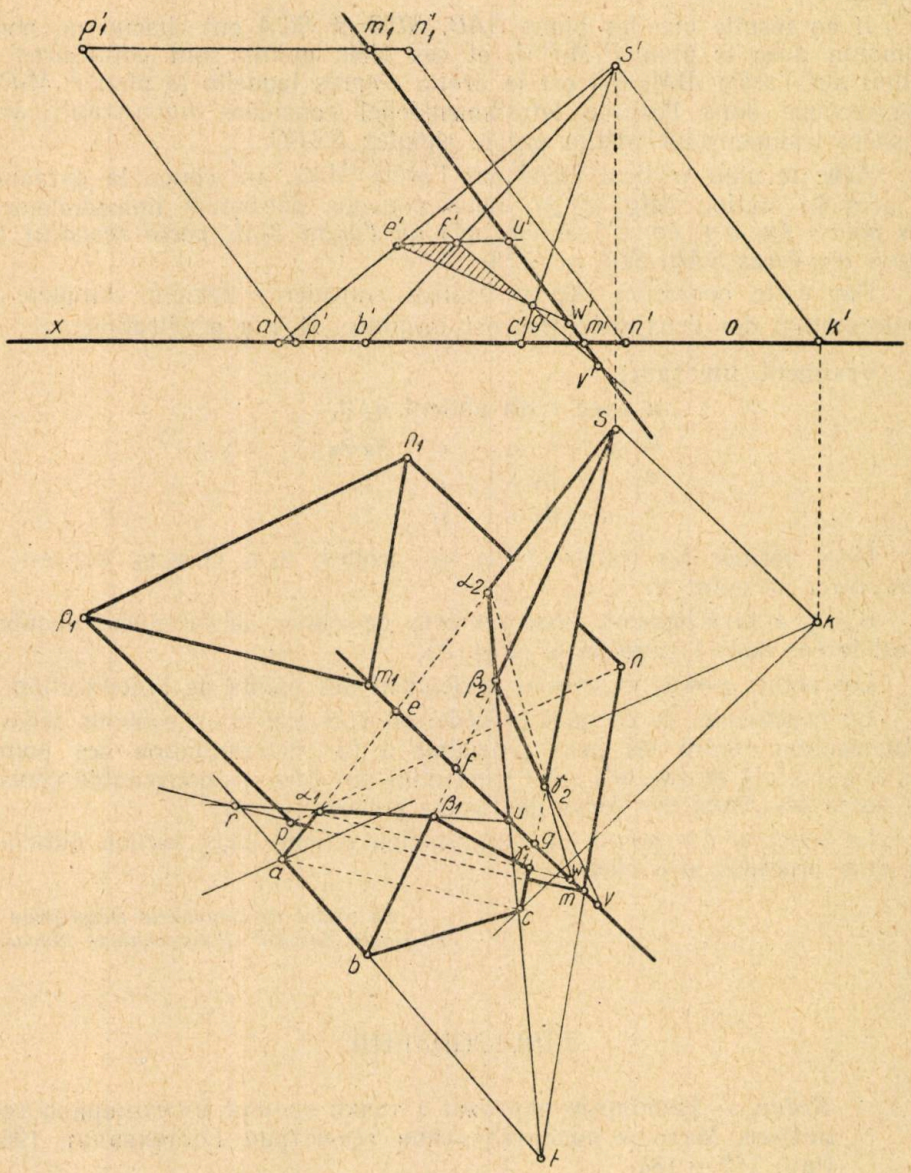

p'
m'1
n'1
s'
e'
f'
u'
x
a'
p'
b'
c'
g'
w'
m'
n'
0
k'
v'
s
n1
α2
p1
k
m1
β2
n
e
f
δ2
α1
β1
u
r
p
g
a
w
m
v
c
b
t

Fig. 2

On sait que dans un espace à quatre dimensions, les plans qui n'appartiennent à un même espace tridimensionel, s'entrecoupent dans un point.

Il en résulte que les plans *SAB, SBC* et *SCA* ont chacun un point commun avec le plan P_1M_1PM, et ces trois points sont colinéaires et situés sur l'arête MM_1 qui est la droite d'après laquelle le plan P_1M_1PM s'entrecoupe dans l'espace tetradimensionel considéré auparavant, avec l'espace tridimensionel défini par le simplex *SABC*.

Avec le plan vertical mené par l'arête MM_1, qui coupe la pyramide d'après la section (*efg*, e'f'g), nous pouvons déterminé immediatement *les points (u, u'), (v, v') et (w, w') où l'arête* MM_1 *perce respectif les plans des faces SAB, SBC* et *SCA*.

Par cette operation l'épure Monge considérée devient complète et l'intersection des deux polyèdres est terminée. Il y a pénétration.

Vraiment, unissant:

u avec r on obtient $\alpha_1\ \beta_1$
u „ t „ „ $\alpha_2\ \beta_2$
v „ β_1 „ „ γ_1
v „ β_2 „ „ γ_2

Pour vérifier les constructions les droites $\alpha_1\gamma_1$ et $\alpha_2\gamma_2$ doivent se rencontrer au point w.

S'il y a arrachement, nous pouvons raisonner de la même manière. C'est le cas dans l'épure de la *(Fig. 2)*.

Les points $v \equiv \mu_2$ et $w \equiv \mu_1$ deviennent des points de l'intersection.

En conclusion, de ce qu'il précéde, on voit que nous pouvons réduire l'intersection entre les deux polyèdres à la determination des points (u, u'), (v, v') et (w, w') où l'arête d'un polyèdre — convenable choisie — perce *les plans des faces* de l'autre polyèdre.

La jonction des points de l'intersection résulte sans aucune difficulté et sans procédés spéciales.

La chaire de Géometrie Descriptive et dessin. Institut Polytechnique Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *I. I. Kotov* — Неполные чертежи с точки зрения многомерной геометрии. Методы начертательной геометрии Гостехиздат 1955. Pag. 177 — 181.
2. *N. F. Cetveruhin* — Молные и неполные изображения. Гостехиздат 1947.
3. *M. Boucher.* — Introduction à la Géométrîe à quatre dimensions. Paris. Pag. 35 — 38.

ПРИМЕНЕНИЕ ТОЛКОВАНИЯ ЧЕТЫРЕХМЕРНОЙ ГЕОМЕТРИИ В НЕКОТОРЫХ ПЕРЕСЕЧЕНИЯХ ЛНОГОГРАННИКОБ

(Краткое содержание)

В этой работе применяется, разработанная Н. Ф. Четверухиным теория полных и неполных изображений, к разрешению некоторых пересечений многогранников.

Ребро (прямая) MM_I (черт. I) не пересекает пирамиду и следовательно, по общему методу, это ребро не используемо в пересечении.

Тем не менее, путем рассуждения в четырехмерном пространстве, определяемом, например, симплексом $SABCP_1$, приходим к необходимости определения точек (u, u'), (v, v') и (w, w'), в которых прямая MM_I пересекает *плоскости граней* пирамиды.

Таким образом, пересечение имеющихся двух многогранников разрешается легко, независимо от того является ли пересечение проникновением (черт. 1) или разрывом (черт. 2).

A 4-DIMENSIONAL GEOMETRY INTERPRETATION IN SOME POLYHEDRAL INTERSECTIONS

(Summary)

In the present work the theory of complete and incomplete images developped by N. F. Cetveruhin, is applied in some polyhedral intersection problems.

The edge MM_1 (Fig. 1) not intersecting the pyramid is not — according to the general method — useful in the intersection.

However, reasoning in the defined 4-dimensional space, for exemple in a space defined by the simplex $SABCP_1$, we come to the necessity of determining the pointe (u, u'), (v, v') and (w, w') in which the straight linie MM_1 intersects the planes of the pyramid faces.

This gives a simple solution to the intersection between two polyhedrals problem both for the penetration (Fig. 1) and for the breaking (Fig. 2) type of intersection.

L'APPLICATION D'UNE INTERPRÉTATION DUE À LA GÉOMETRIE À QUATRE DIMENSIONS DANS QUELQUES INTERSECTIONS DES POLYÈDRES

(Résumé)

Dans cet ouvrage on applique la théorie des images complètes ou incomplètes, développée par N. F. Cetveruhin, dans quelques intersections des polyèdres.

L'arête MM_1 (Fig. 1) ne s'entrecoupe avec la pyramide, donc cette arête, d'après la méthode générale, n'est pas utile dans l'intersection.

Néanmoins, par l'intermède d'un raisonnement dans l'espace tetradimensionel défini par le simplex $SABCP_1$, nous venons à déterminer les points (u, u'), (v, v') et (w, w') où l'arête MM_1 perce respectif les plans des faces de l'autre polyèdre.

Ainsi, l'intersection peut être résolue sans aucune difficulté soit s'il y a pénétration (Fig. 1) ou arrachement (Fig. 2).

EINE INTERPRETATION DER VIERDIMENSIONALEN GEOMETRIE IN EINIGEN SCHNITTEN VON VIELFLACHEN

(Zusammenfassung)

In dieser Arbeit benutzen wir die Theorie der complekten oder incomplekten Bilder, welche von N. F. Cetveruhin entwickelt wurde, bei der Construktion von Schitten der Vielflachen.

Die Kante MM_1 (Fig. 1) schneidet nicht die Pyramide. Deshalb diese Kante nach der allgemeinen Methode beim Schnitte nicht nützlich ist.

Trotzdem gelangen wir mit Hilfe einer Überlegung im endlichen vierdimensionalen Raum, zum Beispiel, im Simplex $SABCP_1$, zur Notwendigkeit die Punkte (u, u'), (v, v') und (w, w') in welchen die Gerade MM_1 die Ebenen der Seiten flächen der Pyramide schneiden, zu bestimmen.

Auf diese Weise, erhält man den Schnitt der beiden Vielflachen, mit grosser Leichtigkeit, und sowohl im Falle einer vollständingen als auch in Falle einer teilweisen Durchdringung (Fig. 1 und Fig. 2).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 3

FIZICĂ

SPECTRUL DE VIBRAȚIE AL ULEIULUI DE MOLID ÎN REGIUNEA SPECTRALĂ DE LA 3,7 μ la 14,5 μ *

de
DUMITRU BIRCĂ-GĂLĂȚEANU, LUCIA MANTOIU ȘI LELIA ARCAN

Într-o lucrare anterioară a noastră [1] s-a studiat spectrul de vibrație al uleiului de molid în regiunea spectrală dintre 1 μ și 3,7 μ. În prezenta lucrare se continuă studiul absorbției aceluiași ulei în regiunea spectrală dintre 3,7 μ și 14,5 μ.

Studiul s-a făcut atît cu spectrometrul cu oglinzi argintate folosit în regiunea dintre 1 μ și 3,7 μ, cît și cu spectrofotometrul cu înregistrare automată U.R. 10. Rezultatele obținute cu spectrometrul prevăzut cu prismă de silvină întîi și cu prismă de NaCl apoi sînt în concordanță cu cele obținute cu ajutorul spectrofotometrului.

Absorbția s-a cercetat la uleiul de molid în stare lichidă. Pentru întreaga regiune spectrală s-a folosit cuva de absorbție de 0,01 mm grosime; pentru unele regiuni s-a repetat și cu alte grosimi, astfel pentru regiunea dintre 700 cm^{-1} și 1150 cm^{-1}, cu 0,05 mm, iar pentru regiunea dintre 1800 cm^{-1} și 2800 cm^{-1}, cu 0,2 mm grosime a stratului de ulei.

După cum se vede în figura 1, în care este reprezentată absorbția obținută cu spectrofotometrul U.R. 10, în regiunea spectrală ce face obiectul acestei comunicări uleiul de molid prezintă o bandă foarte intensă la 1750 cm^{-1}, o regiune întinsă de absorbție intensă între 1050 cm^{-1} și 1500 cm^{-1}, o bandă intensă la 725 cm^{-1}, și unele bande mai puțin intense în celelalte părți ale regiunii spectrale studiate de noi.

Pentru a explica bandele de absorbție ale uleiului de molid trebuie să ne referim la structura moleculelor ce le conține. După cum s-a arătat în precedenta lucrare [1], uleiul de molid este o gliceridă mixtă, în care glicerina este esterificată cu acizi grași, în cea mai mare parte cu acizi grași nesaturați și numai în mică măsură cu acizi saturați. Proporția cea mai mare este cea de *acid linolic (75%)*, după care urmează acidul linolenic (12%). Acești doi acizi, ca toți acizii grași saturați și nesaturați, conțin în molecula lor un mare număr de grupe CH_2, grupa metil terminală, iar în esterii lor, structura $\overset{\diagup O}{C}—O—C$. În afară de aceasta, acidul

* Comunicare prezentată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din 31 octombrie 1959.

linolic, spre deosebire de acizii grași saturați, conține două duble legături C = C, iar acidul linolenic trei astfel de duble legături:

acidul linolic: $CH_3\ (CH_2)_4—CH=CH—CH_2—CH=CH—(CH_2)_7\ COOH$.

acidul linolenic:

$CH_3CH_2—CH=CH—CH_2—CH=CH—CH_2—CH=CH—(CH_2)_7COOH$.

În spectrul de absorbție al uleiului de molid se găsesc bande corespunzătoare vibrațiilor caracteristice grupelor și legăturilor enumerate.

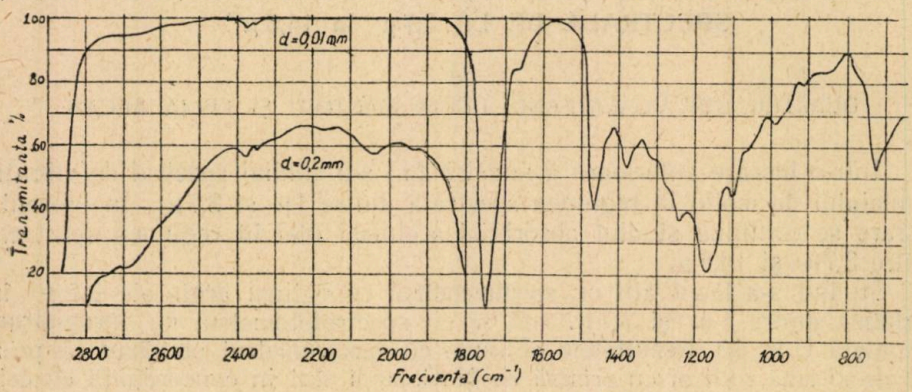


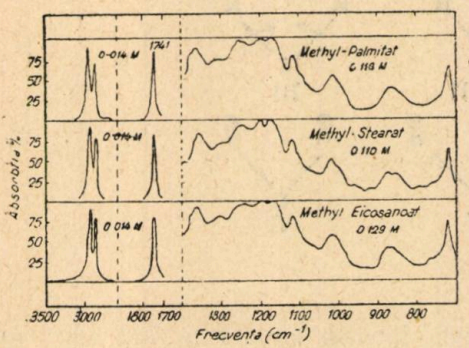
Fig. 1

Banda foarte intensă de la 1750 cm^{-1}, bandă ce apare între 1700 cm^{-1} și 1760 cm^{-1} în toți acizii grași și în esterii lor, aparține vibrației de întindere a grupului carbonil C = O. Este de remarcat că în acizii grași saturați ca și în cei nesaturați banda carbonilului se află foarte aproape de 1700 cm^{-1}. Astfel la acizii palmitic, stearic, nonadecanonic, precum și la alți acizi alifatici cu lanț lung, Sinclair, McKay și Jones [2] găsesc această bandă cuprinsă între 1698 cm^{-1} și 1705 cm^{-1}, iar la acizii oleic, linolic, linolenic și la alți acizi grași nesaturați, aceeași autori [3] găsesc banda carbonilului cam la 1708 cm^{-1}. În metilesterii acizilor enumerați mai sus, această bandă este deplasată pe la 1741 cm^{-1} [2; 3], adică spre frecvențe mai mari. De asemenea în trigliceridele unor acizi grași nesaturați Shreve și colaboratorii săi [4] găsesc banda carbonilului cuprinsă între 1748 cm^{-1} și 1751 cm^{-1}. Deplasarea spre frecvențe mai mari se datorește faptului că, în esteri, de carbonul grupei carbonil este legat încă un atom de oxigen. În cazul uleiului de molid, în care glicerina este esterificată cu trei acizi grași, atribuirea bandei de la 1750 cm^{-1} vibrației fundamentale de întindere a grupului C=O este sigură.

După cum se vede în figura 1, aproape de banda foarte intensă a carbonilului se află o bandă slabă la 1665 cm^{-1}. Această bandă apare la toți esterii acizilor nesaturați, nu însă și la ai acelor saturați. În figura 2 reprodusă după lucrările publicate de Sinclair, McKay și Jones [2; 3] se constată că în spectrele de absorbție ale metil-esterilor acizilor grași oleic, linolic, și linolenic, acizi nesaturați, alături de banda A a carbo-

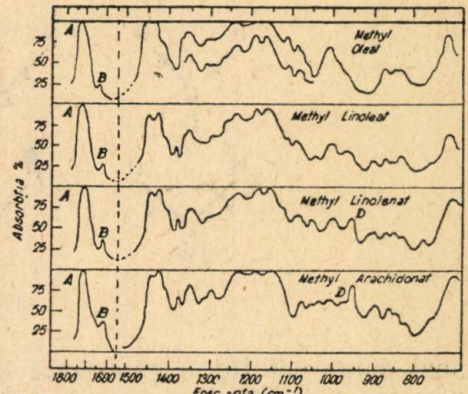
nilului se află și o bandă B, care este absentă în spectrele de absorbție ale metilesterilor acizilor saturați palmitic, stearic și eicosanoic (fig. 3). Această bandă este atribuită vibrației grupei C=C. Știm că în uleiul de molid glicerina este esterificată în cea mai mare măsură cu acizi grași nesaturați. Acidul oleic conține o dublă legătură C=C, acidul linolic, două astfel de grupe, iar cel linolenic, trei. Deci banda de la 1665 cm^{-1} din spectrul de absorbție al uleiului de molid se datorește vibrației de întindere a grupului —C=C—.

Să ne referim la cele două bande intense de la 725 cm^{-1} și 1465 cm^{-1} pe care le atribuim unor vibrații ale grupului metilen (CH_2). Grupul



Spectrele infraroșii ale unor esteri ai acizilor grași saturați

Fig. 2



Spectrele infraroșii ale unor esteri ai acizilor grași nesaturați

Fig. 3

metilen, considerat ca o moleculă neliniară cu trei atomi, ar urma să aibe trei vibrații fundamentale, două de întindere și una de deformație. În compușii cu un număr mare de atomi de carbon legați în lanț, deci cu un număr mai mare de grupuri metilen, în afară de cele două vibrații de întindere, antisimetrică (I) și simetrică (II), cărora în cazul uleiului de molid noi [1] le-am atribuit bandele localizate la 2925 cm^{-1} și la 2856 cm^{-1}, grupul metilen poate avea patru moduri de vibrație de deformație indicate în fig. 4: o vibrație de deformație obișnuită (III), numită și vibrație de încovoiere, adică de variație a unghiului dintre liniile de valență CH; o vibrație de legănare (IV), adică de vibrație a configurației CH_2 în jurul unui ax ce trece prin atomul de carbon și este perpendicular pe planul format din cei trei atomi $C\begin{smallmatrix}H\\H\end{smallmatrix}$; o vibrație de clătinare (V) adică de vibrație în jurul unui ax ce trece prin atomul de carbon și este paralel cu linia de unire a celor doi atomi de hidrogen ai metilenului (în fig. 4, amîndoi atomii de hidrogen ies din planul hîrtiei de aceeași parte a acestui plan în fiecare jumătate de perioadă); în fine grupul metilen poate avea o vibrație de torsiune (VI), adică vibrație în jurul unui ax ce trece prin bisectoarea unghiului făcut de cele două linii de valență C—H (în figura 4, în prima jumătate de perioadă unul din

atomii de hidrogen iese în fața planului hîrtiei ⊕, iar cel de-al doilea atom, în spatele acestui plan ⊖, și invers în a doua jumătate de perioadă). Banda intensă de la 1465 cm^{-1} din spectrul uleiului de molid, bandă ce apare în toți compușii ce cuprind grupul metilen, oricît de mic este numărul acestor grupuri în molecula compusului chimic, o atribuim vibrației de deformație obișnuită (III) a grupului metilen, iar banda intensă de la 725 cm^{-1} o atribuim vibrației de legănare (IV) a acestui grup. Studiind spectrele de absorbție infraroșii ale hidrocarburilor alifatice de la n-butan la n-heptan, Axford și Rank [5] constată că intensitatea acestei bande crește cu numărul de grupuri de metilen. Astfel,

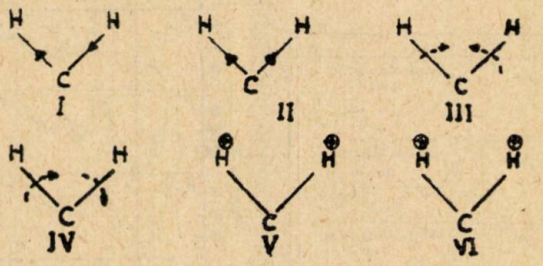


Fig 4

unul dintre noi [6] o găsește ca bandă intensă situată la 723 cm^{-1} în n-heptan și la 722 în n-dodecan, amîndoi compușii fiind studiați în stare de vapori. Esterul acidului linolenic cuprinde zece grupuri metilen, iar esterii celorlalți acizi grași cu care este esterificată glicerina și care cuprind un număr mai mic de duble legături C=C decît acidul linolenic, numărul de grupuri metilen este mai mare de zece. Acest fapt explică intensitatea mare a bandei de la 725 cm^{-1} în uleiul de molid. În orice caz această bandă provine mai curînd de la grupa structurală $-(CH_2)-$ decît de la unitatea CH_2 singură, (în CH_2Br_2 lipsește); această vibrație apare la spectrele moleculelor ce conțin un număr mai mare de patru grupuri metilen.

Din studiul spectrelor infraroșii ale acizilor grași nesaturați și a esterilor lor Sinclair [3] constată că în acești compuși ca și în steroizii nesaturați apare o bandă între 1410 și 1435 cm^{-1}, a cărei intensitate crește cu gradul de nesaturare. În cazul uleiului de molid o astfel de bandă apare slabă la 1420 cm^{-1}. Această bandă poate fi considerată că se datorește vibrației de deformație (III) a grupului metilen de lîngă dubla legătură a atomilor de carbon, adică vibrației (III) a metilenilor din configurația $-C=C-CH_2$, a cărei frecvență este influențată de prezența dublei legături și deplasată de la 1465 cm^{-1} la 1420 cm^{-1}.

În ce privește bandele corespunzătoare celorlalte două moduri de vibrații de deformație ale metilenului, adică cele corespunzătoare vibrațiilor (V) și (VI), Brown, Sheppard și Simpson [7] demonstrează că acestea trebuie să se găsească în regiunea dintre 1160 cm^{-1} și 1340 cm^{-1}.

Brown arată că teoretic sînt permise $\frac{n-2}{2}$ vibrații fundamentale pentru fiecare mod de vibrație de deformație, n fiind numărul de grupuri CH_2 din moleculă. Experimental însă, atît Brown [7], cît și Jones [8] nu au găsit la compușii studiați decît puține bande corespunzătoare fiecărui mod de vibrație de deformație, uneori numai cîte una. În spectrul uleiului de molid considerăm că bandele slabe — în formă de umăr — de la 1315 cm^{-1} și 1278 cm^{-1} pot fi atribuite vibrațiilor de clătinare (V), iar banda intensă de la 1242 unei vibrații de torsiune (VI) a grupului metilen. În n-heptan [6] apar bande la 1315 cm^{-1} și la 1235 cm^{-1}. Deci este probabil că aceste bande să aparțină unor moduri de vibrații de deformație ale metilenului.

În regiunea spectrală dintre 700 cm^{-1} și 1500 cm^{-1} cea mai intensă bandă de absorbție a uleiului de molid este banda de la 1170 cm^{-1}. La uleiurile de ricin și de floarea soarelui, în aceeași regiune spectrală, cea mai intensă bandă a fost găsită [9] la 1160 și 1163 cm^{-1} respectiv. De asemenea la trigliceridele studiate de ei, Shere și colaboratorii găsesc o bandă intensă pe la 1163 cm^{-1} flancată de două bande mai slabe în apropiere de 1110 cm^{-1} și 1250 cm^{-1}, iar Sinclair, așa cum se vede în fig. 3, găsește la metilesterii acizilor grași nesaturați, bande intense la 1100 cm^{-1}, 1170 cm^{-1} și 1240 cm^{-1}, dintre care cea mai intensă este cea de la 1170 cm^{-1}. În uleiul de molid banda foarte intensă de la 1170 cm^{-1} este însoțită de două bande intense situate la 1100 cm^{-1} și la 1242 cm^{-1}. S-a arătat mai sus că ultima bandă poate fi atribuită vibrației de torsiune a metilenului. Considerăm că celelalte două bande aparțin vibrației de întindere a legăturii C—O. Din studiul absorbției în infraroșu a esterilor studiați de Thomson și Torkington rezultă că banda cea mai intensă dintre 1050 și 1250 cm^{-1} are frecvența relativ constantă în esterii aceluiași acid, iar cea de a doua bandă intensă din regiunea 1000—1200 cm^{-1} este de frecvență ce depinde de natura restului alcoolului esterificat. Deoarece prezența grupei C=O la același atom de carbon poate exercita, într-o măsură oarecare, o influență de stabilizare asupra frecvenței vibrației C—O, atribuim banda de la 1170 cm^{-1} vibrației fundamentale de întindere a grupei C—O din configurația $-C\overset{O}{\diagup\!\!\diagdown}-O-$. În ce privește banda de la 1100 cm^{-1}, ea poate fi atribuită de asemenea vibrației scheletele ale legăturii C—O, dar a legăturii dintre atomul de oxigen al scheletului și carbonul alcoolului, adică vibrației legăturii C—O din configurația —O—CH. Aceste două bande împreună cu banda carbonilului de la 1750 cm^{-1} pot fi considerate ca fiind caracteristice esterilor.

Pentru explicarea bandelor din regiunea spectrală cuprinsă între 800 cm^{-1} și 1150 cm^{-1} trebuie ținut seamă de faptul că parafinele prezintă teoretic n — 1 vibrații scheletale de întindere și patru vibrații de deformație ale grupei CH_3 ce au frecvențe în această regiune spectrală, n fiind numărul de atomi de carbon în moleculă. În cazul parafinelor cu n par, numai $\frac{n-2}{2}$ vibrații de întindere ale legăturii C—C sînt permise în infra-

roșu. Acizii grași cu care este esterificată glicerina în uleiul de molid au un număr par de grupe CH_2, zece grupe metilen în acidul linolenic și douăsprezece în acidul linolic, pentru a nu ne referi decît la acizii conținuți în cel mai mare procent. Luînd în considerare numai vibrațiile permise în infraroșu ale căror frecvențe sînt apropiate de ale bandelor obținute experimental, este probabil ca bandele dela 845 cm^{-1}, 915 cm^{-1} și 985 cm^{-1} să aparțină unor vibrații scheletale de întindere ale legăturii C—C. În adevăr din graficul dat de Brown [7] se constată că sînt permise în infraroșu vibrații scheletate cu următoarele frecvențe: 842 cm^{-1} pentru n=10, foarte aproape de 845 cm^{-1} a uleiului de molid; 932 cm^{-1} pentru n=10 și 905 cm^{-1} pentru n=12, frecvențe apropiate de 915 cm^{-1}; 990 cm^{-1} pentru n=12, aproape de 985 cm^{-1}. Banda dela 845 cm^{-1} apare numai ca un număr.

TABELA 1

Bandele de absorbție ale uleiului de molid în regiunea dintre 3,7 μ și 15 μ

λ μ	$\tilde{\nu}$ cm^{-1}	Intensitate	A t r i b u i r i
13,793	725	intensă	$-CH_2$, deformație (IV), de legănare
11,834	845	slabă	C—C, de întindere
10,929	915	slabă	C—C, de întindere
10,152	985	mijlocie	C—C, de întindere; =C—H din—CH=CH, deform. pe plan
9,434	1060	slabă	CH_3 vibrație de deformație (V)
9,091	1100	intensă	C—O din configurația $-O-\overset{|}{C}H$ de întindere
8,547	1170	f. intensă	C—O— din configurația $-\overset{\overset{O}{\|\|}}{C}-O$, de întindere
8,051	1242	intensă	CH_2, de deformație (VI), de torsiune
7,825	1274	f. slabă	CH_2, de deformație (V), de clătinare
7,605	1315	slabă	CH_2 (V) și =CH de deformație în plan
7,246	1380	intensă	$-CH_3$, deformație simetrică
7,067	1420	f. slabă	CH_2—din configurația—CH_2—C=C—
6,826	1465	intensă	CH_2—de deformație (III)
6,006	1665	slabă	—C=C—, de întindere
5,714	1750	f. intensă	—C=O, de întindere
5,181	1930	slabă	
4,902	2040	mijlocie	
4,739	2110	slabă	C—O, din configurația $-O-\overset{|}{C}H$, de întindere
4,255	2350	slabă	C—O, din config. $\overset{\overset{O}{\|\|}}{C}-O-$, de întindere
4,205	2378	mijlocie	
3,724	2685	mijlocie	
3,650	2740	mijlocie	CH_3, deform, simetrică (2×1380 cm^{-1})

În metilciclopentan [6] apare o bandă de absorbție la 1041 cm^{-1}, bandă ce lipsește în ciclopentan. Pentru acest motiv considerăm că banda dela 1060 cm^{-1} aparține unei vibrații de deformare a grupei CH_3 terminale din fiecare acid esterificat, în acord cu atribuirea făcută de Brown [7] pentru cazul butanului normal.

Tot grupei metil terminale trebuie atribuită și banda intensă de la 1380 cm^{-1}. Frecvențele vibrațiilor de deformare obișnuită simetrică și antisimetrică ale acestei grupe sînt bine definite matematic. Așa cum arată Bellamy [11], vibrația de deformare simetrică produce o absorbție intensă în regiunea 1370—1395 cm^{-1}, care este stabilă ca poziție cu condiția ca grupa CH_3 să fie legată de un atom de carbon. Astfel în n-dodecan banda foarte intensă ce apare la 1391 cm^{-1} iar în n-heptan apare la 1395 cm^{-1}, aparține desigur vibrației de deformație simetrică a grupei CH_3. În metilciclopentan [6] ca și în dimetiltriciclopentil [12], banda foarte intensă dintre 1430—1470 cm^{-1} ce aparține vibrației de deformație (III) a metilienului este însoțită de o bandă tot așa de intensă situată între 1310—1400 cm^{-1}, pe cînd în spectrul de absorbție al ciclopentanului [6] nu se află nici o bandă intensă în această din urmă regiune spectrală. Banda de deformație antisimetrică a grupei metil, care trebuie să apară pe la 1450 cm^{-1} este prea aproape de banda corespunzătoare vibrației de deformație (III) a metilenului, de aceea nu se poate separa de aceasta. Totuși într-o încercare făcută de noi cu un strat de ulei de molid de grosime 0,05 mm apare la 1450 cm^{-1} ca un punct slab de inflexiune.

Trebuie menționat că deoarece acizii nesaturați cu care este esterificată glicerina conțin duble legături C=C, urmează să apară în regiunea spectrală dintre 800 cm^{-1} și 1320 cm^{-1} și bandele de absorbție produse de vibrațiile de deformație = C—H ale atomului de hidrogen atasat carbonului cu dublă legătură. Vibrația de deformație = CH în afara planului dă naștere la o absorbție caracteristică în regiunea 800—1000 cm^{-1}, a cărei poziție spectrală este cu totul independentă de structura restului moleculei. Astfel Lambert și Lecomte [13] găsesc cîte o bandă intensă situată între 970—990 cm^{-1} la hepten și octen, bandă care este foarte slabă, sau lipsește complet la compusul saturat corespunzător.

În etilenele disubstituite — CH=CH — această vibrație dă naștere la o bandă de absorbție a cărei intensitate este invers proporțională cu greutatea moleculară a substituenților [14], ceea ce arată că intensitatea bandei crește dacă numărul dublelor legături — HC=CH — din moleculă crește. În cazul uleiului de molid, atribuim banda dela 985 cm^{-1} și vibrației de deformație în afara planului a legăturii = CH. Această bandă este suprapusă peste banda atribuită unei vibrații scheletale C—C. În ceea ce privește vibrația de deformație în plan a legăturii=CH, ea dă naștere unei bande de absorbție care este permisă numai în spectrul de difuzie combinată, totuși poate apare și în spectrul de absorbție infraroșu, așa cum au arătat Sheppard și Sutherland [15], care găsesc o bandă intensă de acest tip pe la 1310 cm^{-1}. În cazul uleiului de molid se poate considera că banda dela 1315 cm^{-1} se datorește atît vibrației de deformație (V) a grupei metilen, cît și vibrației de deformație în plan a legăturii = CH.

În tabelul nr. 1 sînt trecute atît bandele ale căror explicații au fost date mai sus, cît și unele bande ce apar în spectrul uleiului de molid în regiunea dintre 1800 cm^{-1} și 2740 cm^{-1}. Unele dintre aceste bande pot fi atribuite armonicelor unor vibrații fundamentale. Astfel, bandele dela 2350 cm^{-1} și dela 2110 cm^{-1} pot fi atribuite vibrațiilor grupei C—O, din cele două configurații $C-\overset{\overset{O}{\parallel}}{O}$ și $O-\overset{|}{C}-\overset{|}{C}$, așa cum este specificat în tabel, și anume octavelor acestor vibrații. Deasemeni banda dela 2740 cm^{-1} poate fi atribuită primei armonice a vibrației de deformație simetrică 1380 cm^{-1} a grupei CH_3. Celelalte bande de absorbție a căror explicație este mai puțin sigură se datoresc probabil unor vibrații de combinație.

Catedra de Fizică II
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

[1] *D. Bîrcă — Gălățeanu, L. Aldea, L. Arcan;* Bul. Inst. Polit. Buc. Nr. 1958

[2] *R. G. Sinclair, A. F. Mc. Kay* and *R. Norman Jones;* J. Amer. Chem. Soc. 74, 2570 (1952)

[3] *R. G. Sinclair, A. F. Mc. Kay, G. S. Mayers and R. Norman Jones;* J. Amer. Chem. Soc. 74, 2578 (1952)

[4] *O. D. Shreve, M. R. Heether, H. B. Knight and D. Swern* Anal. Chem. 22, 1498, 1950

[5] *D. W. E. Axford and D. H. Rank,* J. Chem. Phys., 17, 430 (1949); 18, 51 (1950)

[6] *D. Bîrcă — Gălățeanu,* Bull. Soc. Roum. Phys. 38, 109 (1937)

[7] *J. K. Brown, N. Sheppard and D. M. Simpson,* Discuss. Faraday Soc., 9,261, (1950)

[8] *R. Norman Jones, A. F. Mc Kay and R. G. Sinclair,* J. Amer Chem. Soc. 74,2575 (1952)

[9] *St. Vencov, D. Bîrcă — Gălățeanu și C. Gheorghiță — Oancea,* Bul. St Mat. și Fiz. Acad. R.P.R., VIII, 391, (1956)

[10] *H. W. Thomson și P. Torkington,* J. Chem. Soc. 640 (1945)

[11] *L. J. Bellamy,* The infrared spectra of complex. molecules; pag. 20, Methen London (1956)

[12] *D. Bîrcă — Gălățeanu* — Comunic. Acad. R.P.R. Tom. V. 340 (1955)

[13] *P. Lambert & J. Lecomte,* Ann. de Phys. 10, 503, (1938)

[14] *J. E. Kilpatrick and K. S. Pitzer,* J. Res. Natl. Bur. Stand., 38, 191 (1947)

[15] *N. Sheppard and G. B.B. M.* Sutherland, Proc. Roy. Soc. A 196, 195, (1949)

СПЕКТР ВИБРАЦИИ СОСНОВОГО МАСЛА В СПЕКТРАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ ОТ 3,7 μ ДО 14,5 μ

(Краткое содержание)

Авторы исследуют спектральное поглощение соснового масла в области 3,7 — 14,5 μ. В спектре соснового масла появляются полосы характерные для эфиров жирных насыщенных и ненасыщенных кислот. Так, весьма интенсивная полоса соотвествующая длине 1750 cm^{-1} приписывается колебанию натяженности группы $C = O$, а интенсивные полосы, наблюдаемые в области 1170 cm^{-1} и 1100 cm^{-1} колебанием натяженности связи $C = O$. При длине I665 cm^{-1} появляется полоса характерная для двоиной связи $C = C$.

Эфиризованные. жирные кислоты содержат большое число групп CH_2. В этой области спектра возникают полосы характерные для следующих четырех видов деформационных колебаний при длине 1465 cm^{-1}. Обычному деформационному колебанию (III), при 725 cm^{-1}. колебанию качания, при 1278 cm^{-1} и 1315 cm^{-1} колебания дражания и при 1240 cm^{-1} — кодебанию крусения (и). Роявляются также деформационные полосы конечной метиловой группы (при длинах 1060, 1380 и 2740 cm^{-1}), а также полосы, приписываемые скелетным вибрациям C — C при 845 cm^{-1} 915 cm^{-1} и 985 cm^{-1}.

Для распознавания полос прибегаю к сравнению со спектрами различных аналогичных химических соединений.

VIBRATION SPECTRUM OF PINE OIL WITHIN THE SPECTRAL REGION FROM 3,7 μ TO 14,5 μ

(Summary)

The authors examine the absorption pattern of pine oil within the spectral region from 3,7 μ to 14,5 μ. In the pine oil spectrum there appear the characteristic bands of the saturated and not saturated faty acid esters. Thus, the very intense band at 1750 cm^{-1} is attributed to the stretching vibration of the group C = O, while the intense bands at 1170 cm^{-1} and 1100 cm^{-1} are attributed to the stretching vibrations of the group C — O. At 1665 cm^{-1} there appears the band characteristic of the double group C = C.

The esterificated faty acids comprise a great number of CH_2 groups. Within this spectral region there appear the bands characteristic of the four deformation nodal knots : at 1465 cm^{-1} of usual deformation (III), at 725 cm^{-1} of rocking vibration (IV), at 1278 cm^{-1} and 1315 cm^{-1} of wagging vibrations (V) and at 1240 cm^{-1} of twivting vibration. There equally appear deformation bands of the terminal methyl groups at 1060, 1380

and 2740 cm^{-1}, and also a band attributed to skeletal vibration C — C at 845 cm^{-1}, 915 cm^{-1}, 985 cm^{-1}.

The attribution of the bands was made by comparing with various similar compositions.

LE SPECTRE DE VIBRATION DE L'HUILE DE PIN DANS LA RÉGION DE 3,7μ À 14,5 μ

(Résumé)

On a étudié l'absartion de l'huile de pin dans la région de 3,7 μ jusqu'à 14, 5 μ. Le spectre de l'huile de pin présente des bandes caractéristiques aux esters des acides gras saturés et non saturés.

Ainsi la bande très intense de 1750 cm^{-1} est due à la vibration de valence de la groupe C = O et les bandes intenses de 1170 cm^{-1} et 1100 cm^{-1} aux vibrations des valences de la liaison C—O. À 1665 cm^{-1} on trouve la bande caractéristique à la double liaison C = C.

Les acides gras estérifiés comprennent un grand nombre des groupes CH_2. Dans cette region spectrale on trouve les bandes caractéristiques aux quatre modes de vibration : à 1465 cm^{-1} la vibration de déformation (III), à 725 cm^{-1} la vibration de balancement (IV), à 1278 cm^{-1} et 1315 cm^{-1} des vibrations de branlement et à 1240 cm^{-1} la vibration de torsion (VI). On trouve aussi des bandes de déformation du groupe methyl à 1060, 1380 et 2740 cm^{-1}, ainsi que des bandes attribuées aux vibrations squelettales C—C à 845 cm^{-1}, 915 cm^{-1} et 985 cm^{-1}.

Pour l'attribution des bandes on compare avec les spectres des divers composés chimiques similaires.

DAS SCHWINGUNGSSPECTRUM DES FICHTENÖLS IM GEBIET VON 3,7 μ BIS 14,5 μ

(Zusammenfassung)

Die Verfasser untersuchen die Absorpton des Fichtenöls im Gebiet 3,7 μ — 14,5 μ. Im Spektrum des Fichtenöls erscheinen die den gesätigten und ungesättigten Fettsäueren charakteristischen Banden.

Also, wird die sehr intensiven Banden von 1750 cm^{-1} der Valenzschwingung der Gruppe C = O und die intensiven Banden von 1170 cm^{-1} und 1100 cm^{-1} den Valenzschwingungen der Verbindung C — O. Bei 1665 cm^{-1} erscheint die charakteristische Bande der Doppelbindung C=C.

Die verseiften Fettsäuren enthalten eine grosse Zahl von CH_2 Grupen. In diesem Spektralgebiet erscheinen die den vier Arten von Deformations-

schwingung charakteristischen Banden: bei 1465 cm^{-1} von gewöhnlicher Deformation (III) Knickschwingung bei 725 cm^{-1} des Schaukelnschwingurg (IV), bei 1278 und 1315 cm^{-1} des Nickschwingung und bei 1240 cm^{-1} der Torsionschwingung (VI).

Es erscheinen zugleich Deformationsbanden der Endmethyl-Gruppen bei 1060, 1380 und 2740 cm^{-1} sowie auch die Banden die einiger skeletalen Schwingungen C—C bei 845, 915 und 985 cm^{-1} zugesprochen werden.

Um die Banden deuten zu lassen macht man den Vergleich mit den Spektren verschiedener ähnlicher chemikalischen Komponenten.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 3

MECANICĂ

CONTRIBUTIONS Ă LA THÉORIE GÉOMÉTRIQUE DES VIS*)

par RADU VOINEA et MIHAIL ATANASIU

1. *GÉNÉRALITÉS*

On sait qu'un système de vecteurs glissants peut être caracterisé par six quantités scalaires : les trois projections u, v, w de la résultante et les trois projections l, m, n du moment résultant du système, calculé par rapport à un poit O, sur les axes $Oxyz$ d'un trièdre ortogonal.

Au lieu de caractériser le système par les six scalaires u, v, w, l, m, n, on peut aussi le caractériser par la valeur scalaire de la résultante

$$R = \pm \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \tag{1}$$

par la valeur scalaire du moment résultant minimum (calculé par rapport à un point de l'axe central du système)

$$M_{min} = \frac{ul + vm + wn}{\pm \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}} \tag{2}$$

et par les équations de l'axe central, qui peuvent être mises sous la forme **)

$$\frac{x - \dfrac{vn - wm}{u^2 + v^2 + w^2}}{\dfrac{u}{\pm \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}}} = \frac{y - \dfrac{wl - un}{u^2 + v^2 + w^2}}{\dfrac{v}{\pm \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}}} = \frac{z - \dfrac{um - vl}{u^2 + v^2 + w^2}}{\dfrac{w}{\pm \sqrt{u^2 + x^2 + w^2}}} \tag{3}$$

---

* Comunicare prezentată la a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice a Institutului Politehnic București (31 octombrie 1959).

** Les signes $\pm$ des formules 1—3 se correspondent. Le point $A\left(\dfrac{vn - wm}{u^2 + v^2 + w^2}, \dfrac{wl - un}{u^2 + v^2 + w^2}, \dfrac{um - vl}{u^2 + v^2 + w^2}\right)$ est la base de la perpendiculaire menée, par l'origine O du trièdre, à l'axe central. Les expressions : $\dfrac{u}{\pm \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}}$, $\dfrac{v}{\pm \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}}$, $\dfrac{w}{\pm \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}}$, représentent les cosinus directeurs de l'axe central.

Cette manière de caractériser un système de vecteurs glissants conduit aussi à six scalaires, car pour connaître une droite (l'axe central) il faut donner quatre scalaires *, les deux autres étant définis par les relations (1) et (2).

2. *DÉFINITION GÉOMÉTRIQUE DE LA VIS.*

Considérons maintenant les six scalaires u, v, w, l, m, n comme coordonées homogènes. Elles caractériseront alors un esemble de systèmes de vecteurs glissants dont les projections de la résultante et du moment résultant seront $\lambda u, \lambda v, \lambda w, \lambda l, \lambda m, \lambda n$, où λ este un paramètre variable qui peut prendre toutes les valeus finies, différentes de zéro. Cherchons les invariants de cet ensemble de systèmes. On peut vérifier que tous les systèmes de vecteurs glissants de l'ensemble ont le même axe centrale. En effet les équations (3) restent invariantes lorsqu'on remplace u, v, w, l, m, n par $\lambda u, \lambda v, \lambda w, \lambda l, \lambda m, \lambda n$. Le résultat n'est pas le même avec la résultate R et le moment résultant minimum M_{min} (formules 1 et 2). Lorsque l'on fait la même substitution, on obtient les valeurs λR et λM_{min}. Le rapport $s = \frac{M_{min}}{R}$ qu'on peut écrire aussi :

$$s = \frac{ul + vm + wn}{u^2 + v^2 + w^2} \tag{4}$$

reste invariant. L'axe central et le rapport s sont les seuls invariants de l'ensemble des systèmes, car cet ensemble, étant caractérisé par six coordonnées homogènes, admet cinq invariants scalaires. Or la connaissance de l'axe central est équivalente à la connaissance de quatre scalaires, le cinquième étant le rapport s, défini par le relation (4).

Les considérations précédentes mettent en évidance un élement géométrique nouveau qu'on obtient en attachant à l'axe central (Δ) d'un système de vecteurs glissants, un scalaire s.

En nous dégageant de l'image de l'ensemble des systèmes de vecteurs glissants, nous entendrons dans ce qui suit par *vis, l'élément géométrique formé par une droite* (Δ) *à laquelle on attache un scalaire* s, *que nous appélerons paramètre de la vis.*

Lorsque $s > 0$ la vis est droite lorsque $s < 0$ la vis est gauche, lorsque $s = 0$ la vis dègonère dans une droite.

Lorsque $u = v = w = 0$ situation qui correspond à une vis dont l'axe central est une droite à l'infini de l'espace, l'expresion (4) du paramètre s reste indéterminée. Il resulte que *lorsque l'axe central d'une vis est jeté à l'infini, on peut lui atribuer un paramètre* s *quelconque.*

---

* En effet une droite peut être définie, par exemple, par les équations $y = ax + b$, $z = cx + d$ ou interviennent 4 paramètres scalaires : a, b, c, d.

3. *ESPACE DE FELIX KLEIN*

Considérons un espace projectif à 5 dimensions. Dans cet espace les coordonnées homogènes u, v, w, l, m, n de la vis déterminerons un point, l'image de la vis située dans l'espace euclidien à trois dimensios E_3. Une relation homogène entre les coordonnées homogènes u, v, w, l, m, n, déterminera dans l'espace de F. Klein une variété quadridimensionelle. Par exemple, la relation

$$ul + vm + wn = 0 \tag{5}$$

qui exprime que le paramètre de la vis est égal à zéro (voir la relation 4), donc que la vis dégènère en une droite, détermine une variété quadratique quadridimensionelle que nous appeleront Q_0. A chaque droite de l'espace E_3 correspond, dans l'espace de F. Klein un point situé sur Q_0. L'étude des propriétés géométriques de Q_0 a permis à F. Klein une étude systématique des propriétés des ensembles des droites situées dans E_3.

En généralisant les résultats de F. Klein, nous allons considérer la variété quadratique quadridimensionelle :

$$ul + vm + wn - s\,(u^2 + v^2 + w^2) = 0 \tag{6}$$

que nous appelerons Q_s. Pour $s = \text{const.}$ l'équation (6) représente les images de toutes les vis situées dans E_3 et qui ont le même paramètre s. Pour s variable, l'équation (6) représente *une famille de variétés quadratiques quadridimensionelles*. L'étude des propriétés géométriques des variétés Q_s permettra une étude systématique des ensembles de vis.

4. *ENSEMBLES DE VIS.*

Un nombre fini ou infini de vis constitue un ensemble de vis. En particulier un ensemble de vis peut être défini par une, ou plusieurs relations homogènes que les coordonnées homogènes d'une vis de l'ensemble doivent satisfaire. Soyent :

$$f_1(u, v, w, l, m, n) = 0,\ f_2(u, v, w, l, m, n) = 0, \ldots f_p(u, v, w, l, m, n) = 0 \tag{7}$$

ces relations, que nous supposerons indépendente entre elles. Nous remarquerons que le nombre p de ces relations satisfait la double inégalité,

$$0 \leqslant p \leqslant 6 \tag{8}$$

Lorsque $p=0$ (il n'y a aucune relation) on trouve *l'ensemble de tous les vis*. Lorsque $p = 6$ on trouve $u = 0$, $v = 0$, $l = 0$, $m = 0$, $n=0$. On admet conventionellement, que ce dernier cas correspond, à *l'ensemble vide des vis*.

Lorsque les rélations (7) sont linéaires et homogènes on dit que l'ensemble qu'elles définissent est un *ensemble linéaire de vis*.

Une autre manière de définir un ensemble de vis est d'exprimer les coordonnées homogènes d'une vis de l'ensemble en fonction d'un, ou plusieurs paramètres. Soient :

$$\begin{aligned} u &= u(\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_r) & l &= l\ (\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_r) \\ v &= v(\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_r) & m &= m(\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_r) \\ w &= w(\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_r) & n &= n\ (\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_r) \end{aligned} \tag{9}$$

les expressions. Si les paramètres $\lambda_1, \ldots \lambda_r$ sont *indépendants*, leur nombre r satisfait la double inégalité

$$0 \leqslant r \leqslant 6 \tag{10}$$

Lorsque $r = 0$ on obtient *l'ensemble vide*. Lorsque $r = 6$ on obtient *l'ensemble de toutes les vis.*

Lorsque les expressions (9) sont homogènes et linéaires en $\lambda_1, \lambda_2 \ldots \lambda_t$ on dit que l'ensemble qu'elles définissent est un *ensemble linéaire de vis.*

Nous allons étudier, dans ce qui suit, surtout les ensembles linéaires de vis, qui présentent une grande importance pour la mécanique théorique et la mécanique technique.

5. *ENSEMBLES LINÉAIRES DE VIS.*

Si on considère la première manière de définir un ensemble linéaire de vis, les relations entre les coordonnées homogènes u, v, w, l, m, n peuvent être écrites sous la forme :

$$\begin{aligned} &L_1 u + M_1 v + N_1 w + U_1 l + V_1 m + W_1 n = 0 \\ &L_2 u + M_2 v + N_2 w + U_2 l + V_2 m + W_2 n = 0 \\ &\vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \\ &L_p u + M_p v + N_p w + U_p l + V_p m + W_p n = 0 \end{aligned} \tag{11}$$

Supposons qu'elles soient indépendantes, c'est à dire que la matrice :

$$\left\| \begin{matrix} L_1 & M_1 & N_1 & U_1 & V_1 & W_1 \\ L_2 & M_2 & N_2 & U_2 & V_2 & W_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_p & M_p & N_p & U_p & V_p & W_p \end{matrix} \right\| \tag{12}$$

est du rang p.

On arrive à la deuxième manière de définir le même ensemble linéaire de vis si on exprime p coordonnées homogènes de (11) en fonction des autres $n - p$, ou, plus généralement, toutes les six coordonnées en fonction de $n - p = r$ paramètres.

On obtient des expressions de la forme suivante :

$$\begin{aligned} u &= \lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \ldots + \lambda_r u_r \\ v &= \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_r v_r \\ w &= \lambda_1 w_1 + \lambda_2 w_2 + \ldots + \lambda_r w_r \\ l &= \lambda_1 l_1 + \lambda_2 l_2 + \ldots + \lambda_r l_r \\ m &= \lambda_1 m_1 + \lambda_2 m_2 + \ldots + \lambda_r m_r \\ n &= \lambda_1 n_1 + \lambda_2 n_2 + \ldots + \lambda_r n_r \end{aligned} \tag{13}$$

Supposons qu'elles soient indépendantes, c'est à dire que la matrice :

$$\begin{Vmatrix} u_1 & u_2 & \ldots\ldots & u_r \\ v_1 & v_2 & \ldots\ldots & v_r \\ w_1 & w_2 & \ldots\ldots & w_r \\ l_1 & l_2 & \ldots\ldots & l_r \\ m_1 & m_2 & \ldots\ldots & m_r \\ n_1 & n_2 & \ldots\ldots & n_r \end{Vmatrix} \tag{14}$$

est du rang r.

Parce que les expressions (13) résultent du système (11), il est évident que les équations (11) seront satisfaites si on substitue dans ces équations à la place de u, v, w, l, m, n leurs expressions (13). Cette propriété montre que *le produit des matrices* (12) *et* (14) *est une matrice zéro,* c'est à dire :

$$\begin{Vmatrix} L_1 & M_1 & N_1 & U_1 & V_1 & W_1 \\ L_2 & M_2 & N_2 & U_2 & V_2 & W_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ L_p & M_p & N_p & U_p & V_p & W_p \end{Vmatrix} \times \begin{Vmatrix} u_1 & u_2 & .. & u_r \\ v_1 & v_2 & .. & v_r \\ w_1 & w_2 & .. & w_r \\ l_1 & l_2 & .. & l_r \\ m_1 & m_2 & .. & m_r \\ n_1 & n_2 & .. & n_r \end{Vmatrix} = \left.\begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \underbrace{0 \quad 0 \quad 0 \quad \ldots \quad 0}_{r} \end{Vmatrix}\right\} p \tag{15}$$

On peut classifier les ensembles linéaires de vis, soit en fonction du nombre p des relations indépendentes satisfaites par les coordonnées homogènes d'une vis quelconque de l'ensemble, soit en fonction du nombre r de paramètres indépendents qui interviennent dans les expressions des coordonnées homogènes d'une vis de l'ensemble.

En utilisant la représentation de F. Klein, on peut interpréter les équations (11), respectivement les expressions (13) comme définissant une variété linéaire à $(r-1)$ dimensions, que nous désigneront par L_{r-1}. Donc *l'image d'un ensemble linéaire de vis, est une variété linéaire dans l'espace de F. Klein.*

6. *ENSEMBLES LINÉAIRES DE VIS, COMPLÉMENTAIRES.*

Les coefficients U, V, W, L, M, N qui interviennent dans les relations (11) peuvent être regardés comme coordonnées homogènes d'un ou plusieurs vis. Une relation de la forme :

$$Lu + Mv + Nw + Ul + Vm + Wn = 0 \tag{16}$$

montre qu'entre les vis définies par les coordonnées homogènes (u, v, w, l, m, n) et (U, V, W, L, M, N) il y a une réciprocité. En changeant ces coordonnées entre elles, la relation (16) reste la même. Nous dirons que les deux vis sont *réciproques*.

De ce point de vue, les relations (11) peuvent être regardées comme définissant l'ensemble des vis, qui sont réciproques a p vis données : $(U_1 \ldots N_1)$, $(U_2 \ldots N_2)$, . . . $(U_p \ldots, N_p)$,

Ces p vis définissent à leurs tour un autre ensemble de vis. Les coordonnées homogènes d'un vis quelconque de ce dernier ensemble seront :

$$\begin{aligned}
U &= \mu_1 U_1 + \mu_2 U_2 + \ldots + \mu_p U_p \\
V &= \mu_1 V_1 + \mu_2 V_2 + \ldots + \mu_p V_p \\
W &= \mu_1 W_1 + \mu_2 W_2 + \ldots + \mu_p W_p \\
L &= \mu_1 L_1 + \mu_2 L_2 + \ldots + \mu_p L_p \\
M &= \mu_1 M_1 + \mu_2 M_2 + \ldots + \mu_p M_p \\
N &= \mu_1 N_1 + \mu_2 N_2 + \ldots + \mu_p N_p
\end{aligned} \tag{17}$$

En substituant ces expressions dans (16) et, en tenant compte des équations (11) on arrive à une identité. Donc chaque vis (u, v, w, l, m, n) de l'ensemble défini par les relation (11) est réciproque à chaque vis définie par les relations (17). Nous désignerons par *ensembles de vis réciproques* ou bien par *ensembles complémentaires de vis*, deux ensembles de vis qui jouissent d'une telle propriété.

Le nom de *complémentaires* est justifié par les propriétés de ces ensembles, connues de la théorie générale des ensembles. Par exemple, si on désigne par M un ensemble linéaire de vis et par M^* l'ensemble linéaire complémentaire, il est facile à vérifier la propriété connue :

$$(M_1 \cup M_2)^* = M_1^* \cap M_1^* \tag{18}$$

etc.

En utilisant l'espace de F. Klein, les images des ensembles complémentaires de vis, résultent immédiatement, si on considère la variété quadratique quadridimensionelle Q_0 (voir équation 5)

$$Q_0 (u, \ldots) \equiv ul + vm + wn = 0$$

En effet la relation (16) n'est autre chose que *la forme polaire* de la forme quadratique Q_0. Parce que l'image d'un ensemble de vis est une variété linéaire de l'espace de F. Klein (v. § 5), il résulte que *deux ensem-*

bles linéaires de vis, qui sont complémentaires ont pour images dans l'espace de F. Klein, deux variétés linéaires qui se correspondent par polarité, par rapport à Q_0.

La somme des dimensions des deux variétés linéaires est toujours égale a 4. Donc les variétés linéaires qui peuvent correspondre par polarité sont :

— un point (L_0) et une variété linéaire quadridimensionele (L_4),
— une droite (L_1) et une variété linéaire tridimensionelle (L_3).
— deux plans (L_2).

7. *SOUSENSEMBLES DES ENSEMBLES LINEAIRES DE VIS.*

Un nombre n fini des vis, dont les coordonnées homogènes sont $(u_1 \ldots n_1)$, $(u_2 \ldots n_2)$, . . . $(u_n \ldots n_n)$ peut être toujours considéré comme un sousensemble d'un ensemble linéaire de vis. Il est intéressant en ce qui concerne les appliquations pratiques de déterminer l'ensemble linéaire de rang moindre à qui appartient le sousensemble considéré. Il est évident que ce rang est égal à celui de la matrice :

$$\left\| \begin{array}{cccc} u_1 & u_2 & \ldots. & u_n \\ v_1 & v_2 & \ldots. & v_n \\ w_1 & w_2 & \ldots. & w_n \\ l_1 & l_2 & \ldots. & l_n \\ m_1 & m_2 & \ldots. & m_n \\ n_1 & n_2 & \ldots. & n_n \end{array} \right\| \qquad (19)$$

8. *COORDONNÉS HOMOGÈNES DE L'AXE CENTRAL D'UNE VIS*

Afin d'étudier les propriétés des ensembles de vis il est utile de trouver les expressions des coordonnées homogènes u', v', w', l', m', n', de l'axe central d'un vis en fonction des coordonnées homogènes de la vis : u, v, w, l, m, n..

Pour arriver à ces expressions il suffit d'observer que le moment résultant minimum (calculé par rapport à un point de l'axe central) a pour projections sur l'axe Ox (voir l'expression 2 de son scalaire) :

$$\frac{ul+vm+wn}{\pm\sqrt{u^2+v^2+w^2}} \cdot \frac{u}{\pm\sqrt{u^2+v^2+w^2}} = \frac{ul+vm+wn}{u^2+v^2+w^2} \cdot u = su$$

D'une manière analogue on peut déterminer les projections de ce moment sur les autres axes. En retranchant des projections l, m, n du moment résultant d'une vis le projections su, sv, sw du moment résultant minimum, on obtient les projections du moment résultant d'une vis qui a le même axe central que la vis donnée et le paramètre $s = 0$. Cette vis particulière est même l'axe central de la vis donnée. Les projections

de la résultante des deux vis étant les mêmes, il résulte pour les coordonnées homogènes de l'axe central, les expressions :

$$u' = u,\ v' = v,\ w' = w,\ l' = l - su,\ m' = m - sv,\ n' = n - sw \tag{20}$$

On peut facilement vérifier l'identité :

$$u'\,l' + v'\,m' + w'\,n' = 0 \tag{21}$$

Pour cela il faut tenir compte de l'expression (4) du paramètre s.

9. *CONDITIONS POUR QUE DEUX VIS AIENT LEURS AXES CENTRAUX PARALLELES, ORTOGONAUX OU COPLANAIRES*

En utilisant les expressions (20) des coordonnées homogènes de l'axe central d'une vis, les conditions pour que deux vis aient les axes centraux parallèles deviennent :

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{w_1}{w_2} \tag{22}$$

La condition que les axes centraux de deux vis soient ortogonaux devient :

$$u_1\,u_2 + v_1\,v_2 + w_1\,w_2 = 0 \tag{23}$$

La condition pour que les axes centraux de deux vis soient coplanaires est [1] :

$$u_1'\,l_2' + v_1'\,m_2' + w_1'\,n_2' + u_2'\,l_1' + v_2'\,m_1' + w_1'\,n_2' = 0$$

En tenant compte des expressions (20), la condition de coplanarité devient encore :

$$u_1\,l_2 + v_1\,m_2 + w_1\,n_2 + u_2\,l_1 + v_2\,m_1 + w_2\,n_1 - (s_1 + s_2)(u_1\,u_2 + v_1\,v_2 + w_1\,w_2) = 0 \tag{24}$$

Lorsque les deux vis ont le même paramètre $s_1 = s_2 = s$, la condition (24) devient :

$$u_1\,l_2 + v_1\,m_2 + w_1\,n_2 + u_2\,l_1 + v_2\,m_1 + w_2\,n_1 - 2\,s\,(u_1\,u_2 + v_1\,v_2 + w_1\,w_2) = 0 \tag{25}$$

On reconnait la forme polaire de la forme quadratique Q_s (voir l'équation 6). Donc les points de l'espace de Klein qui correspondent à *deux vis ayant un même paramètre s et dont les axes centraux sont conplanaires correspondent par polarité, par rapport à la variété quadratique* Q_s.

Lorsque les deux vis ont des paramètres égaux et de signes contraires (l'une est droite et l'autre est gauche), la condition (24) devient

$$u_1\,l_2 + v_1\,m_2 + w_1\,n_2 + u_2\,l_1 + v_2\,m_1 + w_2\,n_1 = 0 \tag{26}$$

On reconnait la forme polaire de la forme quadratique Q_0 (v. l'èq. 5). La relation (26) montre que les deux vis sont aussi réciproques (v. § 6). Il en résulte que *deux vis à pas égaux et de signes contraires, dont les axes centraux sont coplanaires, sont aussi réciproques.*

10. *ENSEMBLE LINÉAIRE LES VIS DE RANG $r = 6$.*

Nous allons étudier systématiquement les ensembles linéaires de vis. Nous les classifierons du point de vue de leur rang (v. § 5). Le rang r d'un ensemble linéaire de vis représente, du point de vue géométrique, le nombre de points de l'espace de F. Klein, qui détermine la variété linéaire à $(r-1)$ dimensions, l'image de l'ensemble linéaire des vis. On supposera toujours que les r points considérés n'appartiennent pas à une même variété linéaire à $(r-2)$ dimensions.

L'ensemble linéaire des vis de rang $r = 6$ est *l'ensemble de toutes les vis*. A chaque vis, correspond dans l'espace de F. Klein un point. Toutes les vis d'un même paramètre ont pour image une variété quadratique quadrimensionelle que nous avons désignée par Q_s. Toutes ces variétés ont un plan commun, dont les équations sont :

$$u = 0, v = 0, w = 0 \tag{27}$$

En effet, ces valeurs vérifient identiquement l'équation (6), quel que soit s. Puisque ces coordonnées caractérisent une vis dont l'axe central est situé à l'infini, nous retrouvons ainsi la conclusion établie au § 2, qu'à une telle vis on peut atribuer un paramètre *s quelconque*. On peut aussi vérifier sur la même équation (6) que, lorsque $s > 0$, $ul + vm + wm < 0$ et lorsque $s < 0$, $ul + vm + wn < 0$. Il en résulte que la variété Q_0 sépare l'espace de F. Klein en deux domaines : l'un contient toutes les vis droites $(s > 0)$, et l'autre, toutes les vis gauches $(s < 0)$.

11. *ENSEMBLES LINÉAIRES DE VIS DE RANG $r = 5$.*

Entre les coordonnées homogènes d'une vis de l'ensemble subsiste, dans ce cas, une relation linéaire et homogène de la forme :

$$Lu + Mv + Nw + Ul + Vm + Wn = 0 \tag{28}$$

Cette relation montre (v. éq. 16) que l'ensemble des vis que nous étudions peut être regardé comme un ensemble des vis réciproques à la vis (U, V, W, L, M, N).

Du point de vue géometrique, l'équation (28) représente dans l'espace de F. Klein une variété linéaire à quatre dimensions L_4.

Cherchons maintenant les particularités en ce que concerne les positions des axes centraux des vis qui appartienent à un tel ensemble. Dans ce but mettons en évidence dans l'équation (28) les coordonnées homogènes u', v', w', l', m', n' de l'axe central (v. èq. 20). Il résulte l'équation équivalente :

$$Lu' + Mv' + Nw' + U(l' + su') + V(m' + sv') + W(n' + sw') = 0$$

ou mieux :

$$Lu' + Mv' + Nw' + Ul' + Vm' + Wn' + s(Uu' + Vv' + Ww') = 0 \tag{29}$$

qu'on peut mettre aussi sous la forme:

$$\frac{Lu' + Mu' + Nw' + Ul' + Vm' + Wn'}{Uu' + Vv' + Ww'} = -s \tag{30}$$

Sous cette forme il est évident que dans le cas général les coordonnées homogènes u', v', w', l' m' n' peuvent prendre toutes les valeurs (bien entendu ces valeurs doivent satisfaire la condition (21): $u'\ l' + v'\ m' + w'\ n' = 0$). *Donc il n'y a, dans le cas général, aucune restriction en ce qui concerne les positios des axes centraux des vis d'un ensemble linèaire du rang* $r = 5$.

Une fois choisi l'axe central d'un vis, la relation (30) donne la valeur du paramètre s. Donc *cette relation établit une correspondence univoque entre la position de l'axe central d'un vis et son paramètre* s.

Considérons maintenant quelques cas particuliers:

a) *Si* $U = 0$, $V = 0$, $W = 0$ l'équation (29) devient

$$Lu' + Mv' + Nw' = 0 \tag{31}$$

Cette relation, indépendante du paramètres s, exprime la propriété des axes centraux des vis l'ensemble, defini par la relation (3), d'être orthogonaux à une direction fixe, caractérisée par les paramétres directeurs L, M, N, ou, ce qui est la même chose, d'être parallèles à un plan fixe (le plan normal à cette direction). Donc *l'ensemble des vis dont les axes centraux sont paralléles à un plan fixe est un ensemble de rang* $r = 5$.

b) *Si* $s = s_0$ *(constante)*, l'équation (29) exprime une relation linéaire et homogène à coefficients constants entre les coordonnées homogènes de l'axe central. On sait, dans ce cas, que les axes centraux appartiennent à un complexe linéaire de droites [1]. L'image de ce complexe dans l'espace de F. Klein est la variété quadratique tridimensionelle commune à la variété quadratique Q_0 (éq. 5) et à la variété linéaire L_4 (éq. 28).

On sait que le complexe linéaire le plus général, donc *la configuration la plus générale des axes centraux, d'un ensemble de vis à même paramétre de rang* $r = 5$ *est la configuration des normales menées à une famille d'hélices circulaires, de même pas, situées sur des cylindres circulaires coaxiaux.* L'axe commun de ces cylindres s'appelle *„axe du complexe"*. Les axes centraux des vis de l'ensemble, qui passent par un point quelconque de l'espace sont situés dans un même plan. Ils forment un faisceau plan de droites passant par le point considéré.

c) *Si le paramètres* $= s$ *de l'ensemble de vis est, en particulier, égal et de signe contraire à celui de la vis dont les coordonnées homogènes sont les coefficients* U, V, W, L, M, N, on arrive à la conclusion que les axes centraux des vis de l'ensemble rencontrent l'axe central de ette vis car la relation (28) montre que les vis de l'ensemble lui sont en même temps réciproques (v. § 9).

On arrive ainsi à un ensemble de rang $r = 5$ qui s'appele *complexe spécial*. L'axe central de la vis dont les coordonnées homogènes sont (U, V, W, L, M, N) s'appelle „l'axe du complexe spécial". Cette vis n'appartient

pas au complexe spécial que lorsque $s_0 = -s_0$, c'est à dire lorsque $s_0 = 0$, donc seulement dans le cas d'un complexe linéaire de droites.

Donc l'ensemble des vis à même paramètre dont les axes centraux rencontrent une même droite est de rang $r=5$.

Dans le cas particulier où cette droite est jetée à l'infini on retrouve *l'ensemble des vis à même paramètre dont les axes centraux sont parallèles à un plan donné.* Mais, ainsi qu'il a été démontré au no. *a* de ce paragraphe, il n'est pas nécessaire dans ce cas que les vis aient un même paramètre.

12. *ENSEMBLE LINÉAIRES DE VIS DE RANG $r=4$.*

Entre les coordonnées homogènes d'une vis de l'ensemble subsistent, dans ce cas, deux relations linéaires et homogènes, indépendantes, de la forme :

$$\begin{aligned} L_1 u + M_1 v + N_1 w + U_1 l + V_1 m + W_1 n = 0 \\ L_2 u + M_2 v + N_2 w + U_2 l + V_2 m + W_2 n = 0 \end{aligned} \tag{32}$$

Ces relations montrent que l'ensemble de vis que nous étudions peut être regardé comme l'ensemble des vis réciproques à deux vis : $(U_1 \dots N_1)$ et $(U_2 \dots N_2)$.

Du point de vue géométrique les équations (32) définissent dans l'espace de F. Klein une variété linéaire à trois dimensions L_3.

De même que dans le paragraphe précédent, en mettant en évidence les coordonnées homogènes u', v', w', l', m', n', de l'axe central d'une vis quelconque de l'ensemble, les équations (32) deviennent :

$$\begin{aligned} L_1 u' + M_1 v' + N_1 w' + U_1 l' + V_1 m' + W_1 n' + s(U_1 u' + V_1 v' + W_1 w') = 0 \\ L_2 u' + M_2 v' + N_2 w' + U_2 l' + V_2 m' + W_2 n' + s(U_2 u' + V_2 v' + W_2 w') = 0 \end{aligned} \tag{33}$$

Si on élimine le paramètre s entre ces deux équations, il résulte :

$$\begin{aligned} \frac{L_1 u' + M_1 v' + N_1 w' + U_1 l' + V_1 m' + W_1 n'}{U_1 u' + V_1 v' + W_1 w'} = \\ = \frac{L_2 u' + M_2 v' + N_2 w' + U_2 l' + V_2 m' + W_2 n'}{U_2 u' + V_2 v' + W_2 w'} = s \end{aligned} \tag{33'}$$

Sous cette forme il résulte une condition qui doit être remplie par la configuration des axes centraux des vis de l'ensemble. L'élimination des dénominateurs conduit à une relation homogène quadratique, en u', v', w', l', m', n' différente, en général, de la relation $u' l' + v' m' + w' n' = 0$.

Il résulte qu'*en général les axes centraux des vis d'un ensemble linéaire de vis de rang $r=4$, appartienennent au même complexe quadratique* [2]

L'ensemble des axes centraux qui appartienent à un complexe quadratique et passent par un point donné de l'espace, sont les génératrices d'un cône du deuxième ordre.

Nous allons analyser maintenant quelques cas particuliers :

a) *Si* $U_1 = 0$, $V_1 = 0$, $W_1 = 0$ et $U_2 = 0$, $V_2 = 0$, $W_2 = 0$ les relations (33) deviennent :

$$L_1 u' + M_1 v' + N_1 w' = 0, \quad L_2 u' + M_2 v' + N_2 w' = 0 \tag{34}$$

Ces deux relations, qui sont indépendantes du paramètre s d'une vis quelconque de l'ensemble, montrent que les axes centraux des vis de l'ensemble sont orthogonaux à deux directions données, caractérisées respectivement par les paramètres directeurs L_1, M_1, N_1 et L_2, M_2, N_2, ou, ce qui est la même chose, que ces axes sont parallèles.

Donc *l'nsemble des vis dont les axes centraux, sont parallèles, est un ensemble linéaire du rang* $r = 4$.

b) *Si les vis de l'ensemble ont un même paramètre* $s = s_0$, les équations (33) représentent deux relations linéaires et homogènes entre les coordonnées homogènes de l'axe central d'une vis quelconque de l'ensemble. On sait, dans ce cas, que les axes centraux appartiennent à une congruence linéaire [1].

Donc *l'ensemble des vis d'un même paramètre dont les axes centraux appartiennent à une congruence linéaire est de rang* $r = 4$.

En rappelant les cas particuliers des congruences linéaires, qui présenent un intérêt en ce qui concerne les applications pratiques, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

c) *En ensemble de vis à même paramètre est de rang* $r = 4$ *si les axes centraux des vis rencontrent deux droites distinctes.* Dans ce cas il faut remarquer que, lorsque les deux droites sont coplanaires, l'ensembles des axes centraux, qui les rencontrent, est la réunion de deux sousensembles : celui des droites qui passent par le point d'intersection des deux droites données et celui des droites coplanaires avec les deux droites données. Seulement l'ensemble entier est de rang $r = 4$. Chaque sousensemble, comune on le verra au paragraphe suivant, est de rang $r = 3$. Si les deux droites données sont parallèles, les deux sousensembles sont : celui des droites qui leurs sont parallèles et celui des droites coplanaires.

Lorsqu-une des deux droites données devient une droite de l'infini de l'espace, on arrive à la conclusion suivante :

d) *Un ensemble de vis à même paramètre est du rang* $r = 4$ *si les axes centraux des vis rencontrent une droite et sont en même temps parallèles à un plan.*

Lorsque les deux droites données deviennent, toutes les deux, droites de l'infini de l'espace on, arrive à la conclusion suivante :

e) *Un ensemble de vis à même paramètre est de rang* $r = 4$ *si les axes centraux des vis sont parallèles à deux plans donnés.* Il faut remarquer que le parallélisme doit être interprété dans le sens que ces axes, doivent rencontrer les droites à l'infini des deux plans. Il résulte alors que l'ensemble ainsi défini contient deux sousensembles : *celui des axes parallèles à une direction donnée et celui de toutes les droites à l'infini de l'espace.* Chaque sousensemble a le rang $r = 3$ (v. § 13).

13. *ENSEMBLES LINÉAIRES DE VIS DE RANG r = 3.*

Entre les coordonnées homogènes d'une vis de l'ensemble subsiste, dans ce cas, trois relations linéaires et homogènes, indépendantes, de la forme :

$$\begin{aligned} L_1 u + M_1 v + N_1 w + U_1 l + V_1 m + W_1 n &= 0 \\ L_2 u + M_2 v + N_2 w + U_2 l + V_2 m + W_2 n &= 0 \\ L_3 u + M_3 v + N_3 w + U_3 l + V_3 m + W_3 n &= 0 \end{aligned} \tag{35}$$

Ces relations montrent que l'ensemble de vis que nous étudions maintenant peut être regardé comme l'ensemble des vis réciproques à trois vis données, dont les coordonnées homogènes sont :

$$(U_1 \ldots N_1),\ (U_2 \ldots N_2),\ \text{et}\ (U_3 \ldots N_3).$$

Du point de vue géometrique les équations (35) définissent dans l'espace de F. Klein une variété linéaire à deux dimensions L_2 que nous appellerons „plan".

Mettons en évidence les coordonnées homogènes u', v', w', l', m', n', de l'axe central d'une vis quelconque de l'ensemble. Les équations (35) deviendront :

$$\begin{aligned} L_1 u' + M_1 v' + N_1 w' + U_1 l' + V_1 m' + W_1 n' + s(U_1 u' + V_1 v' + W_1 w') &= 0 \\ L_2 u' + M_2 v' + N_2 w' + U_2 l' + V_2 m' + W_2 n' + s(U_2 u' + V_2 v' + W_2 w') &= 0 \\ L_3 u' + M_3 v' + N_3 w' + U_3 l' + V_3 m' + W_3 n' + s(U_3 u' + V_3 v' + W_3 w') &= 0 \end{aligned} \tag{36}$$

En éliminant le paramètre s entre ces trois relations, on obtient deux formes quadratiques en u', v', w', l', m', n'. Il résulte que dans le cas général, *les axes centraux des vis d'un ensemble linéaire de rang $r = 3$, appartiennent à une congruence biquadratique* [2]. Nous entendons sous le nom de congruence biquadratique l'ensemble des droites communes à deux complexes quadratiques. Par un point quelconque de l'espace passent en général quatre droites qui appartiennent à la congruence biqudratiques (l'intersection des deux cônes qui correspondant aux deux complexes quadratiques). Ces droites peuvent être toutes les quatres réeles, toutes les quatre imaginaires, ou deux droites réelles et les autres deux imaginaires.

Considérons maintenant quelques cas particuliers des vis à même paramètre $s = s_0$. Alors les équations (36) sont linéaires et homogènes à coefficients constants, en u', v', w', l', m', n'. On sait de la théorie générale des ensembles de droites, qu'en ce cas les axes centraux appartiennent à une *série linéaire de droites* [1]. On peut tirer la conclusion suivante :

a) *Les axes centraux des vis, d'une même paramètre $s = s_0$, qui appartiennent à un ensamble de vis de rang $r = 3$ sont les génératrices d'une série linéaire de droites.*

En nous rappelant les cas particulieres des séries linéaires de droites, qui présentent un intérêt pour les applications pratiques [1], nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

b) *L'ensemble des vis à même paramètre dont les axes centraux rencontrent trois droites données est de rang* $r=3$. c) *L'ensemble des vis à même paramètre dont les axes centraux rencontrent deux drotes données et sont parallèles à un plan donné est de rang* $r=3$.

Les cas *b* et *c* peuvent être réduits à un seul cas : les axes centraux des vis appartiennent à une même semiquadrique (on entend par „semiquadrique" l'ensemble des génératrices d'une quadrique, qui appartient à une même famille). La quadrique qui correspond au cas *b* est un hyperboloide à une seule nappe et la quadrique qui correspond au cas *c* est un paraboïde hyperbolique.

d) *L'ensemble des vis à même paramètre, dont les axes centraux sont concurrrents est du rang* $r = 3$. Ce cas s'obtient du cas *a*, lorsque les trois droites données sont concurrentes. Pour rencontrer les trois droites, les axes centraux des vis doivent passer par leur point de concurrence, donc ils doivent être aussi concurrentes.

e) *L'ensemble des vis à même paramètre dont les axes centraux sont parallèles est du rang* $r = 3$. Ce cas s'obtient du cas *a*, lorsque les trois droites données sont parallèles. Les axes centraux des vis de l'ensemble les recontrent dans lur point commun qui est situé à l'infini, donc ils doivent être aussi parallèles.

f) *L'ensemble des vis à même paramètre dont les axes centraux sont coplanaires est de rang* $r = 3$. Ce cas s'obtient du cas *a*, lorsque les trois droites données sont coplanaires.

g) *L'ensemble des vis à même paramètre dont les axes centraux appartiennent à deux faisceaux plans, ayant un rayon commun.* Ce cas peut être déduit du cas *a* lorsque seulement deux des trois axes données sont concurrents. Soient $\triangle_1$, et $\triangle_2$ les deux droites concurrentes en O_1 et soit O_2 le point où la droite $\triangle_3$ recontre le plan déterminé par $\triangle_1$ et $\triangle_2$. Les axes centraux, rencontrant les trois droites sont, soit les rayons du faisceau plan $(O_1, \triangle_3)$, soit les rayons du faisceau plan $(O_2, \triangle_1)$. Il faut observer que, pour que l'ensemble aie le rang $r = 3$, il faut considérer les deux *faisceaux*. Le rang de l'ensemble des axes d'un seul faisceau plan est $r=2$ (v. § 13).

Ces résultats peuvent être interprétés de la manière suivante, à l'aide des images de l'espace de F. Klein. Soit Γ_s la courbe d'intersection de L_2, image de l'ensemble des vis du rang $r = 2$, avec la variété quadratique Q_s. La courbe Γ_s est l'image de l'ensemble de vis de même paramètre s, de rang $r = 3$ qu'on peut appeler „série linéaire de vis". Considérons maintenant le plan L'_2 defini par les points $(U_1...N_1)$. $(U_2...N_2)$ et $(U_3...N_3)$ (v. l'eq. 35). Ce plan est le plan polaire de L_2 par rapport à la quadrique Q_0 (v. l'éq. 5). Considérons la courbe Γ'_{-s} d'intersection du plan L'_2 *avec* Q_{-s}. Les vis qui ont pour image la courbe Γ_s sont les réciproqies des vis qui ont pour image la courbe Γ'_{-s}. Ayant en même temps des paramètres égaux et de signes contraires leurs axes centraux se rencontrent. Si on considère trois points situés sur la courbe Γ'_s on arrive à la conclusion que les vis dont les images sont situées sur la courbe Γ_s, jouissent de la propriété que

leurs axes centraux rencontrent trois droites données, donc ils constituent une sémiquadrique. Les vis dont les images sont situées sur la courbe Γ'_s constituent à leur tour l'autre sémiquadrique de la même quadrique réglée. De là il résulte toutes les propriétés énoncées aux points *a—g*.

On peut donner une explication pour les cas où l'ensemble contient ∞^2 axes, (axes concurrents, axes parallèles, axes coplanaires) et pour le cas où l'ensemble est la réunion de deux faisceaux plans. Ces propriétés sont les conséquences du fait que la variété quadratique Q_s est réglée et, en même temps, contient des plans.

En effet, nous désignons, pour abréger, par $Q_s(u/u_1)$ la forme polaire de la forme quadratique $Q_s\ (u)$. Considérons maintenant trois points $(u_1...n_1)$, $(u_2...n_2)$ et $(u_3...n_3)$ situés sur Q_s.

Il résulte :

$$Q_s\,(u_1...) = 0,\ Q_s\,(u_2...) = 0,\ Q_s\,(u_3,..) = 0 \tag{37}$$

Un point quelconque du plan déterminé par ces trois points aura pour coordonnées :

$$u = \lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \lambda_3 u_3\ ,.....,\ n = \lambda_1 n_1 + \lambda_2 n_2 + \lambda_3 n_3 \tag{38}$$

La condition que ce point se trouve sur Q_s, quelque soit λ_1, λ_2 et λ_3 est:

$$Q_s\,(u...) \equiv Q_s\,(\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \lambda_3 u_3,...) \equiv 0 \tag{39}$$

Puisque $Q_s\,(u...)$ est une forme quadratique, on peut développer l'équation (39) de la manière suivante :

$$\begin{aligned} Q_s(u..) \equiv \lambda_1^2\, Q_s(u_1...) + \lambda_2^2\, Q_s(u_2...) + \lambda_3^2\, Q_s\,(u_3...) + 2\lambda_1\lambda_2\, Q_s\,(u_1/u_2...) + \\ + 2\,\lambda_2\lambda_3\, Q_s\,(u_2/u_3...) + 2\,\lambda_3\lambda_1\, Q_s\,(u_3/u_1...) = 0 \end{aligned} \tag{40}$$

En tenant compte des relations (37), il résulte les relations supplémentaires :

$$Q_s\,(u_1/u_2...) = 0,\ Q_s\,(u_2/u_3...) = 0,\ Q_s\,(u_3/u_1...) = 0 \tag{41}$$

Donc, trois points situés sur Q_s, dont les coordonnées satisfont les relations (41) déterminent un plan qui est situé tout entier sur Q_s.

Mais les relations (41) montrent que les trois vis, qui ont le même paramètre (étant situées sur Q_s) ont, deux à deux, leurs axes centraux coplanaires (v. § 9). Donc tous les trois vis ont leurs axes, soit coplanaires, soit concurrents, soit parallèles.

Du fait que Q_s contient des plans, il est évident qu'elle contient aussi des droites. Mais deux droites qui se coupent et sont situées sur Q_s, ne déterminent pas toujours un plan situé *tout entier* sur Q_s. Supposons que le plan soit un tel plan. Alors la courbe Γ_s dégénère en deux

génératrices rectilignes de Q_s qui se coupent dans un point. Chaque génératrice est l'image d'un faisceau plan d'axes centraux (v. 14). Le point d'intersection des deux génératrices est l'image du rayon commun à ces deux faisceaux.

14. *ENSEMBLES DES VIS DE RANG* $r=2$

Un tel ensemble de vis est défini par quatres relations linéaires et homogènes entre les coordonnées homogènes d'une vis, de la forme :

$$\begin{aligned} L_1 u + M_1 v + N_1 w + U_1 l + V_1 m + W_1 n &= 0 \\ L_2 u + M_2 v + N_2 w + U_2 l + V_2 m + W_2 n &= 0 \\ L_3 u + M_3 v + N_3 w + U_3 l + V_3 m + W_3 n &= 0 \\ L_4 u + M_4 v + N_4 w + U_4 l + V_4 m + W_4 n &= 0 \end{aligned} \tag{42}$$

De même qu'aux paragraphes précédents on peut mettre en évidence les coordonnées homogènes u', v', w', l', m', n', de l'axe central d'une vis de l'ensemble. Il résulte alors les équations équivalentes à (42) :

$$\begin{aligned} L_1u'+M_1v'+N_1w'+U_1l'+V_1m'+W_1n'+s(U_1u'+V_1v'+W_1w') &= 0 \\ L_2u'+M_2v'+N_2w'+U_2l'+V_2m'+W_2n'+s(U_2u'+V_2v'+W_2w') &= 0 \\ L_3u'+M_3v'+N_3w'+U_3l'+V_3m'+W_3n'+s(U_3u'+V_3v'+W_3w') &= 0 \\ L_4u'+M_4v'+N_4w'+U_4l'+V_4m'+W_4n'+s(U_4u'+V_4v'+W_4w') &= 0 \end{aligned} \tag{43}$$

En éliminant le paramètre s entre ces quatre équations on obtient trois formes quadratiques qui, égalées à zéro, représentent trois complexes quadratiques. Donc *les axes centraux des vis d'un ensemble de rang* $r=2$ *sont les droites communes à trois complexes quadratiques, ou,* ce qui est la même chose, *les droites communes à un complexe quadratique et à une congruence biquadratique.*

En général, par un point quelconque de l'espace, ne passe aucune droite de cette espèce. On peut montrer que ces droites forment une surface réglée du troisième degré.

Dans ce but, nous utiliserons la deuxième définition d'un ensemble de rang $r=2$. Soivent deux vis, dont les coordonnées homogènes sont $(u_1...n_1)$ et $(u_2...n_2)$ et cherchons le lieu géométrique de l'axe central d'une troisième vis, dont les coordonnées homogènes $(u,...n)$ ont les expressions

$$u = \lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2, \ldots, n = \lambda_1 n_1 + \lambda_2 n_2 \tag{44}$$

Si on met en évidence les coordonnées homogènes u', v', w', l', m', n' de l'axe central de la vis et si on élimine entre les équations (44) les paramètres λ_1, λ_2 et s on arrive à l'équation de la surface, lieu géométrique

des axes centraux, en coordonnées homogènes. En coordonnées carthésiennes orthogonales, l'équation la plus simple d'une telle surface est [3] :

$$z = h\frac{xy}{x^2+y^2} \tag{45}$$

où h est une constante. La même équation, en coordonnées cylindriques, aura la forme :

$$z = \frac{h}{2}\sin 2\theta \tag{46}$$

Cette surface est appellée „la surface de Ball".

La représentation géométrique de ces équations s'obtient si on considère un cylindre circulaire d'une hauteur h donnée. Sur la surface latérale de ce cylindre on trace une sinusoide à double période dont l'amplitude est $\frac{h}{2}$. La surface de Ball est générée par des droites qui rencontrent orthogonalement l'axe du cylindre et s'appuyent sur la sinusoide tracée sur la surface latérale.

La condition énoncée plus haut est donc équivalente à la suivante : *Les axes centraux des vis d'un ensemble de rang $r = 2$ sont les génératrices rectilignes d'une même surface Ball.*

L'image géométrique d'un ensemble de vis de rang $r = 2$ dans l'espace de F. Klein est une droite quelconque. Cette droite joint les deux points, images des deux vis qui définissent l'ensemble.

Etudions maintenant quelques cas particuliers qui présentent un intérêt pour les applications pratiques.

a) *L'ensemble des vis qui ont un même axe central est de rang $r=2$.* En effet, soient $u_1, v_1, w_1, l_1, m_1, n_1$, les coordonnées homogènes d'une droite (bien entendu : $u_1l_1+v_1m_1+w_1n_1=0$).
Toutes les vis qui ont cette droite pour axe central, ont les coordonnées homogènes de la forme.

$$\begin{aligned} u &= \lambda u_1 \quad & l &= \lambda(l_1 + su_1) \\ v &= \lambda v_1 \quad & m &= \lambda(m_1 + sv_1) \\ w &= \lambda w_1 \quad & n &= \lambda(n_1 + sw_1) \end{aligned} \tag{47}$$

où s est le paramètre de la vis, paramètre variable. Posons, $\lambda = \lambda_1$, et $\lambda s = \lambda_2$.

On remarque alors que les expressions (47) sont de la forme (44), les deux points qui déterminent la droite-image de l'ensemble des droites ayant pour cordonnées :

$$(u_1, v_1, w_1, l_1, m_1, n_1) \text{ et } (0, 0, 0, u_1, v_1, w_1)$$

b) *L'ensemble de rang $r=2$ des vis à même paramètre s contient, en général, seulement deux vis.* En effet, dans l'espace de F. Klein la droite-image d'un ensemble de vis, de rang $r = 2$, coupe la variété quadratique Q_s en deux points, les images des vis de l'ensemble.

c) *L'ensemble des vis à même paramètre, dont les axes centraux sont les rayons d'un même faisceau plan est de rang r=2.* Ce cas correspond, du point de vue géométrique, au cas où les deux points, images des deux vis qui définissent l'ensemble, se trouvent tous deux sur la même génératrice de Q_s. En effet, considérons deux vis $(u_1...n_1)$ et $(u_2...n_2)$ qui définissent un ensemble de vis $(u,...n)$. On a :

$$u=\lambda_1 u_1+\lambda_2 u_1,...., n=\lambda_1 n_1+\lambda_2 n_2 \tag{48}$$

Supposons que toutes les vis de l'ensemble ont un même paramètre Il résulte :

$$Q_s(u...)=0,\ Q_s(u_1...)=0,\ Q_s(u_2...)=0, \tag{49}$$

Mais :

$$Q_s(u...)=Q_s(\lambda_1 u_1+\lambda_2 u_2...)=\lambda_1^2 Q_s(u_1...)+\lambda_2^2 Q_s(u_2...)+2\lambda_1\lambda_2 Q_s(u_1/u_2...) \tag{50}$$

En vertu des relations (48) il résulte :

$$Q_s(u_1/u_2...)=0 \tag{51}$$

La condition (51) qui exprime la concurrence des axs centraux des vis données représente une condition nécessaire pour que les deux vis données aient des images situées sur la même génératrice rectiligne de Q_s. On peut maintenant vérifier facilement que les relations (48) montrent que les axes centraux des vis appartiennent à un faisceau plan. En effet, en mettant en évidence les coordonnées homogènes de l'axe central d'une vis quelconque de l'ensemble, les équations (48) deviennent :

$$\begin{aligned} u'&=\lambda_1 u_1'+\lambda_2 u_2' & l'+su'&=\lambda_1(l_1'+su_1')+\lambda_2(l_2'+su_2')\\ v'&=\lambda_1 v_1'+\lambda_2 v_2' & m'+sv'&=\lambda_1(m_1'+sv_1')+\lambda_2(m_2'+sv_2')\\ w'&=\lambda_1 w_1'+\lambda_2 w_2' & n'+sw'&=\lambda_1(n_1'+sw_1')+\lambda_2(n_2'+sw_2') \end{aligned} \tag{52}$$

En retranchant les trois premières équations, multipliées par s, respectivement des trois dernières on obtient :

$$\begin{aligned} u'&=\lambda_1 u_1'+\lambda_2 u_2' & l'&=\lambda_1 l_1'+\lambda_2 l_2'\\ v'&=\lambda_1 v_1'+\lambda_2 v_2' & m'&=\lambda_1 m_1'+\lambda_2 m_2'\\ w'&=\lambda_1 w_1'+\lambda_2 w_2' & n'&=\lambda_1 n_1'+\lambda_2 n_2' \end{aligned} \tag{53}$$

Ces équations montrent [1]que les axes centraux des vis de l'ensemble appartiennent au faisceau plan défini par les deux vis à axes centraux coplanaires

Il est utile, pour les applications, de distinguer deux cas possibles pour un faisceau plan :

— les axes des vis de l'ensemble sont coplanaires et concurrents ;
— les axes des vis de l'ensemble sont coplanaires et parallèles.

15. *ENSEMBLE DE VIS DE RANG* $r=1$

Soient u_1,v_1,m_1,l_1,m_1,n_1 les coordonnées homogènes de la vis qui définit l'ensemble. Une vis quelconque de l'ensemble aura les coordonnées homogènes :

$$u=\lambda u_1,\ v=\lambda v_1,\ w=\lambda w_1,\ l=\lambda l_1,\ m=\lambda m_1,\ n=\lambda n_1 \qquad (54$$

Il est facile de constater que les coordonnées $u,v,w,l,m,n,$ à cause de leur caractère d'homogénéité representent la même vis $(u_1...n_1)$. Donc *ensemble des vis de rang* $r=1$ *contient une seule vis.* On peut dire aussi que cet ensemble contient *toutes les vis identiques c'est à dire toutes les vis qui ont le même axe central et le même paramètre s.*

16. *ENSEMBLE DE VIS DE RANG* $r=0$

Cet ensemble est, ainsi qu'on a montré plus haut, *l'ensemble vide.*

17. *SOUSENSEMBLES DE VIS*

Les considérations faites aux paragraphes précédentes nous permettent de tirer quelques conclusions en ce qui concerne les sousensembles de vis. En général *le rang d'un sousensemble est égal à celui de la matrice (19)* (v. § 7.) En beaucoup de cas particuliers, il n'est pas nécesaire d'écrire cette matrice et de déterminer son rang. Seulement la configuration géométrique des axes centraux des vis du sousensemble et les valeurs des paramètres des vis nous permettent d'établir directement le rang du sousensemble.

En voici quelques cas :

a) Le sousensemble de vis est de rang $r=0$ s'il ne continet aucun vis.

b) Le sousensemble de vis est de rang $r=1$ s'il contient une seule vis ou $n>1$ vis identiques.

c) Le sousensenmble de vis est de rang $r=2$ s'il contient :

— deux vis quelconques ;

— $n\geqslant 2$ vis quelconques à même axe central ;

— $n\geqslant 2$ vis à même paramètre dont les axes centraux sont en même temps coplanaires et concurrents ;

— $n\geqslant 2$ vis à même paramètre dont les axes centraux sont en même temps coplanaires et parallèles.

d) Le sousensemble de vis est du rang $r=3$ s'il contient ;

— trois vis quelconques ;

— $n\geqslant 3$ vis d'un même paramètre dont les axes centraux recontrent trois droites quelconques données ;

— $n\geqslant 3$ vis d'un même paramètre dont les axes centraux rencontrent deux droites données et sont en même temps parallèles à un plan donné ;

— $n \geqslant 3$ vis d'un même paramètre, dont les axes centraux sont coplanaires ;

— $n \geqslant 3$ vis d'un même paramètre, dont les axes centraux sont concurrents ou parallèles dans l'espace ;

— $n \geqslant 3$ vis d'un même paramètre, dont les axes centraux appartiennent à deux faisceaux plans ayant un rayon commun.

e) *Le sousensemble de vis est du rang $r=4$ s'il contient*

— quatre vis quelconques ;

— $n \geqslant 4$ vis, dont les axes centraux sont parallèles ;

— $n \geqslant 4$ vis à même paramètre, dont les axes centraux rencontrent deux droites données ;

— $n \geqslant 4$ vis à même paramètre, dont les axes centraux rencontrent une droite donnée et sont en même temps parallèles à un plan donné ;

— $n \geqslant 4$ vis à même paramètre, dont les axes centraux rencontrent parallèles à une direction donnée et les autres sont les droites à l'infini de l'espace ;

— $n \geqslant 4$ vis, à même paramètre, dont les axes centraux sont, les uns situés dans un plan et les autres concurrents (dans l'espace) dans un point situé dans le plan donné ;

— $n \geqslant 4$ vis, à même paramètre, dont les axes centraux sont, les uns situés dans un plan et les autres parallèles à une droite de ce plan.

f) *Le sousensemble de vis est de rang $r=5$ s'il contient :*

— cinq vis quelconques ;

— $n \geqslant 5$ vis parallèles à un plan donné ;

— $n \geqslant 5$ vis à même paramètre, dont les axes centraux rencontrent une même droite ;

— $n \geqslant 5$ vis à même paramètre, dont les axes centraux sont parallèles à un même plan ;

— $n \geqslant 5$ vis à même paramètre, dont les axes centraux appartiennet à deux étoiles de droites concurrentes, ou à une étoile de droites concurrentes et à un autre de droites parallèles, ou à deux étoiles de droites parallèles.

g) *Le sousensemble de vis est de rang $r=6$ s'il contient :*

— $n \geqslant 6$ vis quelconques ;

— $n \geqslant 6$ vis, dont 6 vis ont leurs axes centraux situés sur les côtés d'un tétraèdre non dégénéré.

★

Les conclusions, en ce qui concerne la classifications des ensembles et des sousensembles de vis sont résumées dans le „Tableau récapitulatif".

TABLEAU RÉCAPITULATIF

Le rang	Ensembles de vis quelconques		Ensembles de vis à même paramètre		Sousensembles de vis quelconques		Sousensembles de vis à même paramètre	
	Nombre des vis	Configuration des axes centraux	Nombre des vis	Configuration des axes centraux	Nombre des vis	Configuration des axes centraux	Nombre des vis	Configuration des axes centraux
0	0	—	0	—	0	—	0	—
1	1	quelconque	∞	confondus	1	quelconque	$\geqslant 1$	confondus
2	∞^1	les génératrices d'une même surface Ball.	∞^1	coplanaires et concurrents	2 $\geqslant 2$	quelconques confondus	2 $\geqslant 2$ $\geqslant 2$	quelconques coplanaires et concurrents coplanaires et parallèles
	∞	confondus	∞^1	coplanaires et parallèles				
3	∞^2	congruence biquadratique	∞^1	série linéaire de droites, cas particulier : sémiquadrique	3	quelconques	3 $\geqslant 3$ $\geqslant 3$	quelconques rencontrent trois droites données rencontrent deux droites données et sont en même temps parallèles à un plan donné
			∞^2	concurrents ou parallèles dans l'espace (étoile de droites)			$\geqslant 3$ $\geqslant 3$ $\geqslant 3$ $\geqslant 3$	coplanaires quelconques deux faisceaux plans à un rayon commun concurrent dans l'espace parallèles dans l'espace
4	∞^3	complexe quadratique cas particulier : parallèles	∞^2	congruence linéaire	4 $\geqslant 4$	quelconques parallèles	4 $\geqslant 4$ $\geqslant 4$ $\geqslant 4$ $\geqslant 4$ $\geqslant 4$	quelconques rencontrent deux droites données rencontrent une droite donée et sont en même temps parallèles à un plan donné les uns sont parallèles à une direction donnée, les autres sont des droits à l'infini de l'espace les uns sont situés dans un plan et les autres sont concurrents (dans l'espace) dans un point situé dans le plan donné les uns sont situés dans un plan et les autres sont parallèles à une droite située dans ce plan
5	∞^4	quelconques cas particulier : parallèles à un plan donné	∞^3	complexe linéaire	5 $\geqslant 5$	quelconques parallèles à un plan donné	5 $\geqslant 5$ $\geqslant 5$ $\geqslant 5$ $\geqslant 5$ $\geqslant 5$	quelconques rencontrent une droite donnée parallèles à un plan donné deux étoiles de droites concurrentes une étoile de droites concurrentes et une étoile de droites parallèles deux étoiles de droites parallèles
6	∞^5	quelconques	∞^4	quelconques	$\geqslant 6$	quelconques	6	quelconques *cas particulier :* les côtés d'un tétraèdre

B.

Cette classification est très importante pour beaucoup de domaines de la mécanique [14]. Les application de cette théorie formerons l'objet de quelques articles qui paraîtrons prochainement.

INSTITUT POLYTECHNIQUE DE BUCAREST
Chaire de Mécanique

BIBLIOGRAFIE

1. *Gh. Ţiţeica:* Geometria diferenţială proiectivă a reţelelor. Ed. I, 1923; Ed. II, Editura Academiei Republicii Populare Romîne Bucureşti 1956 (pag. 19—26)
2. *Georges Bouligand:* Cours de Géométrie Analytique, Librairie Vuibert, Paris, 1940. (page 533 et les suivantes).
3. *K. K. Suslov:* Mecanica rațională, vol. II, Editura Tehnică Bucureşti 1950, (pag. 50—55).
4. *V. Vâlcovici, St. Bălan, R. Voinea:* Mecanică teoretică, Editura Tehnică, Bucarest, 1959. (pag. 155—160, 160—165).

К ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ВИНТОВ

(Краткое содержание)

Обобщая однородные координаты некоторой прямой, авторы определяют винт как геометрический элемент характеризуемый теми же координатами между которыми не существует ни одно соотношение удовлетворенное тождественным образом. Пользуясь, в качестве изображения винта точкой проективного пятиразмерного пространства Ф. Клейна, производится систематическое исследование линейных множеств винтов и положений их центральных осей. Полученные результаты систематизированы в тавлице.

CONTRIBUTION TO THE GENERAL GEOMETRICAL THEORY OF SCREWS

(Summary)

Generalizing the homogeneous coordinates of a line, the authors defines the screw as the geometrical element described by the same coordinates, but between which there remains no relation to be identically satisfied. By using a point in F. Klein's penta-dimensional projective space as the image of a screw, they undertake a systematical study of the liner sets of screws and of the configuration of their central axes. The reslts are systematized in a summarizing table.

CONTRIBUTIONS Ă LA THÉORIE GÉOMETRIQUE DES VIS

(Résumé)

En généralisant les coordonnées homogènes d'une droite, les auteurs définissent le vis, comme l'élément géometrique caractérisé par les même coordonnées entre lesquels il n'y ait aucune relation satisfaite identiquement. En utilisant pour l'image d'un vis un point de l'espace projectif à cinq dimensions de F. Klein, on analyse systhématiquement les ensembles linéaires des vis et on étudie les configurations de leurs axes centraux. Les résultats obtenus sont présentés dans un tableau récapitulatif.

BEITRAG ZUR GEOMETRISCHEN THEORIE DER SCHRAUBEN

(Zusammenfassung)

Die homogenen Koordonaten einer Geraden verallgemeinernd, wird die Schraube von den Verfasser als das geometrische Element definiert, das durch die gleichen Koordonaten charakterisiert wird, zwischen denen aber keine identisch lösbare Gleichung mehr besteht.

Als Sinnbild einer Schraube einen Punkt in den fünfdimensionellen Proektionsraum nach F. Klein benützend, wird ein systematischen Studium im Hinblick der linearen Mengen der Schrauben, sowie der Konfiguration ihrer Zentralachsen unternommen. Die erzielten Resultate werden in einer zusammenfassenden Tabelle systematisiert.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 3

CHIMIE ANORGANICĂ

PROCES TEHNOLOGIC PENTRU OBȚINEREA CLORITULUI DE SODIU DIN LEȘIILE DE LA TIRNĂVENI

AUREL IANU și ADRIAN STECLACI

INTRODUCERE

Încă de mulți ani s-a pus problema producerii cloritului de sodiu și la noi în țară. Acest produs este fabricat pe scară industrială în alte țări și are proprietăți oxidante remarcabile. Este cunoscut faptul că industria textilă folosește în procesele de decolorare clor, hipocloriți și apă oxigenată. Se cunoaște deasemenea mica stabilitate la conservare a acestor substanțe sub influența temperaturii, umidității și altor cauze. Pe de altă parte, derivații clorului utilizați actual în industria textilă, mai prezintă inconvenientul că formează oxiceluloză care produce o degradare a fibrei celulozice și ca urmare o scădere a rezistenței la uzură și rupere a fibrei. Acest lucru se datorește clorului elementar care are o acțiune foarte agresivă asupra fibrelor celulozice. Gradul de depreciere al acestor fibre este cu atît mai pronunțat cu cît dorim să obținem un produs cu un grad de alb mai înaintat.

Datorită greutăților de depozitare și conservare a produșilor clorurați și a apei oxigenate folosiți actualmente de industria noastră textilă, precum și a deprecierii masive a fibrelor, s-a născut necesitatea găsirii unui produs care prin proprietățile sale să înlăture aceste inconveniente. Acest produs este unanim recunoscut ca fiind cloritul de sodiu care pe lîngă o bună conservabilitate mai prezintă proprietăți de menajare a fibrelor celulozice. În plus, mai are o serie întreagă de alte utilizări în diverse industrii. Acest lucru face necesară punerea la punct a fabricării cloritului de sodiu mai întîi pe scară semiindustrială și apoi pe scară industrială și la noi în țară.

Literatura de specialitate arată o mulțime de metode și procese, în parte patente, de obținere a cloritului de sodiu. Nu intrăm în detaliile descrierii acestor metode. Ne vom rezuma numai la arătarea metodelor care după părerea noastră au posibilitatea să fie transpuse pe scară industrială în țara noastră. După studii de laborator și încercări într-o stație micropilot, în decurs de mai mulți ani, am ajuns la concluzia că pentru a produce clorit de sodiu suficient de ieftin, e nevoie să folosim ca materii prime produse ale industriei noastre chimice, ieftine și ușor accesibile.

Produsele pe care le-am ales ca materii prime în aceast problemă sînt: leșiile de clorier de la Tîrnăveni, acidul clorhidric, hidroxidul de sodiu și varul. În lucrările noastre am urmărit și o valorificare a tuturor subproduselor în scopul reducerii prețului de cost al produsului principal, cloritul de sodiu.

Obținerea cloriților din cloranți.

Pentru obținerea cloritului de sodiu, se folosește ClO_2 produs prin descompunerea cloraților în mediu acid și prinderea lui în soluțiuni alcaline. Pentru ca cea mai mare parte a Cl_2 din clorat să fie transformat în clorit e nevoie ca atît în faza de producere a ClO_2 cît și în faza de absorbție a lui să se lucreze în prezență de reducător.

Deci în această problemă avem două faze distincte: una de producere a ClO_2 și alta de reducere a lui în mediu alcalin în clorit. În cele ce urmează vom trata pe rînd aceste două faze.

A. — *Faza de producere a ClO_2.*

a) *Privire generală.*

După F. Schmidt și Geisler (2) se obține ClO_2 prin încălzirea slabă a cloraților alcalini cu acid sulfuric în prezență de acid oxalic ca reducător. Reacțiile ce au loc sînt următoarele:

$$K ClO_3 + H_2SO_4 = H ClO_3 + K H SO_4 \quad (1)$$

$$2 HClO_3 + C_2O_4H_2 = 2 ClO_2 + 2 H_2O + 2 CO_2 \quad (2)$$

Concomitent au loc și o serie de reacții secundare dintre care citățm:

$$3 HClO_3 = HClO_4 + 2 ClO_2 + H_2O \quad (3)$$

$$2 HClO_3 = 2 ClO_2 + H_2O + {}^1/_2 O_2 \quad (4)$$

Reacțiile secundare care consumă din clorul cloratului în detrimentul ClO_2 sînt împinse înapoi în prezența unei suficiente cantități de reducători (acid oxalic). Metoda are avantajul că se obține un ClO_2 amestecat cu CO_2 înlăturînd astfel pericolele de explozie. În schimb prezența CO_2 constituie un desavantaj prin faptul că în faza de absorbție a ClO_2 consumă cantități importante de alcalii formînd carbonați ce se separă ulterior greu de clorit. În plus, sărurile de potasiu precum și acidul oxalic sînt substanțe destul de scumpe ca să facă procedeul neeconomic pe scară industrială. Afară de aceasta, metoda nu este aplicabilă în cazul leșiilor care conțin alături de cloranți de sodiu sau calciu, cloruri ale acestor elemente. Din aceste cloruri fie că se produc săruri insolubile ($CaSO_4$) fie că se formează acid clorhidric care complică reacțiile (reacția nr. 6).

Pornirea de la un clorat de sodiu obținut pe cale electrolitică, chiar în soluțiuni mai concentrate, pe lîngă prețul lui de cost ridicat, nu simplifică procedeul. De aceea în cazul folosirii leșiilor de clorier de la Tîrnăveni ($Ca(ClO_3)_2 + 5\ CaCl_2$) metoda arătată nu este rentabilă. Încercările de

folosire a altor reducători decît acidul oxalic ca de exemplu SO_2 nu simplifică cu nimic procedeul. Formarea de $CaSO_4$, pe lîngă consumul ridicat de H_2SO_4, face nevalorificabile subprodusele ce rezultă. Pe de altă parte au loc și reacții secundare ca de exemplu:

$$HClO_3 + 3\,SO_2 + 3\,H_2O = HCl + 3\,H_2SO_4 \qquad (5)$$

Acidul clorhidric format, fiind el însăși reducător descompune la rîndul lui $HClO_3$ după reacția:

$$HClO_3 + 5\,HCl = 3\,Cl_2 + H_2O \qquad (6)$$

Ținînd seama de cele arătate mai sus și de faptul că leșiile de clorier de la Tîrnăveni sînt cea mai ieftină sursă de clorat de la noi din țară, am încercat să valorificăm aceste leșii după mai multe variante ce le vom arăta în cele ce urmează.

b) *Încercări de laborator.*

Leșiile de la clorierul Tîrnăveni sînt un amestec care la analiză arată următoarea compoziție medie pe litrul de soluție:

390 gr. $CaCl_2$

134 gr. $Ca(ClO_3)_2$

mici cantități de $Ca(OH)_2$ disolvat.

Aceste leșii sînt în general valorificate pentru prepararea $KClO_3$ prin reacții de dublă substituție cu KCl. Substanța mai ușor solubilă care rămîne după separarea $KClO_3$ (mai greu solubil) adică clorura de calciu se valorifică ca atare. Utilizarea KCl pentru obținerea $KClO_3$ face ca prețul lui să fie destul de ridicat, făcîndu-l astfel nerentabil ca materie primă într-un proces de obținere a $NaClO_2$ după metoda clasică.

Am încercat să folosim pentru reacția de dublu schimb sulfat de potasiu, adăugat în cantitate echivalentă cloratului de calciu:

$$K_2SO_4 + Ca(ClO_3)_2 = 2\,KClO_3 + CaSO_4 \qquad (7)$$

Prin spălarea cu apă fierbinte a precipitatului obținut am realizat separarea cloratului de potasiu de $CaSO_4$. Cloratul de potasiu obținut astfel a fost folosit drept materie primă în faza de producere a ClO_2, împreună cu acid sulfuric și ca agent reducător leșiile reziduale bisulfitice de la uzina de celuloză Zărnești. Produsul secundar al acestei reacții, sulfatul acid de potasiu, după o neutralizare prealabilă cu lapte de var și filtrare, este folosit în reacția de dublu schimb cu K_2SO_2, (nr. 7).

La prima vedere, această metodă de lucru pare atrăgătoare. Experiența arată însă că pentru a descompune toată cantitatea de clorat introdusă în reacția de producere a ClO_2 — (nr. 1), este nevoie de 2,5—2,7 echivalenți de H_3SO_4 în loc de un echivalent așa cum rezultă din reacție. În consecință, soluția reziduală va conține pe lîngă $KHSO_4$ format în reacția (1) și H_2SO_4 liber. Încercările noastre de separare a $KHSO_4$ prin cristalizare de excesul de acid sulfuric neintrat în reacție, au dat oarecari rezultate în sensul că acidul e reintrodus în reacția(1). Sulfatul acid de potasiu, după

neutralizarea sa cu lapte de var și filtrare, este folosit apoi în reacția de dublu schimb nr. 7. Cu toate precauțiunile luate rezultă o oarecare pierdere în săruri de potasiu, ceea ce reclamă o reîmprospătare cu noui cantități de H_2SO_4. Afară de acest prim inconvenient, ne-am mai lovit și de următoarele greutăți :

— reacția de dublu schimb nr. 7 nu este cantitativă. În totdeauna în soluția de $CaCl_2$ se va găsi și clorat de potasiu ce a rămas în soluție (ceeace explică pierderile în săruri de potasiu semnalate mai sus). Adăugarea unui exces de K_2SO_4 în reacția (7), pentru a garanta precipitarea cantitativă a Ca din $Ca(ClO_3)_2$, aduce după sine formarea de $CaSO_4$ pe seama $CaCl_2$ și deci o impurificare a acestuia cu KCl. În ultima analiză rezultă aceiași pierdere în săruri de potasiu, corespunzătoare adaosului în exces de K_2SO_4.

— sulfatul acid de potasiu rezultat din reacția de producere a ClO_2 este impurificat cu toate resturile de substanțe organice conținute de leșiile bisulfitice folosite ca reducător. Aceste impurități ajung apoi în parte după reacția de dublu schimb în soluția de $CaCl_2$ mărind astfel și ele gradul ei de impuritate.

— în această metodă de lucru se ivesc și o serie de operațiuni : neutralizări, precipitări, filtrări, cristalizări, etc., care sînt foarte anevoioase ținînd seama de concentrațiile mari ale soluțiilor cu care se lucrează.

Pentru a înțelege cît mai bine această metodă de producere a bioxidului de clor redăm în pagina ce urmează o schemă în care sînt trecute atît fazele de producere a bioxidului de clor cît și circuitul sărurilor de potasiu pentru obținerea cloratului de potasiu folosit drept materia primă în acest procedeu.

Datorită inconvenientelor ce le prezintă metoda descrisă ne-am îndreptat cercetările în altă direcție, și anume la a obține fie clorat de calciu cît mai pur direct din leșiile de la clorierul Tîrnăveni sau a cloratului de sodiu prin dublu schimb din aceleași leșii.

Pentru a obține cloratul de calciu, s-au supus evaporării 10 litri leșie Tîrnăveni avînd următoarele caracteristici :

$$D = 1{,}36$$

385,4 gr, $CaCl_2$/litru

133,7 gr. $Ca(ClO_3)_2$ litru

După două evaporări urmate fiecare de răcire și filtrarea cristalelor depuse s-a ajuns final la o soluție de 1,6 litri avînd următoarea compoziție totală :

565,4 gr. $CaCl_2$

1060 gr. $Ca(ClO_3)_2$

deci în decursul operațiilor de concentrare s-au separat 3289 gr. $CaCl_2$ (socotit anhidră) și 273 gr. $Ca(ClO_3)_2$ reținut de clorură. Astfel s-a constatat o pierdere greu recuperabilă de 20,4% clorat.

Acest procent ridicat de clorat de calciu pierdut și care impurifică produsul secundar, clorura de calciu, precum și manopera greoaie legată

SCHEMA 1

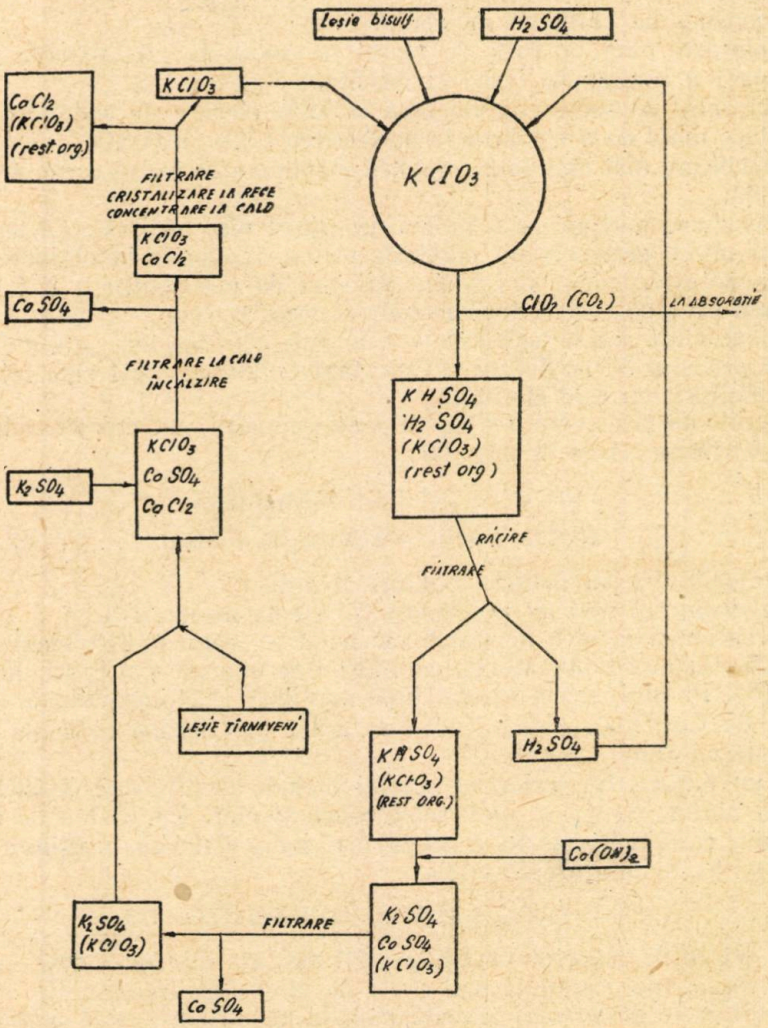


Fig. 1

de evaporări, răciri, cristalizări, filtrări fac ca această cale să nu prezinte interes.

Obținerea unui clorat de sodiu în urma unui dublu schimb cu Na_2CO_3 chiar pe soluții îmbogățite în clorat de calciu prezintă de asemenea o serie de inconveniente:

— pierderi în clorat de calciu la operația de concentrare a leșiei Tîrnăveni.
— recuperarea parțială a clorurei de calciu (impurificată cu cloratul de calciu ce l-a reținut).
— consum de carbonat de sodiu.
— pierderi pînă la 15% de clorat de sodiu la cristalizarea fracționată a soluției de NaCl și $NaClO_3$.
— cloratul de sodiu conține pînă la 12% clorură de sodiu lucru ce-l face inapt de a fi folosit la producerea ClO_2 cu H_2SO_4.

O purificare mai înaintată complică manopera făcînd și această metodă nerentabilă.

O concluzie parțială ce o putem desprinde pînă aici este că leșiile de Tîrnăveni nu se pretează din punct de vedere economic la obținerea unui clorat de potasiu, calciu sau sodiu suficient de pur pentru a fi folosit la producerea ClO_2 cu H_2SO_4 după metoda clasică *).

În consecință aceste leșii trebuiesc folosite ca atare fără alte prelucrări, direct în procesul de producere a ClO_2 fapt ce atrage după sine înlocuirea acidului sulfuric cu acid clorhidric.

Reacțiile de producere a ClO_2 în aceste condiții sînt următoarele (a se urmări și schema II de la pag. 99):

$$Ca(ClO_3)_2 + 2\,HCl = 2\,HClO_3 + CaCl_2 \qquad (8)$$

$$2\,HClO_3 + 2\,HCl = 2\,ClO_2 + Cl_2 + 2\,H_2O \qquad (9)$$

Avantajele acestei metode sînt următoarele:

— reducătorul necesar producerii ClO_2 este însăși HCl.

— cantitatea masivă de $CaCl_2$ existentă în leșia de Tîrnăveni rămîne neafectată. Ba mai mult, acestei cantități i se adaogă $CaCl_2$ rezultată din reacția (8). În felul acesta rezidul final conține $CaCl_2$ impurificată cu mici cantități de $Ca(ClO_3)_2$ (lucru ce-l vom arăta mai tîrziu) și poate fi deci valorificată ca atare.

Ca un desavantaj serios al acestei metode de obținere a ClO_2, este faptul că alături de gazul dorit se produce și clor. Cantitatea de clor ce rezultă din reacția 9 este în practică mai mare datorită reacțiilor secundare ce au loc și dintre care citățm:

$$Ca(ClO_3)_2 + 12HCl = CaCl_2 + 6\,H_2O + 6\,Cl_2 \qquad (10)$$

Așa fel încît, raportul $ClO_2/Cl_2 = 2/1$ dat de reacția 9 este micșorat prin formarea unei cantități mai mari de clor după reacția 10.

Cu tot acest desavantaj această metodă ni s-a părut a fi singura rentabilă folosind ca sursă de clorat leșiile de la Tîrnăveni.

*) Se impune un studiu mai amănunțit asupra reacțiilor ce au loc la descompunerea cloraților cu acid sulfuric, studiul factorilor ce influențează acesfe reacții ca și influența asupra acestor reacții a ionilor străini ce se pot găsi în soluție. Acest lucru se va comunica într-o notă ulterioară.

Încercările făcute de noi în faza de producere a ClO_2 am avut drept scop realizarea unui raport ClO_2/Cl_2 cît mai apropiat de cel teoretic dat de reacția (9) și micșorarea pe cît posibil a producerii Cl_2 după reacția (10). Concomitent ne-a interesat epuizarea cît mai complet posibilă a cloratului de calciu existent în leșia Tîrnăveni și în ce măsură aceasta afectează primul obiectiv urmărit, adică raportul ClO_2/Cl_2.

Factorii care influențează mersul reacțiilor 8 și 9 de producere a ClO_2 ca și raportul ClO/Cl_2 sînt următorii:

— Concentrația substanțelor introduse în reacție (leșia Tîrnăveni și acidul clorhidric).
— Temperatura de lucru.
— Viteza de adăugare a acidului.
— Agitarea soluțiilor.
— Excesul de acid clorhidric pentru a epuiza total $Ca(ClO_3)_2$ existent.

Din încercările de laborator făcute de noi s-au constatat următoarele:

1. Reacțiile (8) și (9) sînt posibile numai în prezență de cantități mici de acid clorhidric, respectiv de H^+. În consecință, HCl trebuie adăugat în leșia de Tîrnăveni numai pe măsură ce acesta se consumă. O adăugare prea rapidă chiar a cantității de HCl cerută stoichiometric de reacțiile (8) și (9), creează o concentrație prea mare de H^+, fapt care deschide drum liber reacției 10. Ca atare, raportul ClO/Cl_2 de 2/1 este modificat în favoarea clorului. În aceeași ordine de idei se deduce că raportul ClO_2/Cl va fi cu atît mai apropiat de cel teoretic 2/1, cu cît concentrația lesiei de Tîrnăveni va fi mai mare (în clorat de calciu) pe de o parte, iar pe de altă parte cu cît HCl va fi mai diluat. Viteza de adăugare a HCl trebuie să fie suficient de înceată pentru a garanta consumarea de H^+. Totuși pentru ca producerea de ClO_2 în unitatea de timp să nu devină prea mică, lungind astfel procesul, nici acidul nu poate fi diluat prea mult, nici timpul lui de adăugare nu poate fi prea lung.

O posibilitate de compensare ce ne-a stat la îndemînă a fost aplicarea unei agitații mecanice puternice a leșiei de Tîrnăveni în care se introduce treptat acidul. Această agitare este produsă în parte și de aerul ce se introduce în soluție, în scopul diluării ClO_2 pentru a evita pericolele de explozie. Totuși încercările practice ne-au arătat că agitarea mecanică este absolut necesară, cea obținută prin barbotarea aerului fiind cu totul insuficientă.

2. Temperatura de lucru, al doilea factor important în desfășurarea reacțiilor, a fost menținută la cea ambiantă (25°C) pe toată durata adăugării HCl. Cînd producerea de ClO_2 slăbește, adică H^+ din soluție au fost în bună parte consumați, reacțiile se înviorează printr-o încălzire ușoară, treptată pînă la cca. 60°C. În felul acesta se realizează o scurtare a timpului de reacție între ionii ce se mai găsesc încă în soluție cu menținerea unui raport favorabil ClO_2/Cl_2. O încălzire rapidă sau o depășire a acestei temperaturi, ne-a arătat din nou că valoarea raportului ClO_2/Cl_2 este deplasată în favoarea clorului. Oprind reacția de producere a ClO_2 după încălzirea treptată (60°C), se constată că reacțiile nu au fost complete și că în soluția reziduală se mai găsesc cca. 15% HCl și 30% $Ca(ClO_3)_2$ din canti-

tățile inițiale. Cloratul de calciu l-am recuperat aproape cantitativ (pierderile totale în clorat au fost de 3,5—4%) după cum se poate vedea în schema ce o vom da mai jos.

3. Adăugarea unui exces de HCl față de cantitatea stoichiometrică cerută de reacțiile (8) și (9) în scopul înviorării reacției și a epuizării totale a $Ca(ClO_3)_2$ a avut următoarele rezultate:

— în adevăr cloratul de calciu este consumat aproape integral făcînd ca faza de recuperare a cloratului să fie eliminată.

— randamentul de producere a ClO_2 scade însă mult datorită deplasării valorii raportului ClO_2/Cl_2 către clor. Astfel se deschide din nou drum liber reacției 10.

În consecință lucrînd cu un exces de acid clorhidric nu se realizează altceva decît a consuma cca 30% din cloratul de calciu introdus în reacție pentru a produce Cl_2 și prea puțin ClO_2.

Ca atare se dovedește a fi economică faza de recuperare a $Ca(ClO_3)_2$ din soluția reziduală fără adăugarea unui exces de acid clorhidric.

Pe baza încercărilor de laborator și a concluziilor trase din aceste experiențe ce au fost arătate mai sus, redăm mai jos (pag. 99) schema de producere optimă a ClO_2 din lesia Tîrnăveni **).

B. *Faza de absorbție a ClO_2 și transformarea lui în clorit*

Pentru transformarea ClO_2 în clorit, acest gaz diluat puternic cu aer se prinde prin barbotare într-o soluție alcalină. După natura cationului existent în soluția alcalină, se obține cloritul corespunzător. Dacă absorbția are loc în acest fel jumătate din cantitatea de ClO_2 introdusă se transformă în clorat ca de exemplu:

$$2\,ClO_2 + 2\,NaOH = NaClO_3 + NaClO_2 + H_2O \qquad (11)$$

Pentru a evita formarea cloratului de sodiu din ClO_2 ceeace reprezintă o pierdere de 50% din ClO_2 total introdus la absorbție, este nevoe ca în soluția de absorbție să se găsească un agent reducător.

În acest caz, ca de exemplu în prezența H_2O_2 folosită drept reducător, reacția se desfășoară conform ecuației:

$$2\,ClO_2 + 2\,NaOH + H_2O_2 = 2\,NaClO_2 + 2\,H_2O + O_2 \qquad (12)$$

Din această reacție se constată că în prezență de reducător tot ClO_2 e transformat în clorit.

Agenții reducători care intră în discuție trebuie să îndeplinească anumite condițiuni:

— să fie suficient de solubil în soluția alcalină iar produsul de oxidare să poată fi separat ușor ulterior.

— să împiedice formarea cloratului și tot odată să nu acționeze prea brutal, adică să facă o reducere pînă la clorură.

**) Și aici se impune un studiu mai amănunțit al reacțiilor ce au loc între clorați și acidul clorhidric. Studiul sistematic al factorilor ce influențează aceste reacții se va arăta într-o notă ulterioară.

Dintre reducătorii menționați în literatură și patente menționăm următorii :

— apa oxigenată (4)
— peroxizii metalici

SCHEMA II

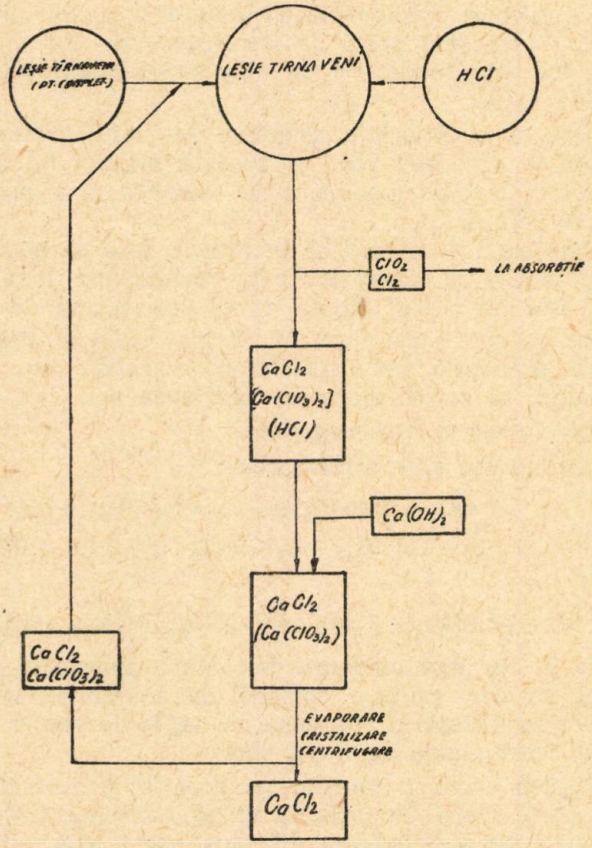


Fig. 2

— cărbunele sau sulful fin divizați (1)
— oxizi ai metalelor grele : Co, Ni, Mn, Pb, Tl, și hidroxizii inferiori ai acestora
— metale în pulbere : Zn, Cd, Al (4)
— amalgamul de sodiu.

Ținînd seama de faptul că în cazul nostru avem un amestec de ClO_2 și Cl_2 (nu ClO_2 curat), de prețul de cost al acestor reducători cît și din

cauza condițiilor arătate mai sus se exclud din capul locului o serie dintre aceste substanțe reducătoare.

Prin cercetările noastre de laborator pentru această fază s-au urmărit două obiective principale:

1. — o separare a ClO_2 de Cl_2
2. — alegerea reducătorului cel mai potrivit.

În ceeace privește primul obiectiv, adică separarea ClO_2 de Cl_2, încercările noastre nu au dat rezultate satisfăcătoare care să poată fi transpuse ulterior în practică pe o scară industrială. Așa de exemplu reținerea clorului într-o suspensie concentrată de lapte de var, sau turnuri (coloane) umplute cu CaO (scruber) arată că într-adevăr are loc o reținere importantă de clor, nu însă totală, pe de altă parte este reținută o cantitate însemnată și de ClO_2.

Am încercat și o absorbție selectivă în soluții saturate de cloruri alcaline urmate de desorbție (5). Și această metodă nu a dus la rezultate satisfăcătoare, în plus manopera se complică prin manipularea unor canități mari de soluții.

În concluzie, am fost nevoiți să lucrăm în faza de absorbție cu amestecul de ClO_2 și Cl_2 ca atare așa cum rezultă din faza de producere. Alegerea reducătorului a fost făcută ținînd deci seama de acest fapt.

Reducătorii pe care i-am încercat au fost H_2O_2 și PbO, iar soluțiile alcaline au fost preparate din $Ca(OH)_2$ în suspensie sau NaOH. În cele ce urmează redăm pe scurt încercările făcute de noi.

1. *Absorbția în var și apă oxigenată.*

Reacțiile ce au loc sînt următoarele:

$$2\,ClO_2 + Ca(OH)_2 + H_2O_2 = Ca(ClO_2)_2 + 2H_2O + O_2 \qquad (12)$$

$$Cl_2 + Ca(OH)_2 + H_2O_2 = Ca\,Cl_2 + 2H_2O + O_2 \qquad (13)$$

sau însumate:

$$2\,ClO_2 + Cl_2 + 2Ca(OH)_2 + 2\,H_2O_2 = Ca\,(ClO_2)_2 + CaCl_2 + 4H_2O + 2O_2 \qquad (14)$$

Aceste reacții au fost efectuate barbotînd amestecul de $ClO_2 + Cl_2$, puternic diluat cu aer, printr-o coloană de absorbție umplută cu inele Raschig, în care se găsește o suspensie de lapte de var și apă oxigenată.

Avantajele acestui mod de lucru sînt:

— solubilitatea mică a varului menține o alcalinitate redusă care menajează în parte H_2O_2. Pe măsură ce se consumă $Ca(OH)_2$ noi cantități din aceasta intră în soluție. În plus varul este un produs ieftin.

— randamentul de transformare a ClO_2 în clorit este aproape de cel teoretic.

— după terminarea reacțiilor, excesul de var se poate separa prin simplă filtrare de produsele solubile ($Ca(ClO_2)_2 + CaCl_2$).

— epuizarea soluției de absorbție sau eventual numai a reducătorului e ușor vizibilă datorită colorării soluției în galben.

— apa oxigenată nu dă produse secundare supărătoare.

Desavantajele constau în:

— apa oxigenată este un produs scump și mai greu accesibil.

— consumul de H_2O_2 este mai ridicat decît cel dat stoichiometric de reacție atît din cauza prezenții unei cantități mai mari de Cl_2, decît cea considerată în reacția de absorbție cît și datorită instabilității ei în mediu alcalin.

— o bună parte din H_2O_2 este consumată de Cl_2 care se reduce la clorură.

— apa oxigenată nu dă produse secundare valorificabile și nu poate fi nici regenerată.

— soluția rezultată la absorbție nu este produsul final urmărit, adică $NaClO_2$. Ea trebuie supusă reacției de dublu schimb cu Na_2CO_3 și apoi produșii separați.

Avînd în vedere aceste desavantaje serioase, am abandonat folosirea H_2O_2 ca reducător înlocuind-o cu PbO (litargă și masicot).

2. *Absorbția ClO_2 și Cl_2 într-o suspensie de var și PbO.*

În baza indicațiilor date de literatură (3), se arată că PbO în mediu alcalin reduce ClO_2 la clorit el însuși oxidîndu-se la PbO_2. Pentru ca această reacție să poată avea loc, alcalinitatea soluției de absorbție trebuie să fie corespunzătoare (în condiții normale de lucru) unei concentrații de 0,1—2 N. Deși o suspensie de var în apă nu poate garanta o alcalinitate cuprinsă între valorile de mai sus, ci abea 1/2 din limita inferioară (0,05 N), totuși noi am făcut încercări de reducere cu PbO într-o astfel de soluție.

Rezultatele experimentale au confirmat integral prevederile noastre cu atît mai mult cu cît încercările s-au făcut cu un amestec de ClO_2 și Cl_2.

Randamentele scăzute în clorit (cîteva procente) se explică astfel:

— Alcalinitatea soluției este prea mică pentru ca să garanteze solubilizarea unei cantități suficiente de PbO necesară reducerii gazelor. Viteza de consumare a PbO dizolvat este mai mare decît viteza de dizolvare a acestuia.

— Ca o consecință, gazele sînt absorbite ca în orice soluție alcalină formînd deci: ClO_3^-, ClO_2^-, ClO^-, și Cl^-, produși ce pot reacționa în aceste condițiuni și între ei.

— clorul existent în amestecul de gaze are în general o viteză de reacție mai mare decît ClO_2 și ca atare este consumatorul principal al PbO solubilizat.

Pentru motivele arătate mai sus s-a impus ca absolut necesar o mărire a alcalinității. Acest lucru se poate realiza prin caustificarea varului cu Na_2CO_3. Prin reacția de caustificare rezultă $CaCO_3$, produs secundar nedorit în faza de absorbție deoarece impurifică PbO și PbO_2.

În concluzie operațiunea de caustificare se poate realiza prealabil introducînd în coloana de absorbție direct o soluție de sodă caustică.

3. *Absorbția ClO_2 și Cl_2 într-o soluție de NaOH și PbO.*

Deși în indicațiile literaturii (3) se menționează în repetate rînduri că în faza de absorbție să se lucreze cu un raport de ClO_2/Cl_2 de maximum 25/1, totuși noi am încercat absorbția chiar cu un raport de ClO_2/Cl_2

de 1/2. Rezultatele cercetărilor noastre au arătat că se poate lucra și în aceste condițiuni atingînd randamente remarcabile în clorit, luînd însă anumite precauțiuni.

Aceste cercetări și rezultate constituiesc una din laturile originale ale acestei lucrări.

Reacțiile ce au loc în faza de absorbție sînt următoarele:

$$2ClO_2 + Cl_2 + 2PbO + 4NaOH = 2\,NaClO_2 + 2\,NaCl + 2PbO_2 + 2H_2O \quad (15)$$

Raportul ClO_2/Cl_2 de 2/1 luat în considerație în reacția (15) este cel dat de reacțiile (8) și (9). Cum însă întotdeauna are loc într-o oarecare măsură și reacția (10), însemnează că practic raportul ClO_2/Cl_2 de 2/1 va fi totdeauna modificat în favoarea Cl_2. Ținînd seamă de acest lucru, arătăm mai jos reacția de absorbție ce are loc în cazul unui raport nefavorabil de ClO_2/Cl_2 de 1/2 pentru a vedea în ce măsură cantitățile de alcalii și PbO suferă modificări:

$$2ClO_2 + 4Cl_2 + 5PbO + 10NaOH = 2NaClO_2 + 8NaCl + 5PbO_2 + 5H_2O \quad (16)$$

Comparînd reacțiile (15) și (16) se constată că:

— cantitatea de PbO și NaOH suferă o creștere de 25% în cazul reacției (16).

— în schimb raportul molar de $NaClO_2/NaCl$ = 1/1 din reacția (15) se modifică în 1/4 în reacția (16).

Ca o concluzie ce se poate trage din compararea acestor reacții este faptul că atunci cînd raportul ClO_2/Cl_2 este modificat în favoarea clorului, este necesar să se adauge în soluția de absorbție alcaliile și PbO în proporțiile cerute de reacția (16) și nu reacția (15). Acest lucru ne-a fost confirmat de analizele efectuate pe soluțiile de absorbție, cînd am constatat că raportul molar $NaClO_2/NaCl$ a fost în majoritatea cazurilor de 1/2, 2:

$$5\,ClO_2 + 5{,}5\,Cl_2 + 8\,PbO + 16\,NaOH = 5\,NaClO_2 + 11\,NaCl + 8\,PbO + 8\,H_2O \quad (17)$$

Din această reacție se constată că raportul ClO_2/Cl_2 este de 1/1, 1, iar cantitățile de PbO și NaOH sînt cele ce corespund reacției (16) și nu (15) cum ar fi fost de așteptat.

Ca atare este necesar să se lucreze cu un exces de PbO și NaOH.

Aceleași indicații din literatură (3) mai arată că oxidul de plumb se dizolvă în soluție de NaOH după diagrama ce o reproducem pe pagina următoare.

Deoarece reducătorul este de fapt PbO disolvat în soluția alcalină (plumbit de sodiu), este necesar ca acesta să fie prezent în permanență sub această formă în soluție. În caz contrar va avea loc o simplă hidroliză a ClO_2 cu formare de $NaClO_3$ alături de $NaClO_2$. Cum însă clorul sub formă de NaClO este acela care consumă în primul rînd plumbitul, cantitatea de plumbit din soluție trebuie să fie suficient de mare pentru a garanta reducerea și a ClO_2, pentru a evita formarea de $NaClO_3$.

În concluzie:

— viteza de admisie a gazelor ce intră în soluția de absorbție trebuie să fie astfel reglată încît consumul de plumbit de sodiu să nu întreacă viteza de disolvare a PbO ce generează plumbitul. Numai în acest fel se

realizează menținerea unei concentrații suficiente de plumbit în soluția care garantează reducerea urmărită.

— încercările practice au arătat că NaOH necesar soluției de absorbție trebuie să fie mai mare chiar decît îl cer reacțiile (15) și (16) din motivul arătat mai sus în așa fel încît la sfîrșitul fazei de absorbție, concentratele de NaOH din soluția de absorbtie să nu fie sub 0,1 N. În caz contrar, pe lîngă scăpările posibile se constată o creștere a conținutului de clorat.

— pentru a garanta o solubilitate cît mai rapidă a PbO încercările făcute au confirmat presupunerea că e bine să se lucreze cu un exces de

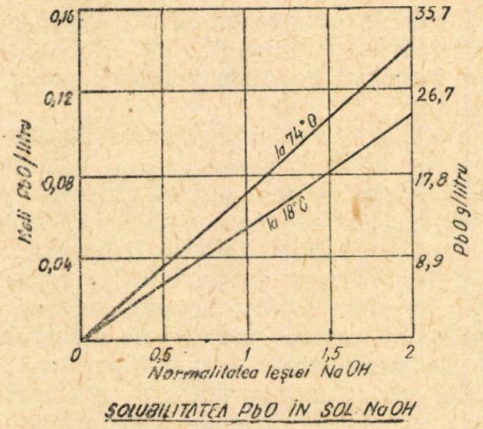


Fig. 3

PbO, exces care urcă pînă la 2,5 ori cantitățile prevăzute de reacția (16). Datorită acestui exces final suspensia din soluția de absorbție nu e formată numai din PbO_2 ci conține și PbO provenit din excesul introdus. Analiza a arătat un conținut de 35—40% PbO_2 în această suspensie.

Afară de considerentele de mai sus, e necesar să menționăm o serie de observații rezultate din latura pur practică a conducerii încercărilor. Aceste observații sînt importante în cazul transpunerii în pilot a acestui procedeu:

1. încercările de absorbție făcute într-o coloană umplută cu inele Raschig (folosită cu succes la absorbția în var și apă oxigenată) a arătat că se produc înfundări de conducte, crearea de canale preferate a gazelor. din cauza depunerii PbO_2 și PbO în zonele mai puțin agitate. Datorită densității mari a PbO, acesta se depune repede la baza coloanei creind în acest fel zone de concentrații diferite în lungul coloanei.

2. pentru a remedia inconvenientele de la punctul 1, s-a încercat absorbția gazelor în coloane orizontale cu șicane. Deoarece barbotarea gazelor e liniștită s-au utilizat soluții de NaOH cu un conținut de pînă la 35% pentru a garanta solubilizarea PbO și în vederea obținerii unei soluții de $NaClO_2$ mai concentrate. Rezultatele obținute au arătat că nu

se face o reținere integrală a ClO_2 și nici o reducere în bune condițiuni (randamente de maximum 20%).

3. S-a revenit la soluții de NaOH 2N însă în aceste condițiuni a apărut ca absolut necesară o agitare puternică a soluției de absorbție, lucru ce s-a realizat practic montînd un vas de absorbție pe un agitator oscilant *. Rezultatele obținute au arătat pe lîngă o absorbție complectă a gazelor și o reducere mulțumitoare a acestora.

4. Soluția după faza de absorbție obținută în condițiile arătate la punctul 3, conține final cca. 2% $NaClO_2$. Dată fiind diluția mare în clorit a acestei soluții, lucru ce ar necesita evaporări de volume mari de soluții, pentru a obține $NaClO_2$ solid, s-a încercat o absorbție repetată în aceiași soluție, completînd NaOH consumat și înlocuind PbO necesar. S-a constatat o însumare a tuturor produselor de absorbție, deci nu există pierderi de $NaClO_2$. Încercările s-au făcut pînă la o soluție finală cu 12% $NaClO_2$, concentrație suficient de mare pentru a putea supune prelucrării ulterioare aceste soluții.

5. Amestecul de PbO_2 și PbO filtrat de la fiecare absorbție se poate revalorifica integral. În acest scop se face o calcinare la cca. 600° a acestui amestec cînd PbO_2 se descompune integral. La această temperatură de lucru, PbO rezultat din descompunerea PbO_2 cît și excesul de PbO din amestec trec în forma galbenă (masicot). Masicotul are o solubilitate dublă în NaOH față de modificația roșie inițială, fapt care prezintă un avantaj în plus pentru această metodă de lucru. Pierderile în oxizi de plumb sînt exclusiv pierderi de manipulare. Ca atare, PbO poate fi recirculat de nenumărate ori. Temperatura de 600° necesară calcinării amestecului de oxizi garantează atît evitarea formării de miniu cît și asigură o viteză mare de transformare în modificația galbenă.

Ținînd seama de considerentele teoretice cît și de rezultatele practice ale fazei de absorbție, se poate trage concluzia că metoda cea mai avantajoasă de lucru este absorbția de ClO_2 și Cl_2 într-o soluție de NaOH și PbO.

O valorificare independentă a amestecului de oxizi de plumb rezultați din acest procedeu sub formă de miniu de calitate superioară se va arăta într-o lucrare separată.

★

Pentru a soluționa cît mai judicios problema pusă adică *„producerea cloritului de sodiu din leșiile Tîrnăveni"* cu un randament cît mai ridicat și la un preț de cost cît mai scăzut, trebuie să reunim fazele cele mai avantajoase de producere a ClO_2 și de absorbție a lui. Acestea sînt:

1. — *Faza de producere.*

Se tratează leșiile de la Tîrnăveni ca atare (380 gr. $CaCl_2$/litru și 134 gr $Ca(ClO_3)_2$/litru, cu cantitatea de HCl stoichiometric necesară

*) Sau agitare cu palete în vas fix.

reacțiilor (8) și (9), adăugîndu-se acidul treptat pe măsură ce acesta se consumă. Concentrația optimă a acidului adăugat este de 16%. În tot timpul reacției se menține o agitare puternică a soluției și un debit de aer în vederea diluării amestecului de gaze rezultat. Se recomandă ca presiune parțială a ClO_2, în amestecul de gaze diluat cu aer, să nu depășească 50 mm. col. Hg.

Controlul debitului de acid se realizează ușor prin menținerea unei colorații cît mai constantă a gazelor în vasul de reacție cînd presiunea parțială a ClO_2 începe să scadă, se înviorează reacția încălzind vasul de reacție trepat pînă la maximum 60°C. După atingerea temperaturii de 60°C reacția se oprește iar soluția reziduală se recirculă în vederea valorificării. $Ca(ClO_3)_2$ este nereacționat, după cum se vede și în fig. 2 de la pagina 99.

2. — *Faza de absorbție.*

Amestecul de gaze ClO_2 și Cl_2 se prinde într-o soluție de NaOH normală. Cantitatea de NaOH dizolvată corespunde celei din reacțiile (15) și (16), cu un eventual exces de 10%. Limitele între care poate varia concentrația de NaOH în decursul reacției, în vederea unei absorbții cantitative, sînt 2N—0,1 N.

Oxidul de plumb ce se adaugă este de 2—2,5 ori cantitatea arătată de reacții (15) și (16). Soluția de absorbție trebuie agitată puternic în tot timpul absorbției.

După epuizarea unei șarje, soluția de absorbție filtrată și reîmprospătată cu NaOH și PbO, se recirculă în vederea îmbogățirii ei în $NaClO_2$ pînă la obținerea unei concentrații convenabile.

Ca urmare a acestei metode de lucru s-au realizat randamente de transformare a $Ca(ClO_3)_2$ din leșia Tîrnăveni în $NaClO_2$ de 80—86%. Pierderile de $Ca(ClO_3)_2$ se datoresc:

— pierderi de 3,5—4% în operația de recirculare a soluției reziduale din faza de producere. Această cantitate de $Ca(ClO_3)_2$ se găsește în $CaCl_2$ ce se separă ca produs secundar. (Vezi schema de valorificare a leșiilor de la Tîrnăveni).

— pierderi de cca. 10—15% $Ca(ClO_3)_2$ ce se produc în cursul reacției prin favorizarea formării de Cl_2 în loc de ClO_2.

În figura 4 de la pag. 106 redăm schema instalației de laborator utilizată la producerea și absorbția amestecului de ClO_2 și Cl_2.

Prelucrarea soluției de absorbție pentru obținerea $NaClO_2$.

După atingerea unui conținut de cca. 12% $NaClO_2$ în soluția de absorbție recirculată, aceasta se supune unei prelucrări de separare a cloritului după cum urmează:

1. — Se neutralizează cu HCl diluat restul de NaOH existent (cca. 0,1 N). Cu această ocazie este descompus și plumbitul de sodiu din soluție care precipită ca $Pb(OH)_2$.

2. — Se filtrează. Hidroxidul de plumb filtrat se adaogă oxizilor de plumb ce se trimit la calcinare în vederea reutilizării în faza de absorbție.

3. — Soluția se concentrează pe cît posibil în vid cînd are loc depunerea NaCl (1).

4. — Se filtrează la o temperatură de peste 40°C pentru a asigura trecerea $NaClO_2$ în soluție ($NaClO_2.3H_2O$ se dizolvă în propria apă de cristalizare la 38°C) (1).

5. — Soluția filtrată se răcește pînă la cca. + 5°C, cînd se separă $NaClO_2.3H_2O$. Se filtrează. Precipitatul se deshidratează în vid. Soluția mumă se adaogă la soluțiile din faza de concentrare.

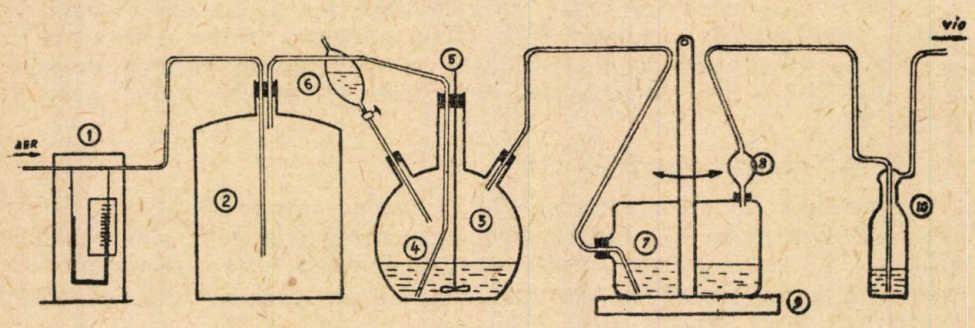


Fig. 4 — Schema instalației de obținere a $NaClO_2$

1 — Fluometru ; *2* — Vas tampon pentru egalarea presiunii ; *3* — Vas de reacție ; *4* — Tub pentru admisia aerului ; *5* — Agitator electric ; *6* — Pîlnie pentru admisia HCl ; *7* — Vas pentru absorbție ; *8* — Pîlnie de siguranță ; *9* — Agitator mecanic oscilant ; *10* — Vas de siguranță (indicator)

Produsul final obținut (pct. 5) conține peste 70% $NaClO_2$. Se poate ocoli faza de răcire prin evaporarea soluției (pct. 4) cînd însă se obține un produs final mai puțin pur.

Obținerea de $NaClO_2$ de puritate mai mare necesită recristalizări repetate (2).

PROCES TEHNOLOGIC PENTRU OBȚINEREA CLORITULUI DE SODIU

În cele de mai jos redăm procesul tehnologic de obținerea a $NaClO_2$ din leșiile de la Tîrnăveni (vezi schema procesului tehnologic).

A. — *Faza de producere a ClO_2.*

1. — Materii prime :

— leșiile de la clorierul Tîrnăveni ce conțin în medie 134 gr. $Ca(ClO_3)_2$/1. și 380 gr. $CaCl_2$/1.

— acid clorhidric tehnic diluat cu apă pînă la o concentrație de 16%.

— lapte de var de 120 gr. $Ca(OH)_2$/1.

2. — Consumul (calculate pentru 250 cc leșie Tîrnăveni).

— 250 cc leșie Tîrnăveni (efectiv la o șarjă se consumă 168 cc, restul recirculă).

— 150 cc HCl 16% adică 24 gr. HCl.

— 33 cc $Ca(OH)_2$ de 120 gr/l adică 4 gr $Ca(OH)_2$.

3. — Subproduse :

— 137 gr. $CaCl_2.6H_2O$ (sau 69,5 gr. $CaCl_2$ anhidră).

Această cantitate de clorură de calciu scoasă din sistem este impurificată cu 1,41 gr. $Ca(ClO_3)_2$ crist. și se valorifică ca atare.

Mai rezultă o soluție de cca. 65 cc ce conține 44 gr. $CaCl_2$ și 11 gr. $Ca(ClO_3)_2$, care este completată cu 168 cc. leșie Tîrnăveni și 17 cc. H_2O. Se reface astfel o nouă șarjă de soluție inițială.

Prin această metodă de lucru faza de producere poate fi realizată în mers continuu.

4. — Amestecul de gaze produs :

Prin consumarea a 21,3 gr. $Ca(ClO_3)_2$ corespunzînd la 168 cc. leșie Tîrnăveni și a 20 gr. HCl rezultă :

— 12 gr. ClO_2 = 3,76 l. la 0°C sau 4,36 l. la 25°C.

— 11,9 gr. Cl_2 = 3,76 l. la 0°C sau 4,10 l. la 25°C, raportul molar al acestor gaze fiind aproximativ 1/1.

Aerul de diluare necesar pentru a reduce presiunea parțială a ClO_2 la maximum 50 mm. col. Hg este de 20 litri/oră.

5. — Timpul de lucru este de 3—3,5 ore adică :

— cca. 2 ore durata de adăugare a HCl.

— cca. 1 oră încălzirea vasului de reacție de la 25—60°C.

— cca. 1/2 oră epuizarea fără încălzire.

Timpul nu poate fi scurtat deoarece se favorizează reacția (10) cu deplasarea raportului ClO_2/Cl_2 către Cl_2.

6. — Agitarea mecanică foarte vie în vasul de reacție obținută cu un agitator electric cu palete.

B. — *Faza de absorbție.*

1. — Materii prime :

— sodă caustică industrială,

— litargă (PbO roșu),

— acid clorhidric tehnic (pentru neutralizarea restului de NaOH în soluție de absorbție).

2. — Consumuri:

— pentru o recirculare 20,8 gr. NaOH. La ultima recirculare 12,6 gr.

— 225 gr. PbO care recirculă integral (a se vedea schema).

— 3,65 gr. HCl pentru neutralizarea NaOH din soluția de absorbție după ultima recirculare.

3. — Subproduse :

— 90 gr. PbO_2 aflat în amestecul de oxizi filtrați. Poate fi valorificat ca atare după separarea lui de PbO.

— $NaClO_3$ în cantități mici variabile, în funcție de felul cum s-a condus faza de absorbție (produs de ClO_2 în lipsă de suficient plumbit în soluție).

— 19,5 gr. NaCl care se separă la prelucrarea soluțiilor de absorbție.

4. — Condiții de lucru:

— inițial, pentru prima tură, se pregătește o soluție de absorbție de NaOH N(33 gr./850 cc H_2O) căreia i se adaogă 225 gr. PbO. (litargă).

— timpul este în funcție de faza de producere a ClO_2 și Cl_2, dar

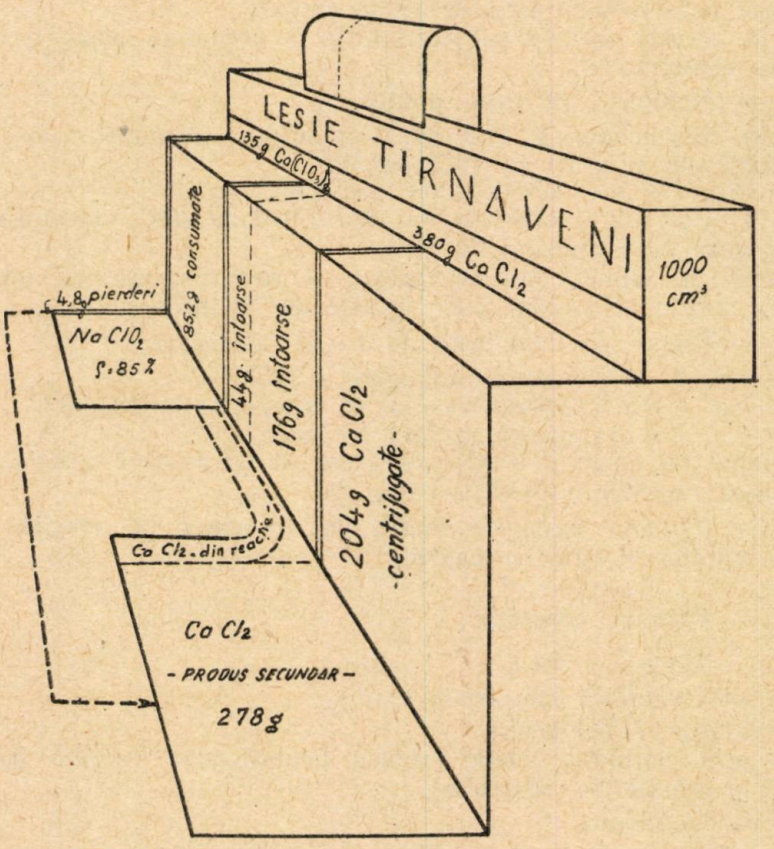


Fig. 5. — Schema de valorificare a leșiei Tîrnăveni

și dictat de viteza de dizolvare a PbO pe măsură ce acesta este consumat.

— Temperatura de lucru este cea ambiantă.

— Agitarea mecanică puternică a soluției așa fel ca în permanență PbO să se găsească în suspensie și să garanteze astfel regenerarea plumbitului consumat.

— Timpul de contact între amestecul de gaze diluat cu aer și soluția de absorbție trebuie să fie cuprins între 2'30"—3'30" pentru a garanta absorbția totală a gazelor.

5. — Recircularea PbO.

După fiecare tură de absorbție soluția se filtrează. I se completează hidroxidul de sodiu consumat și 225 gr. PbO.

Amestecul de oxizi de plumb ce s-au filtrat se spală, se usucă și se calcinează la 600°C iar masicotul obținut se recirculă. În circuitul de folosire a PbO pot interveni exclusiv pierderi de manipulare.

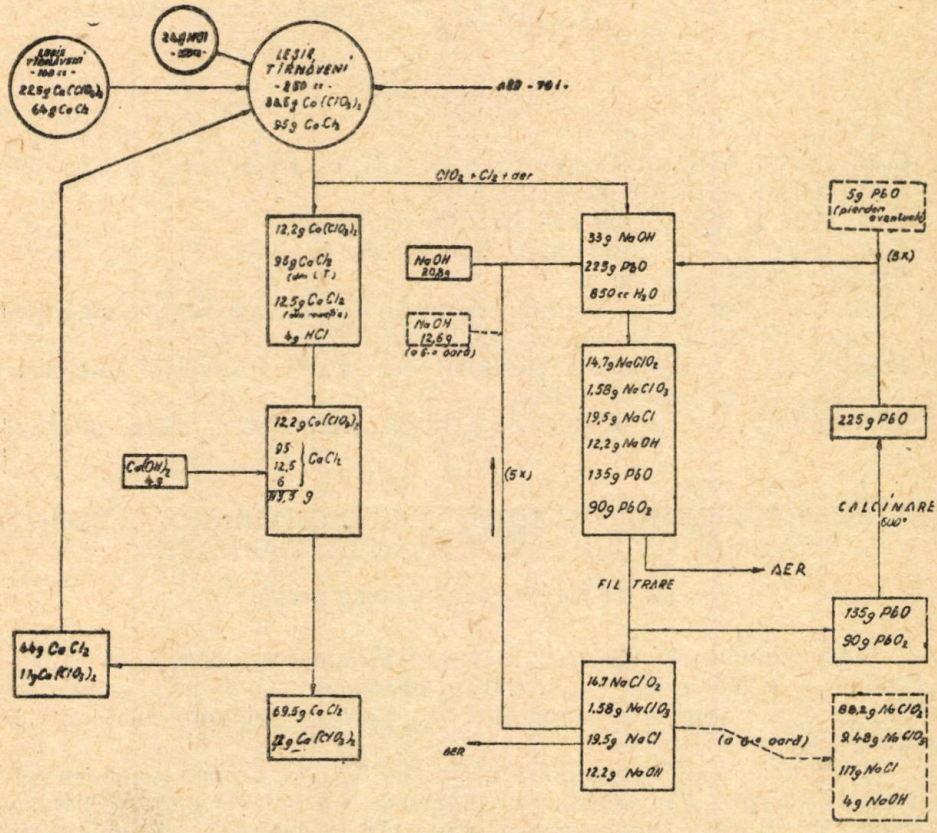


Fig. 6. — Schema procesului tehnologic

6. — Pentru a face și această fază continuă, se lucrează cu două vase de absorbție în paralel alternativ. Odată ajuns cu unul din vase la o concentrație de cca. 12% $NaClO_2$, soluția e scoasă din circuit și înlocuită cu alta proaspătă după indicațiile ce au fost date mai sus.

7. — Separarea cloritului de sodiu din soluțiile de absorbție se face în modul descris la pag. 105.

8. — Pentru producerea unui kg. de clorit de sodiu anhidru se consumă următoarele cantități de materii prime:

11,45 litri leșie Tîrnăveni,

4,15 litri acid clorhidric tehnic de 37% concentraţie,
1,51 kg. hidroxid de sodiu tehnic (100%),
0,227 kg. lapte de var adică 0,172 kg. var nestins.

Aceste materii prime se găsesc în ţară.

Ca subprodus valorificabil se obţine pentru fiecare kg. de clorit de sodiu 4,8 kg $CaCl_2$ calculat anhidră sau 7,75 kg $CaCl_2.6H_2O$.

Laboratorul de chimie anorganică
Institutul Politehnic Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *C. B.* 1938 I. 963 „Reducerea ClO_2 cu sulf şi carbon".
C. B. 1939 I. 212 „Obţinerea de ClO_2".
C. B. 1939 I. 213 „Separarea $NaClO_2$ de NaCl".
C. B. 1939 II. 3325 „Separarea $NaClO_2$ de $NaClO_2$.
2. *Gmelin:* Chlor sist. nr. 6.
3. *Holst G.:* „Fabricarea cloritului de sodiu". Ind. and. Engineering Chemistry Vol. 42, Nr. 11. XI. 1950 pag. 2359.
4. *Rogozinski T.:* „Obţinerea cloritului de sodiu". Prezemysl Chemiczny 1952, nr. 4, pag. 177—184.
5. *Solvay & Co.:* B. P. 605.983 Aug. 1948. „Obţinerea de cloriţi alcalini".

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ ХЛОРИТА НАТРИЯ ИЗ ЩЕЛОЧЕЙ ЗАВОДА ТЫРНАВЕНЬ

(Краткое содержание)

Хлорированные щёлочи завода Тырнавень содержат 134 г. Ca $(Cl\ 0_3)_2$ и 390 г. Ca Cl_2 в литре раствора. Они используются в качестве сырья для получения K Cl 0_3 за счёт реакции двойного обмена с KCl.

Благодаря их содержанию в Ca $(Cl\ 0_3)_2$ их можно использовать в качестве сырья для получения хлорита натрия. В работе показывается, что в силу присутствия иона Ca ++, нельзя применять при разложении хлорита серную кислоту, а только хлористый водород.

Устанавливаются рабочие условия для получения максимального выхода двуокиси хлора. Полученная двуокись хлора, смешанная с хлором в соотношении 1 : 1 и с воздухом для разбавления, улавливается щелочными растворами окиси свинца, в которых двуокись хлора образует щёлочный хлорит, а хлор восстанавливается до хлорида.

Из смесей окиси свинца регенерируется жёлтая форма окиси свинца, простым прокаливанием, при 60° и рециркулируется.

Щёлочные растворы хлорита, в частности хлорита натрия, тоже рециркулируются, после прибавления соответствующих веществ, вплоть до по учения 12% концентрации, щелочного хлорита. Это имеет место

спустя 5—6 рециркуляций, впоследствии при конценрировании осаждается большая часть содержащегося хлористого натрия и фильтруется в тёплом виде. Затем при охлаждении кристализуется хлорит натрия.

Получается продукт содержащий около 70% натрия.

Выход преобращения хлората, присутствующего в щелочных растворах завода Тырнавень, отнесенный к щелочному хлориту, составляет окло 75%.

Описаны главные фазы технического процесса использования щелочей завода Тырнавень, а также соответствующие схемы.

THE TECHNOLOGICAL PROCES FOR OBTAINING SODIUM CHLORITE FROM THE TÎRNĂVENI LYES.

(Summary)

The lyes obtained in the Tîrnăveni clorine plant have 134 gr la $Cl O_3)_2$ and 390 gr Ca Cl_2 per liter. They serve as raw material for the production of $KClO_3$ by double exchange reaction with KCl.

On account of their content of Ca $(ClO_3)_2$ they may be used as raw material for the preparation of sodium chlorite. The present work points out that, owing to the presence of the Ca^{++} ion, only hydrochloric — not sulphuric — acid may be used in the decomposition of the chlorate.

The work conditions for the obtention of the highest chlorine dioxide yield are established. The resulting chlorine dioxide mixed with chlorine in proportion of 1 : 1 and diluted with air is passed n alcaline lead solutions, where the clorine dioxide will generate alcaline clorite, while the chlorine is reduced to chloride.

From the lead oxide mixtures the yellow lead oxide form is regenerated by simple calcination at 600^0 and is recirculated.

Alcaline chlorite solutions, namely sodium chlorite, are also recirculated after the necessary additions until a 12% concentration in alcaline chlorite is obtained. This result is achieved after 5—6 recirculations ; then, through concentration, the solutions deposit the greatest part of their sodium chloride content and are warm filtered. After cooling, the sodium chloride crystallizes.

The resulting product has a content of approx. 70% sodium chlorite.

The conversion yield of the chlorate contained in the Tîrnăveni lyes to alcaline chlorite is about 75%.

The main steps in the processing of the Tîrnăveni lyes, as well as the corresnonding flow-sheets, are given.

PROCESSUS TECHNOLOGIQUE POUR L'OBTENTION DU CHLORITE DE SODIUM DES LESSIVES CHLORURÉES DE TÎRNĂVENI

(Résumé)

Les lessives chlorurées de Tîrnăveni ont 134 gr. de $Ca(Cl\ O_3)_2$ et 390 gr. de $Ca\ Cl_2$ par litre. Elles servent comme matière première pour obtenir du $KCl\ O_3$, par réaction à double échange de KCl.

Par leur teneur en $Ca\ (Cl\ O_3)_2$, elles peuvent servir de matière première pour l'obtention du chlorite de sodium.

Dans cet exposé l'on fait voir que, grace à la présence de l'ion Ca^{++}, on peut utiliser pour la décomposition du chlorate, non pas l'acide sulfurique mais uniquement l'acide chlorhydrique.

On y précise les conditions de travail nécessaires à l'obtention d'un maximum de rendement en bioxyde de chlore. Une fois obtenu, le bioxyde de chlore, mélangé au chlore en proportion de 1 : 1 et à l'air de dilution, est capté par des solutions alcalines d;oxyde de plomb où le bioxyde de chlore se transformera en chlorite alcalin, tandis que le chlore sera réduit jusqu'au chlorure.

De ces mélanges d'oxyde de plomb, on régénère par simple calcination à 600°, l'oxyde de plomb, la forme jaune, et on le remet en circulation.

Après les additions nécessaires, les solutions de chlorite alcalin (chlorite de sodium en espèce) sont remises elles aussi en circulation, jusqu'à ce qu'on obtienne une concentration de 12%. Après une série de 5—6 remises en circulation à la suite desquelles, cette exigence est réalisée, ces solutions, deposent par concentration, la plupar de leurs chlorures de sodium obtenus et l'on fait filtrer à chaud. Ensuite, le chlorite de sodium se cristallise par refroidissement.

On obtient un produit d'environ 70% chlorite de sodium.

Le rendement de conversion en chlorite alcalin du chlorate contenu dans les solutions ci-haut mentionnées, est d'à peu près 75%.

On y ajoute les phases principales du processus technologique de valorification de ces solutions de Tîrnăveni, ainsi que les schémas respectifs.

TECHNOLOGISCHEN PROZESS ZUR GEWINUNG VON NATRIUMCHLORIT AUS DEN CHLORLAUGEN VON TIRNĂVENI

(Zusammenfassung)

Die Chlorlaugen von Tîrnăveni enthalten 134 gr. $Ca\ (Cl\ O_3)_2$ und 390 gr $CaCl_2$ pr Liter. Sie dienen als Rohstoff zur Gewinnung von $K\ Cl\ O_3$ durch doppelte Wechselreaktion mit KCl.

Durch ihren Gehalt an $Ca\ (ClO_3)_2$ können sie als Rohstoff zur Gewinnung von Natriumchlorit dienen. In der Arbeit wird gezeigt, dass infolge

der Gegenwart des Ca^{++} Ions bei der Zersetzung nicht Schwefesäure, sondern nur Chlorsäure verwendet werden kann.

Man setzt die Arbeitsverhältnisse zwecks Erhaltung einer grössten Leistung in Clorbioxyd fest. Das gewonnene Clorbioxyd wird mit Clor im Verhältnis 1 : 1 sowie mit Verdünnungsluft gemischt und in alkalischen Bleioxydlösungen aufgefangen, wodurch das Chlorbioxyd alkalisches Chlorit ergibt, während das Chlor bis zum Chlorid reduziert wird.

Aus den Bleioxydgemischen regeneriert man das gelbe Bleioxyd durch einfache Kalzinierung bei 600° und diesses wird wieder in Umlauf gebracht.

Die alkalischen Chloritlösungen, insbesondere, das Natriumchlorid, werden auch in Umlauf gebracht, nach Zugabe der nötigen Zusätze, bis man eine Konzentration von 12% alkalinischen Chlorid erhält.

Dies geschieht nach 5—6 Umfläufen, nach welchen durch Konzentrierung sich der grösste Teil des enthaltenen Natriumchlorids niederschlägt und varm filtriert wird. Danach, durch Erkühlung, kristallisiert es zu Natriumclorit.

Man erhält ein Erzeugnis mit circa 70% Natriumclorit.

Das Umsetzungsergebnis des in den Laugen von Tîrnăveni enthalten Chlorats in alkalisches Chlorid, beträgt ungefähr 75%. En werden die haus sächlichen Phasen des tehcnologischen Prozesses zur Verwertung der Laugen von Tîrnăveni, sowie die betreffenden Schemen angegeben.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 3

CHIMIE ANORGANICĂ

LE DOSAGE DU CUIVRE EXISTENT SIMULTANÉMENT AUX DIFFÉRENTS DEGRÉS D'OXYDATION A L'ÉTAT SOLIDE *

par ION CRIȘAN

Le problème de la détermination quantitative de chacun des oxydes du cuivre existant en même temps que le métal pur, dans des mélanges solides, présente beaucoup de difficultés. Il y a peu d'indications dans la littérature de spécialité (1—7) et encore assez incomplètes.

On a élaboré quelques méthodes chimiques ou physico-chimiques, mais leur application est aussi lourde qu'exigeante, et entraîne parfois des résultats pas assez précis.

On a obtenu des résultats particulièrement exacts par l'analyse röntgenographique (4) et par la mesure de la quantité d'eau formée à la réduction par hydrogène de l'un des oxydes respectifs (5,6) dans des installations compliquées réclamant du vide avancé, des gaz liquéfiés et un appareillage spécial.

Le présent ouvrage a pour but de présenter une méthode chimique expéditive, facilement appliquable, utilisant uniquement des réactifs accessibles et qui puisse en même temps offrir des résultats à une erreur moindre de 1 p. 100.

MANIÈRE DE TRAVAIL

L'épreuve, ayant un poids d'environ un gramme et renfermant un mélange pulvérulent d'oxyde cuivreux, d'oxyde cuprique et de cuivre métallique est traitée rapidement en l'absence de l'air (à une atmosphère de CO_2) par le solvant sélectif de l'oxyde cuivreaux — une solution de chlorure d'amononium-à une température plus basse de quelques degrés que le point d'ébullition, (dans le voisinage de 95°).

---

* Communication présentée à la V-ème, session scientifique des cadres didactiques de l'Institut Polytechnique de Bucarest (le 31 octobre 1959).

Il est nécessaire d'avoir une solution de NH_4Cl d'environ 25 — 30 cm^3 à une concentration de 3 molls par litre.

On a choisi la valeur de la concentration et la température, ayant tenu compte de la nécessité d'une dissolution rapide, — en 2 minutes tout au plus — de toute la quantité d'oxyde cuivreux, en connaissant que dans un intervalle de temps prolongé, ce solvant dissout aussi une certaine quantité d'oxyde cuprique.

De plus, par le barbotage du bioxyde de carbone en solution, l'air existant surtout à la surface, est éliminé en empêchant l'oxydation du cuivre monovalent, ainsi que la dissolution de l'oxyde cuprique et du cuivre métallique. Toujours pour éviter la dissolution de l'oxyde cuprique, il est nécessaire de faire la chauffe de la solution en l'absence de l'épreuve.

La solution portée à la température indiquée, est versée sur l'épreuve à analyser qui se trouve dans un creuset filtrant (63). Durant la dissolution, on fait barboter soigneusement le bioxide de carbone dans le creuset.

Pour séparer l'oxyde cuprique resté dans le creuset filtrant, la partie solide, composée de cuivre et d'oxyde cuprique, traitée pendant quelques minutes au chaud (70°C) avec de l'"acide sulfurique dilué, 3 molls par litre.

Ce n'est que le cuivre métallique qui reste non dissous ; il peut être lavé et pesé comme tel, au cas où il ne renferme pas d'impuretés, ou bien il peut être porté en solution avec de l'acide azotique (7—8 molls par litre).

Ainsi les 3 constituants sont séparés en trois solutions ; dans la première l'oxyde cuivreux a passé dans un complexe soluble (7) probablement selon la réaction $Cu\ 20 + 2\ NH_4Cl.\ 2\ Cu\ (NH_3)\ Cl + H_2O$.

Pour le dosage du cuivre, ce complexe se décompose par un traitement de 2 cm^3 de HNO_3 (6—8 molls par litre). Après avoir éliminé le chlore par évaporation à sec et après avoir repris la solution d'acide sulfurique et azotique, le cuivre est dosé électrogravimétriquement.

La même méthode de dosage peut aussi être appliquée aux deux autres solutions, renfermant le cuivre issu de l'oxyde cuprique, respectivement du cuivre métallique, après l'addition d'acide azotique, ou d'acide sulfurique.

Cette méthode de séparation sélective des 3 constituants existants simultanément à l'état solide, a été verifiée sur des substances pures prises séparément et aussi en mélange.

Les résultats compris dans le tableau joint ci-bas, font ressortir la sélectivité des réactifs ; ils font voir surtout que l'oxyde cuivreux est facilement soluble dans le chlorure d'ammonium, tandis que l'oxyde cuprique y est presque insoluble, dans les conditions de dissolution rapide de l'oxide cuivreux.

La solubilité du cuivre et de ses oxydes dans les réactifs de separation

Mode et poids de l'épreuve soumise à la dissolution			Quantité de cuivre dissous dans les réactifs de séparation, g		
Cu_2O	CuO	Cu	NH_4Cl-3 molls par litre à 95°C à l'atmosphère de CO_2	H_2SO_4-3 moll par litre à 70°C	HNO_3-6 molls par litre
1	—	—	1,0000	—	—
—	1	—	0,0080	0,9920	—
—	—	1	traces indosables	0,0040	0,9960
0,3333	0,3333	0,3333	0,3359	0,3310	0,3330

En l'absence d'un oxydant, le cuivre métallique ne se dissout même pas dans la solution de séparation de l'oxyde cuprique (acide sulfurique 3 molls par litre)

CONCLUSION

On a élaboré une méthode simple et précise pour l'analyse quantitative des mélanges solides, renfermant du cuivre en même temps que ses oxydes. Elle permet la séparation de ces constituants par dissolution dans des solvants sélectifs, en même temps que le dosage ultérieur du cuivre résulté, par n'importe quel procédé ordinaire.

La vérification de cette méthode a été effectuée avec des substances pures prises séparément ainsi que dans des mélanges.

On a pu déterminer tous les constituants par une épreuve unique.

Le procédé peut être appliqué en série, tant il est expéditif, en utilisant des réactifs communs, des opérations simples et rapides, faciles à effectuer.

Le laboratoire général de technologie chimique
Institut Politechnique de Bucarest.

BIBLIOGRAPHIE

1. *Lambruhina A. K.* Jurn. Anal. Him. 1, 73, 1946
2. *Tananaev N. A.*, Jurn. Anal. Him., 2, 247, 1947
3. *Podciainov V. N.*, Jurn. Anal. Him., 6, 305, 1952
4. *Ghelesiani G. Cijikov D. M., Konşikova T. E.* — Izvest. Akad. Nauk. SSSR, A.T.N. 48, 1957
5. *Killer K:* „Untersuchungen über den Kupferoxydgehalt von elektrolytisch hergestellten Kupferpulvern". Promotionsarbeit nr. 2. 532, Zürich, 1956.

6. *Ibl N., Killer K., Trümpler G.*, Helvetica Chimica Acta, 2, 491, 1956
7. *Hard L., Klerk A.*, Ing. Eng. Chem. An., 8, 380, 1936
8. *Förster F., Blankenberg I.*, Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft, 39, 4435, 1906.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕДИ, СУЩЕСТВУЮЩЕЙ ОДНОВРЕМЕННО В РАЗНЫХ СТАДИЯХ ОКИСЛЕНИЯ В ТВЁРДОМ СОСТОЯНИИ

(Краткое содержание)

Разработан простой и точный метод (ошибка меньше 1 %) для количественного анализа порошко образных смесей, содержащие медь совместно с окисью и закисью меди.

Метод позволяет разделение этих трёх компонентов растворением селективными растворителями и последующим их определением обычными индустриальными методами для двухвалентной меди, как например, электрогравиметрический, колориметрический и др.

Закись меди растворением в NH_2 Cl з мола/л при отсутствии воздуха и 95°C быстро переходит в комплексное соединение. Для растворения окиси меди, оставелся после фильтрации используется H_2SO_4 з моля/л при 70°C а для металлической меди азотная кислота 6 молей/л.

Определение может быть проведено на одной лишь пробе.

Проверка этого метода проводилась с химически чистыми веществами.

Предложенный способ используя обычные реактивы, простые, быстрые и лёгко осуществимые опперации может быть применён для серийного анализа.

DOSING OF COPPER, EXISTING CONCOMITANT AT VARIOUS DEGREES OF OXIDISING, IN SOLID ESTATE

(Summary)

— It has been elaborated a simple and precise method (under one per cent error) for quantitative analysis of the puverulent mixtures, containing copper together with coppery and copperous oxide.

— The method allows the separation of those three components by dissolution in selective solvents and further dosing of those by the proceedings currently used in manifacture for bivalent copper, for instance: electrogravimetrically, colourimetrically, and so on.

— The copperous oxide is passed away rapidly in a complexion, by dissolution, in absence of air and at the temperature of 95°C, in solution 3 moll per litre of NH_4.Cl — For the dissolution of copperous oxide, left after straining, one uses H_3SO_4 — 3 moll/l. at 70°C, and for that of the metalic copper one uses spirit of nitre (NO_3H).

— The determination can be accomplished with a single test. The verification of the method has been done with pure substances.

— The proceeding, using accostumed reagerts, simple and rapid operations, can be applied on analysis in series.

LE DOSAGE DU CUIVRE EXISTANT SIMULTANÉMENT A L'ÉTAT SOLIDE AUX DIFFÉRENTS DEGRÉS D'OXYDATION

(Résumé)

On a élaboré une méthode simple et précise (erreur sous 1 p. 100) pour l'nalyse quantitative des mélanges pulvérulents, renfermant du cuivre en même temps que l'oxyde cuivreux et cuprique.

Elle permet la séparation de ces trois constituants par dissolution dans des solvants sélectifs ainsi que leur dosage ultérieur par des procédés utilisés couramment dans l'industrie pour le cuivre bivalent, comme par exemple le procédé électrogravimétrique, colorimétrique etc.

L'oxyde cuivreux est rapidement passé dans un complexe, par dissolution, en l'absence de l'air et à la température de 95°C dans une solution de NH_4Cl, 3 molls par litre. Tandis que pour dissoudre l'oxyde resté après la filtration, on emploie H_2SO_4 molls par litre à 70°C, pour dissoudre le cuivre métallique on emploie de l'acide azotique, 6 molls par litre.

La détermination peut être effectuée à la suite d'une seule épreuve. La méthode a été verifiée à l'aide des substances pures.

Comme ce procédé emploie des réactifs communs, des opérations simples, rapides et faciles à effectuer, il peut être appliqué à des analyses en série.

GLEICHZEITIGE DOSIERUNG DES VORHANDENEN KUPFERS BEI VERSCHIEDENEN OXIDIERUNGSSTUFEN IN FESTEM ZUSTAND

(Zusammenfassung)

Es wurde eine einfache und genaue Methode ausgearbeitet (Fehlergrenze unter 1 %) für die quantitative Bestimmung pulverförmiger Mischungen, die Kupfer und Kupferoxyd (I und II) enthalten.

Die Methode ermöglicht Trennung der drei vorhandenen durch Lösungskomponenten in selektiven Lösungsmitteln und Dosierung mit Hilfe der in der Industrie üblichen Verfahren für zweiwertiges Kupfer, zum Beispiel Electrogravimetrie, Kolorimetrie, u. s. w.

Kupferoxyd (I) bildet rasch durch Auflösung, unter Luftabschluss bei 95°C, in einer Lösung von 3 Moll/Liter NH_4Cl ein Komplex. Für die Auflösung des nach Filtrierung verbliebenen Kupferoxyds (II) werden H_2SO_4 — 3 Moll/Liter bei 70°C, und für das metallische Kupfer — Salpetersäure 6 Moll/Liter verwendet.

Die Bestimmung kann mit einer einzigen Probe durchgeführt werden.

Die Ausarbeitung der Methode wurde mit reinen Substanzen durchgeführt.

Das Verfahren kann wegen Verwendung der üblichen Reagenzen und der einfachen Arbeitsmethode die rasch und leicht durchführbar ist für Analysen in Serie angewendet werden.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 3

TEHNOLOGIE CHIMICA

STUDIUL POSIBILITĂȚILOR DE VALORIFICARE A MIXTELOR DE CĂRBUNI DIN VALEA JIULUI *

de: I. BLUM, M. ROSEMBERG, D. IONESCU, FR. BARCA
R. DUMITRIU și A. ȘTEFĂNESCU

I. *INTRODUCERE.*

Desvoltarea într-un ritm rapid a industriei cocso-chimice în țara noastră face necesară o dezvoltare corespunzătoare a extracției și preparației cărbunelui în Valea Jiului, ce constituie sursa principală de cărbune cocsificabil din R.P.R.

Prin spălarea cărbunilor din Valea Jiului în instalațiile de la Lupeni și Petrila, la procente de 7—9 cenușă, pentru industria cocso-chimică, rezultă cantități importante de mixte. Aceste mixte sînt alcătuite aproape în totalitate fie din steril în care cărbunele este fin diseminat fie din cărbune în care sterilul este fin diseminat. În Valea Jiului se întîlnesc foarte puține mixte barate cu alternanțe de straturi de steril și cărbune și chiar atunci cînd se găsesc straturile alternante sînt destul de subțiri (2 mm și sub 2 mm).

Dacă la nivelul actual al desvoltării extracției și preparației cărbunelui în Valea Jiului, cantitatea totală de mixte se ridică la cca. 500.000 t/an din care peste 80% rezultă de la Preparația Lupeni, restul fiind de la Petrila — această cantitate va crește considerabil într-un viitor apropiat datorită:

— desvoltării industriei cocso-chimice la Hunedoara,
— desvoltării industriei de semicocs la Călan,
— desvoltării industriei de cocs din cărbuni necocsificabili.

Baza de materii prime a tuturor industriilor mai sus menționate fiind cărbunii din Valea Jiului, aceasta implică într-un viitor apropiat o lărgire considerabilă a instalațiilor de preparația cărbunelui din acest bazin, întreaga producție de cărbuni fiind utilizabilă atît pentru fabricarea cocsului clasic, cît și pentru obținerea cocsului din cărbuni necocsificabili.

---

* Comunicare prezentată la a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice a Institutului Politehnic București (31 octombrie 1959)

Acest fapt va avea ca urmare o mărire a producției de cărbune special spălat atît la Lupeni cît și la Petrila, prin scoaterea treptată a cărbunilor de Petrila din consumul energetic și spălarea lor la 7—9% cenușă, pentru cocsificare, rezultînd în final cantități importante de mixte. Astfel numai utilizarea totală în industria cocso-chimică a cărbunilor din Valea Jiului considerați astăzi energetici va duce la o creștere de cîteva ori a cantităților de mixte rezultate, în afara creșterilor obținute datorită dezvoltării extracției și măririi capacităților de preparație a cărbunilor din întregul bazin al Văii Jiului.

Ținînd seama de creșterea continuă a cantităților de mixte este cazul să se analizeze posibilitățile actuale și viitoare de utilizare a acestora.

Singurul consumator actual al mixtelor rezultate în întreprinderile de preparația cărbunelui din Valea Jiului este termo-centrala de la Paroșeni, consumul fiind mai redus decît producția de mixte. Deși se prevăd creșteri însemnate a puterii instalate la Paroșeni totuși necesitățile de combustibil a acestei termocentrale nu vor crește în același ritm cu cantitatea de mixte.

Din această cauză se pot prevede pentru un viitor apropiat, cantități apreciabile din mixte disponibile pentru care se impune găsirea unei căi de valorificare. Principalele posibilități de valorificare ale acestor mixte sînt :

— arderea în termocentrale,
— gazificarea,
— utilizarea drept materie primă și combustibil pentru fabricarea cimentului,
— respălarea în scopul obținerii unor noi cantități de cărbuni cocsificabili sau energetici,
— înnobilirea prin brichetare cu liant și aglomerarea.

Problema arderii în alte termocentrale a mixtelor din Valea Jiului nu poate fi considerată posibilă, datorită conținutului mare de balast a acestor mixte — 40—50%, — ceea ce face transportul neeconomic.

Problema gazificării mixtelor, verificată și posibilă conform rezultatelor cercetărilor efectuate de noi, rămîne totuși legată de existența unor mari consumatori de gaz, în apropierea Văii Jiului.

Utilizarea mixtelor la fabricarea cimentului prezintă avantajul că masa combustibilă existentă poate servi drept combustibil, iar sterilul drept materie primă. Adausurile necesare pentru obținerea unui modul hidraulic convenabil sînt în studiul colectivului nostru.

Respălarea mixtelor ar aduce după sine noi cantități de cărbuni cocsificabili și energetici. Valabilitatea tehnico-economică este discutabilă.

Problema înnobilării mixtelor prin brichetare cu liant poate fi luată în discuție atît datorită posibilităților de a obține combustibili utilizabili în consumul casnic și industrial cît și datorită existenței unei instalații de brichetare cu liant la Petrila, instalație ce ar putea fi alimentată cu mixte în cazul utlilizării integrale a cărbunilor de Petrila în industria cocso-chimică.

In articolul de față vom prezenta rezultatele obținute privind posibilitățile de valorificare a mixtelor prin brichetare cu liant.

În acest scop s-a lucrat atît cu mixtele de la Petrila cît și cu cele de la Lupeni ale căror însușiri chimico-tehnice sînt redate în tabela 1.

TABELA 1

Principalele caracteristici ale mixtelor obținute la spălarea cărbunilor din Valea Jiului în instalațiile de la I.P.C. Lupeni și Petrila

Nr. curent	Felul Mixtelor	Sort	ANALIZA TEHNICĂ Raportată la proba de analiză			
			Umiditate	Cenușă	Materii volatile	Putere calorică
			W^a	A^a	V^a	Q_i
		mm	%	%	%	kcal/kg
1	Petrila	0—10	1,3	34,5	30,0	4600
2	Lupeni	10—80	1,5	52,8	22,5	3520
3	Lupeni	0—10	1,5	50,0	23,4	3520

Din tabel rezultă un conținut de cenușă mai scăzut pentru mixtele obținute dela I.P.C. Petrila în raport cu cele de la I.P.C. Lupeni. Se observă diferențe și între cenușa conținută de cele două sorturi de mixte (0—10 mm și 10—80 mm) de la Lupeni, sortul 0—10 mm avînd o cantitate ceva mai mică de cenușă.

II. *BRICHETAREA MIXTELOR CU LIANT*

Prin lucrările experimentale de laborator efectuate în vederea stabilirii condițiilor tehnologice optime de brichetare a mixtelor s-a urmărit:

a) stabilirea granulometriei optime a mixtelor în vederea brichetării,

b) determinarea procentului maxim de liant necesar pentru brichetare,

c) influența procentului de liant asupra calității brichetelor.

a) *Stabilirea granulometriei optime a mixtelor în vederea brichetării lor cu liant.*

În vederea stabilirii rețetei granulometrice optime pentru brichetarea mixtelor s-au măcinat probe medii din mixtele de la I.P.C. Petrila și I.P.C. Lupeni, sort 10—80 mm, pînă la 10 apoi 5 și respectiv 2 mm granulă maximă, obținîndu-se clasele: — 2 mm; 5 mm și — 10 mm a căror curbe granulometrice integrale sînt prezentate în *diagr. 1 și 2.*

Pe baza unei construcții grafice alese arbitrar, construcția prezentată în *diagr. 3,* s-au stabilit pentru fiecare din cele 3 clase granulometrice (—2 mm, —5 mm și —10 mm) în parte, cîte 9 rețete granulometrice diferite, numerotate de la 1 la 9 în ordinea creșterii conținutului de mărunt din rețetă.

Pentru exprimarea mai obiectivă a mărimii granulometrice a fiecărei rețete studiate s-a determinat diametrul mediu al particulelor în cadrul fiecărei rețete după relația:

$$d_m = \frac{\Sigma fi \cdot di}{100}$$

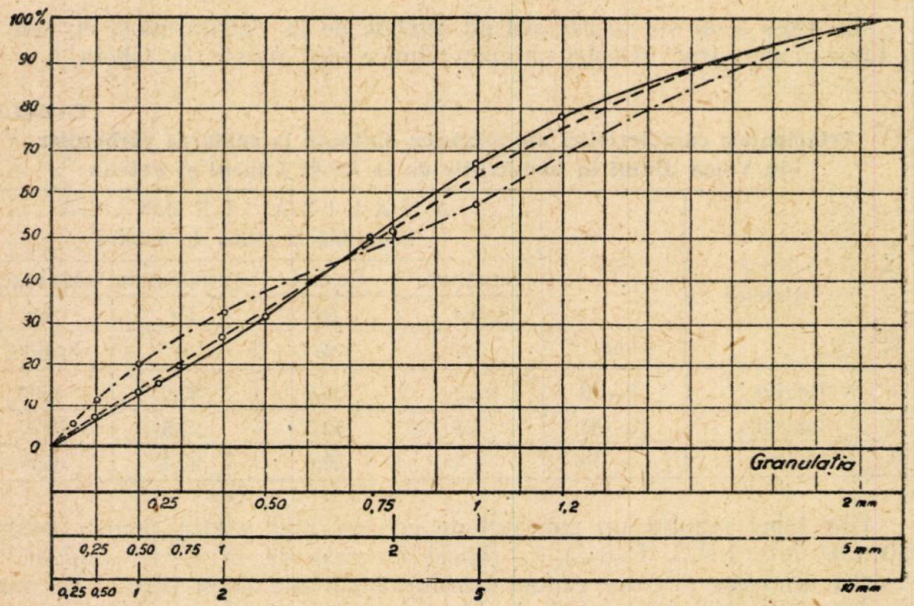


Diagrama 1. — Curbele granulometrice integrale ale mixtelor de Lupeni după măcinare

Legendă : — — — clasa — 5 mm
———— clasa — 2 mm —.—.—.—. clasa — 10 mm

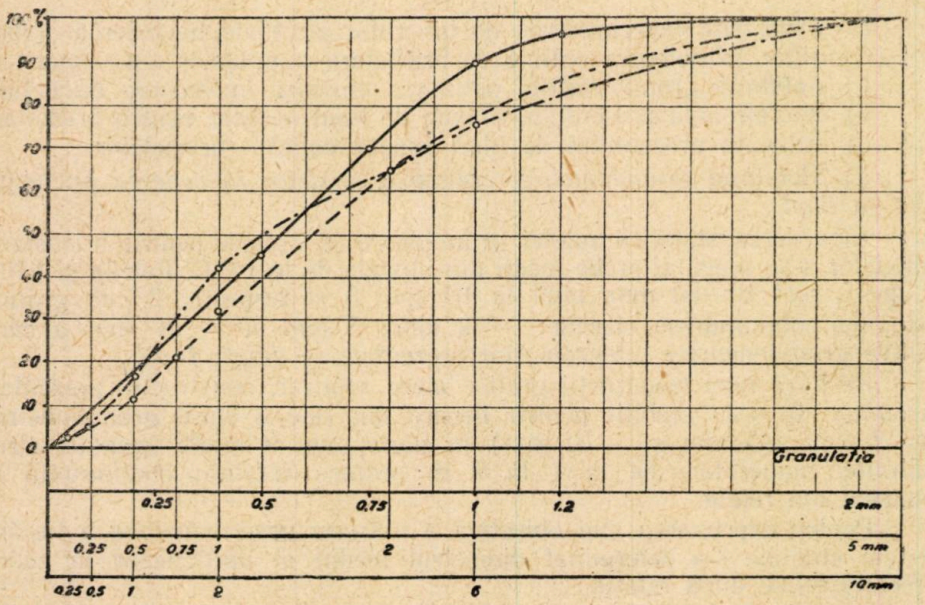


Diagrama 2. — Curbele granulometrice integrale ale mixtelor de PALV după măcinare

Legendă : — — — clasa — 5 mm
———— clasa — 2 mm —.—.—.—. clasa — 10 mm

în care :

d_m = diametrul mediu corespunzător rețetei în mm
f_t = fracțiunea corespunzătoare rețetei în %
d_i = diametrul mediu pentru fiecare fracțiune în mm

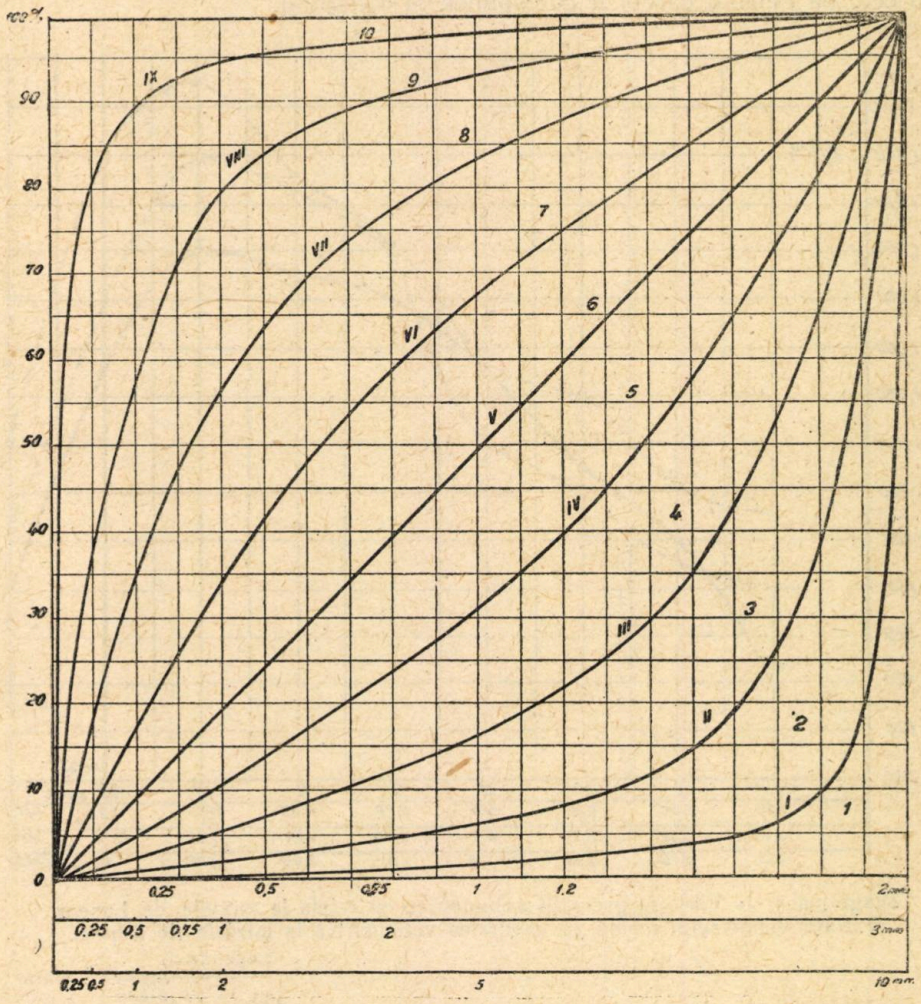


Diagrama 3. — Determinarea rețetelor granulometrice

Variațiile diametrului mediu în raport cu clasele și rețetele granulometrice precum și curbele granulometrice diferențiale și integrale obținute prin reprezentarea grafică a acestor 9 rețete, rezultă din aceeași diagramă 3. Pentru stabilirea rețetei ce conferă compactitatea maximă brichetei s-au determinat greutățile volumetrice a mixtelor de Lupeni și Petrila pentru toate rețetele granulometrice menționate în *diagr. 3,* obținîndu-se variația greutății volumetrice în raport cu rețeta granulometrică a mixtelor redată în *diagr. 4 și 5.*

Din analiza diagramelor 4 și 5 rezultă următoarele:

1. Indiferent de plafonul maxim de granulație, deci pentru toate trei clasele granulometrice stabilite, domeniul rețetelor granulometrice optime se află situat în jurul curbei VII atît pentru mixtele de Lupeni cît și pentru cele de Petrila, căreia îi corespunde și d_m optim.

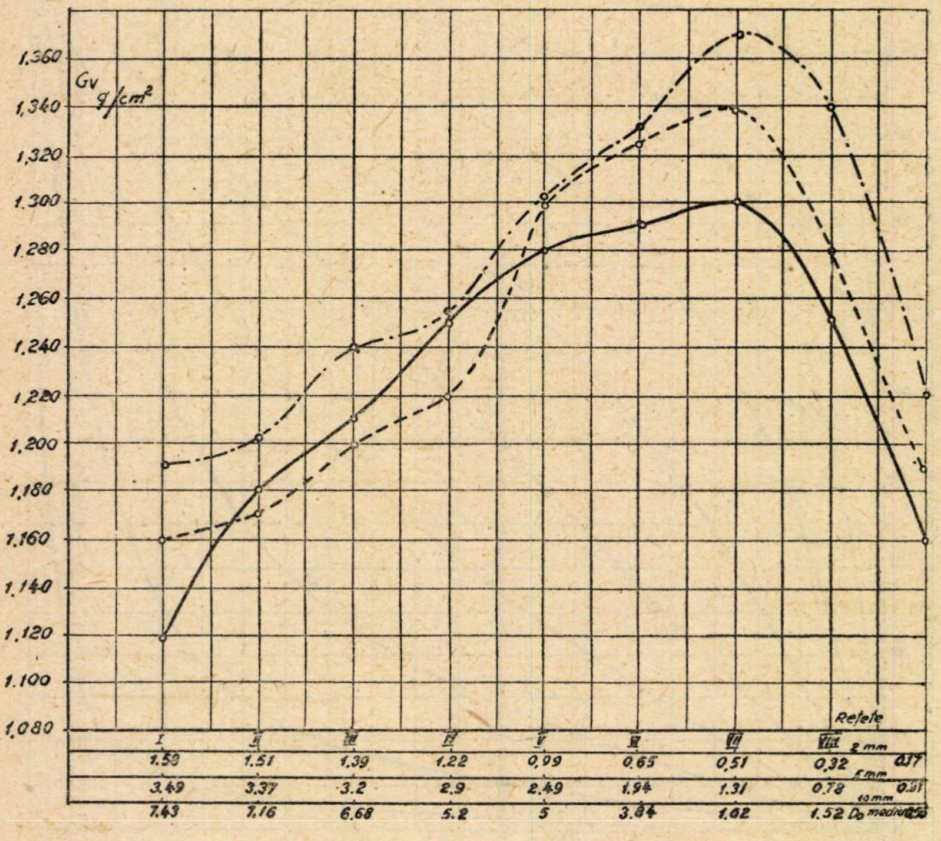


Diagrama 4. — Variația greutății volumetrice cu rețeta la mixtele de Lupeni. Variația diametrului mediu cu greutatea volumetrică la mixtele de Lupeni.

Legendă:
——— clasa — 2 mm
— — — clasa — 5 mm
—.—.—.— clasa — 10 mm

2. La mixtele de Lupeni greutatea volumetrică a sortului 10—80 mm este mai mare decît cea a sortului 0—10 mm.

3. În cadrul aceluiaș sort inițial de mixte greutatea volumetrică maximă, după măcinare, corespunde clasei 0—10 mm.

4. Variația greutății volumetrice în funcție de variația granulometrică prezintă aceiași alură pentru toate clasele granulometrice experimentale.

b) *Determinarea procentului maxim de liant necesar brichetării.*

Pentru stabilirea procentului optim de liant în cazul brichetării mixtelor cu smoală parafinoasă topită (bitum industrial parafinos, cu caracteristicile standardizate) s-au folosit mixte măcinate avînd rețeta granulometrică VII, ce a rezultat ca rețetă optimă din determinările efectuate și prezentate mai sus.

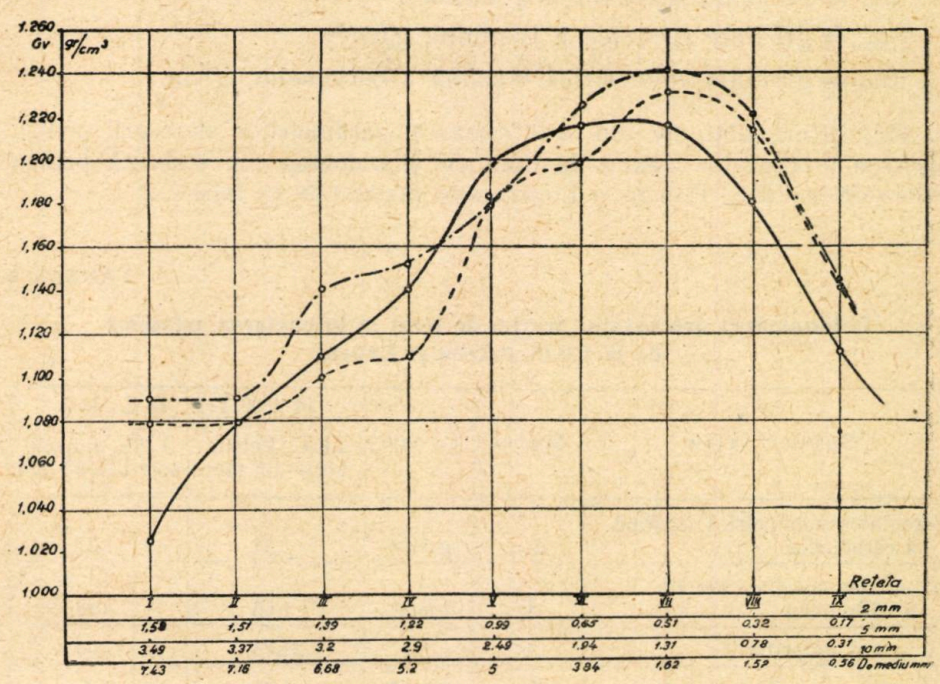


Diagrama 5. — Variația greutății volumetrice și a diametrului mediu cu rețeta la mixtele de PALV.

Legendă :
——— clasa — 2 mm
— — — clasa — 5 mm
—.—.—.—. clasa — 10 mm

Stabilirea procentului optim de liant este necesară atît pentru obținerea unei brichete satisfăcătoare cît și pentru obținerea unui proces de brichetare economic. Considerînd că liantul trebuie să ocupe întregul volum de goluri dintre particule și să acopere fiecare particulă cu o peliculă fină de liant, calculul procentului maxim de liant, din care se determină apoi experimental procentul optim, se poate face folosind relațiile :

$$(1)\ V\,\% = \left(1 - \frac{G_{vm}}{\gamma_c^r}\right) 100 \text{ în care :}$$

V = volumul golurilor, %

G_{vm} = greutatea volumetrică maximă a cărbunelui g/cm³

γ_c^r = greutate specifică reală a cărbunelui g/cm³ și

$$(2)\ J\,^0/_0 = \frac{V \cdot \gamma_{sm}}{100\,G_{vm} + V\,\gamma_{sm}}\,100 \text{ în care:}$$

J = procentul maxim de liant, $^0/_0$

V = porozitatea (volumul golurilor), $^0/_0$

γ_{sm} = greutate specifică a liantului, g/cm³

G_{vm} = greutate volumetrică maximă a cărbunelui, g³cm

Rezultatele obținute din determinarea parametrilor necesari pentru obținerea procentului maxim de liant cît și valoarea lui, stabilită pentru mixtele de la I.P.C. Petrila și Lupeni sînt prezentate în tabela 2.

TABELA 2

Determinarea procentului maxim de liant la brichetarea mixtelor de la I.P.C. Petrila și Lupeni

Specificație	Simbol	Unitate	MIXTE DE LA	
			I.P.C. Petrila sort—10 mm	I.P.C. Lupeni sort 10—80 mm
Greutatea volumetrică maximă a cărbunelui	G_{vm}	g/cm³	1,24	1,37
Greutatea specifică reală a cărbunelui	γ_c^r	g/cm³	1,65	1,88
Volumul golurilor	V	%	24,85	27,00
Greutatea specifică a liantului	γ_{sm}	g/cm³	0,95	0,95
Procentul maxim de liant	J	%	16	16

c) *Influența procentului de liant asupra calității brichetelor.*

Considerîndu-se procentul maxim de liant determinat mai sus ca limită superioară de variație a necesarului de liant în brichetare, s-a efectuat brichetarea mixtelor de Lupeni și Petrila, avînd compoziția granulometrică corespunzătoare granulometriei optime (curba VII) folosind diferite procente de liant. Presarea s-a făcut la 350 kg/cm².

La fiecare serie de brichetare în parte s-a efectuat determinarea rezistenței la rupere și la compresiune, a comportării la ardere, a rezistenței la apă, (respectiv a imbibației) și a caracteristicilor chimico-tehnice (G,W,A,V, și Q_i). Variația rezistenței la rupere prin încovoiere a brichetelor rezultate din mixte de la I.P.C. Petrila și Lupeni în funcție de procentul de liant, este prezentată în *diagr. 6*, iar variația rezistenței la compresiune în *diagr. 7*.

Rezistența la rupere a fost determinată cu ajutorul aparatului Hentze de laborator iar rezistența la compresiune a brichetelor cu ajutorul unei prese hidraulice de încercări la compresiune.

S-au constatat următoarele:

— la procente identice de liant rezistența mecanică a brichetelor este mai mare la clasa —10 mm decît la clasele granulometrice mai mici.

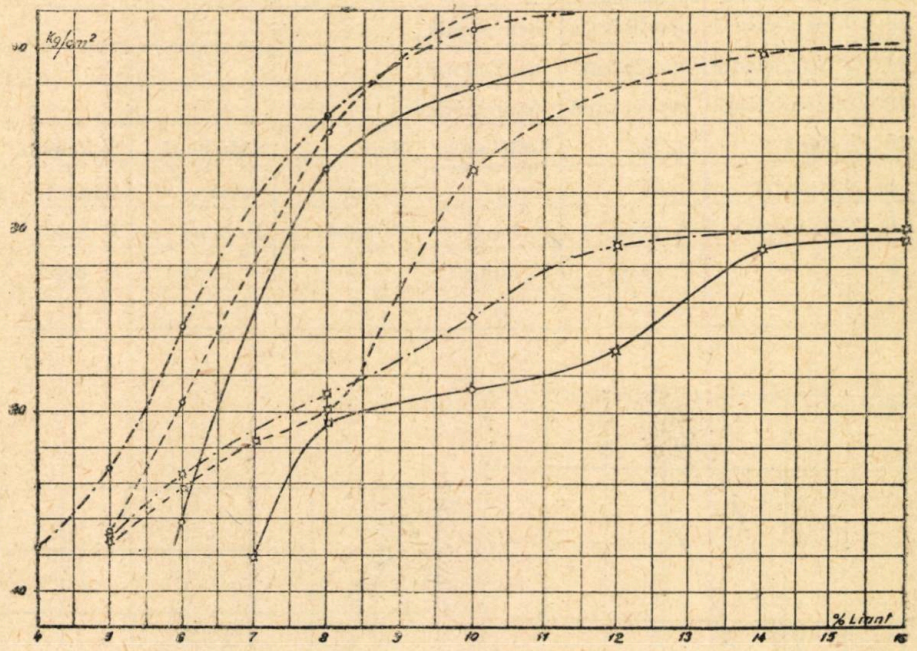


Diagrama 6. — Rezistența la rupere a brichetelor din mixte de Lupeni și PALV

Legendă:
O Lupeni
PALV
clasa — 2 mm
clasa — 5 mm
clasa — 10 mm

— valorile rezistenței la compresiune sînt mai mari pentru mixtele de la Lupeni 10—80 mm decît pe cele de la Petrila.

— în cadrul aceleași clase scăderea rezistenței la compresiune nu are o variație regulată.

Aprecierile făcute asupra comportării la ardere pe grătar a brichetelor obținute din mixte cu diverse procente de liant sînt prezentate în tabela nr. 3.

TABELA 3

Variaţia rezistenţei la foc a brichetelor obţinute din mixtele de la Lupeni şi Petrila în funcţie de cantitatea de liant utilizată

Cantitatea de liant %	REZISTENŢA LA FOC					
	Mixtele de la Petrila			Mixtele de la Lupeni		
	Clasa			Clasa		
	— 2 mm	— 5 mm	— 10 mm	— 2 mm	— 5 mm	— 10 mm
16	Insuficientă	Insuficientă	Insuficientă	—	—	—
14	Insuficientă	Insuficientă	Insuficientă	—	—	—
12	Insuficientă	Insuficientă	Insuficientă	—	—	—
10	Bună	Bună	Suficientă	Bună	Suficientă	Suficientă
8	F. bună	Bună	Bună	F. bună	Bună	Bună
6	F. bună	F. bună	F. bună	F. bună	F. bună	F. bună
5	—	F. bună	F. bună	—	F. bună	F. bună
4	—	—	—	—	—	—

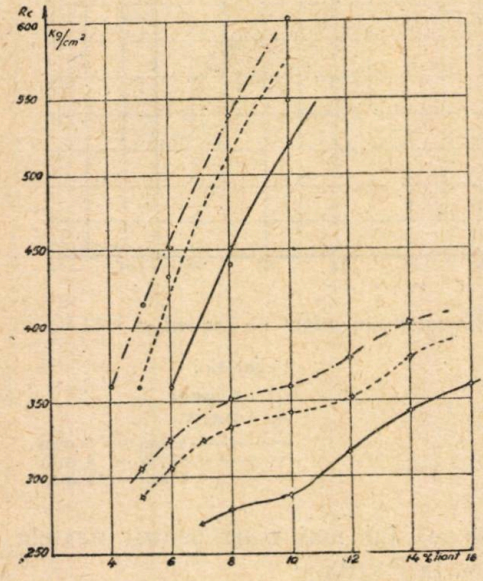


Diagrama 7. — Rezistenţa la compresiune a brichetelor din mixte de Lupeni şi PALV

Legendă :
O Lupeni
PALV
clasa — 2 mm
clasa — 5 mm
clasa —10 mm

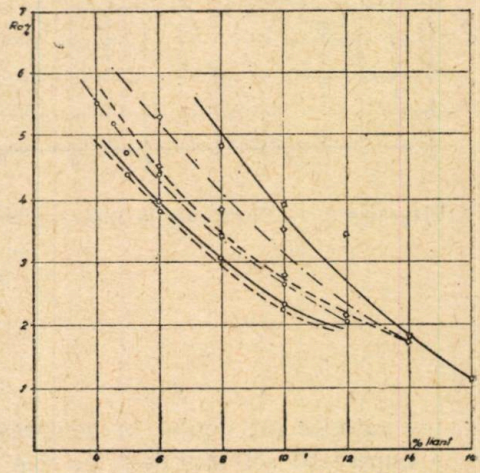


Diagrama 8. — Rezistenţa la imbibaţie a brichetelor din mixte de Lupeni şi PALV

Legendă :
O Lupeni
PALV
clasa — 2 mm
clasa — 5 mm
clasa —10 mm

Din cercetarea tabelei rezultă:

— rezistența la foc este mai bună la procente mai mici de liant.

— brichetele cu sub 8% liant obținute din mixtele de la Petrila și de la Lupeni au o comportare bună la ardere.

Variația capacității de îmbibație a brichetelor în funcție de procentul de liant, s-a determinat prin cantitatea de apă absorbită în 24 h de o

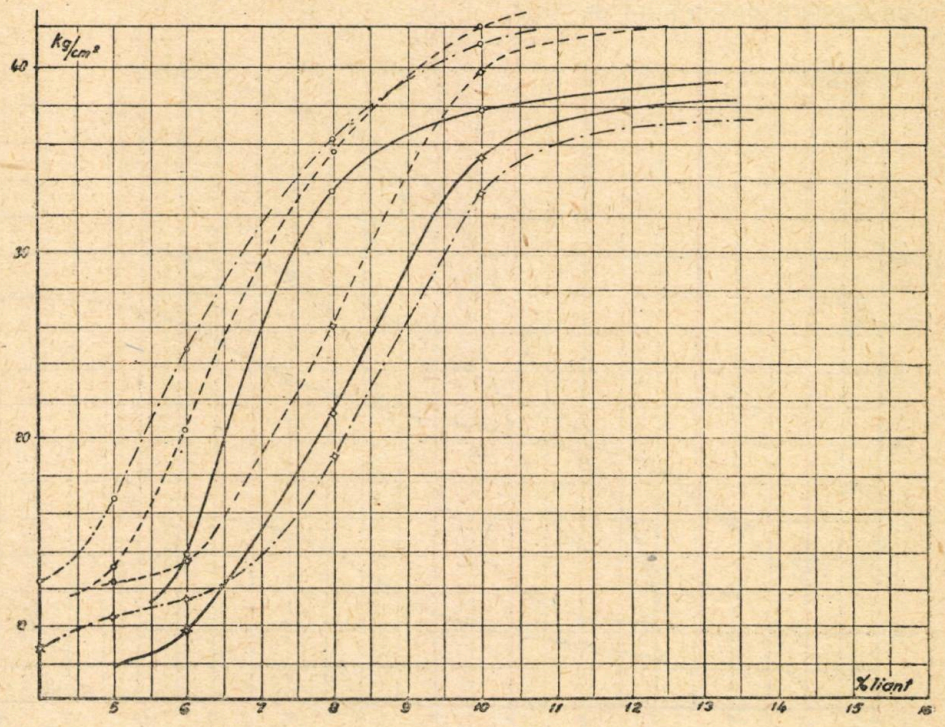


Diagrama 9. — Rezistența la rupere înainte și după imbibație a brichetelor din mixte de Lupeni

Legendă:
○ înainte de imbibație
-○- după imbibație
_____ clasa — 2 mm
..... clasa — 5 mm
-.-.-.-. clasa —10 mm

brichetă acoperită cu apă, raportată la greutatea brichetei iar rezultatele obținute sînt consemnate în *diagrama 8.*

Din cercetarea diagramei 8 rezultă:

— îmbibația crește cu scăderea procentului de liant,

— îmbibația maximă se observă la brichetele obținute din clasa —10 mm.

În cadrul aceleași clase și la procente identice de liant îmbibația mai mare revine brichetelor obținute din mixtele de la Petrila în comparație cu cele din mixtele de la Lupeni.

Tot în legătură cu posibilitățile de depozitare și transport a brichetelor s-au determinat și rezistențele la rupere prin încovoiere ale brichetelor cu diverse procente de liant, după îmbibație cu apă. Rezultatele obținute sînt prezentate în *diagr. 9 și 10.*

Din cercetarea diagramelor 9 și 10 rezultă :

— rezistența la rupere prin încovoiere după îmbibație scade pe măsura scăderii procentului de liant,

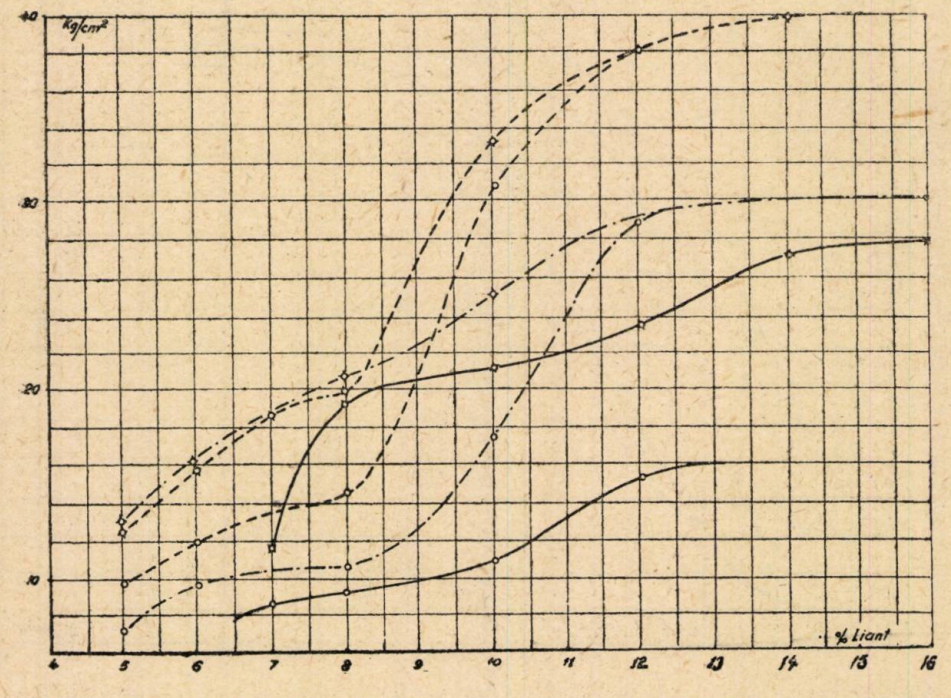


Diagrama 10. — Rezistența la rupere înainte și după imbibație a mixtelor de PALV

Legendă :
O înainte de imbibație
după imbibație
clasa — 2 mm
clasa — 5 mm
clasa —10 mm

— această rezistență este mai mare pentru clasa — 10 mm decît pentru clasele mai mici,

— rezistența la rupere prin încovoiere după îmbibație este mai mare la mixtele de la Lupeni 10—80 mm în comparație cu cele de la Petrila — 10 mm.

— rezistența la rupere prin încovoiere după îmbibație este în genere cu cca. 5 kg/cm² mai mică decît înainte de îmbibație.

Variația greutății specifice a brichetelor în funcție de procentul de liant, este prezentată în *diagrama 11*

Din studiul diagramei se observă că greutatea volumetrică a brichetelor crește cu creșterea procentului de liant și este mai mare la mixtele de Lupeni decît la cele de Petrila.

La toate tipurile de brichete obținute s-au determinat caracteristicile chimico-tehnice. Rezultatele determinărilor de cenușă, materii volatile și putere calorifică, efectuate asupra brichetelor rezultate din mixtele de la Petrila și Lupeni, sînt prezentate în *diagr. 12, 13 și 14.*

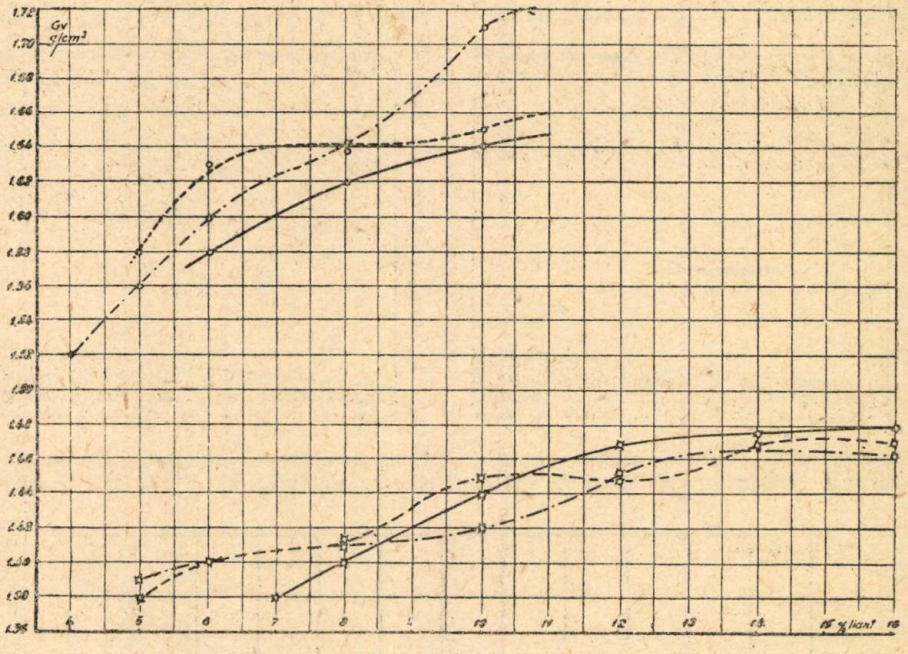


Diagrama 11. — Greutatea volumetrică a brichetelor din mixte de Lupeni și PAVL

Legendă:
O Lupeni
PALV
clasa – 2 mm
clasa – 5 mm
clasa –10 mm

Rezultatele cercetărilor efectuate în laborator arată posibilitatea obținerii unor brichete de calitate satisfăcătoare din mixte cu 6—7% liant. Evident, la creșterea procentului de liant conținutul de cenușă din brichetă va scade, și deci conținutul de materii volatile și puterea calorifică vor crește.

Analiza comparativă a aspectelor tehnico-economice ale brichetării mixtelor, în raport cu brichetarea ligniților prezentată în tabela 4 demonstrează și valabilitatea economică de transformare a mixtelor — prin brichetare — într-un combustibil utilizabil pentru consumul casnic cît și pentru consumul industrial.

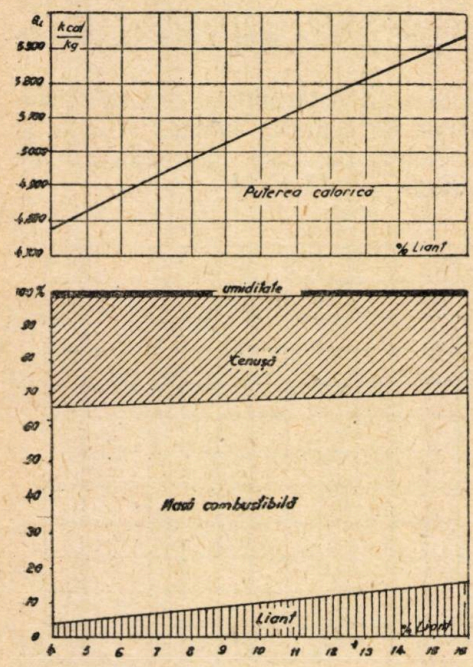


Diagrama 12. — Caracteristicile chimico-tehnice al brichetelor din mixte de PALV

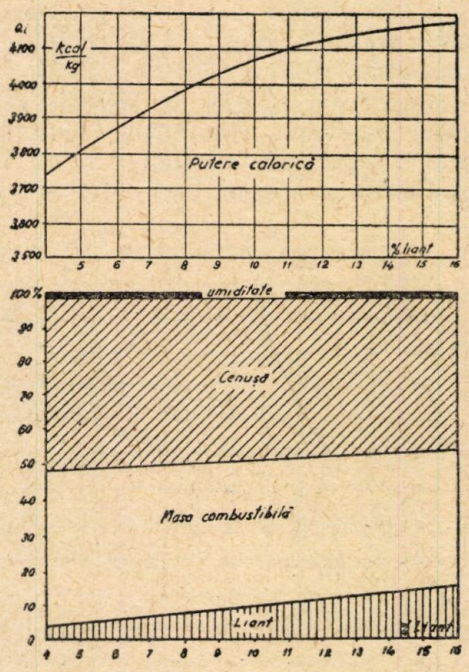


Diagrama 13. — Caracteristicile chimice-tehnice al brichetelor din mixte de Lupeni

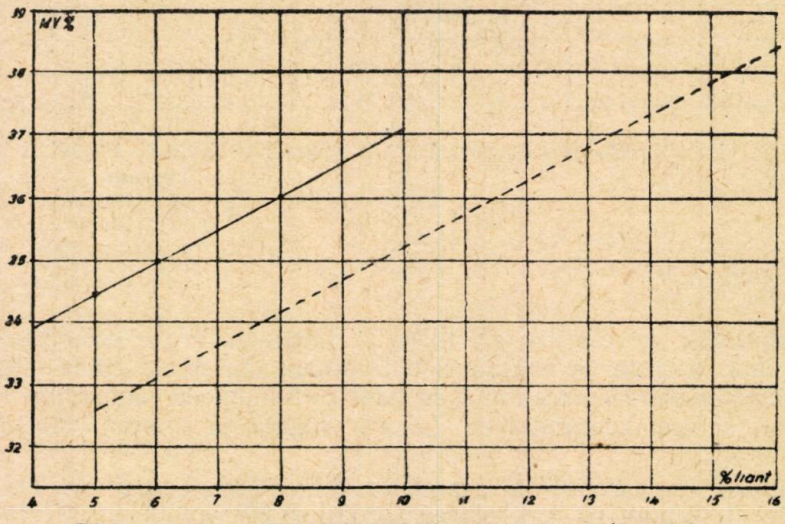


Diagrama 14. — Materiile volatile ale brichetei din mixte de Lupeni și PALV

Legendă:
——— Lupeni
..... PALV

TABELA 4

Aspecte tehnico-economice comparative asupra brichetării ligniților și a mixtelor de cărbuni din Valea Jiului

Nr. crt.	Specificație	Simbol	Unitate	Brichete din lignit	Brichete din mixte
1	Liant raportat la brichetă	—	%	12—14	6—7
2	Umiditate	W_t^a	%	7—9	3—4
3	Cenușă	A^a	%	15—35	50—32
		A_{105}	%	16—38	33—52
4	Materii volatile	V^a	%	30—57	33—37
5	Masă combustibilă	MC	%	59—77	46—61
6	Putere calorică	Q_s^a	kcal/kg	3920—4850	3820—5000
7	Cifră de balast	C	g/1000 kcal	45—105	70—141
8	Rezistențe la compresiune	R_c	kgf/cm²	280—300	300—450
9	Rezistență la apă	R_a	%	10—11	3,8—5,24
10	Rezistență la rupere	R_r	kgf/cm²	14—19	15,7—24,7
11	Greutatea specifică	G_s	g/cm³	1,16—1,29	1,4—1,6
12	Cantitatea de combustibil prelucrat, obținut din 1 tonă materie primă	A_i	t/t	0,84—0,90	1,03—1,05
13	Costul prelucrării raportat la tona de brichete	C_t^m	lei/t	78,5—127	50—60
14	Cost transport la consumator				
	0 km	C_{tr}^o	lei/t	—	—
	300 km	C_{tr}^{300}		18	18
15	Preț de cost pe tona de brichete				
	0 km	C^o	lei/t	135—309	164—184
	300 km	C^{300}		152—327	182—204
16	Preț de cost pe milionul de kcal utile				
	0 km	$C^o_{Mio,ut}$	lei/Mio,ut	51,2—90	49—81
	300 km	$C^{300}_{Mio,ut}$		58,3—96	57—86,4

Din cercetarea de laborator și analiza tehnico-economică comparativă redată în tabela 4 rezultă în concluzie următoarele:

1. Caracteristicile fizico-mecanice ale brichetelor din mixte se încadrează în limitele prevăzute pentru brichetele de lignit.

2. Costul prelucrării mixtelor prin brichetare este mai scăzut decît costul prelucrării lignitului.

3. Caracteristicile termo-energetice ale brichetelor obținute din mixte sînt similare celor obținute din lignit.

4. Prețul de cost al brichetelor obținute din mixte atît loco fabrică cît și la distanțe mai mari este similar cu cel al brichetelor obținute din lignit.

5. Costul milionului de kcal obținut prin arderea brichetelor de mixte este similar celui obținut la arderea brichetelor de lignit.

Față de aspectele tehnice și economice analizate mai sus, brichetarea cu liant a mixtelor de cărbuni din Valea Jiului, folosind în acest scop instalația de brichetare existentă la Petrila, poate să ducă la o rațională valorificare a acestora, meritînd să fie verificată la scară industrială.

Laboratorul de Combustibili
Institutul Politehnic - București

BIBLIOGRAFIE

1. *Thau A.* — Brennstoffschwelung Bd. I Halle, 1949.
2. *Teitlin D. G.* și *Mihailov I. G.* — Uglebriketnoe proizvodstvo. Ugletehizdat 1950, pag. 119—135.
3. *Jaeppelt A.* — Brikettierung mit Bindemitteln. În lucrarea: K. Kegel: Brikettierung der Braunkohle. Halle 1949, pag. 630—666.
4. *Reering W.* și *Goecke F.* — Brikettpeche und ihre Bedeutung fuer den Brikettierungsvorgang. „Glueckauf" 1935.
5. *Blum I., Rosenberg M.* și *Kelt S.* — Brichetarea ligniților xiloizi cu smoală. — Proces tehnologic ICECHIM 1951.
6. *Blum I., Rosenberg M.* și *Calotă M.* — Studiul variației procentului de liant în funcție de cenușa din semicocs, la brichetarea semicocsului de lignit cu liant. Comunicare — sesiunea științifică a Instit. Politehnic — București — iunie 1957. Rev. Minelor — ASIT nr. 12/1952.
7. *Ionescu M.* și *Floarea Oct.* — Cîteva aspecte ale brichetării ligniților. Revista Minelor — ASIT nr. 11/1957, pagina 532—537.
8. *Blum I., Rosenberg M.* și *Opriș M.:* Studiul relației dintre presiunea de brichetare și granulometrie la brichetarea cu liant a cărbunilor. Revista Minelor ASIT nr. 4/1959, pag. 134—139.
9. *Blum I.* și *Rosenberg M.* — Cu privire la unele aspecte tehnico-economice ale prelucrării și valorificării cărbunilor bruni lemnoși din R.P.R. — V. Brichetarea cu liant a ligniților. Revista Minelor ASIT nr. 11/1959, pag. 525—531.

ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРОМПРОДУКТОВ УГЛЕЙ ВАЛЯ ЖИУЛУЙ

(Краткое содержание)

В этой работе анализируется возможность использования промпродуктов, полученных при обогащении углей Валя Жиулуй углём Лупен и Петрилы.

Даются результаты исследований для определения оптимальных условий брикетирования промпродуктов Валя Жиулуй, сокравнительным экономическим анализом процесса по отношению к брикетированию лигнита.

VALORIFICATION POSSIBILITIES OF INTERMEDIATE COAL PRODUCTS FROM JIU VALLEY

(Summary)

The present paper analyzes the valorification possibilities of intermeditate coal products from washing of Jiu-Valley — coal, in the Lupeni and Petrila coal — preparation factories.

The results of investigations are presented in view of establishing best brichetting conditions for the intermediate coal products, together with an economic analysis of the process.

LES POSSIBILITÉS DE VALORIFICATION DES MIXTES DES CHARBONS DE LA VALÉE DU JIU

(Résumé)

On analyse les possibilités de valorification des mixtes résultés du lavage des charbons de la Vallée du Jiu dans les usines de préparation du charbon de Lupeni et de Petrila.

On présente les résultats des recherches effectuées pour détérminer les conditions optimes du briquettage des mixtes de la Valée du Jiu et une analyse économique comparative de la valabilité du procedé en rapport avec le briquettage du lignite.

DIE VERWERTUNGSMÖGLICHKEITEN DER KOHLENMITTEL-PRODUKTE AUS DEM JIU THALE

(Zusamenfassung)

In der vorliegenden Arbeit erörtert mann die Verwertungsmöglichkeiten des Kohlenmittelproduktes, das nach dem Waschen der Jiu-Thal Koklen in den Aufbereitungunsanlagen aus Lupeni und Petrila erzielt wird.

Es werden die Versuchsergebnisse zwecks Bestimmung der besten Brikettierungsbedingungen der Kohlenmittelprodukte aus dem Jiu-Thale gezeigt mit einer okonomischen Analyse der Gültigkeit des Verfahrens, im Vergleich mit der holzigen Braunkohle.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 3

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

HIDROLIZA ACIDĂ A ACETATULUI DE n-BUTIL ÎN SOLUȚII DE APĂ-ACETONĂ *

Nota I-a

VICTOR PARAUȘANU, ORTANSA LANDAUER și CORNELIA MATEESCU

Influența mediului asupra reacțiilor chimice a format obiectul a numeroase cercetări experimentale și teoretice dar fără să se fi ajuns pînă în prezent la o interpretare unitară a fenomenelor determinante.

După cum se știe, mediul influențează viteza reacțiilor chimice prin interacțiunile ce au loc între particolele din mediu pe de o parte și particulele reactante și complexul activat pe de altă parte. Aceste interacțiuni au de obicei un caracter atît de specific încît formularea unor concluzii generale este foarte dificilă și tratarea lor se limitează doar la unele tipuri de reacții mai simple, realizate în anumite condiții experimentale.

O categorie de reacții la care s-au putut realiza progrese mai însemnate în această direcție o formează reacțiile între ioni. După cum se știe contribuția principală la energia de interacțiune a ionilor este datorită forțelor culombiene, iar factorul principal prin care mediul influențează interacțiunile este constanta dielectrică a mediului de reacție.

Considerînd mediul de reacție ca un mediu dielectric omogen Scathard a dezvoltat teoria influenței atmosferei ionice asupra vitezei de reacție elaborată de Brönsted (1) și Christiansen (2) arătînd că partea din energia liberă de activare care revine interacțiunilor electrostatice pentru o tărie ionică nulă este dată de relația:

$$\Delta F^*_{el} = \frac{Z_A Z_B e^2}{D r^*} \qquad (1)$$

unde Z_A și Z_B sînt sarcinile ionilor care reacționează, e — sarcina elementară a electronului; D — constanta dielectrică a mediului, iar r^* — distanța la care se apropie ionii în complexul activat.

Pornind de la aceste premize s-a stabilit și o relație de dependență a vitezei de reacție față de constanta dielectrică a mediului, conform căreia,

$$\ln k_D = \ln k_{D=\infty} - \frac{N Z_A Z_B e^2}{D r^* R T} \qquad (2)$$

* Comunicare prezentată la a IV-A Sesiune științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București (18 octombrie 1958).

în care k_D este constanta de viteză în mediu cu constantă dielectrică D, $k_{D=\infty}$ — constanta de viteză a reacției într-un mediu cu constantă dielectrică infinit de mare; N — numărul lui Avogadro; R — constanta universală a gazelor, T — temperatura absolută iar r^* are aceeași semnificație ca mai sus.

După cum se vede din această ecuație dacă se reprezintă ln k_D în funcție de $1/D$ trebuie să se obțină o dreaptă a cărei pantă este pozitivă dacă ionii sînt de semne contrarii (constanta de viteză scade cînd constanta dielectrică a mediului crește) și panta devine negativă dacă ionii sînt de același semn (constanta de viteză crește cînd constanta dielectrică crește). Aceste prevederi au fost confirmate experimental de către Amis și La Mer (2) și Amis și Price (4) pentru reacții chimice efectuate în medii cu valori ale constantei dielectrice, $D > 50—60$.

Plecînd tot de la considerațiuni electrostatice Leitler și Eyring încearcă să pună în evidență efectul de solvent în reacțiile dintre ioni și moleculele neutre. Notînd cu A^{Z_A} ionul de sarcină Z și cu B molecula neutră, conform teoriei stării de tranziție reacția va avea loc după o schemă de forma:

$$A^{Z_A} + B \rightarrow M^{*Z_A} \rightarrow \cdots \tag{3}$$

unde M^{*Z_A} este complexul activat.

În aceste circumstanțe efectul de solvent este considerat mult mai complex și relația finală ce se obține arată dependența constantei de viteză de factorii de activitate ai reactanților și complexului activat:

$$k = k_0 \frac{f_A f_B}{f_M^*} \tag{4}$$

După cum se observă această ecuație prevede *o scădere* a constantei de viteză cu creșterea constantei dielectrice a mediului independent de semnul sarcinei Z_A.

O altă ecuație dedusă de asemenea pe considerente electrostatice și în ipoteza formării unui complex intermediar a fost dată de Amis și Jaffé (5). Această ecuație prevede calitativ aceeași variație a constantei de viteză a reacției unei molecule cu un *cation* ca și ecuația Leitler — Eyring dar indică un efect opus dacă ionul reactant are sarcină negativă.

În ceea ce privește influența constantei dielectrice, ecuația lui Amis-Jaffé prevede *calitativ* valori ce concordă cu experiența, dar făcînd o verificare *cantitativă* se constată că efectul constantei dielectrice măsurată experimental este mult mai pronunțat decît cel prevăzut de ecuația Amis-Jaffé.

O ecuație mult mai simplă dedusă numai pe considerente electrostatice și fără a face ipoteze particulare cu privire la formularea unui complex intermediar a fost elaborată de Amis (6) în 1953:

$$\ln k_D = \ln k_{D=\infty} + \frac{N Z_A e \mu}{DRTr^{*2}} \tag{5}$$

în care termenii au semnificațiile amintite iar μ este momentul de dipol al moleculei.

S-a arătat că această ecuație prevede *calitativ* aceeași variație a constantei de viteză cu constanta dielectrică a mediului ca și ecuația Amis-Jaffé, dar spre deosebire de toate ecuațiile precedente se verifică destul de bine și din punct de vedere *cantitativ*. După cum se vede din expresia ei, ecuația arată o variație liniară a lui ln k în raport cu $1/D$, panta fiind negativă dacă Z_A este negativ și pozitivă dacă Z_A este pozitiv.

Hidroliza esterilor constituie o clasă de reacții care se pretează în mod deosebit la verificarea experimentală a ecuațiilor amintite mai sus, deoarece aceeași substanță (esterul) poate reacționa atît cu un anion (în hidroliză alcalină), cît și cu un cation (în hidroliză acidă). În acest scop au și fost studiate între altele: hidroliza alcalină a acetatului de etil în amestec apă-alcool (7) și apă-acetonă (8); a propionatului de metil în amestec apă-acetonă (9), ca și hidroliza acidă a acetatului de etil în amestec, apă-dioxan (10) și a propionatului de metil în amestec apă-acetonă (11).

Experiențele mai sus menționate au confirmat că într-adevăr pentru constante dielectrice $D > 50$, se obține dependența indicată de ecuația amintită.

În 1955 Nair și Amis (9) studiază hidroliza acidă a diclor-acetatului de etil în amestec apă-acetonă cu scopul de a pune în evidență efectul substituenților asupra variației constantelor de viteză în solvenții micști.

Această reacție a constituit prima abatere calitativă de la ecuația lui Amis. Spre deosebire de rezultatele obținute în cazul acetatului de etil, la care panta dreptei din reprezentarea ln k/C_{H_2O} în funcție de $1/D$ era conform cu teoria pozitivă în cazul diclor-acetatului de etil, în aceleași condiții experimentale la constante dielectrice mari, s-a obținut o pantă negativă, pantă care devine pozitivă numai la constante dielectrice mici.

În 1957 Hornyack și Amis (12) studiază în același scop hidroliza neutră și acidă a dibrom-acetatului de etil în amestec apă-acetonă și obțin calitativ aceleași rezultate ca și în lucrarea precedentă și anume o pantă negativă care de această dată nu mai devine pozitivă nici pentru constante dielectrice mici.

Autorii nu dau explicații pentru aceste comportări anormale dar lasă să se creadă că deosebirile s-ar datora tocmai efectului celor doi atomi substituenți de halogeni.

Diclor și dibrom-acetatul de etil se deosebesc însă de acetatul de etil nu numai prin prezența celor doi atomi de halogeni dar și printr-o solubilitate limitată în apa sau în amestecuri apă-acetonă bogată în apă. Din această cauză măsurătorile cinetice cu acești esteri au și fost efectuate în solvenți care conțin o cantitate suficient de mare de acetonă pentru a permite dizolvarea unei cantități oarecare de ester. Comportarea anormală a acestor esteri se manifestă tocmai în domeniul constantelor dielectrice mari, adică în amestecuri bogate în apă, în care solubilitatea esterului este mai mică. Era deci interesant de cercetat care este comportarea unui ester acetic nesubstituit, dar greu solubil în apă spre a observa în ce măsură cauza abaterilor de la ecuațiile amintite s-ar datora sau nu substituenților amintiți.

În acest scop am studiat cinetica hidrolizei acide a acetatului de n butil în amestecuri variabile de apă acetonă.

Partea experimentală. Reactivii folosiți ca acetonă și acidul clorhidric au fost substanțe p. a. iar acetatul de n butil a fost preparat din alcool normal butilic și anhidridă acetică. Produsul brut deshidratat pe Cu SO_4, a fost distilat pe coloană reținîndu-se fracțiunea ce a distilat pe un interval de 0,1°C(n_D = 13946).

Determinările cinetice. Datorită marii volatilități a soluțiilor, măsurătorile cinetice au fost efectuate pe probe de 5 ml în fiole sudate. Temperatura băii a fost menținută constanta (+ 0,05°) cu ajutorul unui termostat Höppler iar citirea temperaturii s-a făcut la un termometru cu o precizie de (± 0,1°C).

Pentru fiecare serie de determinări s-au folosit 30 de probe fiolate dintre care patru au fost folosite pentru determinarea punctului inițial al reacției iar șase pentru determinarea saponificării totale. Probele au fost titrate cu o soluție n/10 de hidroxid de sodiu în prezența de fenolftaleină ca indicator. Precizia titrării la microbiuretă a fost de ± 0,005 ml. Concentrația inițială a esterului a fost determinată prin saponificare totală în timp de 8 ore la 110°C.

Rezultatele determinărilor. Apa fiind în exces reacțiile studiate sînt de ordinul întîiu iar viteza de reacție va fi dată de relația:

$$\frac{dx}{dt} = k\,(a - x) \tag{6}$$

care prin integrare devine:

$$k = \frac{2{,}303}{t} \log \frac{a}{a - x} \tag{7}$$

unde k este constanta de viteză a reacției, a concentrația inițială a esterului și x cantitatea de ester hidrolizat la timpul t.

În tabela 1 sînt redate valorile constantelor de viteză calculate cu relația (7) la trei temperaturi și cinci procente greutate acetonă.

Constantele dielectrice corespunzătooare compoziției și temperaturii mediului de reacție au fost interpretate după datele lui Akerlöf (13). (x reprezintă fracția în greutate apă).

TABELA Nr. 1

x_{H_2O}	40°		50°		60°		% g acetonă
	$\lg \frac{K}{x_{H_2O}}$	$100/D$	$\lg \frac{K}{x_{H_2O}}$	$100/D$	$\lg \frac{K}{x_{H_2O}}$	$100/D$	
0,877	$\bar{3}$,118	1,497	$\bar{3}$,349	1,567	$\bar{3}$,589	1,642	12,3
0,191	$\bar{3}$,023	1,618	$\bar{3}$,327	1,692	$\bar{3}$,549	1,770	20,9
0,111	$\bar{3}$,036	1,742	$\bar{3}$,297	1,825	$\bar{3}$,515	1,908	28,9
0,607	$\bar{3}$,035	1,949	$\bar{3}$,261	2,01	$\bar{3}$,517	2,141	39,3
0,508	$\bar{4}$,973	2,164	3,276	2,309	$\bar{3}$,549	2,421	49,2

Discuția rezultatelor. Dacă reprezentăm log $k/_{H:O}$ în funcție de $1/D$ se obțin corespunzător celor trei temperaturi de lucru curbele de dependență din fig. 1.

Din analiza acestor curbe reiese că în domeniul constantelor dielectrice mari pantele curbelor sînt negatve, similare celor obținute în cazul diclor — și dibrom — acetaților de etil, adică în opoziție cu teoria lui Amis.

Această abatere de la prevederile teoriei lui Amis noi credem că se

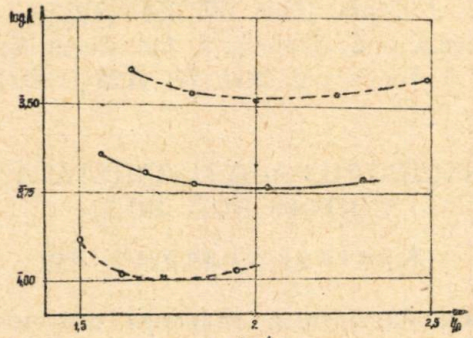


Fig. 1

datorește faptului că la elaborarea ecuației cinetice respective, s-au luat în considerare numai forțele electrostatice.

In cazul esterilor ușor solubili variația factorilor de activitate ai esterului poate fi determinată efectiv numai de interacțiunile electrostatice, dar în cazul esterilor a căror solubilitate scade pe măsură ce concentrația în apă crește, există forțe repulsive între moleculele de apă și ester care aduc o contribuție neelectrostatică remarcabilă la valoarea factorului de activitite al esterului. Micșorarea solubilității reprezintă din punct de vedere termodinamic o creștere a factorului de activitate al esterului ceea ce trebuie să aibă drept urmare o creștere a vitezei de reacție.

Prin urmare abaterea manifestată de o serie de esteri greu solubili în apă de la ecuația lui Amis este după părerea noastră consecința existenței uni factor neelectrostatic preponderent în expresia factorului de activitate a esterului, factor care a fost omis de Amis în preliminariile teoriei sale.

Laboratorul de Chimie-Fizică
Institutul Politehnic - București

BIBLIOGRAFIE

1. *Brönstedt.* Z. phys. chem. 102, 169, (1922); 115, 337, (1925).
2. *Christiansen.* Z. phys chem. 113, 35, (1924).
3. *E. S. Amis* și *V. K. La Mer.* J. Am. Chem. Soc. 61, 905, (1931).

4. *E. S. Amis* și *D. Price*. J. Phys. Chem. 47, 338, (1944).
5. *E. S. Amis* și *Jaffe*. J. Chem. Phis. 10, 220 (1932).
6. *J. E. Potts* și *E. S. Amis*. J. Am. Chem. Soc. *71*, 243 (1949)).
7. *E. S. Amis* și *S. Siegel*. *J. Am.* Chem Soc. *72*, 674 (1950).
8. *Y. E. Quntau* și *E. S. Amis*. *J* Chem. Soc. Am *77*, 4187 (1955).
9. *P. M. Nair* și *E. S. Amis*. Analy. Chim. Acta *9*, 111 (1953).
10. *S. L. Hockersmith* și *E. S. Amis*. Analyt. Chim. Acta *9*, 101 (1953).
11. *E. S. Amis*. J. Chem. Educ. *30*, 351 (1953).
12. *F. N. Hornyack* și *E. S. Amis*. J. Am. Chem. Soc. *79*, 2079 (1957).
13. *Akerlöf G*. J. Am. Chem. Soc. *54*, 4125 (1932).

КИСЛОТНЫЙ ГИДРОЛИЗ n-БУТИЛАЦЕТАТА В РАСТВОРАХ АЦЕТОНОВОЙ ВОДЫ

(Краткое содержание)

Авторы изучали кислотный гидролиз n-бутилацетата при трёх различных температурах и различных весовых процентах ацетона-воды.

Расчитав зависимость постоянной с орости от диэлектрической постоянной среды, установили несогласованность между предусмотрениями теории изложенной Амисом и полученными экспериментальными данными.

Предложено следующее обьяснение данной несогласованности: в условиях при которых протекали работы, нельзя пренебрегать силами взаимодействия неэлектростатического типа, непринятыми во внимание Амисом при формулировке его теории, ввиду того что данные силы являются причиной отмеченных отклонений.

THE ACID-HYDROLYSIS OF N. BUTYL-ACETATE IN WATER-ACETONE SOLUTIONS.

(Sumary)

The acid-hydrolisys of *n*-butil-acetate was examinated at three different temperature lewels and by different weight proportions of water to acetone.

Calculating the dependance of the velocity constant the dielectrical constant of the solution, it were observed some deviations of the experimentul results from the theoretical ones, stabilated after the Amis-theory.

This derivations are proposed to be explained, taking account under the given experimental conditions, also of the nonelectrostatic interectional forces, which in the Amis-theory are neglected, and which in this case are of not neglectibal values.

L'HYDROLISE ACIDE DU N-BUTYL ACÉTATE DANS LES SOLUTIONS EAU-ACÉTONE

(Résumé)

On a étudié l'hydrolise acide du n-Butyl acétate par trois températures et différentes proportions d'eau-acétone.

On a calculé la dépendance entre la constante de vitesse et la constante diélectrique du milieu ambiant et on a constaté un désacord entre les prevoyances de la théorie formulée par Amis et les dates expérimentales obtenues.

On a proposé une explication concernant ce désaccord en indiquant que dans les conditions dans de l'experiment lesquelles on a travaillé, les forces d'interaction nonélectrostatiques, négligées par Amis lorsqu'il a formulé sa théorie, ne peuvent plus être négligées en tant que ces forces constituent la cause des déviations signalées.

SAUERE HYDROLYSE DES N. BUTILACETATS IN WÄSSERING-ACETONLÖSUNG.

(Zusamenfassung)

Die Saure Hydrolyse des *n*-Butil-acetats wurde bei drei verschiedenen Temperaturen und verschiedenen Gewichtsverhältnissen Wasser-Aceton untersucht.

Es wurde die Abhängigkeit der geschwindigkeitkonstante von der Dielektrizitätskonstante der Lösung berechnet und eine Abweichung der Versuchergebrüsse von der Amis-schen Theorie gefunden.

Es wird eine Erklärung dieser Abweichung in dem Sinne vorgeschlagen, dass unter den gegebenen Versuchsverhältnissen, die nichtelektrostatischen Weckselwirkungkräfte, die in der Amisschen Theorie vernachlässigt worden sind, als grund dieser Abweichungen angegeben werdenden und nicht mehr vernachlässigt werden dürfen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 3

ENERGETICĂ

OSCILOGRAME DE TENSIUNE RIDICATE LA DECONECTAREA ÎN GOL A UNOR CIRCUITE ELECTRICE

GHEORGHE IACOBESCU

Problema supratensiunilor născute la deconectarea rețelelor electrice a căpătat în ultima vreme o importanță deosebită, determinînd numeroase studii, care au încercat să lămurească influența acestora asupra funcționării întreruptoarelor.

La întreruperea unor curenți puternici, întreruptoarele moderne deconectează în așa fel, încît valorile supratensiunilor, în majoritatea cazurilor, nu depășesc dublul amplitudinii tensiunii nominale și din această cauză ele interesează în special prin viteza lor de variație.

În astfel de condiții au loc și întreruperile unor curenți watați.

Deconectarea unor curenți mici, inductivi sau capacitivi, poate avea loc cu supratensiuni periculoase, a căror valoare, este cuprinsă în limitele 4—7 ori [2,3,8,9,19] amplitudinea tensiunii nominale. În aceste condiții, trebuia deci ca problema să prezinte un interes deosebit, pe de o parte, datorită construirii și utilizării unor întreruptoare cu capacități de rupere din ce în ce mai mari, care pot fi expuse la avarii la întreruperea curenților inductivi și pe de altă parte, datorită dezvoltării rețelelor de energie, care au multiplicat cazurile periculoase prin tăierea curenților de gol ai liniilor de transport sau ai cablelor.

Determinarea lor pe cale teoretică, în general, se poate face, însă rezultatele obținute, în majoritatea cazurilor, sînt mult deferite de cele reale. Astfel, la deconectarea transformatoarelor în gol, literatura tehnică de specialitate (4) recomandă folosirea relației următoare:

$$U'_{max} = \sqrt{2\,\eta_m \frac{\Delta W m + \overline{We}}{C_{(3)}}} \qquad (1)$$

în care:

η_m — factorul de randament magnetic luat în calcule, este egal cu 0,7;

---

* Comunicare prezentată la a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice a Institutului Politehnic București (31 octombrie 1959).

ΔW_m — variația energiei magnetice în momentul întreruperii;
We — energia electrostatică a transformatorului înaintea deconectării;
$C_{(3)}$ — capacitatea echivalentă care depinde de tipul circuitului, de fază și de tipul transformatorului.

Pentru circuite mai puțin complicate, supratensiunea se poate determina prin suprapunerea oscilației libere

$$U_c'' = u \sqrt{\left[\frac{\nu}{\omega}\right]^2 \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi} \qquad (2)$$

peste tensiunea de frecvență industrială.

Relațiile (1) și (2) își au importanța lor teoretică, în sensul că ele pot indica mijloacele teoretice pentru reducerea supratensiunilor la valori admisibile.

Astfel, dacă se ține seama de termenii expresiei (1), se poate ajunge la concluzia că:

a) amortizarea artificială a oscilațiilor cu ajutorul rezistențelor;

b) limitarea amplitudinii oscilației prin adăugarea de capacități;

c) reducerea energiei oscilante și reglarea caracteristicii de reamorsare a întreruptorului.

Acestea sînt considerate mijloace eficiente pentru micșorarea supratensiunilor.

De asemenea, dacă se interpretează relația (2) se ajunge la concluzia că:

a) micșorarea pulsației proprii a oscilației (prin adăugarea de capacități în paralel) sau

b) realizarea unei caracteristici de reglaj a întreruptorului, în așa fel încît tăierea circuitului să aibă loc la trecerea naturală a curentului prin zero;

Acestea sînt considerate mijloace eficiente pentru micșorarea supratensiunilor.

Dacă s-ar cunoaște, de exemplu, faza φ a curentului la deconectarea unui circuit, atunci s-ar putea determina ușor supratensiunea probabilă într-un anumit loc. La întreruperea unor curenți mari s-a constatat din practică că momentul întreruperii este foarte apropiat sau coincide cu trecerea naturală prin zero a acestora. În acest caz supratensiunea maximă, în puține cazuri întrece valoarea $2\,U_n$.

La deconectarea unor curenți mici toate întreruptoarele au tendința de a întrerupe circuitul într-un moment diferit de momentul trecerii naturale prin zero a acestora, ceea ce determină supratensiuni periculoase. Acest moment al întreruperii nu se poate preciza și ca atare cercetarea teoretică a fenomenelor legate de întreruperea circuitului în gol, rezolvă numai aspectul calitativ al problemei.

Aspectul cantitativ se rezolvă experimental și de aceea ridicările oscilagrafice au căpătat o importanță deosebită.

În cele ce urmează se vor arăta cîteva oscilograme ridicate în centrala termoelectrică Comănești la tensiunea de 6 kV pe cablele servi-

ciilor interne, pentru care s-au folosit întreruptoarele de tip sovietic VMG — 133 și MGG — 229. În același timp se prezintă una din oscilogramele luate la tensiunea 30 de kV în stația de transformare București — Est, prin utilizarea întreruptorului VEM cu aer comprimat.

REZULTATELE MĂSURĂTORILOR

În fig. 1 (a, b, c) sînt reproduse oscilograme obținute prin declanșarea unui cablu de alimentare al serviciilor interne F_2 și anclanșarea automată a rezervei F_R (fig.2). Lungimea cablelor este aproximativ de 300 m.

Oscilograful magnetoelectric de tip sovietic, capabil să înregistreze

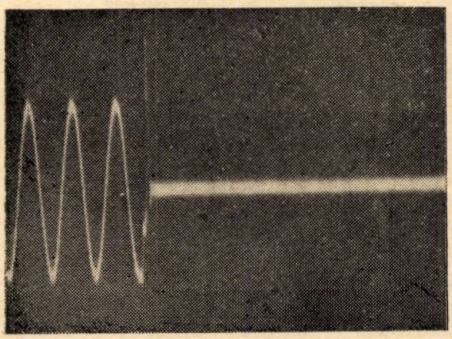


Fig. 1 a

Pe abscise: 10,5 mm = $\frac{1}{50}$ s.

Pe ordonate: 23 mm = Unom. (6000 V)

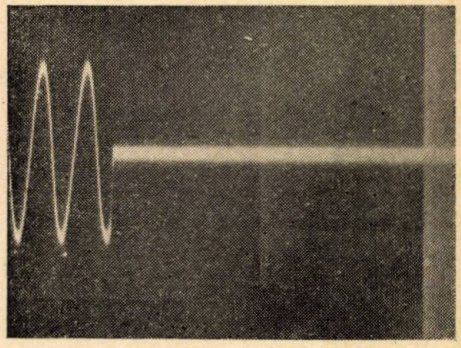


Fig. 1 b

Pe abscise: 10,6 mm = $\frac{1}{50}$ s.

Pe ordonate: 23 mm = Un (6000 V)

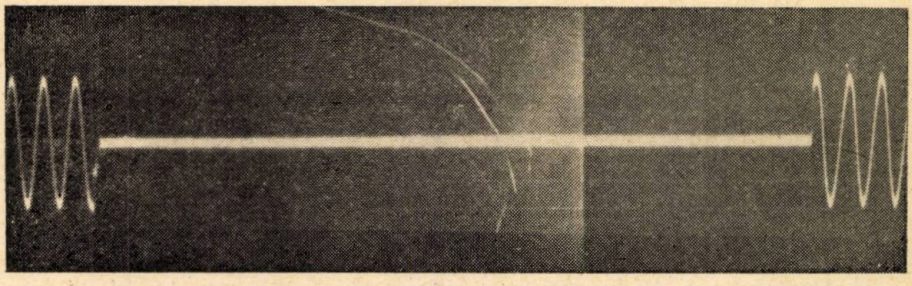


Fig. 1 c

Pe abscise: 9 mm = $\frac{1}{50}$ s.

Pe ordonate: 12 mm = Un (6000 V)

oscilații cu frecvența pînă la 10 000 Hz, a fost legat prin intermediul unui transformator de tensiune de 6 000/100 V la barele de 600 V, operațiunile fiind făcute în camera de comandă a centralei.

Oscilogramele s-au obținut la deconectarea întreruptorului 2 și conectarea automată a întreruptorului 4 și din ea se pot scoate următoarele date:

1°. Factorul de amplitudine măsurat la deconectarea pe oscilogramele din fig. 1 *a* sau 1 *c*:

$$\gamma = \frac{Ur}{Un} \cong 1{,}7$$

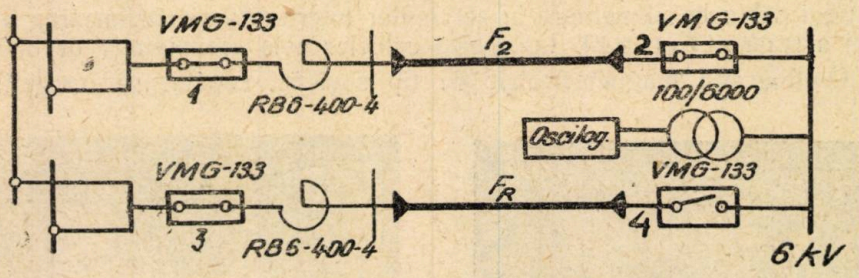


Fig. 2

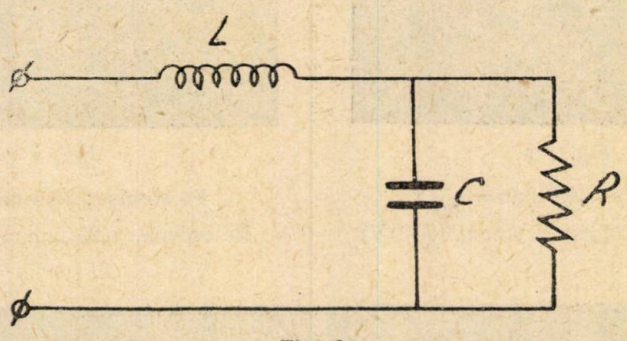


Fig. 3

2°. Frecvența de oscilație a tensiunii tranzitorii de restabilire:

$$f_o \cong 550\ Hz$$

3°. Timpul de revenire a tensiunii la zero

$$t_n \cong 0.005\ s$$

4°. Restabilirea alimentării s-a făcut în mai puțin de jumătate de secundă (măsurat pe oscilograma 1 *c*)

$$t_{AAR} = 0.44\ s \text{ (22 perioade industriale)}.$$

5°. La conectare factorul de amplitudine $\gamma \simeq 1$, însă panta oscilației este mai mare decît a oscilației tensiunii industriale, ceea ce a avut ca efect micșorarea duratei primei semiperioade cu aproximativ 30% (vezi 1 *b* sau 1 *c*).

6⁰. Capacitatea C a cablului nu este separată de întreruptor sau de intervalul de arc prin intermediul unei inductanțe (fig. 3), stingerea instantanee a arcului fiind posibilă la orice valoare a curentului. În acest caz energia arcului se poate înmagazina în orice moment în capacitate, încărcînd-o pînă la o anumită tensiune.

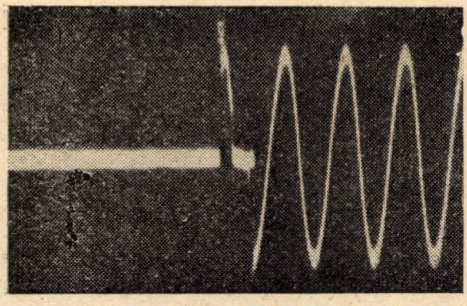


Fig. 4

Pe abscise: 10,5 mm $= \frac{1}{50}$ s.
Pe ordonate: 20 mm = Un (6000 V)

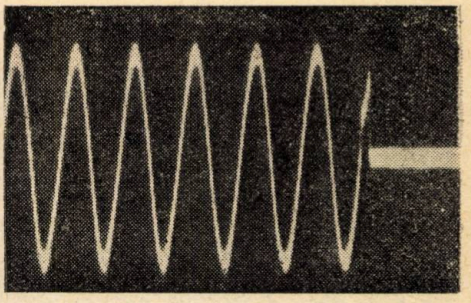


Fig 5

Pe abscise; 10,5 mm $= \frac{1}{50}$ s.
Pe ordonate: 20 mm = Un (6000 V)

Din cauza duratei mici a procesului de încărcare, urmează imediat o aprindere repetată a arcului, situația putînd-o repeta de mai multe ori în cursul perioadei de ardere a arcului. De aceea, creasta observată pe

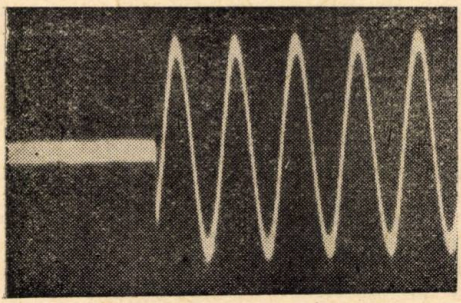


Fig. 6

Pe abscise: 10,5 mm $= \frac{1}{50}$ s.
Pe ordonate: 20 mm = Un (6000 V)

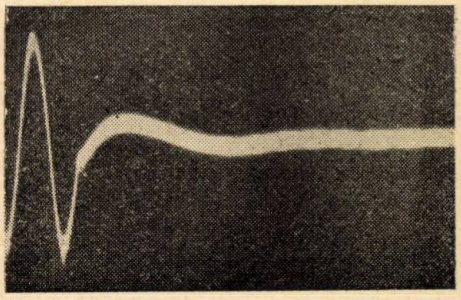


Fig. 7

Pe abscise: 10,5 mm $= \frac{1}{50}$ s
Pe ordonate: 20 mm = Un (6000 V)

prima porțiune a oscilogramei la deconectare este posibil să se datoreze unei aprinderi simple (fig. 1 *a*).

În fig. 4, 5, 6, 7, 8, 9 sînt redate oscilograme ridicate prin legarea oscilografului între reactor și cablu, în circuite de forma celui din fig. 10, cu lungimi de cable egale cu cele din fig. 2.

În acest caz s-au folosit ambele întreruptoare VMG—133, succesiv. Astfel, circuitul fiind deconectat la capătul 1 și conectat la capătul 2, s-a deconectat întreruptorul II și s-au înregistrat oscilogramele 4, 5, 6 din care se observă că:

1°. Nu au loc supratensiuni ($\gamma \simeq 1$).

2°. Revenirea la zero a tensiunii se face foarte repede. În cazul oscilogramei 4 însă, se observă unele fenomene de instabilitate, în sensul

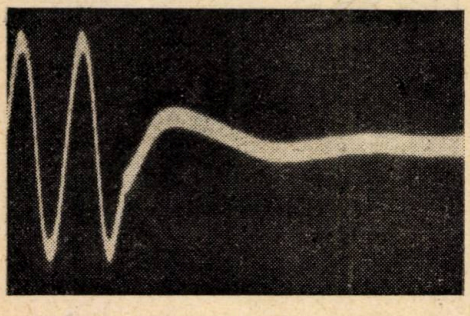


Fig. 8

Pe abscisă: 10,5 mm = $\frac{1}{50}$ s.
Pe ordonate: 50 mm = Un (6000 V)

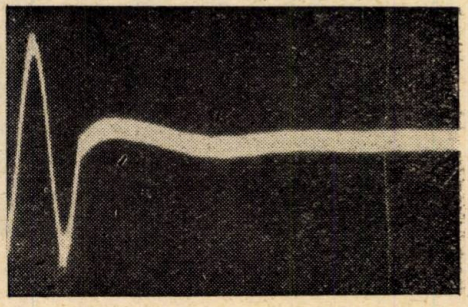


Fig. 9

Pe abscise: 10,5 mm = $\frac{1}{50}$ s.
Pe ordonate: 20 mm = Un (6000 V)

că după un timp foarte scurt de la revenirea la zero a tensiunii ($t = 0{,}006$ s), are loc o nouă creștere a acestuia, pînă la valoarea U_n

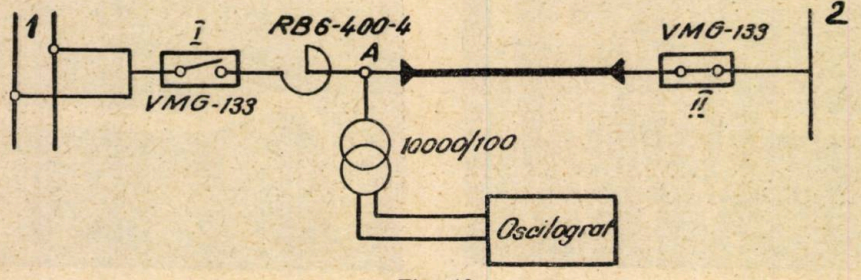


Fig. 10

într-un timp $t = 0{,}002$ s, după care se produce revenirea definitivă la zero.

3°. În cazul oscilogramelor 7,8 și 9, pentru ridicarea cărora a fost folosit celălalt întreruptor, de asemenea nu se observă fenomene de supratensiuni, însă restabilirea la zero s-a făcut după un timp mai mare.

Acest lucru se explică prin aceea că în schema echivalentă între capacitate și întreruptor este intercalată inducția reactorului ca în fig. 3.

Oscilograma din fig. 11 este luată la deconectarea unui cablu de 1800 m lungime într-un circuit ca cel din fig. 12. În acest caz oscilogra-

ful s-a legat la sistemul doi de bare, pus sub tensiune prin întreruptorul de cuplă MGG 229, care apoi a servit la deconectarea circuitului.

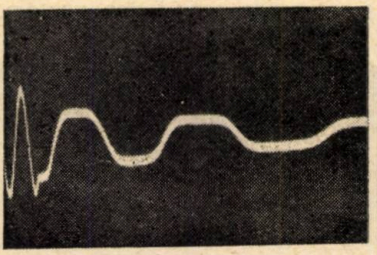


Fig. 11

Pe abscise: 5,5 mm $= \frac{1}{50}$ s.
Pe ordonate: 11,5 mm = Un (6000 V)

Din oscilogramă se observă că:
1°. Nu au loc supratensiuni.

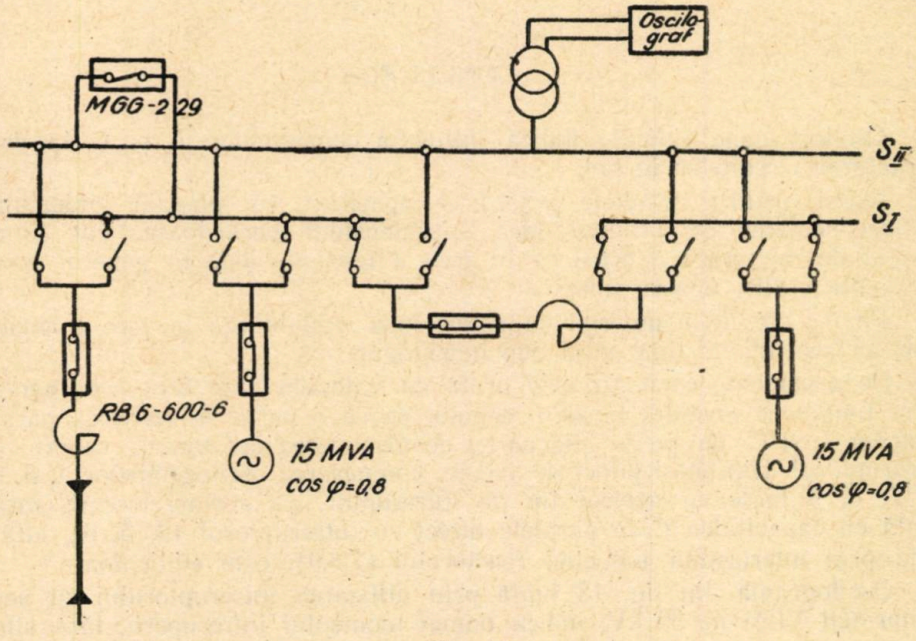


Fig. 12

2°. Revenirea la zero se face într-un timp foarte lung ($t \simeq 0{,}2$ s) ca rezultat al influenței mari a inductanței reactorului.
3°. Panta curbei este foarte mică.

Oscilograma din fig. 13 este luată în stația București Est la deconectarea unui întreruptor de cuplă VEM cu aer comprimat la tensiunea de 30 kV. De data aceasta oscilograful a fost legat la barele de la care nu a dispărut tensiunea și s-au făcut trei deconectări. În niciuna din oscilo-

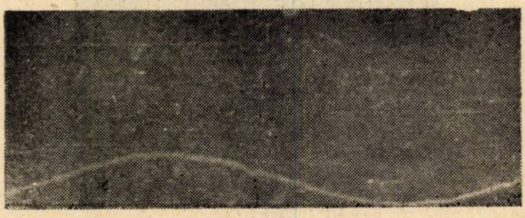


Fig. 13

Pe abscise: 168 mm = $\frac{1}{50}$ s.

Pe ordonate: 10 mm = Un (30000 V)

gramele luate nu se observă decît momentul întreruperii (marcat pe fig 13), fără alte fenomene periculoase pentru întreruptor.

CONCLUZII

Oscilogramele ridicate indică influența constantelor L și C la deconectarea circuitelor în gol.

Astfel, pentru circuitele puternice capacitive, se constată totdeauna că deconectarea se produce fără supratensiuni periculoase, dat fiind efectul de micșorare a acestora la zero a tensiunii este în general mic, iar panta curbei uneori mare.

Pentru circuitele puternic inductive însă, restabilirea la zero a tensiunii se face într-un timp mult mai îndelungat.

De asemenea, oscilogramele arată că valoarea supratensiunii, panta ei și timpul de revenire la zero, depind, pe de o parte de valoarea parametrilor L și C, iar pe de altă parte, de dispunerea acestora în raport cu întreruptorul. Din acest punct de vedere, compararea oscilogramelor 4, 5, 6 cu 7, 8, 9 luate cu același tip de întreruptor, pe același circuit, însă odată cu capacitatea C în paralele direct cu întreruptorul (4, 5, 6), altădată prin intermediul inducției reactorului (7,8,9), este edificatoare.

Oscilograma din fig. 13 luată prin utilizarea întreruptorului cu aer comprimat VEM de 30 kV, indică numai momentul întreruperii, fără alte fenomene secundare. Acest lucru era de așteptat, deoarece oscilograful a fost legat la sistemul de bare care a rămas sub tensiune, circuitul deconectat fiind compus în exclusivitate din celălalt sistem de bare.

Catedra de centrale și rețele electrice
Institutul Politehnic - București

BIBLIOGRAFIE

1. *Rüdenberg R.* — Fenomene tranzitorii în sistemele electroenergetice (cap. 3,5,7,39,40)
2. *Iancke C. și Sandström U.* — The Field Test ing of 380 kV circuit Breakers — CIGRÉ 1954. Rapport 106.
3. *Bergström R. L., Iohansen O., Gündmark G.* — Limiting of Switching Over-Voltages, Field, Tests, laboratory Tests and calculations — CIGRÉ 1954 — Rapport 117.
4. *Roth W. A. și Strickler R. H.* — La reduction des surtensions résultant du déclenchement à vide des transformateurs. — CIGRÉ 1954 — Rapport 129.
5. *Poma M. și Richard L.* — Contribution à l'étude des surtensions consécutives à la coupure de courants faibles. CIGRÉ 1954 — Rapport 118.
6. *Teszner S. Mahry E. și Perolini M.* — Les surtensions de coupre: moyens utilisés pour les attenuer et posibilités d'une réglementation des interrupteurs. — CIGRÉ 1954 Rapport 146.
7. *Bressonch.* — Sollicitations particulières des interrupteurs dans les réseaux. CIGRÉ 1950. Rapport 104.
8. *Johnson B. I. și Schultz J. A.* — Switching Surge Voltages in High-Voltage Stations. Transactions A.I.E.E. 1954 — 73, III-a, pag. 69.
9. *Berger K.* — Überspannungen beim Schalten leerlaufender Transformatoren und Leitungen — Bull. S.E.V. 1953 — 44 pag. 397.
10. *Baatz N., Waste W. și Zaduk H.* — Überspannungen beim Abschalten leerlaufenden Transformatoren und Leitungen EIZA — 1955-7

ОСЦИЛОГРАММЫ НАПРЯЖЕМИЯ ПРИ ОТКЛЮЧЕНИИ КАБСЛЬНЫХ ЛИНИЙ, РАБОТАЮЩИХ В КОЛОСТУЮ

(Краткое содержание)

В этой статье даются осцилограммы напряжения при отключении кабельных линий 6000 В работающих в колостую, В ТЭЦ Команештй.

Выключатели с малым обчёмом масла ВМГ-133 и МГГ-229.

Осцилограмма показивают влякие индуктиваности и ёмкости, а такксе ваияние их расположения относительно выключателя.

OSCILLOGRAMMES DE TENSION OBTENUS À LA DÉCONNECTION EN VIDE DE QUELQUES CIRCUITS ÉLECTRIQUES

(Résumé)

L'auteur a étudié quelques circuits électriques de 6000 V de la CTE Comănești et présente quelques oscillogrammes de tension obtenus à la déconnection en vide.

Les interrupteurs à faible volume d'huile utilisés sont de fabrication soviétique du type VMG — 133 et MGG — 229.

En étudiant les oscillogrammes on remarque premièrement, l'influence des constantes L, C, à propos des oscillogrammes et deuxièmement, l'influence de la disposition des celles-ci au rapport de l'interrupteur.

OSZILOGRAMMEN DER SPANNUNG BEI AUSSCHALTUNG OHNE LAST

(Zusammenfassung)

Der Verfasser hat einige unter 6000 V Spannung Stromkreise der thermischen Zentrale von Comănești studiert und führt vor einige Oszillogramme der Spannung bei Ausschaltung ohne Last.

Die verwendete Olarmenschalter sind sowjetische Erzeugnisse, Type VMG — 133 und MGG — 229.

Aus den Oszillogrammen wurde bemerkt: den Einfluss der L und C Werte der Stromkreise und den Einfluss der Verteilung derselben im Stromkreise.

VOLTAGE OSCILLOGRAMS ON THE SWITCHING OF, IN NON LOAD CONDITIONS

(Summary)

The author has studied some electric circuits of 600 V at the power station Comănești and shows some voltage oscillograms on the switching of in non-load conditions.

The circuit breakers are of soviet make VMG — 133 and MGG — 229.

On studying the oscillograms it may be seen: the influence of the L and C values of the circuits and the influence of their distribution within the circuit.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 3

REZISTENȚA MATERIALELOR

APLICAREA METODEI PARAMETRILOR INIȚIALI ÎN CALCULUL BARELOR CU PEREȚI SUBȚIRI CU PROFILE ÎNCHISE DE MAI MULTE ORI *

PETRE AUGUSTIN

Cea mai mare parte a construcțiilor aeronautice pot fi considerate ca bare cu pereți subțiri, profile închise odată sau de mai multe ori. În această categorie intră o bună parte din structurile de aripi, fuselaje, pale de elicopter etc. Cu toate că metodele de calcul ale barelor cu pereți subțiri s-au dezvoltat datorită construcțiilor aeronautice, acestea nu sînt singurele în care intervin astfel de genuri constructive.

Solicitările ca și condițiile de rezemare, conduc rareori la cazul răsucirii pure. De cele mai multe ori apare cazul răsucirii împiedecate. Pentru o ușoară soluționare a acestui caz, se prezintă mai jos metoda parametrilor inițiali.

Se consideră o bară de secțiune constantă cu pereți subțiri cu profil închis de mai multe ori, de formă oarecare, ca în fig. 1.

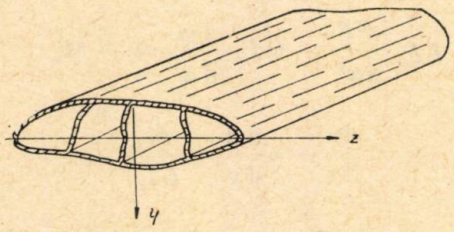


Fig. 1

Bara se raportează la un sistem de axe principale și centrale.

Pornind de la ecuația de echilibru a unui element decupat prin plane infinit vecine normale pe axa Ox și linia mediană a secțiunii transversale, se poate scrie:

$$\frac{\partial (h\sigma)}{\partial x} + \frac{\partial (h\tau)}{\partial s} = 0 \qquad (1)$$

unde h este grosimea peretelui în dreptul elementului considerat.

* Comunicare prezentată la a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice a Institutului Politehnic București (31 octombrie 1959).

Ecuația (1) în deplasări se va scrie

$$E\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial u}{\partial x}\right)+G\frac{\partial}{\partial s}\left(h\frac{\partial u}{\partial s}\right)+G\frac{\partial}{\partial s}\left(h\frac{\partial v}{\partial x}\right)=0 \tag{2}$$

Se admite ipoteza proporționalității între deplanarea u din cazul răsucirii împiedicate și deplanarea unitară $\bar{\omega}$ din cazul răsucirii libere, respectiv

$$u=\beta'(x)\,\bar{\omega}(s) \tag{3}$$

unde

$$\bar{\omega}=\omega-\frac{\Omega}{\oint\frac{ds}{h}}\int_0^s\frac{ds}{h} \tag{4}$$

Aici ω reprezintă suprafața sector, respectiv dublul ariei descrisă de o rază vectoare, ce parcurge linia mediană a secțiunii transversale iar Ω este aria mărginită de linia mediană a secțiunii transversale.

Considerînd ecuația de moment

$$M_x=\int\tau\,h\,r\,ds \tag{5}$$

ținînd seama de condiții geometrice și de condițiile de continuitate pentru fiecare contur închis al secțiuni transversale în parte, ecuațiile (2) și (5) prin integrare se pot scrie

$$EI_{\bar{\omega}}\frac{d^3\beta}{dx^3}-GI_d\frac{d\varphi}{dx}=-M_x \tag{6}$$

$$\frac{d\varphi}{dx}-\nu\frac{d\beta}{dx}=\frac{M_x}{GI_c} \tag{7}$$

unde s-a notat

$$I_{\bar{\omega}}=\oint\bar{\omega}^2\,dA$$

$$I_c=\oint r^2\,dA$$

$$\nu=1-\frac{I_c}{I_p}$$

restul notațiilor fiind cele ale rezistenței materialelor.

Eliminînd în sistemul (6), (7) funcția necunoscută β se obține

$$\varphi^{IV}-\bar{K}^2\varphi''=\frac{\nu}{EI_{\bar{\omega}}}m_x-\frac{1}{GI_c}m_x'' \tag{8}$$

Aici s-a notat

$$\overline{K}^2 = \nu \frac{G I_d}{E I_\omega} \tag{9}$$

$$\frac{d M_x}{d x} = - m_x$$

Soluția ecuației (8) fără membrul drept, precum și derivatele acesteia vor fi

$$\begin{aligned} \overline{\varphi} &= C_1 + C_2 x + C_3 \operatorname{sh} \overline{K} x + C_4 \operatorname{ch} \overline{K} x \\ \overline{\varphi}' &= C_2 + C_3 \overline{K} \operatorname{ch} \overline{K} x + C_4 \overline{K} \operatorname{sh} \overline{K} x \\ \overline{\varphi}'' &= \overline{K}^2 (C_3 \operatorname{sh} \overline{K} x + C_4 \operatorname{ch} \overline{K} x) \\ \overline{\varphi}''' &= \overline{K}^3 (C_3 \operatorname{ch} \overline{K} x + C_4 \operatorname{sh} \overline{K} x) \end{aligned} \tag{10}$$

În origină funcția φ și derivatele sale vor avea expresiile

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= C_1 + C_4 \\ \varphi_0' &= C_2 + \overline{K} C_3 \\ \varphi_0'' &= \overline{K}^2 C_4 \\ \varphi_0''' &= \overline{K}^3 C_3 \end{aligned} \tag{11}$$

de unde

$$\begin{aligned} C_1 &= \varphi_0 - \frac{\varphi_0''}{\overline{K}^2} \\ C_2 &= \varphi_0' - \frac{\varphi_0'''}{\overline{K}^2} \\ C_3 &= \frac{\varphi_0'''}{\overline{K}^3} \\ C_4 &= \frac{\varphi_0''}{\overline{K}^2} \end{aligned} \tag{12}$$

Soluția generală a ecuației omogene se poate deci scrie

$$\overline{\varphi} = \varphi_0 + \varphi_0' x + \frac{\varphi_0''}{\overline{K}^2} (\operatorname{ch} \overline{K} x - 1) + \frac{\varphi_0'''}{\overline{K}^3} (\operatorname{sh} \overline{K} x - \overline{K} x) \tag{13}$$

iar soluția ecuației (3) cu membru drept va fi

$$\varphi = \varphi_0 + \varphi_0' x + \frac{\varphi_0''}{\overline{K}^2}(\operatorname{ch}\overline{K}x - 1) + \frac{\varphi_0'''}{\overline{K}^3}(\operatorname{sh}\overline{K}x - \overline{K}x) + \frac{1}{\overline{K}^3}\int_0^x [\operatorname{sh}\overline{K}(x-t) - \overline{K}(x-t)]\left[\frac{\nu}{E I_{\bar{\omega}}} m_x(t) - \frac{1}{G I_c} m_x''(t)\right] dt \tag{14}$$

Cunoscînd rotirea φ, deplanarea se poate scrie utilizînd relațiile (3) și (7)

$$u = \bar{\omega}\left[\frac{1}{\nu}\varphi' - \frac{M_x}{\nu G I_c}\right] \tag{15}$$

Efortul unitar normal suplimentar produs de răsucire are expresia

$$\sigma = \frac{B_{\bar{\omega}}\,\bar{\omega}}{I_{\bar{\omega}}} \tag{16}$$

unde

$$B_{\bar{\omega}} = E I_{\bar{\omega}} \beta'' \tag{17}$$

respectiv

$$B_{\bar{\omega}} = \frac{E I_{\bar{\omega}}}{\nu}\varphi'' + \frac{E I_{\bar{\omega}}}{\nu G I_c} m_x \tag{18}$$

Pentru o scriere ușoară a soluției (14) utilizînd condițiile de fixare, se poate observa că este util a se face să apară explicit

$$\varphi_o \;,\; M_{x_o} \;,\; \beta_0' \text{ și } B_{\bar{\omega}_o}$$

Ținînd seama de (7) și de (17) soluția (14) se poate scrie

$$\varphi = \varphi_0 + \nu\beta_0' \frac{\operatorname{sh}\overline{K}x}{\overline{K}} + \frac{B_{\bar{\omega}_0}}{G I_d}(\operatorname{ch}\overline{K}x - 1) - \frac{M_{x0}}{\overline{K} G I_d}\left[\left(1 - \frac{I_d}{\nu I_c}\right)\operatorname{sh}\overline{K}x - \overline{K}x\right] - \frac{1}{\overline{K}^2 G I_c} m_{x_0}(\operatorname{ch}\overline{K}x - 1) - \frac{1}{\overline{K}^3 G I_c} m'_{x_0}(\operatorname{sh}\overline{K}x - \overline{K}x) + \frac{1}{\overline{K}^3}\int_0^x [\operatorname{sh}\overline{K}(x-t) - \overline{K}(x-t)]\left[\frac{\nu}{E I_{\bar{\omega}}} m_x(t) - \frac{1}{G I_c} m_x''(t)\right] dt \tag{19}$$

și reprezintă soluția problemei funcție de parametrii inițiali. Dacă în origină rotirea este împiedicată, deplanarea este împiedicată sau liberă, sau momentul de răsucire este nul, se vor anula în ecuația (19) respectiv φ_0 , β_0' , $B_{\bar{\omega}}$ sau M_{x_0} .

Pentru a se putea scrie aceste condiții pentru alte secțiuni, este util a se prezenta explicit expresiile funcției β' și $B_{\bar{\omega}}$. Aceste expresii vor fi

$$\beta' = \beta'_0 \operatorname{ch} \bar{K}x + \frac{\bar{K}}{\nu GI_d} B_{\bar{\omega}_0} \operatorname{sh} \bar{K}x + \frac{Mx_0}{\nu GI_d}\left[\left(1 - \frac{I_d}{\nu I_c}\right)\operatorname{ch} \bar{K}x - 1\right] -$$

$$- \frac{1}{\nu \bar{K} GI_c} m_{x_0} \operatorname{sh} \bar{K}x - \frac{1}{\nu \bar{K}^2 GI_c} m'_x (\operatorname{ch} \bar{K}x - 1) - \frac{M_x}{\nu GI_c} + \qquad (20)$$

$$+ \frac{1}{\nu \bar{K}^2} \int_0^x [\operatorname{ch} \bar{K}(x-t) - 1]\left[\frac{\nu}{EI_{\bar{\omega}}} m_x(t) - \frac{1}{GI_c} m''_x(t)\right] dt$$

$$B_\omega = \nu GI_d \beta'_0 \frac{\operatorname{sh} \bar{K}x}{\bar{K}} + B_{\omega_0} \operatorname{ch} Kx - \left(1 - \frac{I_d}{\nu I_c}\right) M_{x_0} \frac{\operatorname{sh} \bar{K}x}{\bar{K}} -$$

$$- \frac{EI_{\bar{\omega}}}{\nu GI_e} m_{x_0} \operatorname{ch} \bar{K}x - \frac{EI_{\bar{\omega}}}{\nu \bar{K} GI_c} m'_{x_0} \operatorname{sh} \bar{K}x + \frac{EI_{\bar{\omega}}}{\nu GI_c} m_x + \qquad (21)$$

$$+ \frac{EI_{\bar{\omega}}}{\nu \bar{K}} \int_0^x \left[\frac{\nu}{EI_{\bar{\omega}}} m_x(t) - \frac{1}{GI_c} m''_x(t)\right] \operatorname{sh} \bar{K}(x-t)\, dt$$

și utilizarea lor împreună cu expresia (19) conduc la formarea unui sistem de ecuații cu ajutorul căruia se pot determina valorile necunoscutelor care intervin în general în soluționarea unei probleme de bare cu pereți subțiri, profil închis.

Catedra de Rezistența Materialelor
Institutul Politehnic - București

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА НАГАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ К РАСЧЁТУ ТОНКОСТЕННЫХ СТЕРЖНЕЙ МНОГОКРАТНО ЗАКРЫТОГО ПРОФИЛЯ

(Краткое содержание)

В работе строится Сораженне угла поворота и бимомента в произвольном сечении для тонкосиленного стержня закрытого профиля постоянного сечения

В ащчае задания угла роворота, угла удельного поворота, депдажации и изменения нармального напряжения в начале от шбо в некотором сечении.

APPLICATION OF THE METHOD OF INITIAL PARAMETERS OF THE CALCULATION OF THIN WALLED MULTI-CELL RODS

(Summary)

Author construct the twisting angle and the bimoment in any cross-section for thin walled multi-cell roads of constant cross-section assuming that the twist, the specific twsit, the change of the cross-section initial plane form and the strees wariation law at the origin or at any cross section are known.

LA MÉTHODE DES PARAMÈTRES INITIAUX APPLIQUÉE DANS LE CALCUL DES BARRES A PAROIS MINCES A PROFILS MULTIPLES-CONNEXES.

(Résumé)

On y formule l'expression de l'angle de torsion et du bimoment dans une section quelconque pour une barre à parois minces de section constante quand on connaît, dans l'origine ou dans une section quelconque, l'angle de torsion, l'angle de torsion par unité de longueur, le déplanement et la variation de la tension normale.

ANWENDUNG DER METHODE DER ANFÄNGLICHEN PARAMETER BEI DER BERECHNUNG DÜNNWANDIGER BALKEN MIT MEHRFACH GESCHLOSSENEN PROFILEN.

(Zusammenfassung)

Es wird die Gleichung des Torsionswinkels und des Bimomentes in einem beliebigen Querschnitt für einen dünnwandigen Balken mit geschlossenem Profil, mit konstantem Querschnitt, wenn die Drehung, die spezifische Drehung, die Formänderung des anfänglich ebenen Querschnittes und die Variation der Normalspannung im Koordinatennullpunkt oder einem beliebigen Querschnitt bekannt sind.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 3

TERMOTEHNICĂ

SOLUTIONS DE VILEBREQUINS POUR LES MOTEURS POLYCYLINDRIQUES EN LIGNE, OPTIMES DU POINT DE VUE DE L'ÉQUILIBRAGE

G. BARANESCU, N. APOSTOLESCU, B. GRÜNWALD

1. Introduction.

Pour les moteurs à piston, la solution de vilebrequin, c'est ä-dire la position relative des manivelles, est déterminée par plusieures conditions ; l'uniformisation du moment moteur, le diminuement des trépidations du moteur et de l'usure des paliers du vilebrequin produites par les forces d'inértie des pièces de l'équipement mobile la diminution des vibrations du vilebrequin, l'amélioration du remplissement et du cylindre, ainsi que la réduction du basculage de moteur entier causé par les force normales sur les cylindres.

Il y a aussi d'autre mesures à prendre pour accomplir ces conditions. Ainsi, l'uniformisation du moment moteur est obtenue à l'aide d'un volant. Les vibrations du vilebrequin peuvent ne plus présenter de danger en équipant le moteur d'un antivibrateur ou d'un amortiseur. Le remplissement et le vidage du cylyndre peut être controlé en dimensionnant d'un manière correspondante le système de distribution. Les trépidations du moteur causées par les force d'inértie peuvent aussi être atenuées ou éliminées à l'aide de divers systemes mécaniques. Mais, en se sérvant de ces systèmes interviennent des grandes complications constructives, à cause desquelles, leurs mise en pratique est très limitée.

Le moyen avantageux a l'aide duquel peuvent être controlées les trépidations du moteur consiste dans la réalisation d'une répartition adéquate des manivelles ; ainsi, il résulte que la solution de vilebrequin est dictée en premier lieu par des considérents d'équilibrage.

A chaque type de moteur correspond une solution de vilebrequin qui assure le meilleur équilibrage des forces d'inértie. Se servir de celle-ci n'est pas toujours convenable. Le choix de cette condition doit être fait en tenant compte aussi des autres conditions ; par exemple, il est possible que la meilleure solution soit désavantageuse au point de vue des vibrations du vilebrequin, tandis qu'une autre solution, qui en comparaison de la première augmente d'un peu le déséquilibre du moteur, élimine ces désavantages. En étudiant l'équilibrage d'un moteur on doit donc chercher

a établir une solution qui assure le meilleur équilibrage des forces d'inértie ainsi que des solutions qui ne diffèrent qu'un peu de la solution optime au point de vue de l'équilibrage, mais qui pourrait être avantageuse à la reálisation des autres conditions.

Les solutions de vilebrequins diffèrent entre elles par la position qu'ont les manivelles autour et le long de l'axe de rotation. L'étude sur l'équilibrage d'un moteur consiste donc à déterminer la répartition des manivelles autour de l'axe de rotation et l'emplacement des manivelles le long de l'axe de rotation, ce qui assure un meilleur équilibrage des forces d'inértie et des moments de ces forces. En modifiant la distance entre les manivelles, on peut influencer les moments des forces d'inértie ; généralement, cette méthode présente peu d'intérêt, parcequ'elle impose des vilebrequins trop longs. Ainsi, le moyen le plus simple par lequel nous obtenons un bon équilibrage du moteur consiste à se servir d'une répartition adéquate des manivelles autour de l'axe de rotation. Un cas particulier, avantageux au point de vue pratique est celui des solutions qui assurent l'uniformité des allumages.

Les recherches en ce qui concerne les problèmes d'équilibrage sont simplifiées si on se sert des suivantes interprétations des armoniques des forces d'inértie des pièces à mouvement de translation : l'armonique d'ordre p est, à n'importe quel moment, la projection sur la direction Ox d'un vecteur de grandeur constante, qui tourne dans le meme sens que la manivelle à une vitesse angulaire constante $p\omega$ (ω étant la vitesse angulaire de la manivelle) et qui forme avec la manivelle l'angle $\pi+\varphi_p$ lorsque la manivelle se trouve au point mort intérieur (fig. 1 A) ; dans la seconde interpretation, l'armonique d'ordre p est la resultante de deux vecteurs à grandeur constante qui tournent en sens contraire à des vitesses angulaires $+p\omega$ et $-p\omega$, qui se maintiènnent en permanance symetriques par rapport à la direction Ox, le vecteur qui tourne en meme sens que la manivelle formant l'angle $\pi+\varphi_p$ avec la direction Ox, lorsque la manivelle se trouve au point mort interieur (fig. 1 B). La grandeur du vecteur et l'angle φ_p dépendent des caractéristiques géometriques de l'équipement mobile et, en consequence, pour des cylindres identiques, la grandeur des vecteurs et de l'angle est la même. A l'aide de ces intérprétations, l'équilibrage des forces est réduit au problème plus simple de l'équilibrage des vécteurs qui intérprètent les forces d'inértie et les moments de ces vecteurs (1).

Si on considère la masse de la bielle répartie en deux masses l'une desquelles participant au mouvement du piston et l'autre au mouvement du bouton de la manivelle, dans le moteur n'existerons sue les forces d'inértie des masses à mouvement de translation et les forces d'inértie des masses à mouvement de rotation.

Les secondes forces, ainsi que leurs moments peuvent être équilibrées avec des masses qui participent au mouvement du vilebrequin et aussi par l'emplacement des manivelles. Pour un cylindre, cette force d'inértie est représentée par un vécteur de grandeur constante lié indéformablement à la manivelle de la même façon que le vecteur qui intérpréte la première armonique de la force d'inértie des pièces à mouvement de translation.

En conséquence, toutes les solutions d'arbres à manivelles qui réalisent l'équilibrage de la première armonique, ou bien le moment de cette armonique, réalisent aussi l'équilibrage des forces d'inértie des pièces à mouvement de rotation ou le moment de ces forces.

Ainsi, pour établir les solutions de vilebrequins on peut ne tenir compte que des armoniques des forces d'inértie des masses à mouvement de translation.

L'article ci-présent s'occupe des rechèrches concérnant l'équilibrage des moteurs polycylindriques en ligne, à allumages uniformément répar-

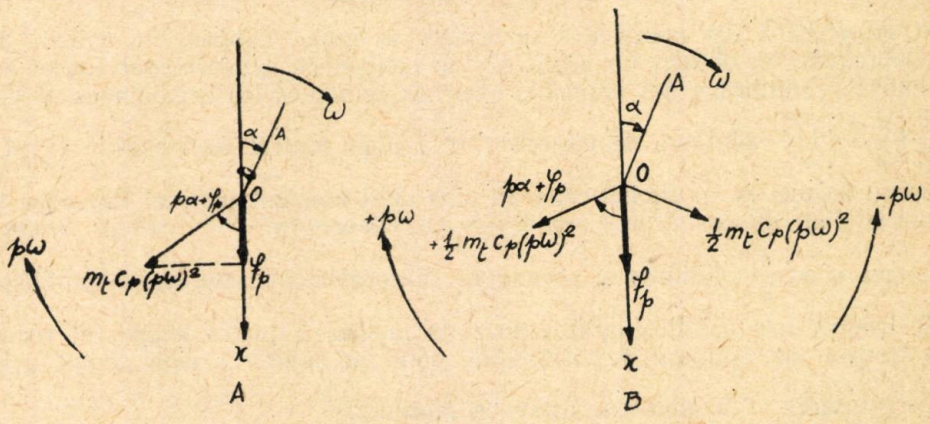


Fig. 1. L'interprétation de l'armonique d'ordre *p* de la force d'inértie des pieces a mouvement de translation.

tits et avec distances égales entre cylindres. Sont présentées d'abord les possibilités d'équilibrage, et après sont présentées certaines solutions de vilebrequins, avantageuses au point de vue de l'équilibrage. Il s'agit des solutions des moteurs en ligne ayant jusqu'a douze cylindres y compris. On s'est servi des méthodes qu'on trouve indiquées dans l'ouvrage (1).

2. *Possibilités d'équilibrage des forces d'inértie et des moments de ces forces*

En réalisant l'uniformité des allumages, on assure l'uniformité du moment moteur, ainsi qu'un bon équilibrage.

En ce qui concèrne l'équilibrage des forces, ne subsiste pour les moteurs à quatre temps que les armoniques dont l'ordre est un multiple de la moitié du nombre des cylindres et pour les moteurs à deux temps celles dont l'ordre est un multiple du nombre des cylindres. Tant que les allumages sont uniformément répartis, l'équilibrage des forces demeure le même, n'importe de quelle manière sont distribuées les manivelles sur les directions precisées par la condition de l'uniformité des allumage.

L'équilibrage des moments dépend du nombre des cylindres. Pour les moteurs à nombre impare de cylindres, ne peut être équilibré le moment d'aucune armonique. Si *i* représente le nombre des cylindres, il y aura $\frac{1}{2}(i-1)!$ solutions distinctes au point de vue dynamique, qui assurent

l'uniformité des allumages ; on se sert généralement de la solution au moment éxterne résultant, le plus petit (3).

Pour les moteurs à quatre temps à nombre pare de cylindres on obtient l'uniformité des allumages lorsque les manivelles sont en phase deux par deux et si les groupes des manivelles en phase sont uniformément distribuées autour de l'axe de rotation. Couplant en phase les manivelles des cylindres.

$$1 \text{ avec } i,\ 2 \text{ avec } i-1,\ \ldots\ldots \frac{i}{2} \text{ avec } \frac{i}{2}+1, \qquad (1)$$

et en plaçant les manivelles en phase à égale distance du milieu du vilebrequin, on obtient un arbre à plan central de symetrie par lequel est realisé l'équilibrage des moments externes de toutes les armoniques. Il y a $\frac{1}{2}\left(\frac{i}{2}-1\right)!$ solutions de vilebrequins à plan central de symetrie ($i>4$), parmi lesquelles on choisit celle au plus petit moment interne. Parceque la moitié d'un de ces arbres représente le vilebrequin d'un moteur à deux temps, avec $\frac{i}{2}$ cylindres et allumages uniformément répartits, le problème de trouver une solution optime pour un moteur à quatre temps est réduit à trouver une solution de vilebrequin pour un moteur a deux temps avec $\frac{i}{2}$ cylindres et à moments externes minimes.

Pour les moteurs à deux temps à nombre pare de cylindres, on ne peut réaliser l'équilibrage des moments externes des forces d'inértie rien que par l'orientation des manivelles. Il y a les suivantes possibilités : l'équilibrage des moments des armoniques pares, l'équilibrage du moment de la première armonique et de certaines armoniques impares, et l'équilibrage de quelques armoniques pares et impares. Si le monteur est axé, le problème des armoniques impares d'ordre supérieur ne se pose pas.

3. *L'équilibrage des moments externes des armoniques pares chez les moteurs à deux temps.*

L'équilibrage des moments externes des armoniques pares peut être réalisé pour touts les moteurs à deux temps avec nombre pare de cylindres et allumages uniformément repartits. En ces conditions, les manivelles se trouvent deux par deux en opposition et uniformément distribuées autour de l'axe de rotation. Si les manivelles opposées sont couplées en conformité à la condition (1), les moments externes des armoniques pares sont annulés. Il y a $\frac{1}{2}2^{\frac{i}{2}-1}\left(\frac{i}{2}-1\right)!$ solutions distinctes dynamique ($i>2$). Si le moteur est axé, ne subsiste que le moment externe de la première armonique, qui peut être équilibré par le moyen d'un dispositif mécanique, basé sur l'interprétation de la fig. 1 B. Le vilebrequin doit aussi être prevu de masses pour l'équilibrage du moment externe des forces d'inértie des masses à

mouvement de rotation. Parmi toutes les solutions possibles, est avantageuse celle au plus petit moment externe de la première armonique, parcequ'elle nécessite un dispositif d'équilibrage à masses petites.

Pour les moteurs à deux et quatre cylindres, il n'éxiste qu'une seule solution pour chacun (tabl. 1). Pour le moteur à six cylindres il en existe quatre. Pour déterminer la solution au plus petit moment externe de la première armonique, on represente les vecteurs moment de cette armonique. Chaque groupe de manivelles opposées produit un moment à une

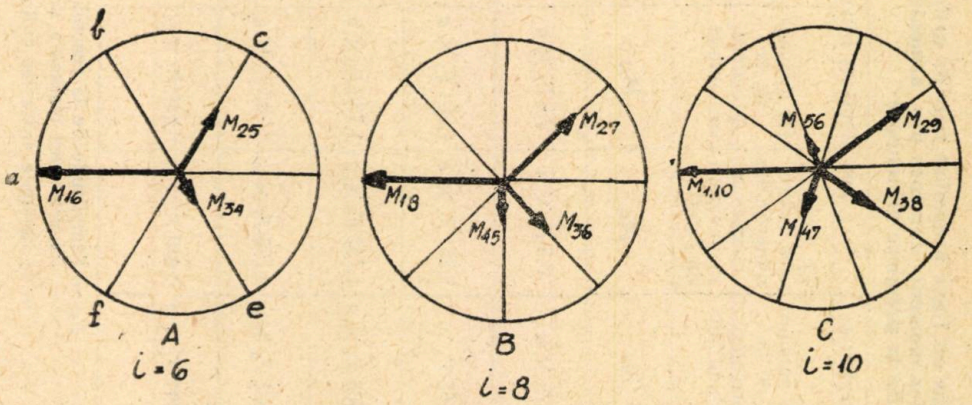


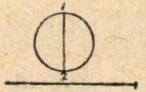
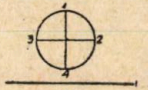
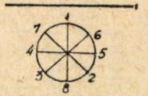
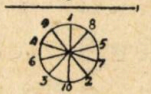
Fig. 2. La répartition optime des vecteurs momént de la première armonique pour les moteurs à deux temps avec 6, 8, et 10 cylindres en ligne et à allumages uniformément répartits, dans le cas de la variante qui rend possible l'equilibrage des moments externes des armoniques pares.

grandeur proportionnelle au nombre des distances entre cylindres qui séparent les manivelles en opposition. En ce cas, il y a trois moments proportionnels aux nombre 5, 3, 1. Pour obtenir des solutions distinctes, on maintient fixe l'une des manivelles, par exemple la manivelle 1. Le vecteur du groupe 1 6 sera donc fixe et se situera sur la direction Oa (fig. 2 A). En étudiant cette figure, on constate que les trois vecteurs auront une résultante minime, si les vecteurs moment des groupes de manivelles opposées 2—5 et 3—4 sont situés sur les directions Oc et Oe. Après avoir établ le diagrame des vecteurs moment on peut s'occuper du stellage des manivelles, en tenant compte du fait que les vecteurs moment sont perpendiculaires sur le plan des manivelles respectives et en se servant de la règle suivante : on s'assoie dans ce plan, on regarde dans le sens du vecteur moment et on placera à droite la manivelle au numero d'ordre le plus petit. En procédant de cette maniere, on obtient le stellage des manivelles du tableau 1.

Pour les moteurs à huit et a dix cylindres, la repartition la plus avantageuse des vecteurs moment se trouve dans les figures 2 B et 2 C, et le stellage respectif des manivells dans le tableau 1.

TABLEAU 1

Les solution de vilebrequins pour les moteurs à deux temps en ligne à nombre pare de cylindre et allumages uniformément repartits, par lesquelles on obtient l'équilibrage des moments externes des armoniques pares, qui ont un moment externe minime de la première armonique

Nr.	Nombre des cylindees	Nombre de solutions	La solution avec le moindre moment externe de la première armonique	Les moments externes		Les moments internes			L'angle de calage des masses du dispositif d'équilibrage; la manivelle du cylindre 1 se trouve au p.m.i.
				Le moment des forces d'inertie des masses a mouvement de rotation	Le moment de la première armonique	Le moment des forces d'inertie des masses a mouvement de rotation	Le moment de la première armonique	Le moment de la seconde armonique	
	i	$\frac{1}{2}2^{\frac{i}{2}-1}\left(\frac{i}{2}-1\right)!$		Mr	M_I	M_{ir}	M_{iI}	M_{iII}	φ^0
1	2	1		$F_r \times a$	$F_1 \times a$	$0{,}5\,F_r \times a$	$0{,}5\,F_1 \times a$	$0{,}5\,F_2 \times a$	0
2	4	1		$3{,}162\,F_r \times a$	$3{,}162\,F_1 \times a$	$1{,}581\,F_r \times a$	$1{,}581\,F_1 \times a$	$F_2 \times a$	18° 26′
3	6	4		$3{,}464\,F_r \times a$	$3{,}464\,F_1 \times a$	$1{,}732\,F_r \times a$	$1{,}732\,F_1 \times a$	$1{,}732\,F_2 \times a$	30°
4	8	24		$1{,}405\,F_r \times a$	$1{,}405\,F_1 \times a$	$0{,}705\,F_r \times a$	$0{,}705\,F_1 \times a$	$3{,}162\,F_2 \times a$	17° 08′
5	10	192		$0{,}897\,F_r \times a$	$0{,}897\,F_1 \times a$	$0{,}449\,F_r \times a$	$0{,}449\,F_1 \times a$	$4{,}98\,F_2 \times a$	324°

F_r — la force d'inertie des masses a mouvement de rotation.

F_1 — l'amplitude de la premiere armonique de la force d'inertie des masses a mouvement de translation,

F_2 — l'amplitude de la seconde armonique de la force d'inertie des masses a mouvement de translation.

a — la distance entre les cylindres,

L'équilibrage du moment externe de la première armonique peut être réalisé a l'aide d'un dispositif d'équilibrage formé par deux arbres qui tournent en deux sens contraires, chacun d'eux ayant aux extremités des masses opposées, les masses de la première extremité demeurant en permanence symetriques par rapport du plan des cylindres.

Si les arbres d'équilibrage tournent avec la vitesse angulaire ω du vilebrequin, le moment qui naît aura la pulsation du moment externe de la première armonique. Ce dernier moment est égal à la projection sur le plan normal sur le plan des cylindres du vecteur moment M_I dicté par les vecteurs qui interprétent la première armonique. D'après les dates de la fig. 3 A, la valeur instantanée du moment externe de la première armonique est :

$$\mathfrak{M}_I = M_I \cos \theta$$

Soit $\frac{1}{2} m_e$ l'une des quatre masses du dispositif d'equilibrage, ϱ_e la distance entre les masses d'equilibrage et leur axe de rotation et L la distance entre les masses d'equilibrage du meme vilebrequin. Si par la position du vilebrequin lorsque le moment M_I forme avec la direction Oy l'angle, θ les masses l'équilibrage, par exemple celles de l'extremité du vilebrequin du côté de la manivelle 1, forment avec la direction Ox l'angle φ (fig. 3 B), la valeur respective du moment d'équilibrage est

$$\mathfrak{M}_{e_I} = m_e \varrho_e \omega^2 L \cos \varphi$$

L'équilibrage du moment externe de la première armonique est obtenu lorsque $\mathfrak{M}_I = \mathfrak{M}_{e_I}$ c'est a dire :

$$M_I \cos \theta = m_e \varrho_e \omega^2 L \cos \varphi$$

Cette égalité est satisfaite en permanence si

$$m_e \varrho_e \omega^2 L = M_I \tag{2}$$

et

$$\varphi = \theta \tag{3}$$

La condition (2) exprime l'égalité des amplitudes des deux moments. En tenant compte du fait que leur pulsation est la même, pour obtenir l'équilibrage il est necessaire de réaliser l'opposition de phase. Si on choisi les origines des angles θ et φ telles que dans la figure 3, l'opposition de phase est assurée en réalisant la condition (3).

Dans le tableau 1 on trouve les valeurs de l'angle φ au moment où la manivelle du cylindre 1 se trouve au point mort interieur.

Le moment externe de la première armonique peut être réduit si on renonce a l'équilibrage des moments externe de certaines armoniques pares. On considère le vilebrequin pour le moteur à i cylindres, formé par K vilebrequins à $\frac{i}{K}$ cylindres de sorte que $\frac{i}{K}$ soit pare et supérieur à deux. Pour chaque vilebrequin partiel, les manivelles sont opposées

deux par deux. En plaçant les manivelles opposées à distance egale du milieu du vilebrequin respectif, on arrive a équilibrer, pour l'ensemble des vilebrequins K, touts les moments externes des armoniques pares, le rang desquelles n'est pas un multiple de $\frac{i}{K}$ (1). Si on limite le nombre des cylindres a 12, cette méthode peut être appliquée aux moteurs à huit et douze cylindres. Les solutioons respectives sont specielement intéréssantes pour les moteurs à huit cylindres chez lesquels le moment externe de

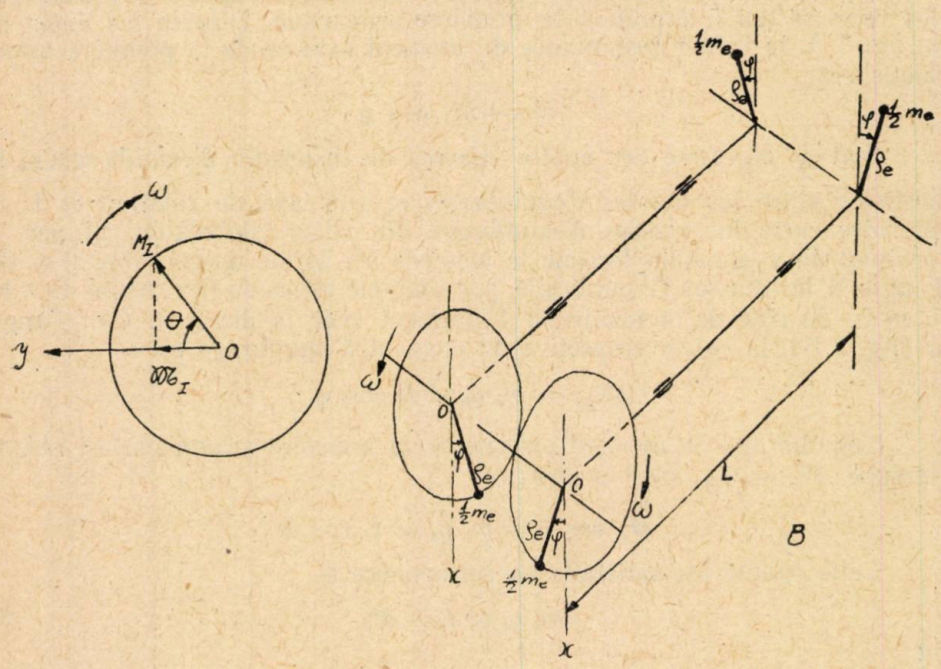


Fig. 3. Schèmes necessaires pour dimmensioner le dispositif d'équilibrage du moment externe de la première armoniquc.

la première armonique ne peut être équilibré par l'emplacement des manivelles (si les allumages sont uniformément répartits et les distances entre les cylindres égales).

Pour les moteurs à huit cylindres il n'éxiste qu'un seul diviseur qui est satisfaisant au point de vue de la condition précédente qui est $K = 2$. Le vilebrequin sera formé par 2 vilebrequins pour moteur à deux temps à 4 cylindres et allumages uniformément répartits. Il y a trois variantes d'intercalage des manivelles des deux vilebrequins (fig. 4). Pour chaque variante le nombre des solutions est : (1) :

$$n' = \frac{1}{2} 2^{\frac{i}{2K}-1} \left(\frac{i}{2K} - 1\right)! \left[2^{\frac{i}{2K}} \left(\frac{i}{2K}\right)!\right]^{K-1} (K-1)! = 8$$

Sera choisie la solution au plus petit moment externe de la première armonique. Cette solution peut être obtenue directement en tenant compte du fait que le moment externe de la première armonique pour chaque vile-

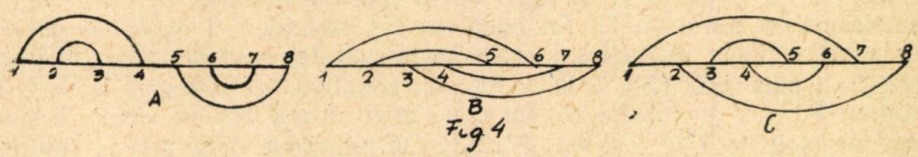


Fig. 4. Variantes d'intércalage des manivelles du vilebrequin pour le moteur à deux temps avec 8 cylindres en ligne et allumages uniformément repartits.

brequin est de la même grandeur ; ainsi il résulte que les deux vilebrequins doivent se caler l'un à l'autre pour que l'angle formé par les vecteurs moment de la première armonique pour chaque vilebrequin soit le plus grand possible.

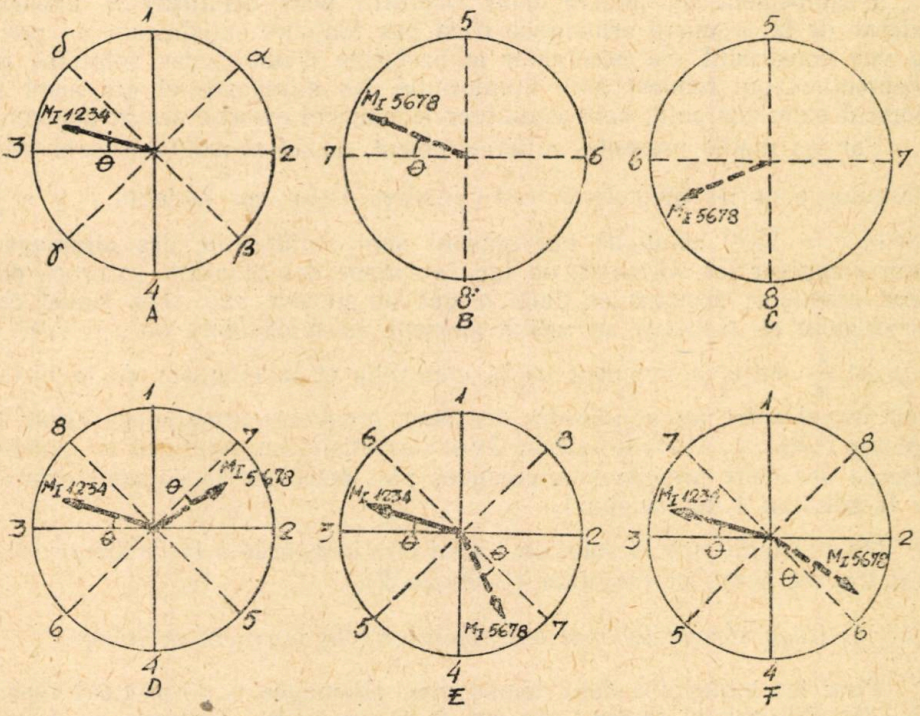


Fig. 5. Les solutions les plus avantageuses pour la variante de la fig. 4 A.

La variante de la figure 4 A présente le premier vilebrequin ayant le stellage des manivelles conforme à la solution 2 du tableau 1 ; le vecteur moment M_I forme avec la manivelle 3 l'angle $\theta = 18^{0}26'$ (fig. 5 A). Pour

réaliser l'uniformité des allumages, les manivelles du deuxième vilebrequin doivent être placées sur les directions $\alpha, \beta, \gamma, \delta$. Pour le second vilebrequin, les manivelles peuvent être disposées de la même manière presentée par la figure 5 B ou bien de la façon démontrée par la solution symetrique en miroir 5 C. En couplant les stellages A et B on obtient des solution dans lesquelles l'angle formé par les vecteurs $M_{I\,1234}$ et $M_{I\,5678}$ a tout au plus 135^0 (fig. 5 D, 5 E) ; en couplant les stellages A et C la solution 5 F qui en résulte obtient que l'angle formé par les deux vecteurs moments soit de $135^0 + 2\,\theta = 171^052'$. On remarque donc que la solution à la valeur minime du moment externe de la première armonique s'obtient en couplant le premier arbre avec sa solution symetrique en miroir après quoi il reste à orienter convenablement les deux vilebrequins.

Agissant de la même façon avec les variantes 4 B et 4 C on obtient les solutions du tableau 2.

★

L'équipement du moteur d'un dispositif pour équilibrer le moment externe de la première armonique n'est pas toujours satisfaisant au point de vue constructif. Se pose donc le problème d'établir des solutions de vilebrequins qui rendent sure l'uniformité des allumages et qui aient le moment exterieur petit, sans équilibrer le moment externe des armoniques.

Par les motifs presentés antérieurement, de telles solutions sont intéréssantes pour les moteurs à huit cylindres. Pour ces moteurs il y a $\frac{1}{2}(i-1)! = 2520$ soiutions qui rendent sure l'uniformité des allumages. Pour comparer les soiutions, on fait la somme des moments externes des deux premières armoniques dans le cas du moteur axé, chez lequel ces armoniques se trouvent au même moment au maximum ; on a choisi le rapport $\frac{1}{4}$ entre la longueur de la manivelle et la longueur de la bielle, pour lequel entre les amplitudes des deux premières armoniques existe la relation $F_1 \approx 4F_2$. Dans le tableau 3 ont été choisies les solutions au moment externe des deux premières armoniques plus petit que le moment externe de la solution 4 du tableau 1.

On constante que la solution 1 peut être comparée à la meilleure solution trouvée jusqu'ici (solution 1 tableau 2).

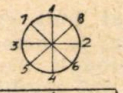
4. *L'équilibrage du moment externe de la première armonique*

Pour les moteurs à deux temps avec allumages uniformément répartits, l'équilibrage du moment externe de la première armonique au moyen de l'orientation des manivelles ne peut être obtenu que lorsque le nombre des cylindres est pare, sauf les puissances de 2 (1).

Les manivelles opposées doivent être couplées de façon à faire naître un nombre m de groupes, à n moments égaux ; m peut être un nombre entier et n un nombre entier impare.

TABLEAU 2

Les solutions optimes de vilebrequins concernant les variantes d'accouplement des manivelles de la fig. 4

Nr.	Le stellage des manivelles	Les moments externes		Les moments internes	
		M_I	M_{II}	M_{iI}	M_{iII}
1		$0{,}448\ F_1 \times a$	0	$3{,}162\ F_1 \times a$	0
2		$1{,}73\ F_1 \times a$	0	$2{,}74\ F_1 \times a$	$1{,}41\ F_2 \times a$
3		$0{,}896\ F_1 \times a$	0	$1.40\ F_1 \times a$	$2{,}83\ F_2 \times a$

Pour chaque type de groupe de manivelle opposées il y a plusieurs solutions qui rendent sure l'équilibrage du moment externe de la première armonique. Parmi elles, peut être choisie celle qui équilibre aussi les moments externes d'autres armoniques. A ce point de vue, on ne doit pas chercher à résoudre le problème pour toutes les armoniques, parceque pour les moteurs à allumages uniformément répartis, les stellages des vecteurs qui interprètent les diverses armoniques jouit de certaines symétries.

Ainsi, les stellages des vecteurs qui interprètent les armoniques l'ordre desquelles est $p + ki$ ($k = 1, 2, 3, \ldots$) sont identiques au stellage des vecteurs qui interprètent l'armonique p ($1 \leqslant p \leqslant i$). Pour un cylindre quelquonque, la manivelle duquel forme à un moment quelquonque l'angle α avec sa position mortre intérieure, les vecteurs des armoniques p et $p+ki$ formeront avec la direction Ox (fig. 1 A). les angles $p\alpha+\varphi_p$ et $(p+ki)\,\alpha+\varphi_{(p+ki)}$.

L'angle entre ces vecteurs est

$$\zeta = k\,i\,\alpha + \varphi_{(p+Ki)} - \varphi_p \qquad (4)$$

Au moment considéré seront numérotés en ordre les manivelles au même sens de rotation que celui du vilebrequin, en commençant par la manivelle la plus proche de la position morte intérieure ; soit α_1, l'angle qui fixe la position de cette manivelle. L'angle qui détérmine la position de la manivelle du cylindre pour laquelle est rechérchée la position des vecteurs qui interprètent les armonique d'ordre p et $p+ki$, sera

$$\alpha = \alpha_1 + (q-1)\frac{2\pi}{i} \qquad (5)$$

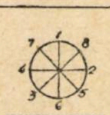
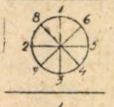
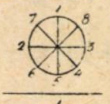
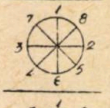
ou q est le numero d'ordre de la manivelle. De (4) et (5) on obtient

$$\zeta = k\,(q-1)\,2\pi + k\,i\,\alpha_1 + \varphi_{(p+ki)} - \varphi_p$$

On constate que l'angle formé par les deux vecteurs est un multiple de 2π, auquel s'ajoute un angle qui ne dépend pas du numéro d'ordre de la manivelle. Le stellage des vecteurs qui interprètent l'armonique $p+ki$ est donc différent du stellage des vecteurs qui interpètent l'armonique p pour décalage constant entre les vecteurs du même cylindre, et il s'en suit que les deux stellages ne se distinguent pas au point de vue dynamique ; si le

TABLEAU 3

Les solution de vilebrequins pour le moteur à deux temps et huit cylindres en ligne, avec allumages uniformément répartits, qui n'équilibrent le moment externe d'aucune armonique et pour lesquelles le moment externe produit par les deux premières armoniques est plus petit que celui de la solution qui équilibre lés moments externes de toute les armoniques pares.

Nr.	Le stellage des manivelles	Les moments externes			Les moments internes	
		M_I	M_{II}	$M_I + M_{II}$	M_{iI}	M_{iII}
1		$0{,}131\ F_1 \times a$	$1{,}41\ F_2 \times a$	$0{,}484\ F_1 \times a$	$2{,}64\ F_1 \times a$	$1{,}58\ F_2 \times a$
2		$0{,}465\ F_1 \times a$	$3{,}162\ F_2 \times a$	$1{,}255\ F_1 \times a$	$1{,}382\ F_1 \times a$	$3{,}16\ F_2 \times a$
3		$0{,}468\ F_1 \times a$	$3{,}162\ F_2 \times a$	$1{,}258\ F_1 \times a$	$1{,}382\ F_1 \times a$	$2{,}82\ F_2 \times a$
4		$0{,}547\ F_1 \times a$	$3{,}162\ F_2 \times a$	$1{,}337\ F_1 \times a$	$2{,}71\ F_1 \times a$	$2{,}55\ F_2 \times a$
5		$0{,}550\ F_1 \times a$	$3{,}162\ F_2 \times a$	$1{,}340\ F_1 \times a$	$3{,}21\ F_1 \times a$	$0{,}707\ F_2 \times a$
6		$0{,}861\ F_1 \times a$	$2\ F_2 \times a$	$1{,}30\ F_1 \times a$	$3{,}21\ F_1 \times a$	$0{,}707\ F_2 \times a$
7		$0{,}923\ F_1 \times a$	$2\ F_2 \times a$	$1{,}35\ F_1 \times a$	$2{,}615\ F_1 \times a$	$1{,}58\ F_2 \times a$

moment externe de l'armonique d'ordre p est nul, seront annulés aussi les moments externes des armoniques d'ordre $p+ki$.

Il existe aussi certaines symétries entre les stellages des vecteurs qui interprètent les premières i armoniques. Les manivelles seront numérotées comme au cas précédent ; pour le cylindre la manivelle duquel a

le numéro d'ordre q, les vecteurs qui interprètent les armoniques d'ordre p et $i-p$ forment avec la directon Ox (fig. 1 A) les angles $p\alpha+\varphi_p$ et $(i-p)\,\alpha+\varphi_{i-p}$. Tenant compte de la relation (5) on obtient :

$$p\left[\alpha_1+(q-1)\frac{2\pi}{i}\right]+\varphi_p \text{ et } (i-p)\left[\alpha_1+(q-1)\frac{2\pi}{i}\right]+\varphi_{i-p}$$

Chaqun de ces angles peut être noté comme un multiple quelquonque de 2π additionné à un angle contenu entre 0 et 2π c'ést à dire :

$$p\left[\alpha_1+(q-1)\frac{2\pi}{i}\right]+\varphi_p=k_p\,2\pi+\xi_p\,,$$

$$(i-p)\left[\alpha_1+(q-1)\frac{2\pi}{i}\right]+\varphi_{i-p}=k_{i-p}\cdot 2\pi+\xi_{i-p}$$

De ces égalités il résulte par l'élimination de p

$$(q-1)\,2\pi+i\,\alpha_1+\varphi_p+\varphi_{i-p}=(k_p+k_{i-p})\,2\pi+\xi_p+\xi_{i-p} \qquad (6)$$

l'angle $i\alpha_1+\varphi_p+\varphi_{i-p}$ peut être exprimé

$$i\,\alpha_1+\varphi_p+\varphi_{i-p}=k'\,2\pi+\eta\,,$$

où $k'=0,\ 1,\ 2,\ldots\ldots$ et $0\leqslant\eta\leqslant 2\pi$. Remplaçant dans (6) on obtient :

$$(q-1)\,2\pi+k'\,2\pi+\eta=(k_p+k_{i-p})\,2\pi+\xi_p+\xi_{i-p} \qquad (7)$$

Si les angles ξ_p et ξ_{i-p} sont mesuré par rapport à la direction Ox' qui forme avec la direction Ox au sens de rotation de la manivelle l'angle $\frac{1}{2}\eta$ (fig. 6), on peut noter

$$\xi_p=\mu_p+\frac{1}{2}\eta$$

$$\xi_{i-p}=\mu_{i-p}+\frac{1}{2}\eta$$

En remplaçant dans (6), on obtient

$$(q-1)\,2\pi=(k_p+k_{i-p})\,2\pi+\mu_p+\mu_{i-p}.$$

Etant donné que les angles μ_p et μ_{i-p} sont positifs et chacun d'eux plus petits que 2π, cette relation sera satisfaite si

$$\mu_p+\mu_{i-p}=2\pi$$

ce qui veut dire que les vecteurs qui interprètent les armoniques d'ordre p et $i-p$ sont situés sur des diréctions symetriques par rapport à la direction Ox'. Parceque l'angle formé por les directions Ox et Ox' ne dépend pas du numéro d'ordre de la manivelle, on déduit que cette particularité est la même pour chaque cylindre. Les stellages des vecteurs qui

interprètent les armoniques d'ordre p et $i - p$ sont donc symétriques en miroir, c'est à dire qu'elle ne se distingue pas au point de vue dynamique. Si le moment exterieur de l'armonique p est équilibré, s'équilibrera implicitement le moment externe de l'armonique $i - p$.

De ce qui a été dit plus-haut il resulte que pour les moteurs à allumages uniformément répartits on doit étudier la situation du moment externe

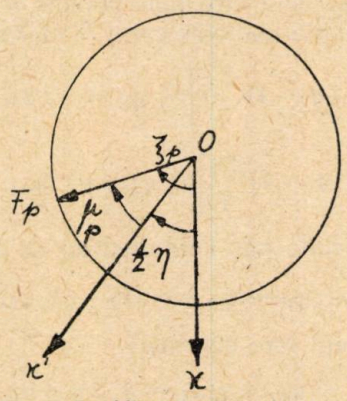


Fig. 6. La détermination du plan par rapport auquel les stellages des vecteurs qui interprètent les armoniques d'ordre p et $i - p$ $(1 \leqslant p < i)$ sont symetriques en miroir.

rien que pour les premières $\frac{i}{2}$ armoniques, parceque de l'équilibrage du moment exterieur de l'armonique $p \left(1 \leqslant p \leqslant \frac{i}{2} \right)$ résulte l'équilibrage externe des armoniques $ki \pm p$ $(k = 1, 2, 3, \ldots .)$

Grâce à l'équilibrage du moment de la première armonique, est réalisé aussi l'équilibrage des moments externes des armoniques impares l'ordre desquelles n'est pas un multiple d'un diviseur du nombre des cylindres (1). Les moments externes des armoniques impares l'ordre desquelles est un multiple d'un diviseur du nombre des cylindres ne peuvent être équilibrés que lorsque le moteur a un certain nombre de cylindres. Soit δ l'un des diviseurs du nombre des cylndres. Le vilebrequin peut être considéré comme étant formé par $\frac{i}{\delta}$ vilebrequins pour moteurs à deux temps à δ cylindres et à allumages uniformément repartits. Conformément au théorème sur l'équilibrage des forces chez les moteurs à deux temps et allumages uniformément repartits, pour chacun de ces $\frac{i}{\delta}$ vilebrequins, les vecteurs qui interprètent les armoniques le rang desquelles est multiple de δ, seront en phase. Pour

le moteur à i cylindres, le stellage des vecteurs qui interprètent les armoniques d'ordre est formé par $\frac{i}{\delta}$ groupes de δ vecteurs en phase chacune, les groupes étant uniformément distribués autour de l'axe de rotation et disposés deux par deux en opposition *. Naissent $\frac{i}{2\delta}$ moments qui au moyen de la repartiton convenable des manivelles, peuvent devenir, egales et uniformément distribuée auteur de l'axe de rotation.

Etant donné que le nombre de moments doit être un multiple quelquonque d'un nombre impare, le nombre des cylindres par lequel peut être équilibré le moment externe de l'armonique δ est donc

$$i = 2\delta k_1 (2k_2 + 1), \text{ où } k_1 = 1, 2, 3, \ldots \text{ et } k_2 = 1, 2, 3, \ldots$$

Par exemple chez les moteurs à allumages uniformément repartits, le nombre de cylindres duquel est divisible par 3, l'équilibrage du moment exterieur de l'armonique 3 peut être fait pour $i = 18, 30, 36, \ldots$ etc. Pratiquement donc, les moments externes de ces armoniques ne peut être équilibrés qu'en éliminant les armoniques, c'ést à dire en axant le moteur.

L'équilibrage à la fois du moment externe de quelques armoniques pares et du moment externe de la première armonique peut être réalisé en commençant par le moteur à 12 cylindres (1).

★

En allant plus loin, sont précisées les solutions optimes qui équilibrent le moment externe de la première armonique, pour les moteurs à 6, 10, et 12 cylindres.

Pour le moteur à six cylindres il y a deux possibilités de groupement des manivelles en opposition à égale distance (tabl. 4).

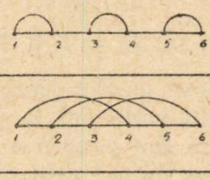
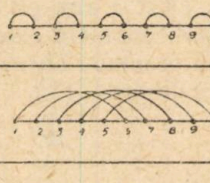
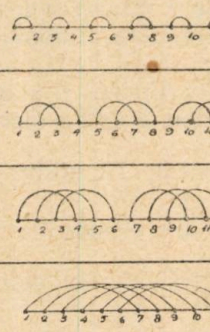
Parceque $\frac{i}{2} = m.n = 1.3$, l'équilibrage du moment de la première armonique est réalisé par un groupe de 3 vecteurs moment. Pour chaque groupe il y a $\frac{1}{2}2^{m-1}\left(\frac{i}{2}-1\right)! = 1$ solution distincte dynamique, obtenue en représentant les vecteurs moment de la première armonique *(fig. 7 A, B)* ; à ces stellages des vecteurs moments M , correspondent les stellages des manivelles des *fig. 7 C et 7 D*. En comparant les moments externes de la deuxième armonique, on constate que la solution 7 D est plus avantageuse.

Pour le moteur à dix cylindres, l'équilibrage du moment de la première armonique est obtenu par $m = 1$ groupe de vecteurs moment. Il y a aussi deux possibilités de groupements (tabl. 4), chacune ayant $\frac{1}{2}2^{m-1}\left(\frac{i}{2}-1\right)! =$

* Pour deux manivelles opposées, les vecteurs qui interprètent n'importe quelle armonique impare, sont aussi opposées.

TABLEAU 4

Les possibilités de groupement des manivelles en opposition à ègale distance, pour les moteurs à deux temps avec 6, 10, et 12 cylindres en ligne et allumages uniformément répartits.

Le nombre des cylindres	Le groupement des manivelles en opposition
6	
10	
12	

12 solutions. Par exemple on peut choisir la solution au plus petit moment externe de la seconde armonique ou la solution au plus petit moment interne.

Pour établir la solution au plus petit moment externe de la seconde armonique, on tient compte du fait que pour deux manivelles opposées, les vecteurs qui interprètent la seconde armonique sont en phase. Au total il y aura 5 vecteurs résultants situes à égale distance l'un à l'autre et uniformément distribués autour de l'axe de rotation, de la même façon que les vecteurs qui interprètent la première armonique du moteur à cinq cylindres et allumages uniformément repartits. Pour le moteur à 10 cylindres,

la distribution des cinq vecteurs résultants qui conduit au plus petit moment externe de la seconde armonique, sera identique à la distribution des vecteurs qui interprètent la première armonique du moteur à cinq cylindres et qui réalise le plus petit moment externe de cette armonique. Les vecteurs

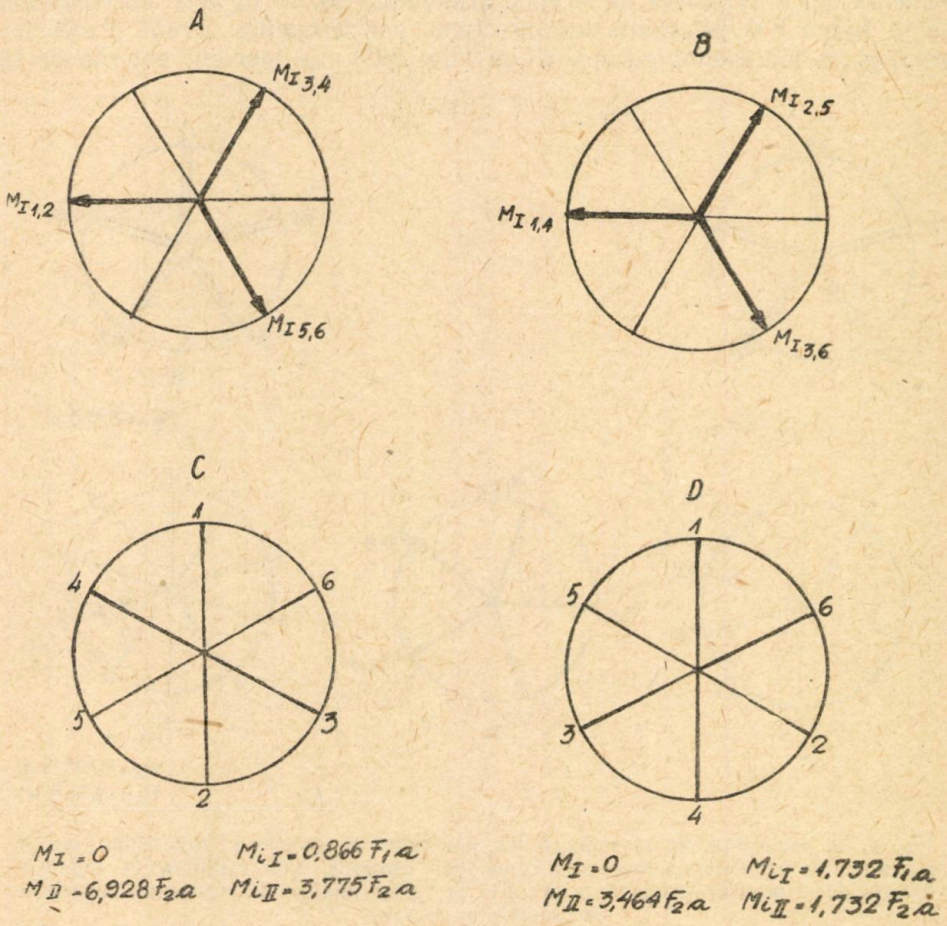


Fig. 7

seront numérotés en ordre le long de l'axe de rotation comme s'ils étaient les manivelles d'un vilebrequin à cinq cylindres et allumages uniformément repartits, en les disposant de telle façon que „l'ordre d'allumage" pour un moteur à quatre temps soit: d'abord les cylindres (vecteurs) à nombre impare en ordre croissant puis les cylindres (vecteurs) à nombre pare en ordre décroissant *. En procédant de cette manière on obtient les stellages

* Pour le moteur à deux temps à cinq cylindres et allumages uniformément repartits, le stellage des manivelles établi d'après cette règle a le moment externe résultant et le moment externe de la première armonique minimes.

des vecteurs de la seconde armonique de la fig 8 A et 8 B. On constate que la solution 8 B a un moment externe de la seconde armonique plus petit.

On doit donc, après, établir le stellage des manivelles qui équilibre le moment externe de la seconde armonique qui a la même stellage des vecteurs qui interpretent la seconde armonique que la fig 8 B. La condition de la figure 8 B détermine les directions sur lesquelles seront placés les groupes de manivelles en opposition (fig. 8 C). Le moment externe de la

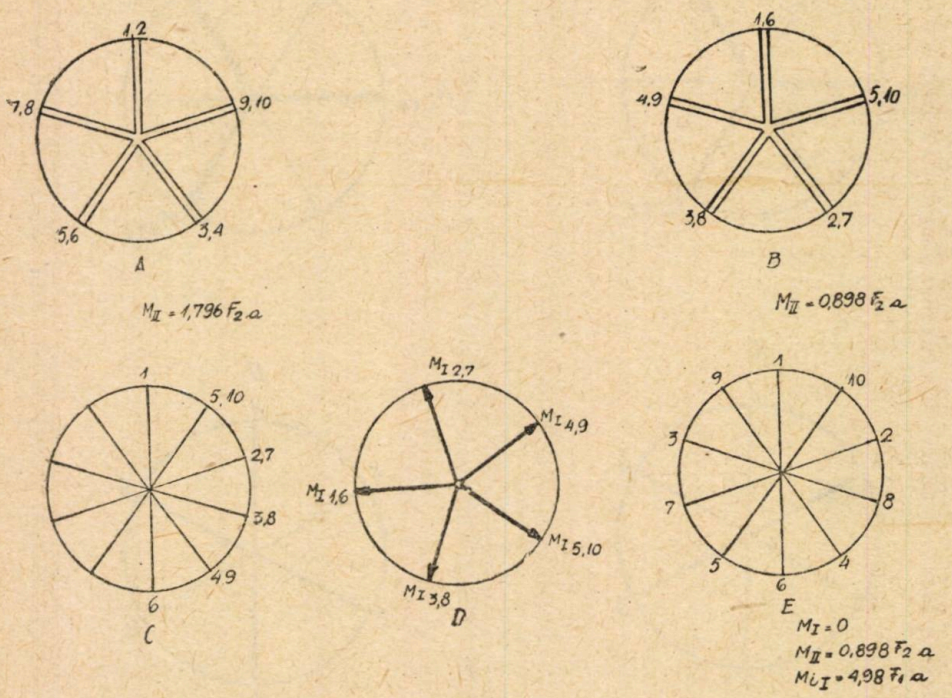


Fig. 8. La détermination du stellage des manivelles du moteur à deux temps avec 10 cylindres en ligne et allumages uniformément repartits, qui équilibre le moment externe de la première armonique et qui a la valeur minime du moment externe de la seconde armonique.

première armonique est équilibré par un groupe de cinq vecteurs et, étant donné que les vecteurs moment sont perpendiculaires sur le plan des manivelles opposées, on peut établir le stellage de la figure 8 D., en commençant par le stellage de la figure 8 C. De cette façon résulte le stellage des manivelles de la figure 8 E.

Pour établir la solution qui équilibre le moment externe de la première armonique et qui a le plus petit moment interne, on considère que le moment interne este déterminé par les deux premières armoniques, la somme de celles-ci étant faite de la manière démontré antérieurement. Pour le premier groupe, le moment interne de la première ar-

monique est la résultante de trois moments proportionnels aux nombres 1, 1, 0,5. On constate que la distribution la plus avantageuse est celle de la figure 9 A par laquelle le moment interne de la première armonique est $M_{i_I} = 0{,}361 F_1 a$. Cette distribution nous mène au stellage des manivelles 9 *B* et 9 *C*. Le moment interne de la seconde armonique a la valeur $M_{i_{II}} = 9{,}35\ F_2 a$, pour les deux stellages, et le moment interne résultant $M_i \approx M_{i_I} + M_{i_{II}} = 2{,}698.\ F_1 a$.

Pour le deuxième groupement sont couplées en opposition les manivelle de la première moitié du vilebrequin avec les manivelles de la deuxième moitié du vilebrequin et en consequence chacune des deux moitiés représente un vilebrequin pour un moteur à deux temps à cinq cylindres et allumages uniformément répartits, les moments externes desquels sont des moment internes pour le moteur à dix cylindres. En appliquant la régle précédante on obtient pour la première moitié du vilebrequin la disposition des manivelles qui assure le plus petit moment interne (fig. 9 D). En tenant compte du groupement des manivelles opposés, résulte le stéllage des manivelles de la fig. 9 E pour lequel le moment interne produit par les deux premières armoniques a la valeur $M_i \approx M_{i_I} + M_{i_{II}} = 1{,}693\ F_1 a$; on constate que ce stellage assure l'équilibrage du moment externe de la première armonique (fig. 9 F). En comparant les solutions trouvées, on se rend compte que la plus avantageuse est la solution 9 E.

Pour le moteur à 12 cylindres il existe quatre possibilités de grouper les manivelles opposées, par lesquelles est possible l'équilibrage du moment externe de la première armonique, chacune ayant 120 solutions. En même temps que l'équilibrage de ce moment, sont équilibrée les moments externes des armoniques 5, 7, et 11. Les moments externes des armoniques 3 et 9 ne peuvent être équilibrés.

Le moment externe de la sixième armonique ne peut être équilibré en même temps que le moment externe de la première armonique. En éffet, le stellage des vecteurs qui interprètent la sixième armonique est formé par deux groupes opposés à six vecteurs chacun (fig. 10 A). Chaque groupe possède les vecteurs qui interprètent la sixième armonique pour trois groupes de manivelles en opposition, étant donné que pour un groupe de deux manivelles en opposition, les vecteurs qui interprètent une armonique pare quelquonque sont en phase.

Le stellage des vecteurs qui interprètent l'armonique 6 se réduit à 6 vecteurs égaux, situés, sur le même plan, 3 de chaque coté de l'axe de rotation et placés chacun au milieu du groupe de manivelles opposées dont ils ont l'origine. Pour équilibrer le moment de ces vecteurs, il est nécéssaire que les vecteurs qui ont le même sens, soient placés à égale distance du milieu du vilebrequin (fig. 10 B). Parceque le nombre des vecteurs situés du même coté de l'axe de rotation est impare, cette condition est réalisé si au moin deux vecteurs sont placés au milieu du vilebrequin, ce qui signifie qu'il doit être au moin deux groupes de manivelles en opposition, les manivelles desquels soient placées à égale distance du milieu du vilebrequin. Comme cette condition n'est pas réalisée par aucune des groupes qui assurent l'équilibrage du moment externe de la

première armonique, il résulte que le moment externe de la sixième armonique ne peut être équilibré.

Ne peuvent donc être discutés que les moments externes de la seconde et la quatrième armonique.

Pour équilibrer le moment externe de la seconde armonique, on doit observer que les groupes de manivelles en opposition sont deux par deux en quadrature. Pour deux groupes de manivelles en opposition qui se

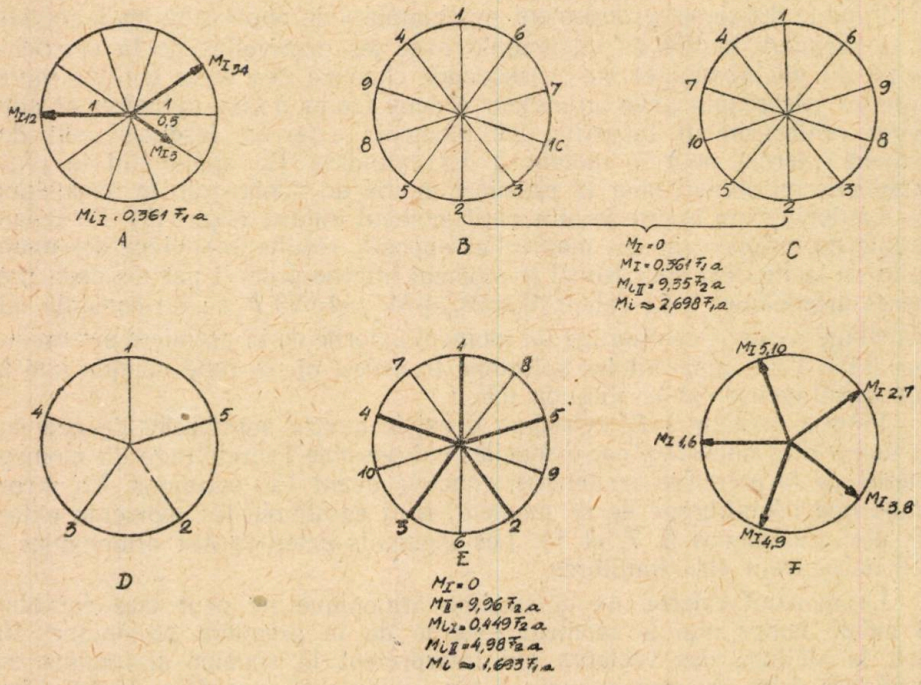


Fig. 9. La détérmination du steliage des manivelles pour le moteur à deux temps avec dix cylindres en ligne et allumages uniformément répartits, qui équilibre le moment externe de la première armonique et qui a la valeur minime du moment interne.

trouvent en quadrature, la seconde armonique produit un moment. En tout, naissent trois moments qui peuvent devenir égals si les distances entre les moitiés, des groupes de manivelles en opposition disposés en quadrature sont égales; par exemple, pour le groupe de manivelles en opposition 1—2, 3—4, . . . 11—12, on doit plaçer en quadrature les groupes 1—2 avec 3—4, 5—6 avec 7—8, 9—10 avec 11—12 ou 1—2 avec 7—8, 3—4 avec 9—10, 5—6 avec 11—2!. En orientant convenablement ces groupes on réalise l'équilibrage des trois moments.

L'équilibrage du moment externe de la quatrième armonique peut être obtenu par un autre moyen. Pour les manivelles en quadrature, les vecteurs qui interprétent la quatrième armonique sont en phase (fig. 11). L'équilibrage du moment de ces vecteurs ne peut être réalisé que dans

chaque groupe de vecteurs à part, motif pour lequel les groupes de manivelles en opposition disposés en quadrature doivent être placés à la même distance de la moitié du vilebrequin ; par exemple, pour le groupe précé-

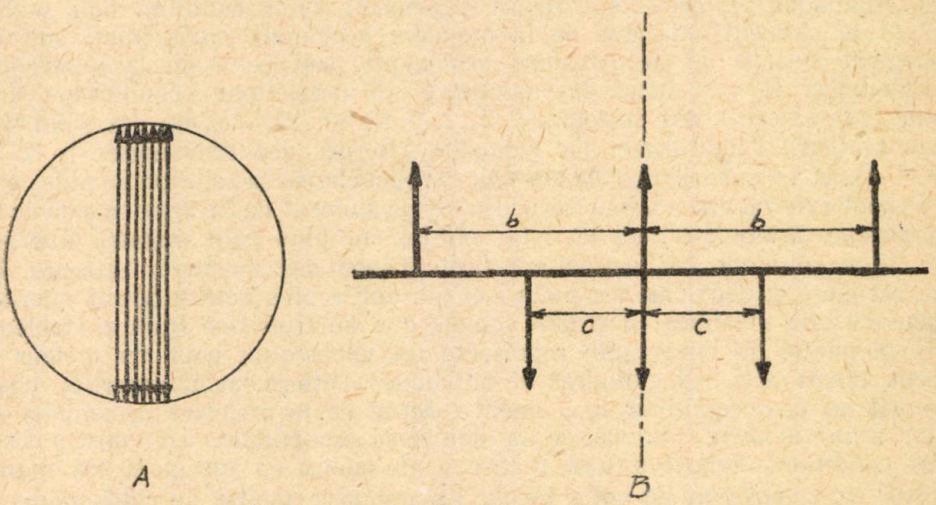


Fig. 10. Les stellages des vecteurs qui interprètent la sixième armonique pour les moteurs à deux temps avec 12 cylindres en ligne et allumages uniformément répartits (A) et le moyen par lequel peut être équilibré le moment externe de ces vecteurs (B).

dant des manivelles en opposition, doivent être mises en quadrature les groupes 1—2 avec 11—12, 3—4 avec 9—10, et 5—6 avec 7—8.

Le couplage des manivelles par lequel on obtient l'équilibrage du moment externe de la quatrième armonique est donc différent du couplage

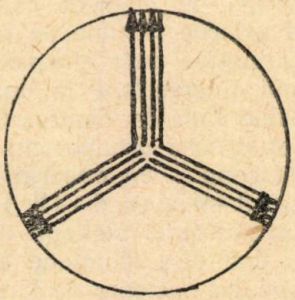


Fig. 11. Le stellage des vecteurs qui interprètent la quatrième armonique pour les moteurs à deux temps avec 12 cylindres en ligne et allumages uniformément repartits.

par lequel on obtient l'équilibrage du moment externe de la deuxième armonique.

Pour conclure, les moteurs à deux temps avec 12 cylindres en ligne et allumages uniformément repartits peuvent avoir équilibré non seulement le moment extérieur de la première armonique mais aussi soit le moment externe de la deuxième armonique, soit celui de la quatrième armonique. Il y a donc des solutions qui permettent l'équilibrage des moments externes des armoniques 1, 2, 5, 7, 10, 11, etc., ou des solutions qui réalisent l'équilibrage des moments externes des armoniques 1, 4, 5, 7, 8, 11, etc. Pour chacun de ces cas, on peut choisir la solution au plus petit moment externe qui n'a pas été équilibré (le moment de la deuxième ou de la quatrième armonique) ou bien la solution au plus petit moment interne.

Les solutions qui permettent l'équilibrage des moments extarnes de la première et deuxième armonique et qui ont le plus petit moment interne, peuvent être obtenues en tenant compte que au troisième groupe (tableau 4) la moitié du vilebrequin représente un vilebrequin pour un moteur à deux temps avec six cylindres et allumages uniformément repartits, chez lequel on peut équilibrer le moment externe de la première armonique et qui a un moment minime de la deuxième armonique. En consequence, les conditions imposées sont réalisées au mieux en groupant les manivelles en opposition de cette façon. La première moitié du vilebrequin a le même stellage de manivelles que celui de la figure 7D ; il n'y a qu'une seule possibilité de coupler les manivelles en quadrature qui mène à l'équilibrage du moment externe de la deuxième armonique (fig. 12 A). L'équilibrage du moment externe de la première armonique se réalise par deux groupes de trois vecteurs chacune, qui sont disposé de la même façon que dans la figure B_1 et B_2 (1). Tenant compte de l'emplacement des manivelles montré dans la figure A les vecteurs moment peuvent être placés dans les figures B_1 et B_2 ; d'ici résultent les stellages des manivelles des figures C_1 et C_2 (fig. 12).

Pour obtenir l'équilibrage du moment externe des deux premières armoniques et un moment externe minime de la quatrième armonique, il est nécessaire que les résultantes pour chaque groupe de manivelles en opposition des vecteurs qui interprètent le quatrième armonique soient placées le plus près possible l'un de l'autre. Cette condition est mieux réalisée si on se sert du quatrième groupement de manivelles en opposition (tableau 4) et si sont couplés en quadrature les groupes 1—7 avec 4,—10, 2—8 avec 5—11 et 3—9 avec 6—12. Pour équilibrer le moment externe de la seconde armonique, le stellage des vecteurs moment produits par cette armonique doit être identique à celui de la figure 13 A. A ceci correspond le stellage des vecteurs de la seconde armonique montré dans la figure 13 B, qui détermine le plan dans lequel se situent les manivelles en opposition (fig. 13 C). Ayant comme point de départ la condition C on obtient les stellages D_1 et D_2 des vecteurs moment de la première armonique auxquels correspondent les stellages des manivelles E_1 et E_2 (fig. 13).

Les solutions qui permèttent l'équilibrage des moments externes de la première et de la quatrième armonique et qui ont le plus petit moment

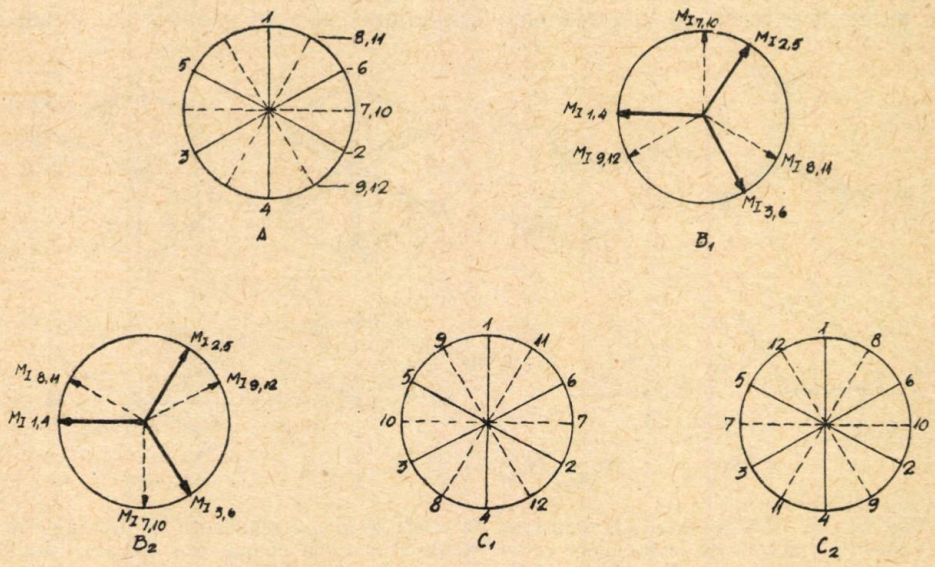


Fig. 12. La détermination des solutions de vilebrequins qui permettent l'équilibrage des moments externes de la première et de la deuxième armonique et qui ont le plus petit moment interne, pour le moteur à deux temps avec 12 cylindres en ligne et allumages uniformément repartits.

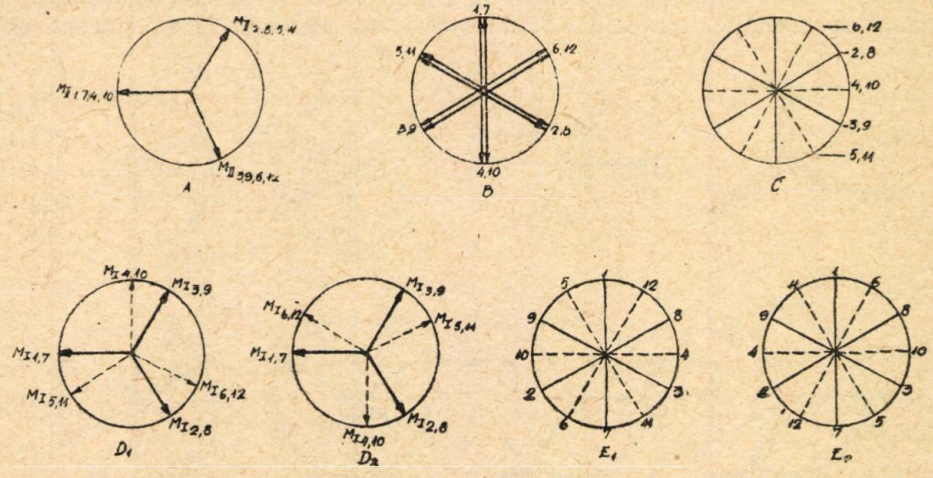


Fig. 13. La détermination des solutions de vilebrequins qui permettent l'equilibrage des moments externes de la première et de la deuxième armonique et qui ont le plus petit moment externe de la quatrième armonique pour le moteur à deux temps avec 12 cylindres en ligne et allumages uniformément repartits.

interne sont obtenus en se servant du troisième groupe (tableau 4) qui obtient les plus petits moments internes. Par ce groupe on peut équilibrer le moment externe de la quatrième armonique, si sont groupés en quadra-

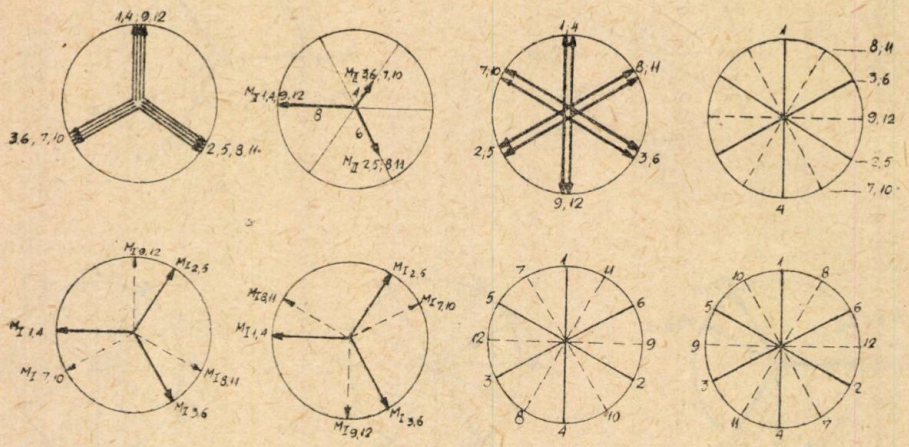


Fig. 14. La détermination des solutions de vilebrequin qui réalisent l'équilibrage des moments externes de la première et quatrième armonique et qui ont le plus petit moment interne, pour les moteurs à 2 temps avec 12 cylindres en ligne et allumages uniformément repartits.

ture les groupes de manivelles en opposition 1—4 avec 9—12, 2—5 avec 8—11 et 3—6 avec 7—10; ainsi résulte le stéllage des vecteurs de la quatrième armonique tel que dans la figure 14 A. Ayant comme point de départ ce stellage, on peut obtenir plusieurs stellages des vecteurs qui

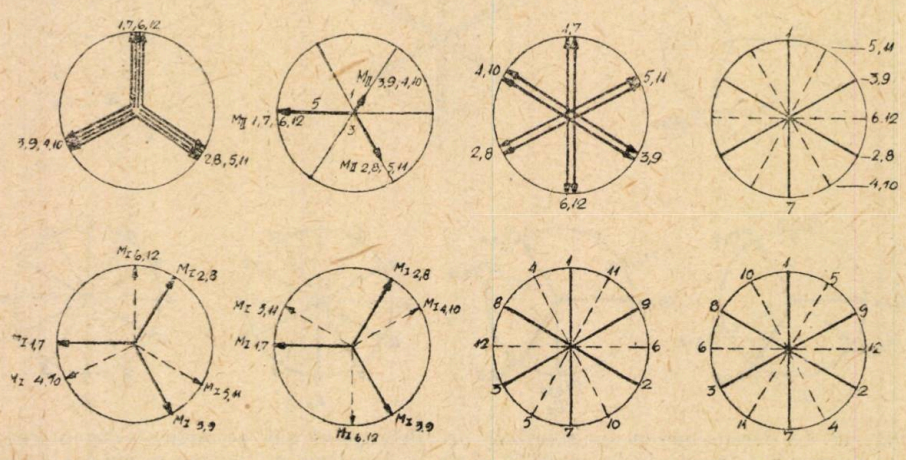
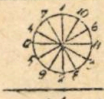
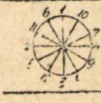


Fig. 15. La détermination des solutions de vilebrequins qui réalisant l'equilibre des moments externes de la première et de la quatrième et qui ont le plus petit moment externe ee la deuxième armonique pour le moteur à deux tcmps avec 12 cylindres en ligne et allumages uniformément repartits.

interprètent la seconde armonique. C'est avantageux le stellage qui pérmet un moment externe minime de la deuxième armonique. Etant donné que dans le cas présent, la seconde armonique produit trois moments proportionels aux nombres 8, 6, 4, la distribution qui assure la valeur la plus petite du moment externe résultant est celle de la figure 14 B à laquelle correspond le stellage des vecteurs de la deuxième armonique de la figure 14 C. Procédent de la même façon que dans les cas précédants, on obtiendra les stellages des manivelles F_1 et F_2 (fig. 14).

TABLEAU 5

Les solutions de vilebrequins qui réalisent l'equilibrage des moments externes de la première et de la deuxième ou bien de la première et la quatrième armonique, pour un moteur à deux temps avec 12 cylindres en ligne et avec allumages uniformément repartits.

Nr.	Le groupement des manivelles en opposition	Le stellage des manivelles	Les moments externes			Les moments internes	
			M_I	M_{II}	M_{IV}	M_{iI}	M_{iII}
1	1—2, 3—4, 5—6, 7—8, 9—10, 11—12		0	0	27,71	0,52	3,46
2						1,935	
3			0	0	13,856	0	6,92
4							
5			0	13,856	0	0	6,92
6							
7	1—3, 2—4, 5—7 6—8, 9—11, 10—12		0	0	27,71	1,74	1,73
8						3,16	

Par la même voie on obtient des solutions qui rendent possible l'équilibrage des moments externes de la première et quatrième armonique et qui ont le plus petit moment externe de la deuxième armonique. En ce but doit être considéré le quatrième groupement de manivelles en opposition (tableau 4) chez lequel les résultantes de chaque groupe de manivelles en opposition des vecteurs qui interprètent la seconde armonique sont placées le plus près possible l'une de l'autre et en consequence le moment externe de la deuxième armonique aura une valeur minime (fig. 15).

Dans le tableau 5 sont notées toutes les solutions de vilebrequins pour le moteur à 2 temps avec 12 cylindres en ligne et allumages uniformément

TABLEAU 5 (suite)

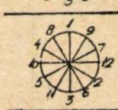
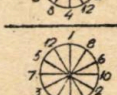
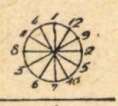
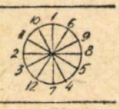
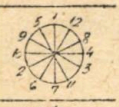
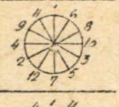
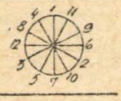
9	1–3, 2–4, 2–7, 6–8 9–11, 10–12		0	0	12,28	3,25	6,37
10						0,967	
11			0	14,42	0	0,71	5,53
12						0,80	
13	1–14, 2–5, 3–6, 7–10, 8–11, 9–12		0	0	24,25	1,54	3,46
14						5,8	
15			0	0	6,928	0	3,46
16							
17			0	6,928	0	0	3,46
18							

TABLEAU 5 (suite) *(continuare)*

19	1—7, 2—8, 3—9, 4—10, 5—11, 6—12		0	0	13,856	4,90	0
20							
21			0	0	6,928	2,44	0
22							
23			0	6,928	0	2,44	3,46
24							

repartits, qui réalisent l'équilibrage des moments externes de la première et de la deuxième armonique ou de la première et de la quatrième armonique. Parmi les solutions qui permettent l'équilibrage du moment externe de la quatrième armonique, nous n'avons retenus que celles qu'ont un moment externe petit de la deuxième armonique.

5. Conclusions.

La détérmination des solutions de vilebrequins pour les moteurs polycylindriques en lignes avec allumages uniformément repartits est un problème compliqué en principe, à cause du grand nombre de variantes. En appliquant les méthodes précédentes, le problème se simplifie étant donné qu'on peut trouver directement la solution qui satisfait les conditions imposées. Les mèthodes établissent à priori les armoniques des forces d'inértie les moments externes desquelles sont équilibrés ainsi que les armoniques des forces d'inértie les moments externes desquelles ne peuvent être équilibrés n'importe quelle est la variante de vilebrequin si les allumages sont uniformément répartits et les cylindres placés à distances égales l'un de l'autre.

La chaire de chaudierès à vapeur
et machines termiques
l'Institute Polytechnique de Bucarest

BIBLIOGRAFIE

1. *G. Bărănescu.* O teorie a echilibrajului forțelor de inerție la motoarele policilindrice în doi timpi cu număr par de cilindri și aprinderi uniform repartizate. Studii de mecanică aplicată nr. 4, 1959.
2. *C. Biezeno, R. Grammel.* Tehniceskaia dinamica, tom 2 Moscva, Gostehteorizdat, 1952.
3. *H. Schrön.* Die Dynamik des Verbrennungskraftmaschne, Wien, Springer 1947.
4. *H. Schrön.* Die Zündfolge, Berlin, R. Oldenbourg, 1938.
5. *Vanșeidt.* Dizeli, spravocinoe posobie constructora Moscva, Masghiz, 1957

ФОРМА КОЛЕНЧАТЫХ ВАЛОВ МНОГОЦИЛИНДРОВЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ С РАВНОМЕРНЫМ ЗАЖИГАНИЕМ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ НАИВЫГОДНЕЙШЕГО ДИНАМИЧЕСКОГО УРАВНОВЕШИВАНИЯ

(Краткое содержание)

Авторы исследуют уравновешивание масс в линейных многоцилиндровых двигателях с равными расстояниями между цилиндрами и с равномерным распределением воспламенения.

Они указывают вначале возможности уравновешивания, определяя затем некоторые виды коленчатых валов, наилучших с точки зрения уравновешивания для двигателей, имеющих до двенадцати цилиндров.

Они используют метод, разрешающий непосредственное решение, которое выполняет все предписанные условия; с помощью этого метода можно априори установить гармонические силы инерции, внешние моменты которых уравновешиваются и гармоники силы инерции внешние моменты которых не уравновешиваются для любых коленчатых валов.

DETERMINATION OF OPTIMUM CRANKSHAFT SOLUTIONS, FROM THE BALANCING STANDPOINT FOR IN-LINE MULTY-CYLINDER ENGINES, WITH UNIFORMLY DISTRIBUTED IGNITIONS

(Summary)

Authors discuss the balancing of in-line multi-cylinder engines, with uniformly distributed ignitions and with equal spaced cylindres. Possibilities to balance the engine are shown and then certain crankshaft solutions are determined, which are optimum from the viewpoint of balancing, up to 12 cylinder engines.

A method is used allowing the direct finding of the solution which satisfies the imposed conditions ; with the aid of this method, the harmonies of inertia forces are a priori established, whose external torques are balanced, as well as the harmonies of inertia forces whose external torques cannot be balanced, no matter the form of the crankshaft would be.

LA DÉTERMINATION DES SOLUTIONS DE VILEBREQUINS POUR LES MOTEURS POLYCYLINDRIQUES EN LIGNE AVEC ALLUMAGES UNIFORMÉMENT RÉPARTITS, OPTIMES DU POINT DE VUE DE L'ÉQUILIBRAGE.

(Résumé)

On a étudié l'équilibrage des moteurs polycylindriques en ligne avec allumages uniformément répartits et avec distance égale entre les cylindres. Sont montrées d'abord les possibilités d'équilibrage et après on détermine certaines solutions de vilebrequins, optimes du point de vue de l'équilibrage pour les moteurs jusqu'a 12 cylindres.

On se sert d'une méthode qui pérmet de trouver directement la solution qui satisfait les conditions imposées ; à l'aide de cette méthode on établi à priori les armoniques des forces d'inértie les moments externes desquelles sont équilibrés, ainsi que les armoniques des forces d'inértie les moments externes desquells ne peuvent être équilibrés, n'importe quelle serait la variante du vilebrequin.

BESTIMMUNG DER KURBELWELLENANORDNUNGEN FÜR MEHRZYLINDERREIHENMOTOREN MIT GLEICHFÖRMIGER ZÜNDUNG FÜR DIE BESTEN AUSWUCHTERGEBNISSE.

(Zusammenfassung)

Es wird die Auswuchtung Mehrzylinderreichnemotoren, mit gleichförmig verteilter Zündung und gleichem Zylinderabstand untersucht. Zuerst werden die vorhandenen Möglichkeiten der Auswuchtung besprochen, danach die besten Lösungen für Kurbelwellenanordnung vom Standpunkt der Auswuchtung für Motore bis zu 12 Zylinder untersucht.

Man benützt eine Methode welche direkt eine zufriedenstellende Lösung gestattet, die den gestellten Grenzbedingungen entspricht. Mit dieser Methode werden die Massenkräfte in harmonische Bestandteile zerlegt für beide Grundfälle ;

— Momente sind in Gleichgewicht.

— Momente können nicht im Gleichgewicht sein, wie man auch die Kurbelwellenanordnung wählt.

TIPOGRAFIA ŞI LITOGRAFIA
ÎNVĂŢĂMÎNTULUI
C. 3521

INDICAŢII REDACŢIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri şi colaţionate de autor. Relaţiile matematice şi formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele şi graficele vor fi executate în tuş negru pe hîrtie de calc, numerotate şi prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent şi legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referinţă şi, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile: rusă, franceză, germană şi engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu: numele şi iniţialele de pronume ale autorului, titlul şi volumul lucrării, editura, locul şi anul apariţiei, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina iniţială şi finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text şi se va numerota curent. Referinţele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experienţelor şi afirmaţiilor ştiinţifice revine numai autorilor. Conducerea revistei îşi rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

F 1130

KAT

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI

TOMUL XXI — FASCICOLA 4

OCTOMBRIE — DECEMBRIE

1959

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

apare, cu patru fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul Politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara Institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu Redacţia şi Administraţia Buletinului se fac pe adresa:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

издаётся в четырех годовых выпусках являясь продолжением прежних научных периодических журналов «Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées» и «Buletinul Politehnicei din Bucureşti».

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей б дут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическим изданиями с Редакцией и Руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

est une publication trimestrielle, continuant les anciens périodiques scientifiques: „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'Institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est:

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI

TOMUL XXI — FASCICOLA 4

OCTOMBRIE — DECEMBRIE

1959

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. Dr. *I. Agîrbiceanu*; Prof. Dr. *I. S. Antoniu*; Conf. *I. Berceanu*; Prof. Dr. *E. Bratu*; Prof. *Gh. Buzdugan*; Conf. *S. Călin*, cand. Șt. Th.; Prof. *C. Ionescu-Bujor*; Prof. Dr. *Gh. Manea*; Acad. Prof. Dr. *Tr. Negrescu*; Acad. Prof. Dr. *C. Nenițescu*; Prof. *C. Penescu*; Prof. *M. Postelnicescu*; Prof. Dr. *R. Rădulet*, membru corespondent al Academiei R.P.R.; Prof. *Al. Spătaru*; Prof. *L. Stoicescu*; Prof. Dr. *T. Tănăsescu*, membru corespondent al Academiei R. P. R.

Redactor responsabil: Prof. *C. Dinculescu*
Membru corespondent al Academiei R. P. R.

SUMAR

ȘTIINȚE SOCIALE

F. STAICU, C. LAZĂR — Prețurile de monopol ridicate, factor al pauperizării oamenilor muncii din țările capitaliste . 13

MATEMATICA

M. BOTEZ — Sur une simplification de l'epure Monge . . . 29

A. TĂNĂSESCU — Sur une géométrie descriptive noneuclidienne de la sphère 35

FIZICA

I. AGÎRBICEANU, A. ICHIMESCU — Observații asupra spectrului de absorbție al Hg_2 în ultra violet 41

CHIMIE

A. IANU, C. BEJAN, F. POPESCU, A. M. LUPU — Studiul descompunerii cloraților alcalini din materii prime indigene cu acid sulfuric 48

B. IONESCU-SIȘEȘTI, C. IONESCU-PANAITESCU — Cercetări asupra nitritului, cloritului și carbagilitului cărbunilor din Valea Jiului 61

F. OPREA, P. BALTĂ — Cercetări experimentale asupra unor semiconductori din oxizi metalici 73

O. SOLOMON, I. CIUTA, I. SÎRBU — Despre obținerea polimerilor pe bază de alcool furfurilic 87

O. SOLOMON, M. TOMESCU, D. DRĂGAN, M. DIMONIE — Copolimerizarea sistemului ternar: acetat de vinil, acrilonitril, stiren 101

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

E. RUCKENȘTEIN — On the correlation of the experimental rezults in the case of nucleate boiling 115
E. RUCKENȘTEIN, I. TEOREANU — Unele probleme privind hidrodinamica fluidizării 125

ELECTROTEHNICA

C. NEMOIANU — Aplicații ale vectorului Poynting în calculul rezistenței de dispersie în sol a unor prize de pământ de curent continuu 141

ELECTRONICĂ

E. NICOLAU, I. ADAMACHE — Asupra metodei de studiu pe modele electronice, a fenomenelor vibratorii din instalațiile de pompaj 155
F. ȚINTA — Un generateur d'impulsions electriques et lumineuses dans le domaine des nanosecondes 165

UNDE ELECROMAGNETICE

E. NICOLAU, M. RĂDULESCU — On the vector wave equation 177

TERMOTEHNICA

C. ARAMĂ, N. APOSTOLESCU, B. GRÜNWALD, A. MANOLE Contribuție la studiul arderii normale în motorul cu aprindere prin scînteie 191

СОДЕРЖАНИЕ

ОБЩЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

Ф. СТАЙКУ, К. ЛАЗЭР — Высокие монополистические цены, фактор обнищания трудящихся капиталистических стран. 13

МАТЕМАТИКА

М. БОТЕЗ — Одно из сокращений системы Монжа . . . 29

А. ТАНАСЕСКУ — Относительно неэвклидовой начертательной геометрии сферы 35

ФИЗИКА

И. АГЫРБИЧАНУ, А. ИКИМЕСКУ — Некоторые наблюдения над абсорбционным спектром Hg_2 в области ультрафиолетовых лучей 41

ХИМИЯ

А. ЯНУ, К. ВЕЖАН, Ф. ПОПЕСКУ, А. М. ЛУПУ — Изучение разложения сероводородом щелочных хлоратов из сырья 48

Б. ИОНЕСКУ-СИСЕШТЬ, К. ИОНЕСКУ-ПАНАИТЕСКУ — Исследования витрита, кларита и карбаражилита углей Валя Жиулуй 61

Ф. ОПРЯ, П. БАЛТЫ — Экспериментальные исследования некоторых полупроводников из металлических окислов. 73

О. СОЛОМОН, И. ЧУТЫ, И. СЫРБУ — О получении полимеров фурфурилового спирта 87

О. СОЛОМОН, М. ТОМЕСКУ, Д. ДРАГАН, М. ДИМОНИЕ — Сополимеризация тернарной системы: виниловый ацетат, акрилонитрил, стирол 101

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

Э. РУККЕНШТЕИН — О корреляции экспериментальных результатов в случае кипения 113

Э. РУККЕНШТЕИН, И. ТЕОРЯНУ — Некоторые вопросы гидродинамики флюидизации 125

ЭКЕКТРОТЕНИКА

К. НЕМОЯНУ — Приложения вектора „Поинтинь" в расчете распределительного сопротивления в земле некоторых заземлителей постоянного тока 141

ЭЛЕКТРОНИКА

Э. НИКОЛАУ, И. АДАМАКЕ — Электрическое подслирование устройств помп 155

Ф. ЦИНТА — Генератор электрических и световых импульсов в области наносекунл 165

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

Э. НИКОЛАУ, М. РАДУЛЕСКУ—Векторное уравнение волны 177

ТЕРМОТЕХНИКА

К. АРАМА, Н. АПОСТОЛЕСКУ, Б. ГЪИНВАЛЬД, А. МАНОЛЕ — К теории нормального сгорания у двигателей с искровый зажиганием 191

CONTENTS

SOCIAL SCIEENCES

F. STAICU, C. LAZĂR — The high monopoly prices, factor of pauperizing the working people of the capitalist coutries 13

MATHEMATICS

M. BOTEZ — A simplified form of Monge's projection system 29

A. TĂNĂSESCU — On a non-euclidean descriptive geometry of the sphere 35

PHYSICS

I.AGÎRBICEANU, A. ICHIMESCU — Observations of the absorption spectrum of Hg_2 în ultraviolet 41

CHEMISTRY

A. IANU, C. BEJAN, F. POPESCU, A. M. LUPU — A study of the decomposition of alkaline chlorates from own rau materials with sulfuric acid 48

B. IONESCU-SIȘEȘTI, C. IONESCU-PANAITESCU — Some investigations on the vitrit, clarit and carbagilit of „Valea Jiului" coals 61

F. OPREA, P. BALTĂ — Research on some semiconductors from metal oxides 73

O. SOLOMON, I. CIUTA, I. SÎRBU — About the preparation of polymers with furfurylalcohol 87

O. SOLOMON, M. TOMESCU, D. DRĂGAN, M. DIMONIE — The copolymerisation of the ternary system: vinylacetate, acrylonitrile, styrene 101

CHEMICAL TECHNOLOGY

E. RUCKENSTEIN — On the correlation of the experimental rezults in the case of nucleate boiling 113
E. RUCKENSTEIN, I. TEODOREANU — On the hydrodinamics of a fluidised bed I 125

ELECTRICITY

C. NEMOIANU — Applications of Poynting's vector to the resistance calculus of dispersion in the ground of some ground-electric conductors of direct 141

ELECTRONIQUE

E. NICOLAU, I. ADAMACHE — A simulator for pumping units 155
F. ȚINTA — Generator of electric and light pulses in the nano-second range 165

ELECTROMAGNETIC WAWES

E. NICOLAU, M. RĂDULESCU — On the vector wawe equation 177

THERMODYNAMICS

C. ARAMĂ, N. APOSTOLESCU, B. GRÜNWALD, A. MANOLE Contribution to the study of the normal combustion in sparle-ignition engines 191

SOMMAIRE

SCIENCES SOCIALES

F. STAICU, C. LAZĂR — Prix de monopole haussés, facteur de l'appauvrissement des travailleurs dans les pays capitalistes 13

MATHEMATIQUES

M. BOTEZ — Sur une simplification de l'epure Monge . . . 29

A. TĂNĂSESCU — Sur une géométrie descriptive noneuclidiénne de la spherè 35

PHYSIQUE

I. AGÎRBICEANU, A. ICHIMESCU — Observations sur le spectre d'absorbtion de Hg_2 dans l'ultraviolet 41

CHIMIE

A. IANU, C. BEJAN, F. POPESCU, A. M. LUPU — L'étude de la décomposition des chlorates alcalins par l'acide sulfurique provenant de matière première indigène 48

B. IONESCU-SISEȘTI, C. IONESCU-PANAITESCU — Recherches sur le vitrite, le clarite et le carbagilite des charbons de Valea-Jiului 61

F. OPREA, P. BALTĂ — Recherches experimentales sur quelques semiconducteurs a base d'oxides metalliques 73

O. SOLOMON, I. CIUTA, I. SÎRBU — Sur l'obtention des polymères a base d'alcool furfurilique 87

O. SOLOMON, M. TOMESCU, D. DRĂGAN, M. DIMONIE — La copolymèrisation du sistème ternare: vinyle acétate, acrylonitrile, styrene 101

TECHNYQUE CHIMIQUE

E. RUCKENSTEIN — Sur la corelation des résultats experimentaux dans le cas de l'ébullition nucleate 113
E. RUCKENSTEIN, I. TEOREANU — Sur la hydrodynamique d'une couche fluidisée 125

ELECTROTECHNIQUE

C. NEMOIANU — Applications du vector Poynting au calcul de la résistance de dispersion dans la terre de certaines prises de courant continu 141
E. NICOLAU, I. ADAMACHE — Une analogie éléctrique pour les instalations de pompage 155
F. ŢINTA — Un générateur d'impulsions éléctriques et lumineuses dans le domaine des nanosecondes 165

ONDES ELECTROMAGNETIQUES

E. NICOLAU, M. RĂDULESCU — L'équation vectorielle des ondes 177

TERMOTECHNIQUE

C ARAMĂ, N. APOSTOLESCU, B. GRÜNWALD, A. MANOLE Contribution a l'ètude de la combustion normale dans le moteur a allumage comandé 191

INHALT

SOZIALWISSENSCHAFTEN

F. STAICU, C. LAZĂR — Die hohen Monopolpreise, Faktoren der Verarmung der arbeitenden in den kapitalistischen Ländern 13

MATHEMATIK

M. BOTEZ — Eine Vereinfachung des Mongeschenprojektionsystem 29

A. TĂNĂSESCU — Über eine nichteuklidische darstellende Kugelgeometrie 35

PHYSIK

I. AGÎRBICEANU, A. ICHIMESCU — Beobachtungen über das Absorptionsspectrum des Hg_2 im ultravioletten Gebiet . 41

CHEMIE

A. IANU, C. BEJAN, F. POPESCU, A. M. LUPU — Das Studium der Zersetzung der alkalischen, Chloraten aus einheimischen Rohmaterialien, mit Schwefelsäure 48

B. IONESCU-SIȘEȘTI, C. IONESCU-PANAITESCU — Untersuchungen über das Vitrit und Karbargilit der Kohlen aus dem Jiu-Tal 61

F. OPREA, P. BALTĂ — Untersuchungen über einigen Halbleiter auh Metoxyden 73

O. SOLOMON, I. CIUTA, I. SÎRBU — Über die Herstellung von Polymeren mit Furfuralkohol 87

O. SOLOMON, M. TOMESCU, D. DRĂGAN, M. DIMONIE — Die Copolymerisation des ternären Systemes Vinylacetat, Acrylonitril, Styrol 101

CHEMISCHE TECHNOLOGIE

E. RUCKENSTEIN — Zur Korrelation der Experimentalergebnisse für Wärmeübertragung beim Sieden 113

E. RUCKENSTEIN, I. TEOREANU — Zur Hydrodinamik der Wirbelschichten I 125

ELEKTROTECHNIK

C. NEMOIANU — Aplicationen des Poyntings - Vektors in der Ausrechnung des Dispersionswiederstandes einer Erder für unwechselenden Strom 141

ELEKTRONIK

E. NICOLAU, I. ADAMACHE — Eine elektrische Analogie für Pumpenanlagen 155

F. ȚINTA — Elektrisch und Lichtimpulsgenerator im nanosekundengebiet 165

ELEKTROMAGNETISCHE WELLEN

E. NICOLAU, M. RĂDULESCU — Über die vektorielle Wellengleichung 177

THERMOTECHNIK

C. ARAMĂ, N. APOSTOLESCU, B. GRÜNWALD, A. MANOLE Beiträge zum Studium der Verbrennung in Motoren mit Funkzündung 191

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 4

PREȚURILE DE MONOPOL RIDICATE, FACTOR AL PAUPERIZĂRII OAMENILOR MUNCII DIN ȚĂRILE CAPITALISTE

de F. STAICU, C. LAZĂR

În țările capitaliste, ca urmare a legilor obiective ce acționează în economia acestor țări, are loc procesul pauperizării relative și absolute a oamenilor muncii, a acelora care crează întreaga avuție a societății. Legea generală a acumulării capitaliste, are drept rezultat acumularea de bogății la un pol al societății, la clasa capitaliștilor, căreia îi corespunde acumularea de mizerie, de sărăcie și robie la celălalt pol, la clasa muncitoare.

În condițiile capitalismului monopolist legea generală a acumulării capitaliste, contrar afirmațiilor apologeților capitalismului despre o pretinsă dispariție a ei, nu numai că acționează, ci mai mult, manifestările și consecințele acțiunii ei sînt mai puternice față de cele din faza premonopolistă. Ca urmare și procesul pauperizării celor ce muncesc se manifestă cu mai multă tărie.

În țările care se află sub domnia monopolurilor are loc accentuarea pauperizării oamenilor muncii. Aceasta se exprimă prin înrăutățirea condițiilor de muncă (prin intensitatea sporită a muncii, prin proporțiile șomajului, prin prelungirea zilei de muncă, prin numărul crescut al accidentelor în muncă etc.) și de trai prin creșterea costului vieții, rămînerea în urmă a salariului real față de valoarea forței de muncă, înrăutățirea condițiilor de locuit etc).

Un rol important în creșterea pauperizării celor ce muncesc îl are în condițiile domniei monopolurilor sfera circulației mărfurilor. Prin prețurile mari, de monopol, la mărfurile de consum oamenii muncii sînt jefuiți în calitate de consumatori. Prețurile ridicate la mărfurile de consum constituie unul din mijloacele importante folosite de monopoluri în sfera circulației mărfurilor pentru sporirea profiturilor, fapt ce are ca urmare directă reducerea consumului oamenilor muncii.

Comunicare prezentată la cea de a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice a Institutului Politehnic București (31 octombrie 1959).

În procesul de producție muncitorilor le este luată o parte a rezultatelor muncii lor, sub forma plusvalorii creată de munca neplătită, fiind exploatați aci în calitate de producători ai bunurilor materiale. În sfera circulației mărfurilor, prin prețurile ridicate, de monopol, sînt jefuiți de încă o parte a produsului muncii lor, care le-ar reveni pe baza salariului primit, fiind exploatați acum în calitate de consumatori.

Prețul mărfii, după cum se știe, este expresia bănească a valorii mărfii. Monopolurile însă, datorită dominației lor în economia și politica țărilor capitaliste, fixează prețuri mari la mărfurile ce le vînd, mult peste valoarea lor, chiar dacă valorile acestor mărfuri au scăzut ca urmare a creșterii productivității muncii. Monopolurile fac acest lucru pentru obținerea unor profituri cît mai mari. Prețul de monopol la care vînd monopolurile mărfurile sînt astfel fixate încît să compenseze cheltuielile de producție și să asigure profitul ridicat, de monopol.

Vinderea mărfurilor la prețuri fixate de către monopoluri nu înseamnă că este încălcată sau împiedecată acțiunea legii valorii în economia țărilor capitaliste. Dimpotrivă, monopolurile nu pot să nu țină seamă de acțiunea spontană a legii valorii. O serie de măsuri pe care le iau monopolurile pentru menținerea prețurilor ridicate le sînt indicate de acțiunea legii valorii. În circulația mărfurilor, de exemplu, cînd oferta depășește cererea, înseamnă că pentru acele mărfuri s-a cheltuit mai multă muncă decît cantitatea corespunzătoare cererii solvabile și aceasta se exprimă prin tendința de scădere a prețurilor. Într-o astfel de situație monopolurile, pentru contracararea reducerii prețurilor, iau măsuri de reducere a producției, de sporire a vînzărilor pe credit etc. iar în timpul crizelor economice chiar de distrugere a mărfurilor.

În epoca imperialismului prețurile mărfurilor cunosc o creștere fără precedent, cu toate că valorile lor au tendința de scădere.

Economiștii burghezi contemporani și ajutoarele lor docile în persoana reformiștilor și revizioniștilor, pentru a masca adevărata cauză a prețurilor ridicate, adică existența uniunilor monopoliste care acționează și în acest scop, au născocit o serie de teorii apologetice.

Una din teoriile ideologilor burgheziei monopoliste este teoria așa numitului preț „optim", prin care ei încearcă să arate că nu sînt mari prețurile mărfurilor, că monopolurile nu ar fi interesate, chipurile, în existența unor prețuri ridicate, că ele ar promova o politică de stabilire a prețurilor la un nivel moderat pentru a nu reduce cererea de mărfuri, cît și pentru a nu mări cheltuielile de producție. Astfel, J. Schumpeter afirmă că prețurile ridicate nu ar corespunde cu interesele permanente ale monopolurilor, poate doar, cumva, cu interesele temporare ale acestora. În felul acesta, încearcă să nege existența prețului de monopol, care este o categorie economică a capitalismului monopolist, iar în măsura în care îl recunosc caută să estompeze cauzele adevărate care stau la bază.

Teoria prețului „optim", este susținută sub altă formă cu alte explicații, și de alți economiști burghezi, printre care și J. M. Keynes și Joan Robinson. Ei încearcă să explice că prețul „optim" exprimă pur și simplu relații dintre vînzători și cumpărători, un preț care să „împace" atît interesele vînzătorilor cît și interesele cumpărătorilor. Acest pretins

rol al prețurilor în condițiile domniei monopolurilor, este dezmințit în întregime de realitatea existentă din țările capitaliste. Însăși J. M. Keynes, în lucrarea sa „Teoria generală a folosirii brațelor de muncă, a dobînzii și a banilor", arată, poate fără să vrea, adevăratul rol al prețurilor. În această lucrare se desprinde, printre altele, propunerea ca micșorarea retribuției muncitorilor să se facă sub forma mai voalată a scăderii salariului real (prin urcarea prețurilor mărfurilor), care ar întîmpina „mai puțină rezistență".

Scopul teoriei lor este de a ascunde contradicțiile capitalismului, de a ascunde esența lui exploatatoare, de a ascunde scumpirea traiului în țările capitaliste a cărei repercusiune imediată este scăderea nivelului de trai al celor ce muncesc. Departe de a „împăca" interesele monopoliștilor cu intererele oamenilor muncii, prețurile ridicate de monopol au menirea de a asigura monopolurilor profituri mari prin exploatarea suplimentară a muncitorilor, în calitate de consumatori.

Creșterea simțitoare a prețurilor în țările capitaliste s-a manifestat de îndată ce monopolurile și-au instaurat dominația în economie. Astfel, la începutul primului război mondial prețurile erau mai ridicate față de 1896 în Anglia cu 32—40%, în Germania și Franța cu peste 40% și în S.U.A. cu 50%. După primul război mondial prețurile au crescut continuu, cunoscînd o anumită scădere în timpul crizei economice din 1929—1933.

În anii de după cel de al doilea doilea război mondial prețurile mărfurilor au atins în creșterea lor indici foarte ridicați. În această perioadă creșterea prețurilor cu amănuntul ale mărfurilor de consum în cîteva țări capitaliste se prezintă astfel : [1])

1948 = 100

Țara	1950	1952	1954	1956	1958
S.U.A.	100	110	111	113	120
Anglia	105	126	132	145	154
Franța *	128	168	167	172	203
R. F. Germană	100	110	107	113	118
Italia	100	114	120	127	131
Japonia	124	152	171	171	174
Turcia *	104	109	123	153	171**
Chile	136	205	441	1208	1928
Argentina *	164	310	335	426	532**

*) Capitala țării
**) 1957

Trebuie să menționăm că alături de cauza principală a creșterii prețurilor — fixarea lor de către monopoluri — își dau concursul și alți factori, printre care mai important este inflația monetară. Monopolurile

[1]) Camera de Comerț a R.P.R.; Raport asupra pieții capitaliste pe anul 1958, pag. 276, 279. București.

folosesc și acest fenomen obiectiv al economiei capitaliste pentru a obține sporirea profiturilor de pe urma creșterii inflaționiste a prețurilor mărfurilor. Masele de oameni ai muncii însă sînt lovite crunt de efectele inflației. Ca urmare a creșterii și din această cauză a prețurilor, veniturile lor reale sînt mult micșorate, iar cantitatea de produse pe care o pot cumpăra este de asemenea micșorată.

Datorită dominației monopolurilor în economia țărilor capitaliste, pe piață sînt vîndute la prețuri mari de monopol nu numai mărfurile întreprinderilor monopoliste, ci și mărfurile întreprinderilor din afara monopolurilor, a căror desfacere este acaparată de monopoluri.

Pentru asigurarea profiturilor mari, de monopol, grupurile monopoliste folosesc din plin aparatul de stat și în politica de fixare și de menținere la un nivel ridicat a prețurilor. Este folosită politica vamală a statului, subvențiile de la bugetul de stat ca „prime" pentru încurajarea exportului unor mărfuri, contractarea furniturilor militare și a armamentului la prețuri exorbitante etc. Referindu-ne numai la comenzile militare din partea statului, cifrele ilustrează destul de bine marile avantagii ale monopolurilor de pe urma acestora. În S.U.A., de exemplu, 5 mari monopoluri din industria aeronautică, pe baza executării comenzilor departamentului de război, și-au sporit profiturile în anul 1956 la 160,9 milioane dolari față de 19,1 milioane dolari din anul 1949.

Dacă pentru monopoluri prețurile ridicate au drept rezultat sporirea profiturilor, pentru oamenii muncii au rezultate tocmai contrarii, reducerea veniturilor reale, pauperizarea lor.

*

Prețurile de monopol au ca urmare pentru oamenii muncii scăderea puterii de cumpărare, rămînerea tot mai mult în urmă a salariului real față de valoarea forței de muncă.

Condițiile de muncă și de trai ale oamenilor muncii cuprind mai multe elemente. Aceste condiții includ durata zilei de lucru, gradul de intensitate a muncii, măsuri de protecție a muncii, accidentele de muncă, nivelul salariului nominal, costul vieții, raportul dintre salariul real și valoarea forței de muncă, condițiile de locuit, deservirea social-culturală etc.

Unul din indicii principali care exprimă starea materială a oamenilor muncii este salariul real, adică totalitatea mărfurilor de subzistență pe care ei le obțin efectiv. Scăderea cantității mărfurilor obținute față de cele necesare întreținerii muncitorului și familiei sale exprimă un aspect important al decalajului dintre salariul real și valoarea forței de muncă.

Scăderea salariului real al muncitorilor față de valoarea forței de muncă este un indice important al pauperizării oamenilor muncii în țările capitaliste. Este important pentru că de nivelul său depinde măsura satisfacerii nevoilor de consum ale muncitorilor. Pe de altă parte, indicele salariului real reflectă influența unei serii de factori de

care depinde nivelul de trai cum sînt: nivelul salariului nominal, nivelul impozitelor pe salarii, nivelul prețurilor mărfurilor de consum, proporțiile șomajului etc.

Ne propunem să urmărim în analiza de față numai salariul real și unele consecințe ale scăderii lui datorită creșterii prețurilor mărfurilor, creștere care depășește cu mult sporirea salariilor nominale obținute prin lupte susținute de către muncitori.

Se știe că structura și volumul nevoilor omului, cît și modalitățile de satisfacere a lor, sînt deosebite în diferite țări și în diferite perioade. Și în condițiile capitalismului monopolist, volumul și structura nevoilor de consum s-au schimbat față de perioada de început a capitalismului. De aceea, cînd vorbim de o pauperizare absolută a oamenilor muncii dintr-o țară capitalistă noi avem în vedere și faptul că salariul real nu acoperă valoarea forței de muncă, adică necesarul de obiecte de consum și de servicii cerute de consumul muncitorilor în condițiile istorice și sociale date. De exemplu, ca urmare a creșterii proporțiilor producției într-o serie de țări capitaliste, cheltuielile de transport au crescut foarte mult. În Franța muncitorii mineri din nordul țării pierd 4—5 ore cu drumul de la locuință pînă la locul de muncă. În aceste condiții se înțelege că un mijloc personal de transport ca bicicletă, motocicletă, etc., nu constituie un articol de lux, ci un obiect de cerință zilnică, care intră în cheltuielile de existență ale muncitorilor. Însăși cheltuielile pentru nevoile fiziologice ale muncitorului cresc ca urmare a intensității sporite a muncii care vlăguiește pe muncitor la maximum posibil.

În capitalism fondul de consum al muncitorilor este obținut pe baza salariilor, iar mărimea lui depinde de mărimea salariilor în raport cu mărimea prețurilor mărfurilor și serviciilor.

Prin prețurile mari fixate de monopoluri la mărfurile de consum, muncitorul este jefuit acum în calitate de consumator de o parte importantă din salariul primit. Datorită acestui fapt muncitorul cumpără cu salariul său o cantitate de mărfuri mult mai redusă decît dacă prețurile ar corepunde valorii mărfurilor. Este posibil să și crească volumul obiectelor cumpărate față de o perioadă anterioară, însă nu la nivelul mult mai ridicat al nevoilor clasei muncitoare. Ca urmare, necesitățile de reproducție ale forței de muncă se realizează incomplet, reproducerea forței de muncă se face în condiții și mai grele. Multe necesități ale muncitorilor rămîn nesatisfăcute sau sînt satisfăcute numai parțial. În această categorie intră mai ales cheltuielile de ordin social-cultural, fără a fi excluse însă și cheltuielile pentru necesitățile fiziologice ale muncitorului.

Deci, diferența cu care prețul de vînzare al mărfii depășește valoarea ei, constituie unul din factorii ce contribuie la reducerea salariului real al muncitorului, a valorilor de întrebuințare ce ar trebui să le primească în schimbul veniturilor sale bănești. K. Marx, referindu-se la posibilitatea stabilirii unui preț de monopol peste prețul de producție și valoarea mărfurilor în stadiul liberei concurențe al capitalismului, pe baza unor monopoluri artificiale sau naturale, arată că: „În acest caz prețul de monopol ar fi plătit printr-un scăzămînt din salariul real (adică din

masa valorilor de întrebuințare pe care le-ar căpăta muncitorul cu aceeași cantitate de muncă) și din profitul celorlalți capitaliști"[2].

Astfel, ca urmare a prețului de vînzare ridicat la care desfac mărfurile întreprinderile monopoliste, muncitorul pierde în calitate de consumator, o parte din valoarea primită ca preț al forței de muncă. Partea de valoare ce i se ia muncitorului pe această cale constituie o sursă importantă a sporirii profiturilor monopoliștilor, resimțindu-se în același timp în nivelul de trai scăzut al muncitorului.

Economiștii burghezi, reformiști și revizioniști, în scopul de a ascunde esența exploatatoare a capitalismului și racilele legate de această orînduire, atacă cu furie învățătura marxist-leninistă despre existența procesului de pauperizare a oamenilor muncii din țările capitaliste.

Ideologii contemporani ai burgheziei, în scopul de a arăta pretinsa „trăinicie" a orînduirii capitaliste, neagă pur și simplu existența pauperizării muncitorilor din țările capitaliste. Teoriile reformiștilor și revizioniștilor contemporani, care neagă pauperizarea în capitalismul contemporan nu sînt altceva decît o reeditare a vechilor teorii ale predecesorilor lor.

Laburistul John Strachey, în cartea sa „Capitalismul contemporan", neagă existența procesului pauperizării clasei muncitoare din țările capitaliste, afirmînd că nivelul salariului în aceste țări ar depăși considerabil valoarea forței de muncă datorită presiunii exercitate de clasa muncitoare asupra patronilor. Este o reînviere sub altă formă a teoriei revizionistului Bernstein care afirma că atîta timp cît clasa muncitoare luptă pentru obținerea unor revendicări nu are loc procesul pauperizării ei. Socialistul Pierre Rimbert de asemenea, se pronunță împotriva teoriei maxist-leniniste a pauperizării. El consideră că în general salariul coincide cu valoarea forței de muncă.

Economiștii burghezi și revizioniștii contemporani sprijinindu-se pe unele rezultate obținute în economia țărilor capitaliste determinate de conjunctura favorabilă după cel de al doilea război mondial, au început să facă zarvă despre o dezvoltare „fără crize", despre o „prosperitate generală" în țările capitaliste. Totodată, generalizînd unele rezultate parțiale obținute de muncitori prin lupta lor susținută împotriva capitaliștilor din unele țări capitaliste, trag concluzia falsă că am avea de-a face în capitalismul contemporan cu o tendință generală de ridicare a nivelului de trai al celor ce muncesc, cu dispariția procesului de pauperizare a maselor muncitoare.

In capitalismul contemporan are loc nu pretinsa dispariție a pauperizării, ci accentuarea procesului pauperizării celor ce muncesc. Așa cum subliniază și Declarația consfătuirii reprezentanților partidelor comuniste și muncitorești din țările socialiste din noiembrie 1957 [3]), masele muncitoare din țările capitaliste nu au atins încă în general nivelul de trai antebelic. Ca urmare a ofensivei monopolurilor asupra maselor de oameni ai muncii pentru a-și asigura cele mai ridicate profituri, în țările capitaliste

[2]) K. Marx: Capitalul vol. III, partea II-a, E.S.P.L.P., București 1955, pag. 809.

[3]) Declarația consfătuirii reprezentanților partidelor comuniste și muncitorești din țările socialiste care a avut loc la Moscova între 14—16 noiembrie 1957 (Lupta de Clasă nr. 11, 1957).

crește costul vieții, salariul real are tendința de scădere, ceea ce se reflectă în înrăutățirea traiului celor ce muncesc.

Ca urmare a prețurilor ridicate ale mărfurilor de larg consum, atît în țările capitaliste dezvoltate cît și în țările slab dezvoltate indicele puterii de cumpărare a oamenilor muncii cunoaște tendința de scădere, în unele țări chiar foarte accentuată. Iată ce ne arată cifrele : [4])

Indicele puterii de cumpărare 1948 = 100

Țara	1950	1952	1954	1956	1958
S.U.A.	100	91	90	88	83
Anglia	95	79	76	69	65
Franța *	78	59	60	58	49
R. F. Germană	100	91	93	88	84
Italia	100	88	83	79	76
Japonia	81	66	58	58	57
Turcia *	51	92	81	65	53**
Chile	73	49	23	8	5
Argentina *	61	32	30	23	15**

*) Capitala țării **) 1957.

Se observă cum în decurs de 10 ani datorită creșterii prețurilor puterea de cumpărare a scăzut în S.U.A. cu 17%, în Anglia cu 35%, în Franța cu 51%, în R. F. Germană cu 16%, în Italia cu 24%, iar în Japonia cu 43%.

În țările slab dezvoltate din punct de vedere economic puterea de cumpărare scade și mai mult ca urmare a unei creșteri și mai mari a prețurilor. Astfel, în Chile a scăzut de 20 de ori iar în Argentina de peste 6,5 ori.

Ca urmare a creșterii prețurilor mărfurilor de larg consum are loc totodată și creșterea costului vieții în țările capitaliste. Cifrele sînt grăitoare și în privința costului vieții.

1953 = 100 [5])

Țara	1938	1948	1954	1955	1956	1957	1958
S.U.A.	53	90	100	100	102	105	108
Anglia	101	77	102	106	112	116	119
Franța *	4	60	100	101	103	106	122
R. F. Germană	59	93	100	102	105	106	110
Italia	2	86	103	105	109	110	113
Japonia	—	62	106	105	106	109	108
Turcia *	26	89	110	119	137	152	169**
Chile	9	39	172	302	471	627	752
Argentina *	15	31	104	117	132	165	207***

*) Capitala țării. **) 11 luni. ***) 10 luni.

[4]) Camera de Comerț a R.P.R.: Raport asupra pieții capitaliste pe anul 1958, pag. 276, 279. București.

[5]) Idem pag. 277.

Se observă din tabelul de mai sus creşteri sensibile ale costului vieţii în comparaţie cu anul 1953 dar mai ales faţă de anul 1938, creşteri care într-o mare măsură sînt determinate de creşterea preţurilor.

În ţările capitaliste, alături de scumpirea articolelor de consum (alimentare, îmbrăcăminte etc.) are loc scumpirea cheltuielilor pentru locuinţă, mai ales pentru plata chiriei, fapt care adînceşte înrăutăţirea situaţiei materiale a muncitorilor. Indicele costului vieţii este ridicat şi datorită chiriilor mari ale locuinţelor [6]).

Evoluţia indicelui chiriei

Ţ a r a	1954	1955	1956
S.U.A. (1947—1949 = 100)	128,5	130,3	132,7
Angl a (15.I.1952 = 100)	111,7	105,0	121,2
R. F. Germană (1950 = 100)	107,0	110,0	117,0
Italia (1938 = 1)	18,26	20,88	26,87

Numeroşi oameni ai muncii chiar în cele mai dezvoltate ţări capitaliste trăiesc în locuinţe mizerabile, în timp ce în multe oraşe există locuinţe bune, dar acestea sînt inaccesibile păturilor largi de oameni ai muncii din cauza chiriilor prea ridicate.

Înrăutăţirea situaţiei materiale a muncitorilor din ţările capitaliste este înăsprită, într-o mare măsură, de preţurile ridicate la care sînt vîndute mărfurile de către monopoluri. Cu toate că producţia s-a dezvoltat în perioada postbelică, folosindu-se în acest scop şi intensificarea muncii, totuşi nivelul de trai al clasei muncitoare se menţine aproape în toate ţările capitaliste sub nivelul anului 1938.

Datorită creşterii preţurilor mărfurilor reflectate în scumpirea vieţii, muncitorii au trebuit să lupte pentru obţinerea unor salarii mai mari. Creşterea salariilor nominale ale muncitorilor nu a fost însă în măsură să compenseze ridicarea costului vieţii. Totodată sporirea intensităţii muncii şi prelungirea duratei ei adîncesc mai mult decalajul dintre nevoile de consum ale muncitorilor şi acoperirea lor efectivă.

Unii economişti burghezi încearcă să scoată drept cauză a creşterii preţurilor mărfurilor creşterea salariilor. Economistul american H. S. Simons, de exemplu, afirmă că întreprinderile capitaliste nu fac altceva decît să treacă asupra cumpărătorilor salariul sporit cuprins în preţul mărfii.

Economiştii burghezi, prin felul cum pun problema creşterii preţurilor, caută să scoată nevinovate monopolurile şi totodată să lovească în unitatea clasei muncitoare. Ei urmăresc să convingă pe muncitori că

[6]) Situaţia economică a ţărilor capitaliste în 1956—1957. Institutul de Economie Mondială şi Relaţii internaţionale al Academiei de Ştiinţe a U.R.S.S. pag. 215, 218, 221, 222.

vinovați de creșterea prețurilor ar fi cei care cer majorarea salariilor și că aceștia nu ar trebui sprijiniți. Același lucru urmăresc să arate celorlalte mase exploatate și asuprite, pentru a submina alianța clasei muncitoare cu aceste pături ale oamenilor muncii în lupta împotriva capitalismului.

Realitatea este că monopolurile ridică prețurile pentru a obține profituri cît mai mari, iar creșterea salariilor se naște inevitabil ca o revendicare a muncitorilor, tocmai pentru că se ridică costul vieții prin creșterea prețurilor și lovește în situația lor materială. Lupta legitimă a muncitorilor pentru a obține creșterea salariilor nu este cauza creșterii prețurilor ci, dimpotrivă, efectul acestei creșteri.

Din cauza reducerii puterii de cumpărare și a scăderii sau menținerii la un nivel scăzut a salariului real consumul maselor de oameni ai muncii din țările capitaliste se menține la un nivel scăzut față de anul 1938. Iată ce ne spun cifrele despre consumul zilnic de produse alimentare pe cap de locuitor în calorii, din cîteva țări capitaliste.[7])

Țara	1938	1950/51	1951/52	1952/53	1953/54	1954/55
Franța	2870	2830	2780	2850	2800	2860
R. F. Germană	3040	2810	2780	2840	2910	2950
Grecia	2600	2510	2490	2500	2520	2560
Italia	2520	2430	2500	2540	2560	2550

Consumul în calorii după cum se observă din tabel, fie că este sub nivelul anului 1938, fie că bate pasul pe loc. Comparînd acest consum cu nevoile crescute ale oamenilor muncii determinate de dezvoltarea forțelor de producție, acest consum este rămas mult în urmă. Mai mult, trebuie spus că acest consum este menținut la un nivel scăzut cu toate că posibilități pentru creșterea lui au fost și sînt ca urmare a creșterii producției.

Ca urmare deci, a prețurilor de monopol crescute ale mărfurilor de consum are loc adîncirea pauperizării clasei muncitoare. Aceasta este „binefacerea" de care se bucură masele muncitoare în condițiile capitalismului contemporan.

În condițiile capitalismului monopolist sfera circulației mărfurilor este folosită intens pentru mărirea exploatării celor ce muncesc, concomitent cu intensificarea exploatării în sfera producției. În sfera circulației mărfurilor în capitalism, muncitorului îi este furată o parte a valorii creată de el, ca și în producție, sub o formă mascată de relațiile marfă-bani. Pe piață, datorită prețurilor ridicate mult peste valoarea mărfurilor, muncitorii își procură mai puține mărfuri decît dacă prețurile ar corespunde valorii mărfurilor respective. Plusul de valoare însușit de mono-

[7]) Donées statistiques — a l'usaje des organes du Conseil de l'Europe, compilées par le secretariat général. Conseil de l'Europe, Section de la documentation ; Strasbourg, mars 1957, pag. 236.

poluri pe calea prețurilor mai mari decît valoarea mărfii, constituie minus de valoare pentru oamenii muncii. Prin intermediul unor astfel de de prețuri în condițiile imperialismului, fondul de consum al muncitorilor este micșorat și pe această cale de către capitaliști pentru a-și spori profiturile lor.

*

În relațiile de schimb de mărfuri, prin intermediul prețurilor fixate de către monopoluri, este înrăutățită nu numai situația clasei muncitoare ci și a micilor producători, inclusiv a celor din agricultură.

În agricultura țărilor capitaliste contemporane domină monopolurile, a căror producție agricolă marfă constituie o parte importantă din producția agricolă a țării. Alături de monopoluri există în același timp un însemnat număr de gospodării țărănești mici și mijlocii, aparent independente. În realitate aceste gospodării sînt la cheremul marilor monopoluri, sînt jefuite de monopoluri în mod sistematic, mai ales pe calea prețurilor de monopol.

Marile monopoluri avînd o putere dominantă și în agricultură acaparează vînzarea produselor micilor producători. Este folosit în această problemă însuși aparatul de stat. În Spania, de exemplu, achiziționarea grîului este efectuată de „Direcția generală a grîului", organizație monopolistă de stat.

Prin prețurile monopoliste de achiziție scăzute la produsele agricole și prin prețurile de vînzare urcate la mărfurile industriale vîndute micilor producători agricoli, monopolurile îi jefuiesc pe aceștia, acaparînd nu numai plusprodusul, ci, de cele mai multe ori, și o parte din produsul necesar. În felul acesta are loc în defavoarea micilor producători un accentuat foarfece al prețurilor. Corelația dintre indicii prețurilor la care vînd micii producători agricoli și la care cumpără produsele industriale, se prezenta după al doilea război mondial în felul următor: [8])

1948 = 100

Țările	1951	1954	1955	1956
Australia	126	81	79	80
Belgia	84	73	70	67
Canada	98	76	74	71
Elveția	93	94	92	91
Olanda	95	86	86	87
Norvegia	81	85	89	76
R. F. Germană	94	92	91	—
S.U.A.	98	78	77	75

În Franța, datorită decalajului dintre prețurile produselor agricole și ale celor industriale cumpărate de micii producători agricoli, în 1950

[8]) Situația economică a țărilor capitaliste în 1956—57. Institutul de Economie mondială și relații internaționale al Academiei de Științe a U.R.S.S. pag. 142.

țăranul francez trebuia să vîndă 103 kg cereale în loc de 41 kg cît vindea în 1947, pentru a cumpăra 100 kg îngrășăminte azotoase [9]).

Trebuie remarcat faptul că produsele agricole cumpărate de monopoluri la prețuri scăzute nu sînt desfăcute consumatorului la asemenea prețuri, ci dimpotrivă, la prețuri urcate. Astfel, odată cu jefuirea micilor producători în calitate de vînzători ai produselor agricole, monopolurile jefuiesc pe consumatorii acestor produse prin prețurile de vînzare. În S.U.A. de exemplu, înainte de al doilea război mondial, din dolarul plătit de consumatorul american pentru lapte, fermierului îi reveneau 35 de cenți, iar restul de 65 cenți erau încasați de monopolurile ce au acaparat vînzarea laptelui. La carnea de vacă, partea fermierului din dolarul plătit de consumator a evoluat astfel : în 1913—1920 era de 64 cenți, în 1921—1928 a scăzut la 46 de cenți, iar în 1929—1936 a scăzut la 43 de cenți [10]).

Prețurile cu care desfac pe piață monopolurile produsele agro-alimentare după o anumită prelucrare sumară, sînt mult mai ridicate față de prețurile cu care le-au achiziționat. Iată care a fost evoluția indicilor acestor prețuri în Franța între anii 1950—1956 : [11])

1949 = 100

Indici	1950	1952	1954	1955	1956
Prețul produselor agricole	100,3	127,5	115,8	116,6	127,6
Preț cu amănuntul al alimentelor	110,6	140,7	135,0	135,9	138,2

Totodată, pentru a cuceri piețe externe pentru desfacerea avantajoasă a produselor agricole monopolurile folosesc și sistemul prețurilor de duping pe piața externă. În acest timp pierderile sînt compensate cu prisosință de către statul capitalist sub forma primelor de export, etc., pe seama bugetului de stat. În același timp, însă, aceleași produse agro-alimentare vîndute la prețuri de duping la export, sînt vîndute la prețuri ridicate pe piața internă. După cucerirea pieții externe monopolurile trec la urcarea prețurilor produselor agricole și pe această piață.

Deci, oamenii muncii sînt nevoiți pe de o parte să plătească dumpingul prin impozitele sporite de către stat, iar pe de altă parte să cumpere pe piața internă produsele alimentare la prețuri mari. Ca urmare a exploatării pe toate căile a oamenilor muncii, monopolurile încasează profituri din ce în ce mai mari.

Unii ideologi ai burgheziei, erijîndu-se, chipurile, în apărători ai intereselor consumatorilor, prezintă scăderea prețurilor impusă producătorilor agricoli ca un sacrificiu în interesul consumatorilor. Ori, așa cum s-a

[9]) N. A. Kulaghin : Ruinarea și pauperizarea țărănimii în țările capitaliste. E.S.P.L.A. — 1955, pag. 26.

[10]) Idem pag. 75—76.

[11]) Economie et politique. Revue mensuelle Paris, mars (nr. 44) 1958, pag. 30.

văzut, nu consumatorii profită de pe urma acestei situații, ci monopolurile care jefuiesc în același timp atît pe producătorii agricoli cît și pe consumatori prin sistemul prețurilor.

★

Prețurile de monopol urcate sînt folosite din plin de către monopoluri și în relațiile de schimb cu țările coloniale. Schimburile neechivalente de mărfuri impuse de metropole țărilor coloniale și dependente asigură monopoliștilor mase uriașe de profituri pe seama jefuirii și ruinării popoarelor din țările coloniale.

În schimbul practicat de monopoluri cu țările coloniale și dependente se creează o foarfecă a prețurilor în defavoarea acestor țări. Grupurile monopoliste dictează prețuri foarte mari la mărfurile exportate în aceste țări și prețuri exagerat de mici la materiile prime pe care le cumpără de aici. Astfel, cu ajutorul prețurilor de monopol, printr-o prelevare dublă, se pompează cantități însemnate de valori din colonii și țările dependente în țările metropole, drept profituri ale monopolurilor.

Țările Americii Latine, de exemplu, sînt extrem de dezavantajate în comerțul lor exterior, care este acaparat în cea mai mare parte de S.U.A. Datorită prețurilor scăzute la materiile prime, numai în anul 1955, potrivit datelor ONU, țările Americii Latine au pierdut 560 milioane dolari. În privința pierderilor suferite de pe urma scăderii prețurilor este grăitoare situația din Chile. În 1957, datorită mașinațiunilor monopolurilor americane prețul cuprului din această țară a fost redus de la 55 la 27 cenți lbul. Pierderea este foarte mare dacă avem în vedere că pentru Chile această materie primă are o pondere mare la export.

În Africa Occidentală, al cărei comerț exterior este acaparat în cea mai mare parte de Franța, este practicat de asemenea schimbul neechivalent. În 1954, monopolurile franceze exportau pe piața Africii Occidentale mărfuri la prețuri mult mai ridicate decît ale altor furnizori: la grîu erau cu 80% mai mari, la zahăr cu 100%, la țesături de bumbac imprimate cu 35%, la articole de metal cu 40—60%, autocamioane cu 100% etc.

Monopolurile din țările capitaliste dezvoltate duc o politică într-adevăr de jaf în relațiile de schimb cu țările slab dezvoltate. Prețurile mărfurilor de consum vîndute în țările coloniale și dependente cunosc o creștere importantă, iar pentru unele țări chiar foarte mare. Iată ce ne spun cifrele, după calculele statisticilor oficiale, cu privire la prețurile mărfurilor de consum în cîteva țări dependente [1]).

Indicii prețurilor mărfurilor de consum 1953 = 100

	Argentina	Chile	Mexic	Cambodgia	Iran
1937	15	9	19	—	12
1950	51	53	79	66	84
1955	117	302	122	121	122
1957 ianuarie	144	541	127	121	135

[1]) International Labour review; Geneva februarie 1958. Statistical Supplement.

După cum se observă din tabel în comparație cu anul 1937 pentru țările la care există acest indice, creșterea este mult mai mare decît cea raportată la anul 1953.

Așadar, popoarele din țările coloniale și dependente suferă o exploatare cruntă din partea monopolurilor ce domină în aceste țări. Pe lîngă exploatarea din sfera producției unde li se plătește un salar de mizerie, mult sub valoarea forței de muncă, popoarele coloniale sînt supuse exploatării și jefuirii și în relațiile de schimb de mărfuri cu țările capitaliste dezvoltate. Singura preocupare a monopolurilor dominante în țările coloniale nu este alta decît stoarcerea unor profituri cît mai mari. Jefuirea popoarelor coloniale de bogățiа lor și pe această cale a prețurilor mărfurilor, a schimburilor neechivalente înrăutățește mai mult traiul lor, lipsind totodată popoarele coloniale de o sumă de valori materiale cu care ar putea să-și creieze condiții mai bune de muncă și de viață.

★

Realitatea din țările capitaliste, dovedește cît de false sînt afirmațiile economiștilor burghezi, revizioniști și reformiști cu privire la situația oamenilor muncii din țările capitaliste. Acest mod de producție nu este în stare să asigure decît foame, mizerie, șomaj, pentru oamenii muncii și rai pentru capitaliști ; nu cei care produc bunurile materiale se bucură cu adevărat de rezultatele muncii lor.

Chiar și numai una din cauzele pauperizării în condițiile capitalismului contemporan — prețurile de monopol — dovedește nu numai existența ci și adîncirea procesului de pauperizare a oamenilor muncii în imperialism.

Desigur că înăsprirea exploatării maselor de oameni ai muncii prin prețurile ridicate la mărfurile de larg consum contribuie la intensificarea luptei celor ce muncesc, la strîngerea rîndurilor lor pentru înlăturarea cauzelor ce determină grelele condiții în care muncesc și trăiesc.

Lichidarea pentru totdeauna a procesului pauperizării oamenilor muncii din țările aflate încă sub domnia capitalului poate fi înfăptuită numai lichidînd relațiile de producție capitaliste prin revoluția proletară și instaurînd orînduirea socialistă care exclude exploatarea omului de către om și asigură condiții din ce în ce mai bune de muncă și de trai celor ce muncesc.

Catedra de Economie Politică
Institutul Politehnic București

ВЫСОКИЕ МОНОПОЛИСТИЧЕСКИЕ ЦЕНЫ, ФАКТОР ОБНИЩАНИЯ ТРУДЯЩИХСЯ КАПИТАЛИСТИЧЕСКИХ СТРАН

(Краткое содержание)

Высокие монополистические цены на товары потребления тесно связаны с существованием и развитием монополий.

Несмотря на утверждения апологетов капитализма, действительность доказывает, что монополии поддерживают высокие цены на продукты широкого потребления.

С их помощью поддерживается товароодорот имеющий целью углубление эксплуатации и однищание трудящихся капиталистических стран. Как показывают статистические данные высокие монополистические цены влияют на снижение покупательной способности трудящихся, на рост стоимости жизни, и ведут к обнищанию мелких производителей товаров, а также народов колониальных и зависимых стран.

THE HIGH MONOPOLY PRICES, FACTOR OF PAUPERIZING THE WORKING PEOPLE OF THE CAPITALIST COUNTRIES

(S u m m a r y)

The high monopoly prices for the consumers' goods are close ly connected to the existence and the development of the monopolies. Contrary to the statements of the supporters of capitalism, the reality, proves that the monopolies maintain high prices for the consumers'goods.

By their means, the sphere of the circulation of the goods is used to deepen the exploitation, to increase the pauperization of the working people of the capitalist countries. As the statistical data also show, the high monopoly prices contribute to deminish the purchasing power of the working people, to raise the cost of living, to rob the small producers of goods and the peoples of colonial and dependent countries.

PRIX DE MONOPOLE HAUSSÉS, FACTEUR DE L'APPAUVRISSEMENT DES TRAVAILLEURS DANS LES PAYS CAPITALISTES

(R é s u m é)

Les prix de monopole haussés les marchandises de consommation, sont étroitement liés à l'existence et au développement des monopoles. Tout contrairement aux affirmations des apologètes du capitalisme, la réalité prouve le maintien par les monopoles à un niveau élévé, des prix de marchandises de large consommation.

C'est grâce à eux la sphère de la circulation des marchandises est utilisée pour renforcer l'exploitation, pour aggrandir l'appauvrissement des travailleurs dans les pays capitalistes. Selon les données statistiques, les prix de monopole haussées contribuent à la diminution du pouvoir d'achat des travailleurs, à l'accroissment du coût de la vie ainsi qu'à la spoliation des petits producteurs de marchandises et du menu peuple dans les pays coloniaux et dépendants.

DIE HOHEN MONOPOLPREISE, FAKTOREN DER VERARMUNG DER ARBEITENDEN IN DEN KAPITALISTISCHEN LÄNDERN

(Zusammenfassung)

Die hohen Monopolpreise der Gebrauchsgüter sind eng an die Existenz und Entwicklung der Monopole gebunden. Im Gegensatz zu den Behauptungen der Apologeten des Kapitalismus, ist in der Tatsache bewiesen, dass die Monopole die Preise der Gebrauchsgüter hoch halten.

Mit deren Hilfe wird das Gebiet der Güterzirkulation zur Verschärfung der Ausbeutung, zur weiteren Verarmung der Arbeitenden in den kapitalistischen Ländern benützt. Wie auch die statistischen Daten erweisen, tragen die hohen Monopolpreise zur Schwächung der Kaufkraft der Arbeitenden, zur Steigerung der Lebebskosten, zur Ausplünderung der kleinen Erzeuger und der Völker in den kolonialen und abhängigen Ländern, bei.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 4

SUR UNE SIMPLIFICATION DE L'EPURE MONGE *)

par MIHAIL BOTEZ

C'est à Mrs. *Cotov* et *Tchetverouchin,* qu'on doit la théorie des images incomplètes.

On a dénommé *image complète,* toute image plane d'un objet de l'espace, qui permet la reconstruction de l'objet qu'elle représente. C'est ainsi que l'image obtenue par les deux projections orthogonales de Monge est une image complète, tandis-que l'image d'un objet obtenue par une projection parallèle sur un plan quelconque est une image incomplète.

Le nombre k, de points nécessaires qu'on doit ajouter à une épure pour qu'elle soit complète, constitue *le coeficient d'incomplètitude,* de l'image donnée. Nous allons nommer ces points, incidences.

Evidemment l'image F, donnée par la projection orthogonale d'une figure F sur un des deux plans du système Monge, est une image incomplète.

Dans ce qui suit je vais montrer comment une telle image peut être complétée, et je vais résoudre quelques problèmes fondamentales de géometrie descriptive.

1-Soit XX la ligne de terre et H le plan de la répresentation des images. La projection orthogonale d d'une droite D donne une image incomplète de la droite considérée. Il faut deux incidences pour que l'image ainsi obtenue devienne complète, à savoir : sa trace d^H sur le plan H et la projection orthogonale de sa trace d^V sur le premier bissecteur.

C'est ainsi que tous les points de la droite données sont déterminés.

— Un plan P sera défini par ses traces P^H et P^V, ou par sa trace P^H et un point qui appartient à P^V. Les deux traces ont leur point d'intersection sur XX.

En conséquence deux droites sont concourantes ou parallèles si leurs projections sont concourantes ou parallèles et les droites qui unissent leurs traces homonymes ont leur point d'intersection sur XX.

---

* Communication prezentée à la V-ème session scientifique des cadres didactiques de l'Institut Polytechnique de Bucarest (le 31 octombre 1959).

Une droite parallèle à XX, aura comme image complète une droite d parallèle à XX pourvue de son point d'intersection avec une droite quelconque donnée par son image complète.

Maintenant on peut résoudre tout problème de position ou métrique référant à l'espace réglée.

2- a) *Intersection d'une droite avec une prisme* (fig. 1).

Soit ABC une prisme triangulaire avec le $\triangle ABC$ compris dans le plan H de l'image ; A^V la trace de l'arête A sur le bissecteur B_1. La droite est donnée par ses points δ^H, δ^V.

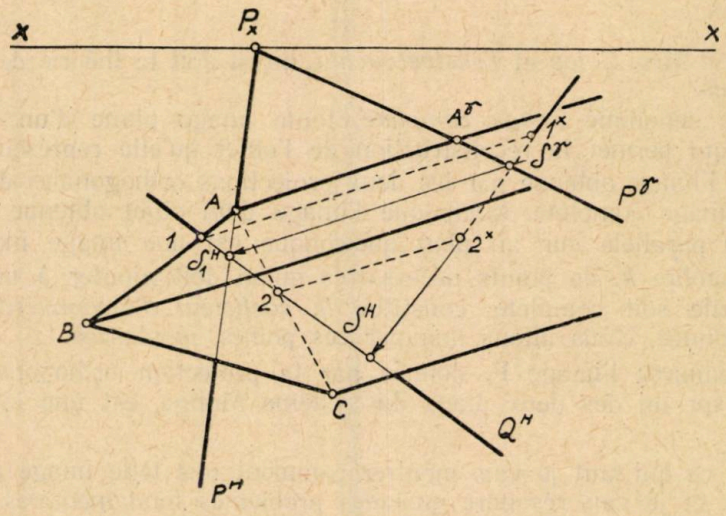


Fig. 1

Pour trouver les points demandés, on doit déterminer le plan passant par la droite, parallèl à la direction des arêtes de la prisme. Pour cela, par δ^V on mène $\delta^V A^V \equiv P^V$ qui coupe XX en P_x; en unissant P_x avec A, on obtient la trace d'un plan qui passe par l'arête A de la prisme. Maintenant on mène $\delta^V \delta_1^H \parallel A^V A$ qui avec la droite proposée détermine le plan cherché. Sa trace $Q^H \equiv \delta^H \delta_1^H$ coupe en *1* et *2* le polygone ABC, et la section faite par ce plan est coupée par $\delta^V \delta^H$ en *1** et *2** qui sont les points cherchés.

b) *Section plane d'une surface réglée du second ordre* (fig. 2).

Prenons comme surface du second ordre le paraboloïde hyperbolique dont le plan directeur est le plan H de projection et dont les directrices sont les droites $A\,(a^V, a^H)$ et $B\,(b^V, b^H)$. Le plan de section est donnée par ses traces P^H, P^V.

Pour obtenir la génératrice de bout qui s'appuie sur les deux directrices A et B, on prend l'intersection des plans de bout (R^H, R^γ) et (Q^H, Q^γ) qui passent par A et B. Leur intersection est la droite mn qui est la génératrice cherchée. On obtient les projections des autres génératrices : 1—1* 2—2* .. en divisant en un même nombre de parties égales les deux portions na et mb, et en joignant les points de même rang.

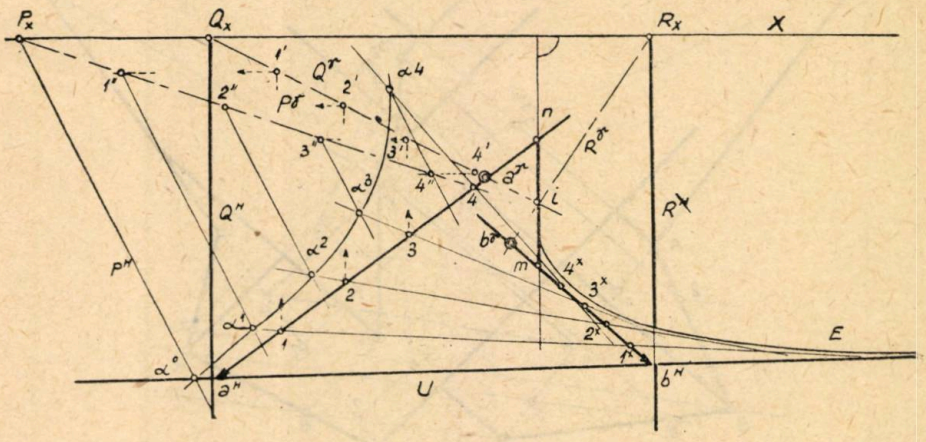


Fig. 2

L'enveloppe de toutes ces droites est la courbe (E), qui figure une partie du contour apparent de la surface. Cette courbe (E), est évidemment une parabole car chaque projection d'une génératrice divise les deux autres en parties proportionnelles ; d'où il en résulte que deux tangentes concourantes à la courbe (E) sont coupées par une troisième tangente en parties inversement proportionnelles, qui este une propriété qui définit la parabole.

La droite $a^H\, b^H$ qui joint les traces des deux droites A et B, est la trace de la surface sur le plan de la représentation.

Pour trouver la section par le plan donné (P^H, P^γ), on coupe la surface par des plans horizontaux (N_i) qui sont parallèles au plan directeur H. Les plans (N_i) coupent le plan auxiliaire (Q^H, Q^γ), selon les droites de bout 1—1′, 2—2′ ... qui ont même côte que les horizontales correspondantes du plan (P^H, P^γ). Donc, on obtient l'horizontale correspondante à 1—1′, en menant $1''\,\alpha' \parallel P^H$.

Le point α^1 est un des points de la courbe de section. On obtient de la même manière les autres points α^2, α^3 etc...

c) *Intersection de deux polyèdres* (fig. 3).

Prenons deux prismes dont les bases $\triangle ABC$ et $\triangle MNP$, sont contenus dans le plan de projection (H).

Pour que les images de ces deux prismes soient complètes, il suffit de connaître outre les projections de leurs arêtes, les points A^γ et M_1 d'intersection des arêtes A et M avec B_1.

Pour determiner la direction des plans auxiliaires, il faut trouver le plan parallèle aux arêtes de deux prismes.

Pour cela, prenons le point $\mu = A_x A^\gamma \times M_x M^\gamma$, qui est un point de la droite d'intersection des plans $(AC, A_x A^\gamma)$ et $(MN, M_x M^\gamma)$.

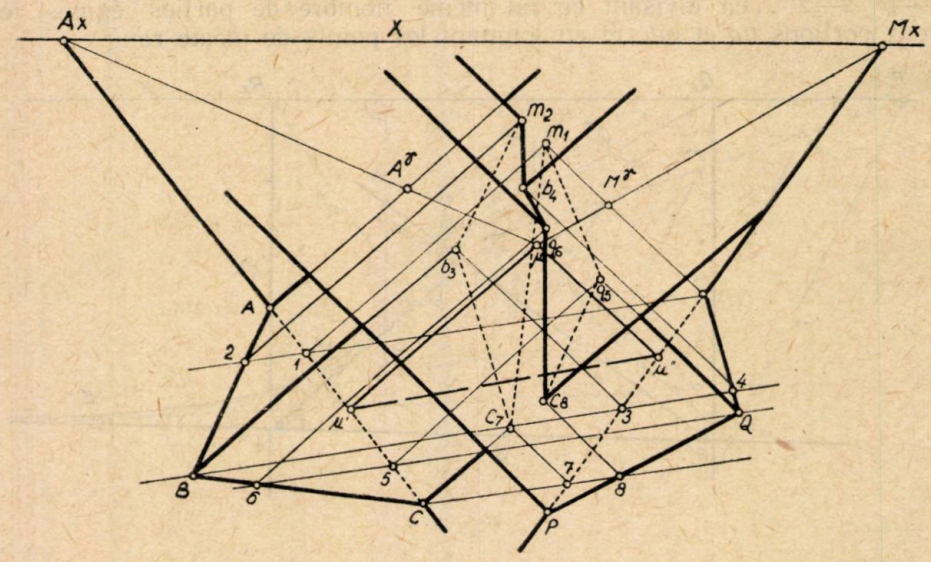


Fig. 3

Par ce point on conduit : $\mu\mu' \parallel AA^\gamma$ et $\mu\mu'' \parallel MM^\gamma$. La trace de ce plan est la droite $\mu'\mu''$.

Les plans qui passent par les arêtes $A, B \ldots M \ldots$, de deux prismes fournissent par la manière connue le polygone $m_2\, b_3\, c_7\, m_1\, q_5\, c_8\, q_6\, b_4\, m_2$, d'intersection.

REMARQUE :

1— Il est à remarquer qu'on peut obtenir une nouvelle épure simplifiée, en considerant le plan vertical du système Monge comme plan de représentation et le deuxième bissecteur (B_2).

Evidemment les constructions graphiques seront différantes de celles exposées là dessus.

2— Il serait intéressant d'éxprimer par une épure simplifiée les surfaces de rotation, problème qui reste à résoudre.

BIBLIOGRAPHIE

1. *Botez St. Mihail* : Contribuție pentru o simplificare a sistemului Monge, într-un caz special. Rev. Științifică „V. Adamache" Iași. V.XXXII—1946, pag. 18.

И. И. Котов. Неполные чертежи с точки зрения многомрной геометрии. „Методы начертат. геометрии" — Москва. 1955 — pag. 10—35.
Н. Ф. Четверухин. Полные и неполные изображения, „волросы современной начерт. геом." — огиз. Москва. 1947. pag. 17—58.

Le chaire de Geométrie Descriptive
L'institut Polytechnique de Bucarest

ОЛНО ИЗ СОКРАЩЕНИЙ СИСТЕМЫ МОНЖА

(Краткое содержание)

Пользуясь одноз проекцией системы Монжа на одну из плоскостей проекций, автор дополняет это изображение точкой фигуры в первой бисекторной плоскости. Таким образом, решается задача пересечения между одной прямой и многогранником, плоское сечение в поверхности второго порядка р пересечение двух многогранников.

A SIMPLIFIED FORM OF MONGE'S PROJECTION SYSTEM

(Summary)

Considering the orthogonal projection F* of a figure F on a plane H as the incomplete image Cotov-Tchetveruchin of a given figure the author tried tot complete this image. Using only a Monge projection the au'hor gives a solution to forme fundamental questions of the descriptive geomtetry : the intersection of a straight line and a polyhedren, the plane section into a second order surface and the intersection of two polyhedrns.

SUR UNE SIMPLIFICATION DE L'EPURE MONGE

(Résumé)

En utilisant une seule projection -du système Monge-comme image d'une figure F, completée par un des ses points appartenant au premier bisecteur, on résout quelques problèmes de géométrie descriptive de la droite. On a traité : l'intersection d'une prisme avec une droite, la section plane d'une surface réglée du second ordre, et l'intersection de deux polyèdres.

EINE VEREINFACHUNG DES MONGESCHENPROJEKTIONSYSTEM

(Zusemmenfassung)

Der Autor betrachtet die orthogonale Proejekttion F* einer Figur F, auf eine Eben H, als ein unvollständigen Bild im Sinne Kotov-Tchetweruchin, und ziegt die mann dieses Bild vervollständingen kann.

Auf diese Weise werden mit Hilfe einer einziegen Mongeprojektion einige Grundprobleme gelösst : der Schnitt einer Geraden mit einem Vielflach, eben Schnitte einer Fläche zweiter Ordnung, und der Durchdrigung zweier Polyëder.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 4

SUR UNE GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE NONEUCLIDIENNE DE LA SPHÈRE [1]).

par AURELIAN TANASESCU

En considerant la sphère comme un modèle intuitif de la Géométrie elliptique, je vais montrer en ce qui suit, la possibilité de résoudre à l'aide de la géométrie descriptive, quelques problèmes fondamentales de la Géométrie noneuclidienne de la sphère.

On sait que la Géométrie de la sphère est dépourvue des droites parallèles et que deux points quelconques ne déterminent en général une droite.

Les points dans la Géométrie de la sphère sont les points de la surface de la sphère et les droites sont ses grands cercles.

Par commodité, je vais choisir le centre de la sphère sur ox.

C'est ainsi que les droites de la sphère pourons être représentées par les projections de trois points: le centre de la sphère et deux points non diamétralment opposées.

Il faut remarquer que de cette manière résulte intuitivement l'inexistence des droites parallèles sur la sphère.

I. *Distance entre deux points.* Soit $A\,(a,a')$ et $B\,(b,b')$ deux points nondiamétralment opposées sur la sphère (dont le rayon est l'unité) qui avec le centre ω de la sphère déterminent un grand cercle, donc une droite sur la sphère (Fig. 1).

On mesure la distance entre les deux points A et B sur le plus court arc de la droite $A\,\omega\,B$.

Soit $\omega\ P$ l'axe de rabattement et a_0, b_0 les rabattements des points A et B.

L'arc $a_0\ b_0$ sur le contour apparent horizontal de la sphère est la vraie distance entre les points A et B.

II. *Condition de colinéarité des trois points.* Puisque tous les points de la sphère ont leurs rabattements sur le contour apparent horizontal de la sphère, nous imposons la condition pour le rabattement c_0 d'être situé sur le contour apparent horizontal de la sphère et d'autre part le point $C(c,c')$ doit être situé dans le plan $A\omega\,B$ (Fig. 1).

---

[1]) Communication presentée à la V-ème session scientifique des cadres didactiques de l'Institut Polytechnique de Bucarest (le 31 octobre 1959).

Remarquons que l'angle du plan de la droite $A\,\omega\,B$ avec le plan horizontal est α.

Il en résulte les projections c et c' parceque $c_0\,k_1 \perp \omega\,P$; le rayon du rabattement est $c_0\,k_1$; $c_1\,c \parallel \omega\,P$ et $c_x\,c' = c_1\,c$.

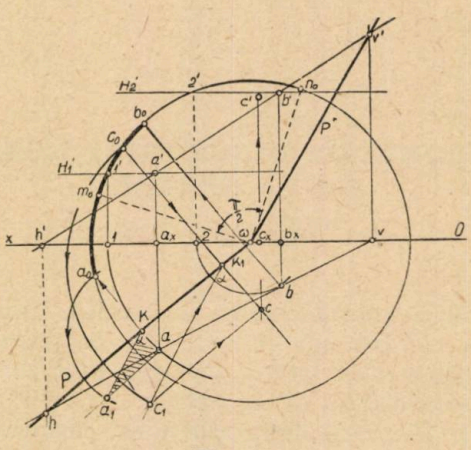


Fig. 1

De cette manière nous pouvons montrer descriptif la colinéarité des milieux extérieurs pour les côtées d'un triangle sphérique.

III. *Trouver les points M et N harmoniques conjugués par rapport à deux points A et B nondiamétralment opposées.* Soit m_o le rabattement du milieu propre pour le segment AB et n_o le milieu extérieur du même segment situé dans le rabattement sur une perpendiculaire à $m_o\omega$ (Fig. 1). (En exceptant les rabattements des leurs points diamétrals).

Il en résulte, comme ci-desous, sur la droite $A\,\omega\,B$ les projections des points $M(m,m')$ et $N(n,n')$ ainsi que

$$(ABMN) = -1 \text{ ou } (ABMN) = \frac{\sin MA}{\sin MB} : \frac{\sin NA}{\sin NB}$$

IV. *Intersection de deux droites.* Sur la sphère deux droites se coupent toujours en deux points diamétrals.

Soit les droites $A\,\omega\,B$ et $C\,\omega\,E$ (Fig. 2). Le diamètre $\triangle(\delta, \delta')$ est l'intersection des plans P et Q et il est défini par le centre ω de la sphère et par un point (k, k') obtenu à l'aide d'un plan horizontal H'.

Les points d'intersections entre le diamètre $\triangle$ (δ, δ') et la sphère sont $M(m,m')$ et $N(n,n')$. Il faut déterminer seulement $M(m,m')$ parceque $N(n,n')$ serra le point diamétral oposé. Donc $nn_x = -mm_x$; $n_x n' = -$ $= -\,m' m_x$ et $\omega\,n_x = -\,\omega\,m_x$.

V. *Le pôle et la polaire.* Le pôle d'une droite est le point déterminé sur la sphère par le diamètre perpendiculaire sur le plan de la droite.

1) Soit la polaire $A\omega B$ (Fig. 3). Le diamètre $\triangle(\delta,\delta')$ perpendiculaire sur cette polaire perce la sphère dans le pôle (π, π') cherché.

2) Soit le pôle (π, π') sur la sphère (Fig. 3). Il en résulte les traces P et P' ou $P \perp \omega\pi$ et $P' \perp \omega\pi'$. A l'aide de deux plans horizontals H_1' et H_2' on obtient deux points $A(a, a')$ et $B(b, b')$ qui déterminent uniquement la polaire par ces points, exceptant les points diamétrals.

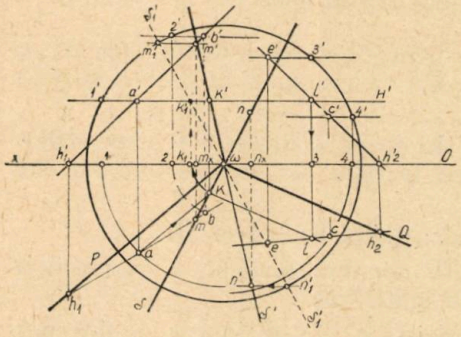


Fig. 2

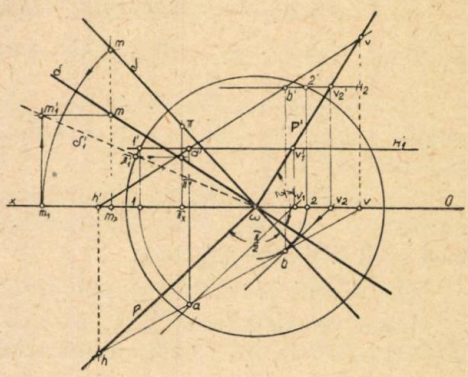


Fig. 3

VI. *Distance d'un point à une droite.* On peut mesurer la distance d'un point à une droite sur la perpendiculaire menée par le point à la droite.

Il faut considérer la perpendiculaire qui contient le point et le pôle de la droite.

On résout le problème par les constructions V 1, IV et I.

VII. *L'angle de deux droites. L'aire d'un triangle sphèrique.* L'angle de deux droites est egal à la distance de leurs pôles.

On résout le problème par deux constructions V 1 suivi par I.

La somme des angles d'un triangle sphèrique est

$$A + B + C > 180^0.$$

Sur l'épure cette propriété est très évidente.

Aussi, par constructions descriptifs nous pouvons déterminer l'aire S d'un triangle sphèrique dont ses deux angles A et B sont droits.

Il faut considérer seulement la vraie grandeur d'angle C parceque

$$S = C.$$

VIII. *La perpendiculaire commune à deux droites.* C'est la droite qui passe par leurs pôlles. On résout le problème par deux constructions V 1.

IX. *La bissectrice de l'angle de deux droites.* On peut déterminer la bissectrice de l'angle de deux droites par deux points : le point d'inter-

section de deux droites et le milieu de la perpendiculaire commune. C'est à dire les constructions IV, deux fois V 1 et I.

Aussi, sur l'épure nous pouvons déterminer les projections du point d'intersection des bissectrices d'un triangle sphèrique. Il en résulte quatre points d'intersections parceque trois bissectrices d'un triangle sphèrique s'entrecoupent en quatre points.

X. *Construction des points orthogonals. Les médiatrices d'un segment de droite.* Les points orthogonals sont situés sur la sphère à la distance $\frac{\pi}{2}$.

Soit donné un point. A. Son point orthogonal A_1 serra le pôle d'une polaire arbitraire menée par le point A. On réduit ainsi la problème à la construction V 1.

Les deux médiatrices d'un segment de droite sont deux droites orthogonales et peuvent être déterminées par le pôle du segment et par les deux milieux du segment.

On résout le problème par les constructions V 1, I et III.

Deux constructions V 1, puis I et IV donnent le point d'intersection des mediatrices interieures d'un triangle sphèrique.

On sait qu'il existe quatre points situés à des distances égales par rapport à trois points donnés sur la sphère.

Sur l'épure nou pouvons déterminer les projections de ces quatres points et aussi, par polarité, les droites qui forment des angles égals avec les cotés d'un triangle sphèrique donné.

XI. *Droite qui coupe sous angles égals deux droites données.* Cette droite contient le point d'intersection defini par la bissectrice de l'angle de deux droites et par la polaire du point de concurrence de deux droites.

Nous aurions les constructions IV, V 2 et IX ou IX comprend IV, deux fois V 1 et I.

XII. *L'orthocentre et le centre de gravité d'un triangle sphèrique.* Deux constructions V 1 et IV donnent les projections de l'orthocentre d'un triangle sphèrique.

Trois constructions X donnent la colinearité des points orthogonals par rapport les sommets d'un triangle sphèrique et situés sur le cotés de ce triangle. C'est la propriété polaire qui résulte du concurrence des hauteurs d'un triangle sphèrique.

On peut déterminer le centre de gravité d'un triangle sphèrique par l'intersection de deux médianes, donc par deux constructions I—III et puis IV.

C'est ainsi qu'on peut déterminer facillement sur l'épure les projections des quatres centres de gravité d'un triangle sphèrique.

Institut Polytechnique de Bucarest.
La chaire de Géométrie descriptive

BIBLIOGRAPHIE

1. *Mihăileanu N.*: Geometrie neeuclidiană — Editura Academiei Republicii Populare Romîne, 1954, pag. 5—15, 75—79.
2. *Salmon G.*: Traité de Géométrie analytique à trois dimensions. Paris 1899, pag. 316—324, 328—336.

ОТНОСИТЕЛЬНО НЕЭВКЛИДОВОЙ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ СФЕРЫ

(Краткое содержание)

В настоящей работе показывается, что вообще, задачи неэвклидовой геометрии сферы могут быть разрешены эвклидовыми способами при помощи начертательной геометрии в системе двойной прямоугольной проекции Монжа.

Приводится полностью линейная геометрия сферы.

ON A NON-EUCLIDEAN DESCRIPTIVE GEOMETRY OF THE SPHERE

(Summary)

The aim of the present work is to show that, in general, the questions arising in the non-euclidean geometry of the sphere may be resolved by an euclidean treatment using the descriptive geometry principles in Monge's projection system.

The linear geometry of the sphere is treated wholly descriptively.

SUR UNE GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE NON-EUCLIDIENNE DE LA SPHÈRE.

(Résumé)

En considerant la sphère comme un modèle intuitif de la Géométrie elliptique, nous montrons en cet ouvrage, la possibilité de résoudre à l'aide de la Géométrie descriptive, quelques problèmes fondamentales de la Géométrie noneuclidienne de la sphère.

ÜBER EINE NICHTEUKLIDISCHE DARSTELLENDE KUGELGEOMETRIE

(Zusammenfassung).

In dieser Arbeit zeigen wir dass die Probleme der nichteuklidischen Kugelgeometrie in allgemeinen mit Hilfe der darstellenden Geometrie in einem Sistem der Monge-projektionen gelöst werden kennen.

Gleichzeitig behandeln wir die Grundprobleme der linearen Kugelgeometrie.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 4

OBSERVAȚII ASUPRA SPECTRULUI DE ABSORBȚIE AL Hg_2 ÎN ULTRAVIOLET *)

de ION AGIRBICEANU și ARIANA ICHIMESCU

INTRODUCERE

Spectrul continuu și de bande al vaporilor de Hg în emisie fluorescentă și în absorbție, a fost studiat de o serie de cercetători. O bibliografie referitoare la aceste cercetări este dată în „Fluorescence and Phosphorescence" de P. Pringhsheim (1949) și în „Kontinuierliche Spektren" de W. Finkelnburg (1938). În particular, remarcabilul fenomen al absorbției continue, care se desvoltă și se extinde pe măsura creșterii densității vaporilor, de la radiațiile atomice 1849,57 Å și 2537 Å spre lungimi de undă mari, trezește mereu interes. O ultimă lucrare cu acest subiect este în legătură cu desvoltarea continuum-ului de la 1849,57 Å (Perturbation de la fréquence de résonance 1848,57 Å de Hg, dans la vapeur de Hg pur) de S. Robin în C. R. din 1957. În cercetarea noastră, am observat desvoltarea cu presiunea vaporilor de Hg al acestui continuum, care spre 600°C se întinde pînă în regiunea 2400 Å dar ne-am fixat atenția asupra sistemului de bande difuze care apare proectat pe continuum-ul de absorbție desvoltat odată cu creșterea presiunii vaporilor de Hg, de la radiația de rezonanță $\lambda =$, 2537 Å spre lungimi de undă mari.

MOD DE LUCRU ȘI REZULTATE OBȚINUTE

Cu studiul acestor bande s-a ocupat în special Rayleigh [Proc. Roy. Soc. A vol. 125 pg. 1 din 1929 și Proc. Roy. Soc. A vol. 132 pg. 650, din 1931] și deasemeni Kuhn și Freudenberg [Z. Phys. Bd. 76, pg. 38 din 1932]. Nu am găsit însă în aceste lucrări o listă complectă de măsurători pentru toate bandele pe care le-am observat noi. În lucrarea a doua a lui Rayleigh sînt date o parte din bandele observate în fluorescență și în

*) Lucrare prezentată la a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice din Institutul Politecnic București (31 octombrie 1959).

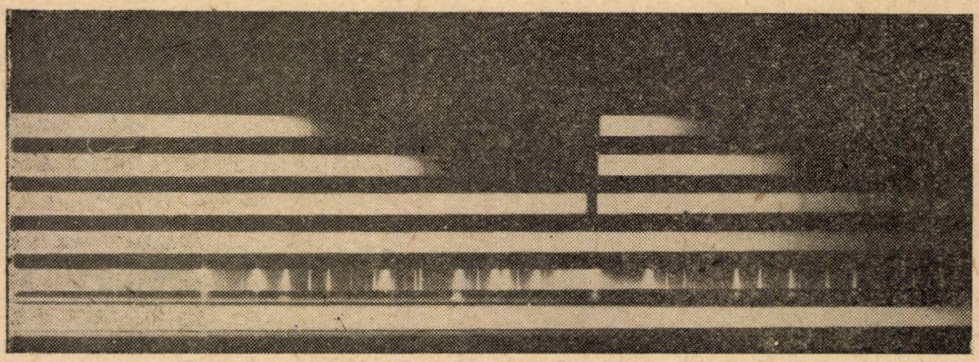


Fig. 1

1. H_2 fondul continuu ; — *2.* Hg Spectru de referință ; — *3.* Absorbția la 200 °C ; — *4.* Absorbția la 300 °C ; *5.* Absorbția la 500 °C ; — *6.* Absorbția la 600 °C

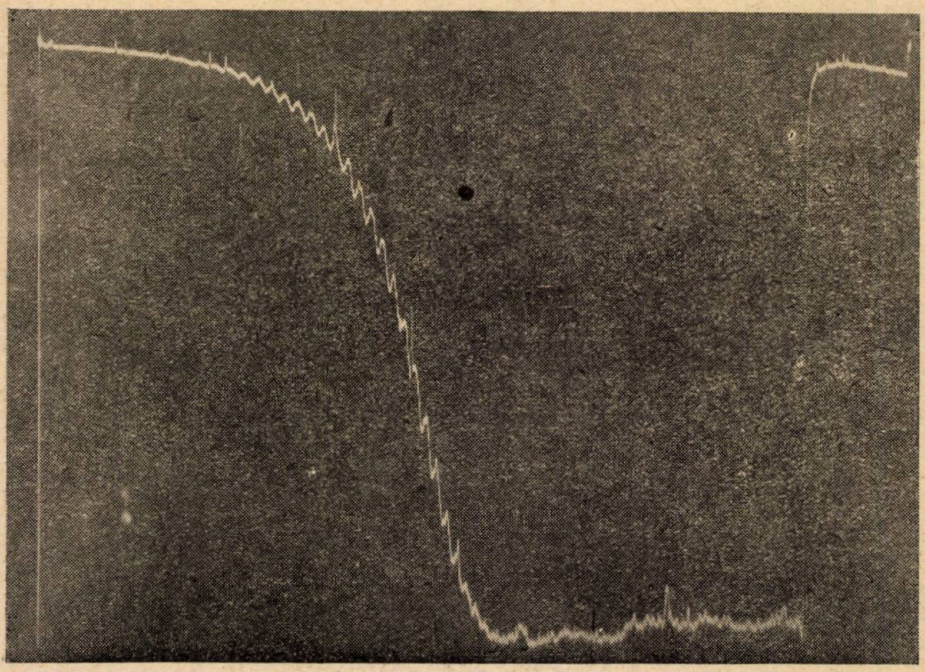


Fig. 2 ← λ

Bandele de absorbție și absorbția continuă la T = 500 °C între 2482 Å — 2967 Å

absorbție, însă, după cum spune autorul, lungimile de undă au fost măsurate cu rigla pe fotografii mărite. Cu ajutorul instalației noastre, am reușit să facem cîteva fotografii bune, (Fig. 1) pe care le-am trecut la microfotometrul înregistrator (Fig. 2 și 3).

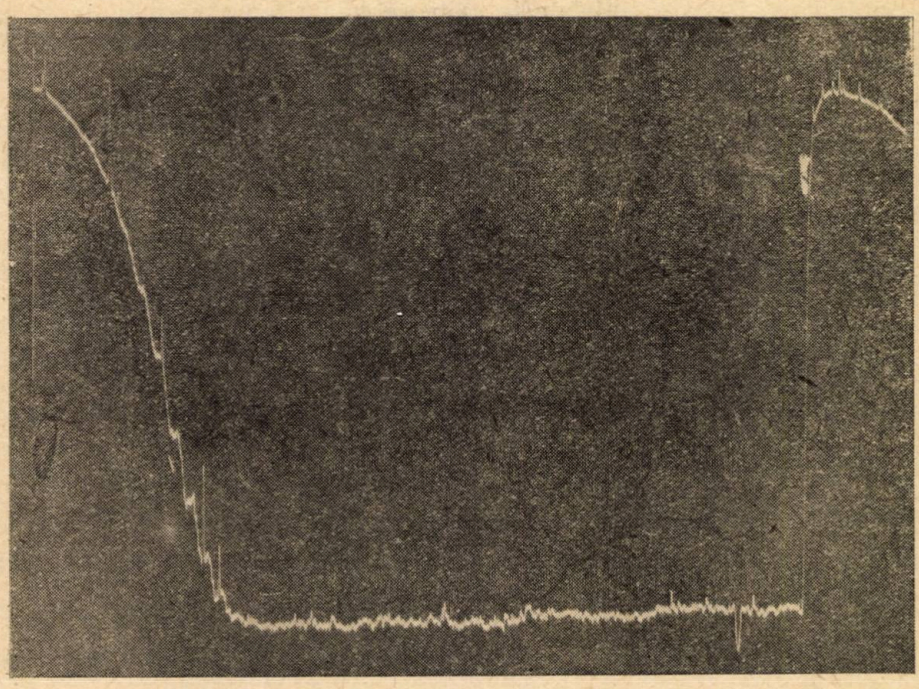


Fig. 3 ← λ

Bandele de absorbție și absorbție continuă la T = 600°C în regiunea 2482 Å — 2967 Å

Experiențele noastre au fost făcute cu vapori saturați de mercur, între 200°C—600°C, într-un tub de cuarț de 10 cm lungime vidat și degazat la 10^{-6} mmHg cu mare atenție, în care s-a introdus prin triplă distilare în vid mercur. Tubul era introdus într-un cuptor a cărui temperatură putea fi măsurată cu ajutorul unui termocuplu.

Sistemul de bande cel mai complect, ne-a apărut la temperatura de 500°C [Fig. 2]. La temperatura de 400°C nu se observă deloc, iar la temperatura de 600°C [Fig. 3] sistemul începe să dispară, fiind înlocuit de absorbția totală continuă, care se extinde de la raza de rezonanță 2537 Å, spre lungimi de undă mari. Absorbția acestei linii începe la

aproximativ 200°C și crește cu temperatura. Ultimile trei bande observate la 500°C corespund primelor trei bande de la 600°C. Sistemul cel mai complect înregistrat de noi are 24 de bande, se întinde între 2698 Å—2967 Å și este dat de tabelul 1. La 600°C se obțin bandele din tabelul 2 — în total 7 la număr, care se întind între aproximativ 2860 Å — 2967 Å. Noi am măsurat bandele în dreptul maximului de absorbție înregistrat pe microfotogramă pentrucă bandele sînt fără capete și nu au structură. În lucrarea lui Rayleigh nu se specifică unde s-a făcut măsurătoarea. În experiențele sale se lucra cu un tub absorbant de 46 cm lungime, prin care circulau vapori de Hg produși într-un balon unde Hg fierbea sub o presiune de 1 atm. de azot. Tubul de absorbție a fost ținut la 357°C și la temperatura de roșu. El nu a constatat nici o diferență între cele două spectre de absorbție. În cazul nostru, spectrul se modifică în mod notabil [Fig. 1, 2, 3] din cauză că densitatea vaporilor saturați crește cu temperatura pînă la aproximativ 600°C. În unele experiențe, am mers cu temperatura pînă la 900—1000°C, fără a constata o modificare după 600—700°C. Explicația credem că este dată de faptul că peste 600—650°C, am avut în tub vapori nesaturați — deoarece s-a evaporat tot mercurul — a căror densitate a rămas constantă și deci absorbția a rămas nemodificată. Experiențele noastre infirmă afirmația lui Walter și Barrett [Proc. Roy. Soc. A. vol. 122 pg. 209, 1929] că urme de oxigen ar fi necesare pentru formarea acestor bande. Într-adevăr, în cazul nostru așa cum s-a spus, tubul a fost vidat și degazat la presiunea de 10^{-6} mmHg, iar mercurul a fost introdus prin triplă distilare în vid. Pe fotografiile noastre se observă deasemeni și fenomenul de absorbție provenind de la linia 1849,57 Å unde este mult mai pronunțat. Absorbția de la această linie se intinde la 500°C pînă la aproximativ 2352 Å, și la 600°C pînă la aproximativ 2420 Å. La temperatura de 400°C noi am observat în regiunea 2345 Å, o structură formată din patru bande, asemenea celor observate pentru continuumul de la linia 2537 Å. Acest fenomen a fost semnalat și de S. Robin în lucrarea citată, dar la temperatura de 300°C. Pe fotografiile noastre, la 300°C fenomenul abea începe să se schițeze, ca la 400°C bandele să apară cel mai clar, iar la 500°C să fie acoperite de absorbția continuă.

Precizia măsurătorilor noastre este de $\pm$ 1 Å.

CONSIDERAȚII TEORETICE

Teoria formării moleculei de Hg_2 și a stărilor cuantizate de energie ale acesteia a fost pusă la punct în special de S. Mrozowski [Z. Phys. Bd. 104, pg. 288 din 1937 și Z. Phys. Bd. 106 pg. 458 din 1937]. Este suficient să spunem aici că acest tip de pseudo-molecule se formează pe

Tabela 1

Bande de absorbție la 500°C.

Nr. crt.	λ in Å (Rayleigh)	λ in Å (exp. noastră)	$\tilde{\nu}$ cm^{-1} (exp. noastră)	Δ λ in Å	Δ $\tilde{\nu}$ cm^{-1}
1		2695,8	37094		
2		2700	37037	4,2	57
3	2707,4	2706,5	36948	6,5	89
4	1715,3	2712,5	36866	6	82
5		2719	36778	6,5	88
6	2725,3	2726	36683	7	95
7		2731	36616	5	67
8		2739	36509	8	107
9		2745	36429	6	80
10		2752	36337	7	92
11		2760	36231	8	106
12		2767	36140	7	91
13		2774	36049	7	91
14	2784,3	2782	35945	8	104
15	2790,8	2791	35829	9	116
16	2799,2	2798	35739	7	90
17		2806,5	35631	8,5	108
18		2817	35498	10,5	133
19		2827	35373	10	125
20	2833,2	2836,5	35254	9,5	119
21	2843,3	2846,	35137	9,5	117
22	2853,1	2852,5	35056	6,5	81
23	2863,6	2864	34916	11,5	140
24	2873,6	2875.5	34776	11,5	140

Tabela

Bande dc absorbție la 600°C.

Nr. crt.	λ in Å (Rayleigh)	λ n Å (exp. noastră)	$\tilde{\nu}$ cm^{-1} (exp. noastră)	Δ λ in Å	Δ $\tilde{\nu}$ cm^{-1}
1	2853,1	2856	35014		
2	2863,6	2863	34928	7	86
3	2873,6	2874	34794	11	134
4	2883,8	2886	34650	12	144
5	2894,8	2899	34494	13	156
6	2907,0	2911	34352	13	142
7	2918,2	2925	34188	14	164

baza forțelor de schimb (legături Van der Waals) și se caracterizează prin energie de disociere mică, cuprinsă între 0,01 și 0,1 eV, și distanța intermoleculară mare (3—5 Å). Finkelnburg [loc. cit. pg. 204] propune ca valoare pentru energia de disociere 0,08 $\pm$ 0,01 eV. folosind pentru aceasta rezultatele obținute de Kuhn din studiul spectroscopic al bandelor de absorbție.

Din observațiile noastre, formarea bandelor de absorbție începe cam pe la 400°C (aproximativ 700°K) iar dispariția lor în fondul continuu de absorbție începe după 600°C (aproximativ 900°K). Aceasta o interpretăm în felul următor: pentru formarea moleculei de Hg_2, este necesară o energie cinetică pentru a apropia suficient cei doi atomi de Hg, pentru ca forțele Van der Waals să intre în acțiune. Energia kT pentru 700°K de aproximativ 0,06 eV este suficientă pentru acest scop. La 900°K, energia cinetică egală cu aproximativ 0,08 eV, poate provoca prin ciocnire disocierea pseudomoleculei formată la o temperatură mai joasă, de aici, începerea dispariției bandelor peste această temperatură. Valoarea de mai sus de 0,08 eV, coincide după cum se vede cu energia de disociere dată de Finkelnburg.

În concluzie, am dat în această lucrare o listă complectă a lungimilor de undă (13 bande în plus față de lista Rayleigh) măsurate după microfotogramă. Am arătat că aceste bande apar fără contribuție de urme de gaz sau impurități și am precizat domeniul de temperatură, de apariție și dispariție a lor. Energia cinetică la temperatură mai mare de 900°K este suficientă să disocieze molecula de Hg_2 și valoarea de 0,08 eV a acestei energii, coincide practic cu energia de disociere.

Institutul Politehnic București
Laboratorul de Fizică

НЕКОТОРЫЕ НАБЛЮДЕНИЯ НАД АБСОРБЦИОННЫМ СПЕКТРОМ Hg_2 В ОБЛАСТИ УЛЬТРАФИОЛЕТОВЫХ ЛУЧЕЙ

(Краткое содержание)

В работе изучается образование при определенных условиях спектральных абсорбционных полос Hg_2 между 2698 Å - 2967 Å. Авторы указывают, что эти полосы появляются без всяких следов посторонних газов и дают полный список длины волн.

Средняя кинетическая энергия при температуре в 900° K ($\simeq$ 0,08 eV) достаточна для диссоциации молекул Hg_2, температура образования которых равна приблизительно 700° K ($\simeq$ 0,06 eV).

OBSERVATIONS ON THE ABSORPTION SPECTRUM OF Hg_2 IN ULTRAVIOLET

(Summary)

The exact conditions for the formation of absorption Hg_2 bands between 2698 Å and 2967 Å are studied experimentally. It is shown that the occurence of these bands do not imply the presence of any foreign gas even in traces amounts; a complete list of wavelengths of the bands, photometrically registred, is given. The mean kinetic enrgy at 900°K ($\simeq$ 0,08 eV) is sufficient to dissociate Hg_2 molecules the temperature of formation of these molecules being about 700°K ($\simeq$0,06 eV).

OBSERVATIONS SUR LE SPECTRE D'ABSORBTION DE Hg_2 DANS L'ULTRAVIOLET

(Résumé)

La formation des bandes d'absorbtion du Hg_2 entre 2698 A et 2967 A a été étudiée dans des conditions bien établies. On démontre que l'apparition de ces bandes, n'est pas due aux impurités, de gaz etrangers, et on donne une liste complète des longueurs d'onde corespondantes.

L'energie cinétique moyenne à la température de 900°K (0,08 eV) est suffisante pour dissocier la molécule de Hg_2, dont la température de formation est de aprox. 700°K ($\sim$ 0,06 eV).

BEOBACHTUNGEN ÜBER DAS ABSORPTIONSSPECTRUM DES Hg_2 IM ULTRAVIOLETTEN GEBIET.

(Zusammenfassung)

Man studiere in genauen Bedingungen die Bildung von Absorptionsbänder des Hg_2 zwischen 2698 Å — 2967 Å. Man zeige dass diese Bänder ohne Spuren von Verunreinigungen fremder Gase erscheinen, und man gebe eine vollendete liste der Wellenlängen. Die kinetische Energie bei einer Temperatur von 900°K (0,08 eV) ist genügend um die Quecksilbermo'eküle zu dissoziieren, welche eine Bildungstemperatur von etwa 700°K (0,06 eV) haben.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 4

STUDIUL DESCOMPUNERII CLORAȚILOR ALCALINI DIN MATERII PRIME INDIGENE CU ACID SULFURIC

A IANU, C. BEJAN, F. POPESCU, A. M. LUPU

După cum s-a arătat într-o lucrare anterioară (1) „Obținerea cloritului de sodiu din leșiile de clorier de la Tîrnăveni", s-a pus la punct metoda de obținere a cloritului de sodiu din aceste leșii (soluție de clorat de calciu și clorură de calciu obținută prin barbotarea clorului în lapte de var). Deși procedeul preconizat în lucrare este rentabil, totuși are aplicabilitate industrială limitată, deoarece aceste soluții sînt utilizate exclusiv la prepararea cloratului de potasiu necesar altor industrii.

Singura materie primă pentru prepararea cloritului de sodiu pusă actualmente la dispoziție de fabricile clorosodice, sînt leșiile hipocloritice cu următorul conținut:

17,9% hipoclorit de sodiu,	20,5% clorură de sodiu,
0,25% clorat de sodiu,	1,5% hidroxid de sodiu.

Ținînd seama de acest conținut, leșiile hipocloritice urmează să fie supuse unei disproporționări în scopul de a converti hipocloritul de sodiu în clorat de sodiu și apoi descompunerea lui la bioxid de clor.

După cum se indică în literatura de specialitate producerea cloritului de sodiu (2, 3, 4, 5) cuprinde două faze tehnologice:

— Producerea bioxidului de clor
— Reducerea bioxidului de clor la cloriți în mediu alcalin.

Dintre metodele de preparare a bioxidului de clor descrise în literatură două metode pot avea aplicabilitate industrială la noi în țară:

1. Metoda de descompunere a cloraților alcalini cu acid clorhidric. (2).
2. Metoda de descompunere a cloraților alcalini cu acid sulfuric în prezența unui reducător (bioxid de sulf, trioxid de arsen, acid oxalic, săruri de mangan etc), (6, 7, 8, 9).

Faza de reducere a bioxidului de clor la clorit de sodiu are loc din punct de vedere electrochimic după reacția:

$$ClO_2 + e = ClO_2^- + 0{,}95\ V \qquad (1)$$

Comunicare prezentată la a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice a Institutului Politehnic București (31 octombrie 1959).

Conversiunea practic se face prin absorbția bioxidului de clor într-o soluție de hidroxid de sodiu în prezența unui agent reducător (apă oxigenată, peroxizii care prin hidroliză dau apă oxigenată, zinc și alte metale electronegative în pulbere, sulf, cărbune, oxid de plumb, și alți oxizi metalici în valențe inferioare (6, 10, 11, 12).

In lucrarea de față s-a pus problema studierii parametrilor reacției de obținere a bioxidului de clor, ținînd seama de materia primă pusă la dispoziție de industria noastră.

Materia primă fiind o leșie hipocloritică pentru a obține cloratul de sodiu necesar preparării cloritului de sodiu, s-a disproporționat după reacția :

$$3\,NaOCl = NaClO_3 + 2\,NaCl \qquad (2)$$

Descompunerea cloratului de sodiu în bioxid de clor se face cu acid sulfuric, acid mai ieftin și mai accesibil decît acidul clorhidric folosit în procedeul leșiilor de Tîrnăveni, unde nu putea fi folosit acidul sulfuric deoarece se formează sulfat de calciu. Deoarece leșiile după disproporționare conțin clorat de sodiu, clorură de sodiu, hidroxid de sodiu, în procedeul de obținere a bioxidului de clor cu acid sulfuric din cauza prezenței clorurii de sodiu nu este necesară adăugarea separată a unui reducător ca de exemplu acidul clorhidric, acesta formîndu-se din reacțiile dintre clorura de sodiu și acidul sulfuric. Reacțiile principale din această fază sînt următoarele :

$$2\,NaClO_3 + 2\,H_2SO_4 = 2\,NaHSO_4 + 2\,HClO_3 \qquad (3)$$
$$2\,NaCl + 2\,H_2SO_4 = 2\,HCl + 2\,NaHSO_4 \qquad (4)$$
$$2\,HClO_3 + 2\,HCl = 2\,ClO_2 + 2\,H_2O + Cl_2 \qquad (5)$$

$$2\,NaClO_3 + 2\,NaCl + 4\,H_2SO_4 = 2\,ClO_2 + Cl_2 + 4\,NaHSO_4 + 2\,H_2O \qquad (6)$$

Deoarece în nota de față se studiază numai faza de producere a bioxidului de clor și parametrii de care depinde, s-a ales pentru faza de absorbție reducător apa oxigenată. Literatura indică apa oxigenată ca cel mai bun reducător. (2)

Din acest motiv pentru a avea o imagine cît mai fidelă a ceia ce se petrece în faza de producere a bioxidului de clor era nevoie de a asigura ca faza de reducere să se petreacă cantitativ, numai în acest fel putîndu-se garanta o interpretare justă a fazei de preparare a bioxidului de clor. S-a lucrat cu apă oxigenată într-o soluție de hidroxid de sodiu 3N. Reacțiile care au loc sînt următoarele :

$$2\,ClO_2 + 2\,NaOH + H_2O_2 = 2\,NaClO_2 + 2\,H_2O + O_2 \qquad (7)$$
$$Cl_2 + 2\,NaOH + H_2O_2 = 2\,NaCl + 2\,H_2O + O_2 \qquad (8)$$

$$2ClO_2 + Cl_2 + 4NaOH + 2H_2O_2 = 2NaClO_2 + 2NaCl + 4H_2O + 2O_2 \qquad (9)$$

Date experimentale :

Pentru încercările de laborator, s-a preparat inițial o cantitate mai mare de soluție de clorat de sodiu. În acest scop s-au supus disproporționării cîte șase litri soluție hipoclorit. Disproporționarea s-a făcut prin

încălzirea acestei soluții la temperatura de 70°—80°C pînă ce tot hipocloritul a fost disproporționat la clorat de sodiu și clorură de sodiu. (soluția a scăzut la 2,8 l, 48% din volumul inițial). Cînd analiză calitativă a hipocloritului de sodiu nu a mai indicat prezența acestuia, soluția s-a răcit, s-a filtrat excesul de clorură de sodiu depus și s-a analizat. Soluția de clorat de sodiu astfel obținută prezenta următorul conținut :

15% clorat de sodiu
24% clorură de sodiu
1,5% hidroxid de sodiu

Randamentul de disproporționare în clorat este de 92%. În toate încercările de laborator pentru stabilirea condițiilor optime de producere a bioxidului de clor s-a lucrat cu această soluție. S-a folosit instalația arătată în fig. 1.

Pentru fiecare încercare s-a luat în lucru o cantitate de soluție conținînd 20 g clorat de sodiu, 32,45 g clorură de sodiu, 2,66 g hidroxid de sodiu. În această soluție s-a introdus treptat și în decurs de 2 ore sub agitare soluția de acid sulfuric necesară descompunerii cloratului de sodiu după reacția (6).

După terminarea adăugării acidului sulfuric pentru a descompune total cloratul de sodiu se face încălzirea amestecului de reacție continuîndu-se agitarea. Bioxidul de clor format este antrenat cu ajutorul unui curent de aer barbotat în amestecul de reacție în așa fel încît presiunea parțială a bioxidului de clor format să nu depășească 50 mm col. Hg.,

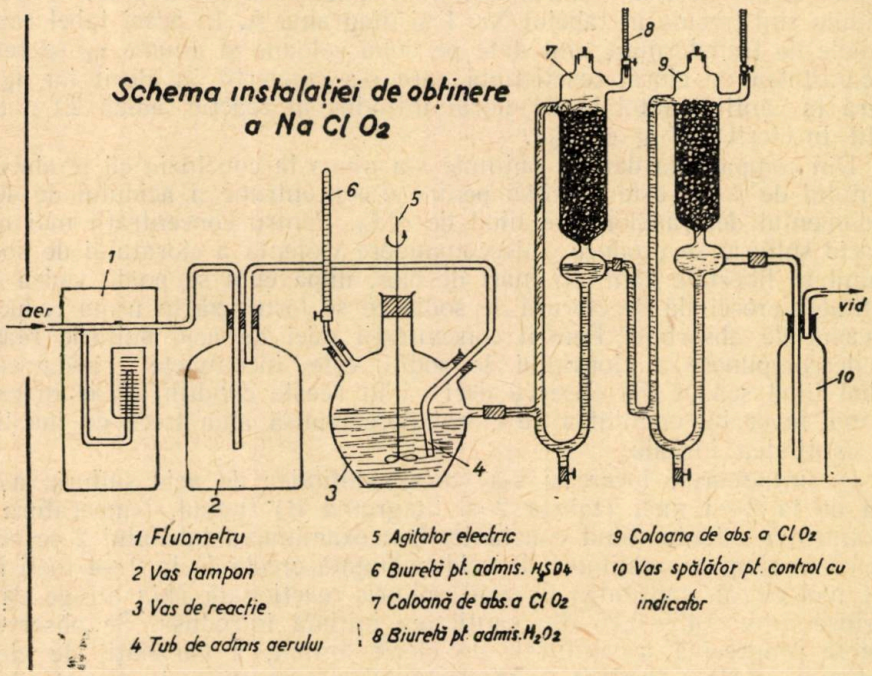


Fig. 1

în vasele de absorbție în care circulă soluție de hidroxid de sodiu 3N la care se adaugă treptat soluția de apă oxigenată 28% necesară reducerii bioxidului de clor la clorit de sodiu, precum și a clorului rezultat la clorură de sodiu.

Cînd degajarea bioxidului de clor este terminată, se întrerupe încălzirea și soluția din vasele de absorbție este trecută cantitativ într-un vas, fiind supusă încălzirii în scopul descompunerii excesului de apă oxigenată. După răcire această soluție care conține clorit de sodiu, clorură de sodiu și excesul de hidroxid este adusă cantitativ într-un balon cotat și analizată. Soluția rămasă în vasul de reacție se aduce cantitativ într-un balon cotat în scopul analizării conținutului în clorat de sodiu și clorură de sodiu rămase nedescompuse și a acidului sulfuric nereacționat.

Variația parametrilor reacției pentru stabilirea condițiilor optime.

Primele încercări de laborator au fost făcute în scopul găsirii concentrației optime a soluției de acid sulfuric adăugat. S-a variat concentrația soluției de acid sulfuric folosită între 73% și 15% concentrație, menținînd restul parametrilor neschimbați și anume: timpul total de reacție 6 ore, timpul de adăugare al acidului 2 ore, temperatura în timpul adăugării acidului 20°C, temperatura în următoarele 4 ore 50°. Cantitatea de acid sulfuric adăugată a fost de 2 moli acid sulfuric pentru un mol clorat de sodiu conform reacției (6), adică 43,3 g acid sulfuric. S-a adăugat în plus acidul necesar neutralizării hidroxidului de sodiu prezent. Datele obținute sînt trecute în tabelul Nr. 1 și diagrama A. În acest tabel randamentele de transformare sînt date pe două coloane și anume η_1 se referă la cantitatea de clorat reacționată care s-a convertit în clorit iar η_2 se referă la cantitatea totală de clorat introdus în reacție, adică 20 g convertit în clorit (17 g 100%).

Din compararea datelor obținute s-a ajuns la concluzia că producerea cloritului de sodiu este maximă pentru o concentrație a acidului de 40%, randamentul de transformare fiind de 81%. Pentru concentrații mai mari de acid sulfuric se produce o descompunere violentă a cloratului de sodiu, punînd în libertate cantități mari de clor, după cum se poate vedea din cantitatea crescîndă de clorură de sodiu ce se formează în urma reducerii în vasul de absorbție. Pentru concentrații mici de acid sulfuric reacția de descompunere a cloratului de sodiu este incompletă, randamentul global fiind scăzut. Se observă deci că în aceste condiții, chiar în cazul cel mai favorabil cantitatea de clorat descompusă abia trece de jumătate din cantitatea inițială.

În următoarele încercări s-a variat cantitatea de acid sulfuric adăugată de la 2—4 moli (tabela 2 și diagrama B) timpul, temperatura și concentrația acidului fiind constante. Din examinarea tabelului 2 se constată că în timp ce cantitatea de acid adăugată crește de la 2—4 moli față de 1 mol clorat, cantitatea de acid sulfuric reacționată abia atinge valori cuprinse între 0,43—0,25 din cantitatea inițială introdusă. Se observă o creștere progresivă a cantității de clorit format, a cantității de clorat reacționat și deci implicit a randamentelor respective de transformare.

S-a lucrat cu :
20g Na $C10_3$
32,45g Na Cl
2,66g Na OH
43,3g H_2SO_4

TABELA 1

Variația concentrației acidului sulfuric
Timp 6 ore
Temperatură 20°C și 50°C
Raport $NaC10_3 : H_2SO_4 = 1 : 2$

Dozări în vasul de reacție				Dozări în vasul de absorbție							
Conc. H_2SO_4	$NaC10_3$ g nereacț.	NaCl g nereacț.	Aciditate H_2SO_4 g nereacț.	$NaC10_2$ g	NaCl g	$NaC10_3$ g	NaOH g	$NaC10_3$ g react.	NaCl g react.	η_1 % transf.	η_2 % global
73	4,12	—	9,85	1,65	—	1,40	11,15	15,87	—	12,20	9,70
60	7.37	19,12	23,55	4,60	11,90	1,47	5,72	12,63	13,33	42,80	28,00
50	10,55	22,75	22,50	5,80	8.29	0,76	3,94	9,45	19,70	76,25	34,10
40	9,82	22,00	30,45	7.00	9,35	0,40	2,56	10,18	10,45	81,00	41,00
30	14,15	25,25	35,25	3,82	5,26	0.28	7,17	5,85	7,20	77,00	22,50
20	15,15	26,80	40.50	3,15	3,70	0	9.86	4,85	5,65	78,75	19,10
15	17,42	27,00	41,50	1,76	2,98	0	9.27	2,58	5,45	80,20	18,45

TABELA 2

Variația cantității de acid sulfuric adăugat
Concentrația acidului 40%
Temperatura 20° și 50°C
Timp 6 ore

Dozări în vasul de reacție					Dozări în vasul de absorbție								
Raport molar $NaC10_3 : H_2SO_4$	H_2SO_4 g adăugat	$NaC10_3$ g nereacț.	NaCl g nereacț.	Aciditate H_2SO_4 g nereacț.	$NaC10_2$ g	NaCl g	$NaC10_3$ g	NaOH g	$NaC10_3$ g react.	NaCl g react.	H_2SO_4 g react.	η_1 % transf.	η_2 % global
1:2 1 : 2	43,30	9,82	22,00	30,45	7,00	9,35	0,40	2,65	10,18	10,45	12,95	81,00	41,17
1 : 2,3	48,80	8,41	19,75	35,75	8,17	9,90	0,74	6,50	11,59	12,70	13,05	83,00	48,00
1 : 2,6	54,30	6,84	20,55	42,24	9,70	12,40	0,008	6,20	13,16	11,90	12,06	86,70	57,00
1 : 2,8	58,00	6,32	19,75	45,65	10,00	12,67	0,005	4,20	13,68	12,70	12,35	86,20	58,86
1 : 3	67,70	5,97	21,10	51,50	10,80	12,57	0	8,30	14,03	11,35	10,20	86,70	62,36
1 : 3,6	71,00	3,52	19,25	55,00	11,86	14,26	0,202	4,60	16,48	13,20	16,00	85,00	69,80
1 : 4	80,14	3,21	16,39	59,50	12,31	15,35	0,650	6,70	16,78	16,06	20,66	87,00	72,41

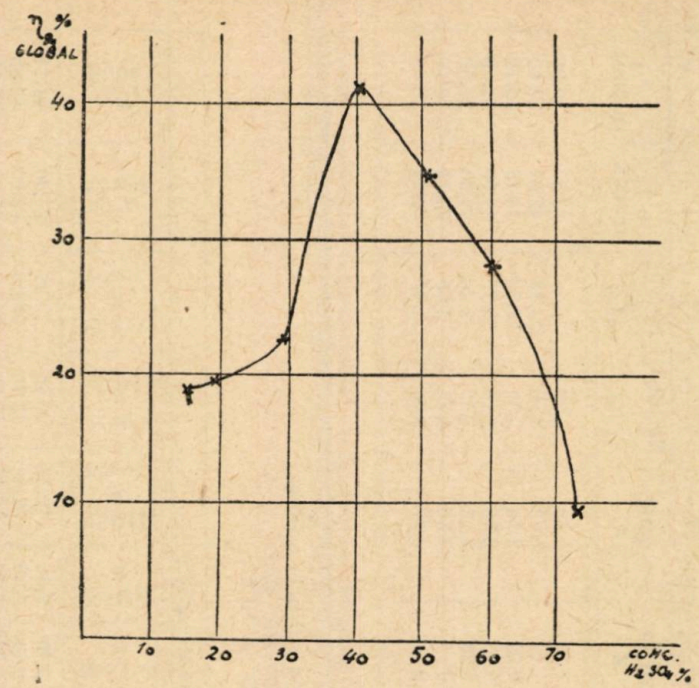

η % GLOBAL
40
30
20
10
10
20
30
40
50
60
70
CONC. H2SO4 %

Fig. 2

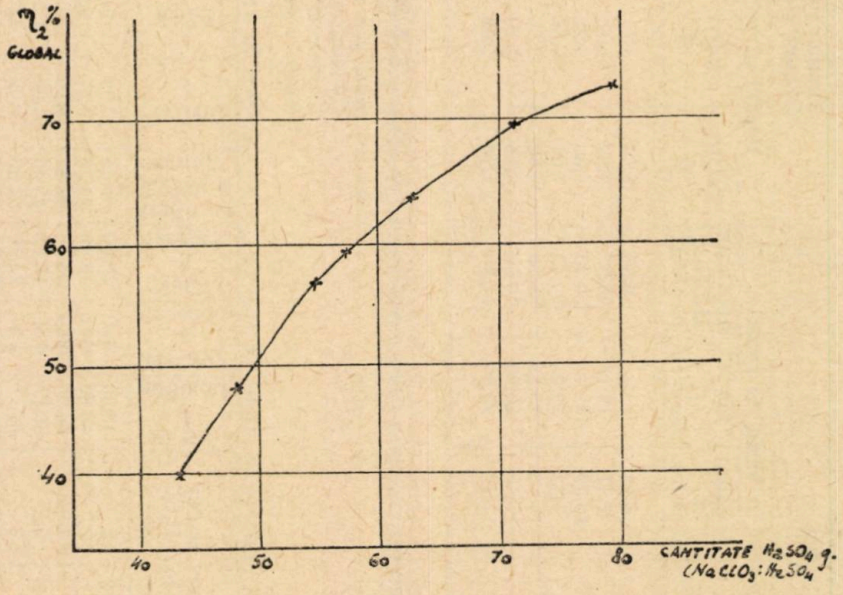

η % GLOBAL
70
60
50
40
40
50
60
70
80
CANTITATE H2SO4 g. (NaClO3 : H2SO4

Fig. 3

Totuși cantitatea de clorat rămasă nereacționată chiar în cele mai favorabile condiții atinge valori de 14,5% ceia ce înseamnă că adaosul de acid sulfuric în cantitate dublă față de necesarul stoichiometric nu garantează o descompunere totală a cloratului.

În continuare s-a variat timpul de reacție de la 6—12 ore menținîndu-se ceilalți parametrii constanți (tabela 3 și diagrama C). Rezultatele arată că pe măsură ce timpul de reacție crește cantitate de clorat rămasă nereacționată scade, cu o îmbunătățire oarecare a randamentelor de transformare; totuși mărind timpul de reacție de la 6—12 ore cantitate de clorat ce mai reacționează este deabia 4,5% din cantitate inițială introdusă.

TABELA 3

Variația timpului de reacție
Concentrația acidului 40%
Temperatura 20°C și 50°C
Raport molar 1 : 4

Dozări în vasul de reacție				Dozări în vasul de absorbție							
Timp ore	$NaClO_3$ g nereacț.	NaCl g nereacț.	Aciditate H_2SO_4 g nereacț.	$NaClO_2$ g	NaCl g	$NaClO_3$ g	NaOH g	$NaClO_3$ g reacț.	NaCl g reacț.	η_1 % transf.	η_2 % global
6	3,22	16,39	59,50	12,31	15,35	0,65	6 70	16,78	16,06	87,00	72,41
8	2,92	15,52	61,95	12,40	16,35	0,55	3,56	17,08	16,93	85,70	72,90
10	2,72	16,05	67,90	12,50	16,95	0,37	6,80	17,28	16,40	84.57	73,40
12	1,97	14.95	59,50	12,90	18,25	0,58	5,24	18,05	17,50	84,31	75,88

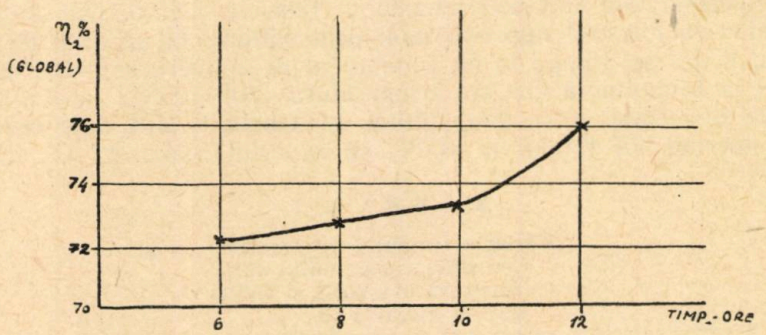


Fig. 4

În următoarele încercări s-a variat timpul de la 6—12 ore temperatura fiind de 50°C în timpul adăugării acidului sulfuric și final ajungîndu-se pînă la 100°C cînd bioxidul de clor este integral îndepărtat din vasul de reacție după cum se poate constata din tabela 4. Din datele arătat în tabela 4 se poate deduce că o ridicare a temperaturii în scopul epuizării totale a cloratului aduce după sine o menținere a randamentului global de convertire în clorit (η_2) însă randamentul de transformare scade față de datele din tabela 3, ceia ce denotă că ultimele 10% din cantitățile de

clorat rămase nereacționate din condițiile anterioare deși se descompun nu influențează cantitatea de clorit de sodiu obținută.

Privind în ansamblu rezultatele obținute pînă aici se constată că o mărire a cantității de acid sulfuric adăugat, a timpului de reacție ca și ridicarea temperaturii aduc după sine o epuizare a soluției în clorat cu repercursiuni și asupra randamentelor de transformare în clorit. În scopul

TABELA 4

Variația timpului de reacție
Concentrația acidului 40%
Temperatura 50°C și 100°C
Raport molar 1 : 4

Dozări în vasul de reacție				Dozări în vasul de absorbție							
Timp	$NaClO_3$ g nereact.	NaCl g nereact.	Aciditate H_2SO_4 g nereact.	$NaClO_2$ g	NaCl g	$NaClO_3$ g	NaOH g	$NaClO_3$ g react.	NaCl g react.	η_1 % tranf.	η_2 % global
6	0,67	11,55	52,30	9,50	20,70	2,80	6,70	19,30	20,90	58,00	56,00
8	0,04	12,25	60,00	12,48	22,03	0,00	5,12	19,96	20,20	73,40	73,40
10	0,05	11,25	59,40	12,58	22,40	0,20	8,00	19,95	21,20	74,00	74,00
12	0,004	12,12	50,40	12,76	26,00	0,00	3,5	19,99	20,33	75,00	75,00

ieftenirii procedeului s-au făcut o serie de încercări, în care s-a redus cantitatea de acid sulfuric de la 4 moli la 3 și 3,5 moli și s-a ridicat temperatura de reacție pentru a ajunge la o cît mai înaintată epuizare. Datele experimentale sînt concretizate în tabelele 5 și 6. Din acestea se poate vedea că folosind numai 3 moli acid sulfuric la un timp de reacție de numai 6 ore se ajunge la un randament de convertire global de 70%. O mărire a timpului la această temperatură (50—100°C) tabela 5 aduce după sine o scădere a randamentului. În tabela 6 sînt date rezultatele obținute lucrînd tot timpul la 100°C cu raportul molar 1 : 3,5, din care

TABELA 5

Variația timpului de reacție
Concentrația acidului 40%
Temperatura 50°C și 100°C
Raport molar 1 : 3

Dozări în vasul de reacție				Dozări în vasul de absorbție							
Timp	$NaClO_3$ g nereact.	NaCl g nereact.	Aciditate H_2SO_4 g nereact.	$NaClO_2$ g	NaCl g	$NaClO_3$ g	NaOH g	$NaClO_3$ g react.	NaCl g react.	η_1 % transf.	η_2 % global
6	2,27	12,45	37,30	10,00	20,80	2,02	6,46	17,73	20,00	66,50	70,00
8	2,18	10,95	35,70	10,40	22,90	0,80	4,80	17,82	21,45	66,60	61,20
10	1,82	9,25	35,00	10,15	24,50	0,00	7,80	18,18	23,20	65,60	60,00
12	1,40	11,67	34,85	10,70	23,90	0,70	4,02	18,60	20,78	64,10	63,00

se deduce că la această temperatură pentru durata de 6 ore randamentele sînt slabe.

Ca o concluzie ce se poate trage este aceia că ridicarea temperaturii în scopul epuizării soluției de clorat, ca și mărirea timpului de reacție nu aduce după sine o creștere a randamentului, consecință a descompunerii brutale a cloratului de sodiu în favoarea clorului față de bioxidul de clor format. Ținînd seama de aceste date se conturează condițiile optime de transformare a cloraților în clorit după cum urmează:

— Acidul sulfuric se introduce în porțiuni mici la temperatura obișnuită pentru ca randamentul de transformare să fie mai ridicat. Adăogat la temperatură ridicată, brusc, concentrația locală este prea mare descompunerea făcîndu-se pînă la clor în loc de bioxid de clor.

— Temperatura după adăogarea acidului se ridică la 50°C pentru a grăbi viteza de reacție a acidului nereacționat final ridicîndu-se pînă la 100°C, pentru a îndepărta tot bioxidul de clor format în vasul de reacție.

— Timpul de reacție este de 8 ore dintre care 3 ore la 20°C (adăogarea acidului sulfuric), 3 ore la 50°C, 2 ore la 100°C.

Datele obținute în acest caz sînt trecute în tabela 7.

TABELA 6

Concentrația acidului 40%
Raport molar 1 : 3,5
Timp 6 ore
Temperatură 100°

Dozări în vasul de reacție			Dozări în vasul de absorbție							
$NaClO_3$ g nereact.	NaCl g nereact.	Aciditate H_2SO_4 g nereact.	$NaClO_2$ g	NaCl g	$NaClO_3$ g	NaOH g	$NaClO_3$ g react.	NaCl g react.	η_1 % transf.	η_2 % global
1,50	19,00	45,62	6,89	32,10	1,86	8,40	18.5	13,45	44,00	40,50

TABELA 7

Concentrația acidului 40%
Raport molar 1:4
Timp 8 ore (3 ore — 20°; 3 ore — 50°; 2 ore — 100°C)

Dozări în vasul de reacție			Dozări în vasul de absorbție							
$NaClO_3$ g nereact.	NaCl g	Aciditate H_2SO_4 g nereact.	$NaClO_2$ g	NaCl g	$NaClO_3$ g	NaOH g	$NaClO_3$ g react.	NaCl g react.	η_1 % transf.	η_2 % global
0,71	11,40	55,35	12,65	21,63	0,82	6,70	19,30	21,05	77,10	74,40

Dacă ne referim la materia primă de la care am plecat, adică leșiile hipocloritice care se pot converti prin încălzire în clorat cu un randament de 92% și ținînd seama că din aceste cantități de clorat se poate obține clorit cu un randament global de 75% înseamnă că randamentul general de convertire în condiții optime a leșiilor hipocloritice în clorit este de aproximativ 69—70%.

Concluzii

Leșiile hipocloritice ce se produc la noi în țară pot servi ca materie primă pentru obținerea cloritului de sodiu. Prin simpla încălzire și concentrare a lor hipocloritul disproporționează în clorat de sodiu și clorură de sodiu care se separă parțial. Randamentele de conversiune sînt de 92%. Soluțiile de clorat și clorură se tratează cu acid sulfuric 40% în scopul neutralizării hidroxidului de sodiu prezent în cantități mici și a descompunerii cloratului de sodiu în bioxid de clor reducere garantată de prezența clorurii de sodiu care cu acidul sulfuric dă acid clorhidric ce funcționează ca reducător în această reacție. În acest caz nu se observă formarea de perclorat de sodiu sau acid percloric ca în cazul în care se tratează clorați curați cu acid sulfuric.

Bioxidul de clor și clorul ce se formează este antrenat cu aer în scopul diluării lui, ceea ce garantează înlăturarea pericolului de explozie, și apoi absorbit în soluție alcalină reducătoare în scopul convertirii lui în clorit alcalin. Randamentele maxime obținute în condiții optime de temperatură, timp, concentrația acidului, sînt de 75% sau raportate la leșiile industriale de 70%. Prin această transformare a leșiilor hipocloritice mai întîi în clorați și acesta la rîndul lui în clorit avem un cîștig în clor activ de 10—11% care în parte acoperă cheltuielile legate de acest proces. Aceasta bine înțeles pe lîngă calitățile specifice ca decolorant pe care le are cloritul de sodiu, si anume ca menajant al fibrelor celulozice și singura substanță decolorantă a fibrelor poliamidice.

Catedra de Chimie anorganică
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Ianu, A. Steclaci* : Proces Tehnologic pentru obținerea cloritului de sodiu din leșiile de la Tîrnăveni. Protocol predat Minister Industrie Petrol și Chimie, 1956.
2. *A. S. Cernîșev, V. V. Stuțer, N. G. Semionova* : Uspehi Himii, Tom XXV, 1, 1956.
3. *Rogozinski T.* : Prezemusl Chemiczny, Nr. 4, 177—184, 1952, Traducere Caiet Selectiv Tehnologie Chimică, Nr. 9—10, 1952.
4. *E. Kesting* : Das Papier, VI, 31, 1952.
5. *Gmelin* : Chlor Sistt Nr. 6, Bioxidul de clor și cloritul de sodiu.

6. *G. Holst:* Ind. and Eng. Chem., 42, Nr. 11, 2359, 1950.
7. *G. Holst*: Svenks Kem. Ties.: 56, 369, 1944.
8. *G. Holst*: Svenks Pappestd. 47, 537, 1944.
9. *V. Woodschide, Mc. Leod*: Paper Trad, 26, 137, 1953.
10. *J. Schuber, W. A. Kraske*: Chem. End., 60, 205, 1953.
11. *G. F. White*: Chem. Technol., 3, 696, 1949.
12. *M. P. Cozlov, C. A. Filippova*: Ind. Textil., 78, 13, 1945.

ИЗУЧЕНИЕ РАЗЛОЖЕНИЯ СЕРНОЙ КИСЛОТОЙ ЩЕЛОЧНЫХ ХЛОРАТОВ ИЗ СЫРЬЯ

(Краткое содержание)

В настоящей работе были изучены условия разложения серной кислотой щелочных хлоратов, полученных из гипохлористых щелочей, для установления максимального выхода двуокиси хлора.

Было изучено влияние различных условий, как концентрация серной кислоты и количество серной кислоты, необходимые для разложения хлоратов в зависимости от количества содержимого хлората, а также температура и время реакции.

Автор приходит к выводу, что сырье, имеющееся на хлоронатриевых заводах может быть использовано для получения двуокиси хлора, а также хлорида натрия в промышленных целях.

Максимальные выходы двуокиси хлора по отношении к хлорату 75%, а к промышленным щелочам 70%.

A STUDY OF THE DECOMPOSITION OF ALKALINE CHLORATES FROM OWN RAW MATERIALS WITH SULFURIC ACID.

(Summary)

In the present work the decomposition conditions of alkaline chlorates from hypochlorous lessives with sulfuric acid were studied in view of establishing the maximum yield of chlorine dioxide.

The influence of various parameters was followed, such as: sulfuric acid concentration, relative amount of sulfuric acid necessary for decomposition of a given amount of chlorates, temperature and reaction time.

The conclusion was reached that the raw material obtained from chloro-sodic plants fits well for obtaining chlorine dioxide, and thence sodium chlorite, for industrial purposes.

Maximum yields of conversion of chlorates into chlorine dioxide are 75%, or 70% relative to industrial lesswes.

L'ÉTUDE DE LA DÉCOMPOSITION DES CHLORATES ALCALINS PAR L'ACIDE SULFURIQUE PROVENANT DE MATIÈRE PREMIÈRE INDIGÈNE

(Résumé)

On présente une étude des conditions de la decomposition des chlorates alcalins, obtenus, d'une lessive hypochloritique par l'acide sulfurique pour l'obtention d'un maximum de rendement en bioxyde de chlore.

On a étudié l'influence des différents paramétres : la concentration de l'acide sulfurique, la quantité de l'acide sulfurique nécessaire pour la décomposition des chlorates, rapportée à la quantité du chlorate, la température, et le temps de reaction.

La conclusion des recherches est que la matière première, obtenue des fabriques chloro-sodique, se prête à l'obtention du bioxyde de chlore, et du chlorite de sodium, à l'echelle industrielle.

Le maximum du rendement de conversion des chlorates alcalins en bioxyde de clore est de 75%, rapporté aux lessives hypochloritique de 70%.

DAS STUDIUM DER ZERSETZUNG DER ALKALISCHEN CHLORATEN AUS EINHEIMISCHEN ROHMATERIALIEN, MIT SCHWEFELSÄURE

(Zusammenfassung)

In der vorliegenden Arbeit, erforschte man die Bedingungen der aus den hipochloritischen Laugen erhaltenen alkalischen Chlorate mit Schwefelsäure, um die grösste Ausbeute in Chlordioxyd festzustellen.

Man verfolgte den Eingluss der verschiedenen Parameter, wie: die Konzentration der Schwefelsäure, die für die Zersetzung der Chlorate nötige Menge Schwefelsäure, im versältnis zu der Menge der Chlorate, die Temperatur und die Reaktionsdauer.

Man gelangte zur Schlussfolgerung dass das von den Soda-Chlor Fabriken gelieferte Rohmaterial, sich gut zur Herstellung von Chlordioxid und von dem aus zur Herstellung von Natriumchlorit, für industrielle zwecke, eignet.

Die grösste Rusbeute der Umsetzungsreaktion der Chlorate in Chlordioxyd ist 75%, oder, im Verhältnis zu den industriellen Laugen, 70%.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 4

CERCETĂRI ASUPRA VITRITULUI, CLARITULUI ȘI CARBARGILITULUI DIN CĂRBUNII DIN VALEA JIULUI

de BENEDICT IONESCU-SISEȘTI și CORNELIA IONESCU-PANAITESCU

Într-o lucrare anterioară (4) am arătat că se greșește considerînd vitritul, claritul și fuzitul ca constituenți microlitotipici ai tuturor cărbunilor superiori, ci că ei sînt numai niște forme limită ale unor serii de structuri, termenii intermediari ai acestor serii putînd fi tot așa de caracteristici pentru unii cărbuni cum sînt constituenții clasici pentru huilele carbonifere.

Putem preciza, ca urmare a cercetărilor noastre făcute pînă în acest moment că formele intermediare ale acestor serii sînt caracteristice pentru huilele din Valea Jiului. Aceste cercetări arată mai departe că din seriile tuturor celor patru constituenți clasici — la care se poate adăoga vitrinertitul — caracteristici pentru cărbunii din Valea Jiului sînt numai termenii seriei vitritului și claritului, plus termenii rezultați din încărcarea acestora cu substanță minerală; în special termenii constituentului pe care noi l-am semnalat sub numele de sterilovitrit și care este apropiat de varianta vitritică a constituentului recunoscut de Comisia Internațională de Petrografie sub numele de carbargilit.

Seriile celor trei constituenți, vitritul, claritul și carbargilitul sînt caracteristice pentru cărbunii din Valea Jiului în sensul că ele formează cea mai mare parte din masa acestor cărbuni, duritul apărînd, din cercetările de pînă acum, destul de rar, iar fuzitul limitîndu-se la scleroții și la lespezi de semifuzunit și în mai mică măsură de fuzinit.

Cercetările petrografice de pînă acum arată prin urmare că proprietățile tehnologice ale cărbunilor din Valea Jiului trebuiesc atribuite în cea mai mare parte termenilor din seriile vitritului, claritului și carbargilitului vitritic.

Nota de față se bazează în special pe cercetarea următoarelor probe: Lupeni str. 13 bloc. VIII, Vulcan str. XV bloc VIII, Vulcan str. 7 bloc. II, Uricani str. 8/9 bloc. III, Uricani str. 3. sub orizontul 700.

Extrem de interesant pentru cărbunii studiați este faptul că și între termenii seriilor celor trei constituenți microlitotipici menționați este o legătură structurală. Astfel putem afirma că structura acestor cărbuni *se caracterizează printr-un complex microlitotipic vitrit-clarit-carbargilit vitritic (sterilovitrit).*

Complexul acesta rezultă în ultimă analiză din variația formelor de vitrit și mai ales din trecerea progresivă a vitritului, pe de o parte în clarit, pe de alta în carbargilit vitritic.

Mai departe, structura acestui complex se poate deslega descoperind formele caracteristice pe care le ia fiecare din constituenții de bază și modul de variație de la una la alta din aceste forme.

Vitritul.

Este format în proporție de aproximativ 90% din telinit și 10% colinit. Telinitul și colinitul pot constitui vitritul, asociate sau fiecare în parte.

În constituirea vitritului se pot asocia nu numai telinitul și colinitul, ci și forme diferite de telinit sau de colinit.

Cînd contrastul dintre maceralele vitrinitice este izbitor, structura are caracter ornamental 1—4, 12).

Cea mai tipică structură ornamentală din punct de vedere al contrastului este cea în care unul din maceralele vitrinitice are carbonificare slabă [1]) și capacitate mică de reflexie (fig. 1). Structura constituie în același timp cea mai tipică formă de vitrit a cărbunilor studiați.

Considerăm că structura ornamentală, prin diferitele ei varietăți, ne va servi în viitor la caracterizarea și clasificarea petrografică a cărbunilor.

Al doilea tip caracteristic de vitrit al cărbunilor studiați este vitritul format numai din telinit, fără contraste structurale, practic dintr-un singur fel de telinit.

Telinitul prezintă mai multe varietăți și subvarietăți diferite ca structură microscopică. Aceste diferite varietăți se caracterizează și se leagă între ele conform schemei de mai jos:

- Vitrit telinitic
  - In benzi-fibre în general fără structură celulară ușor observabilă (notat cu a)
  - Cu structură celulară clară (îl notăm cu b)
    - Structură celulară cu îngroșări coloidale și corpuri rășinoase (notat cu b_1).
    - Fără îngroșări coloidale, celulele presate, ceruri între ele (notate cu b_2)
    - Fără îngroșări coloidale, fără corpuri rășinoase, fără ceruri. In general interiorul celular umplut cu o substanță cu capacitate de reflacție relativ mică. (notat cu b_3)

[1]) Am emis și vom susține părerea că în cărbunii de rang inferior și mediu, carbonificarea este selectivă, (Ionescu-Sisești v, apoi 1—4, 12).

Subliniem că fișa internațională nu menționează ca telinit (fișa conține și o micrografie) decît vitrinitul cu structură celulară, prin urmare omite telinitul cu structură botanică în benzi fibre.

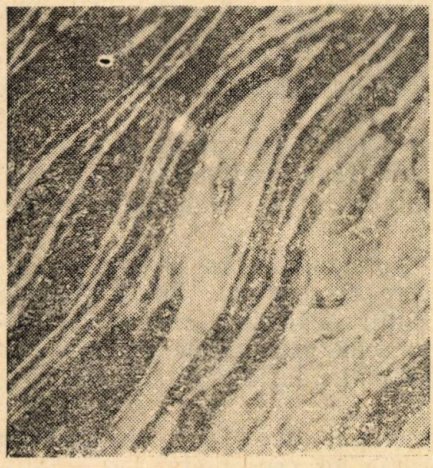


Fig. 1

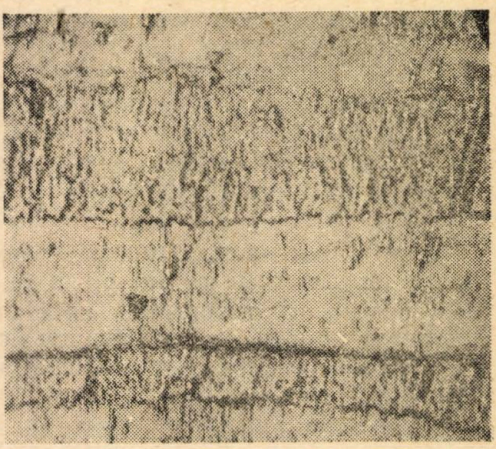


Fig. 2

În cărbunii studiați, acest tip de telinit este însă cel mai frecvent.

De asemenea fișa internațională nu menționează posibilitatea ca telinitul să prezinte nodule coloidale cum prezintă telinitul notat cu b₁ în schema de mai sus. (fig. 3).

În cărbunii studiați acest telinit urmează ca importanță, imediat după telinitul în benzi-fibre.

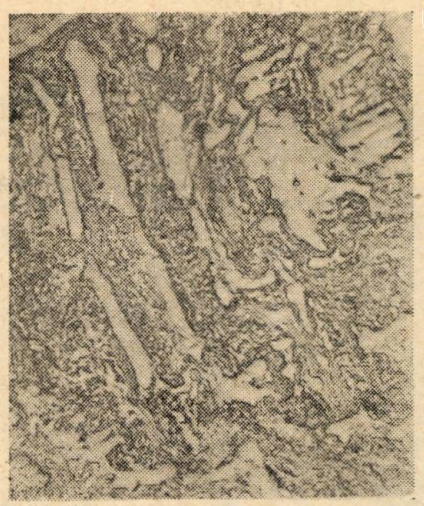


Fig. 3

Fig. 4

Telinitul cu celulele presate, fără îngroșări coloidale, notat în schemă cu b_2, are aspectul cunoscut în literatură, dar cu ceruri și rășini între și în celule (fig. 4).

Varietatea de telinit notată în schemă b_3 se aseamănă mai mult decît celelalte cu cel descris în fișa internațională.

Menționăm toate aceste structuri nu numai pentru importanța lor teoretică, ci și pentru că am putut arăta că diferențele petrografice produc și diferențe de proprietăți tehnologice.

Din punct de vedere al proprietăților tehnologice am făcut încercări de cocsificare în creuzet. Butonul de cocs l-am caracterizat în modul obișnuit, prin gradul de topire și de umflare, prin friabilitate, porozitate etc.

Am căutat să vedem dacă structura cocsului dat de diverșii constituenți se deosebește și din punct de vedere microscopic. Cocsul prezintă doi constituenți petrografici, unul mai puțin strălucitor în L.R., constituentul α și altul mai strălucitor decît primul, în cantitate mai mică și cu caracter de constituent înglobat în cel dintîi ca într-o masă de bază, constituentul β.

Din acest punct de vedere, am caracterizat cocsul prin : capacitatea de reflexie a celor doi constituenți, proporția lor (socotind $\alpha + \beta = 100$), felul repartiției constituentului, forma particulelor lui.

Rezultatele pentru vitritul telinitic se văd în tabela 1.

Claritul.

Provine din încărcarea progresivă a vitritului colinitic sau telinitic cu corpuri exinitice. După natura acestor corpuri, avem în cărbunii din Valea Jiului trei varietăți principale de clarit : clarit cu cutinit, clarit cu resinit și clarit cu sporinit.

Fig. 5

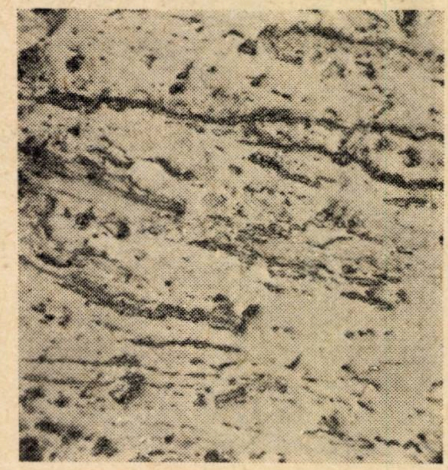


Fig. 6

Claritul cu cutinit.

Provine din încărcarea vitritului cu cuticule. Încărcarea se face progresiv și extrem de neregulat.

De remarcat culoarea închisă a cuticulelor în L.R., caracteristică huilelor de gaz.

Claritul cu cuticule prezintă două aspecte limită : claritul cu cuticule în formă de șuviță și claritul cu cuticule în fragmente scurte, groase.

Claritul de cuticule în șuvițe are aspectul din fig. 4.

Claritul cu cuticule în fragmente scurte se deosebește de regulă ușor de secțiunile transversale în cel dintîi.

Claritul cu resinit.

Vitritul colinitic sau telinitic, a, b_1 sau b_2) — încărcat cu corpuri rășinoase alungite și orientate dă un clarit interesant (fig. 5). Acest clarit formează un banc în stratul 13 Lupeni.

Tabela

Carecteristicile structurale ale butonului de cocs dat de diversele varietăți de vitrit

Nr. crt.	Felul vitritului	Aspectul butonului de cocs	
		Macroscopic	Microscopic
1	Vitrit cu structură ornamentala tipică.	Bine topit, neumflat. compact.	Constituent $\beta \cong 20\%$ și crește cu proporția de vitrinit superior; în particole neregulate și neuniform repartizate. Deosebirea de capacitate de reflecție a constituentului α și β variază cu contrastul structurii ornamentale.
2	Din telinit a	Topit, umflat puțin, cocs bun.	Capacitatea de reflecție a constituentului α crește cu rangul vitritului. Constituentul $\beta \cong 40\%$ și crește cu rangul vitritului ; uniform repartizat în masa de bază; în general particulele mari, legate.
3	Din telinit b_1	Umflat, acest caracter crescînd cu proportia de corpuri rășinoase.	Nu s-a putut deocamdată lustrui.
4	Din telinit b_2	Idem, dar mai puțin umflat ca cel din b_1.	
5	Din telinitul b_3	Ca cel din telinit a, cu următoarele deosebiri : cocsul în general de calitate mai puțin bună; tinde să formeze sîmbure.	Constituentul $\beta \cong 25\%$; în particule mici uniform repartizate în masa de bază.

Benzile colinitului se încarcă uneori cu suvițe fine de resinit (ceruri). Aceste suvițe sînt luate în literatură drept cuticule. Cercetările noastre ne-au dus însă la concluzia că de multe ori este vorba numai de stratul de ceruri care acoperă cuticulele și în aceste cazuri cuticula propriu zisă nu există.

Microscopul arată că există o serie de evoluție de la cuticule la suvițe resinitice și că în cazul considerat suvițele sînt de natură resinitică, nu vitrinitică. Claritul rezultat nu este prin urmare un clarit cu cuticule, ci un clarit cu resinit.

Claritul cu suvițe de resinit se găsește probabil în toți cărbunii din Valea Jiului și este frecvent în probele studiate.

Telinitul notat în schema de mai sus cu b_1 se încarcă adesea cu corpuri rășinoase de formă ovoidală (în celule), baghete etc. devenind la limită un clarit.

Am găsit, în special în acest clarit, două varietăți de corpuri figurate: una deschisă la culoare în L.R. și alta închisă la culoare. Cea închisă la culoare este probabil o „degradation matter" sau o substanță humică-rășinoasă (12). Este deci un constituent maceral nou. Cele două substanțe se găsesc laolaltă, uneori formînd concurgeri în același corp rășinos, fig. 6 (×1000, imersiune).

Telinitul notat în schema de mai sus cu b_2 prezintă o structură celulară cu pereți sinuoși, unii pereți fiind suvițe de ceruri sau „degradation matter". Acest aspect precum și aspectul similar din colinit, menționat mai sus, ridică și unele probleme de ordin botanic, care nu ne preocupă aici. Ceea ce ne interesează pe noi este că aceste suvițe de ceruri influențează compoziția chimică și proprietățile tehnologice ale cărbunelui și că atunci cînd proporția lor este apreciabilă, constituientul microlitotipic este un clarit sau un vitrit, după natura substanței.

Tabela 2

Caracteristicile structurale ale butonului de cocs din diferite varietăți de clarit

Nr. crt.	Felul claritului	Aspectul butonului de cocs	
		Macroscopic	Microscopic
1	Clarit cu vitrinit	Topit, puțin umflat poros.	Constituentul β în proporție de 30—40 %. Oarecari îngrămădiri.
2	Clarit resinitic din telinit a	Umflat.	Nu s-a putut încă lustrui.
3	Clarit resinitic din telinit b_1	Foarte umflat, în formă de floricele de porumb.	„
4	Clarit resinitic din telinit b_2	Aspectul în general cuprins între cele de la punctele 2 și 3.	„

Am descris vitritul și claritul separat. De fapt, foarte adesea trecerea de la un constituent la altul este progresivă și o separare netă nu se poate face.

Aspectul cocsului dat de toate aceste varietăți de clarit este aspectul extrem al cocsului provenit din telinitul respectiv, cînd proporția de resinit crește (tabela 2).

Claritul cu spori.

Se aseamănă întrucîtva cu claritul cu fragmente scurte cu cutinit.

Sporii au de asemenea culoarea întunecoasă în L.R. și se confundă cu cuticulele, sau uneori cu nodulele de argilit.

Carbargilitul.

Provine, cum am spus, din încărcarea celorlalți constituenți microlitotipici cu substanțe minerale. Cea ma frecventă formă de carbargilit în cărbunii studiați este carbargilitul lipsit de exinit și de inertinit, prin urmare varietatea pe care am numit-o sterilo-vitrit. (3).

Sterilovitritul provine mai ales din încărcarea cu substanță minerală epigenetică a vitrinitului cu încărbunare slabă a structurii ornamentale, în al dolea rînd a telinitului în benzi și extrem de rar a telinitului cu structura celulară clară.

Încărcarea cu substanță minerală a vitritului este, în cărbunii studiați, extrem de frecventă și în general progresivă, astfel încît este imposibil de separat net strilovitritul de constituentul de origină. Încărcarea se face în general întîi sub formă de nodule, care apoi se extind. Rezultatul este o serie de structuri de mare efect optic. (fig. 7).

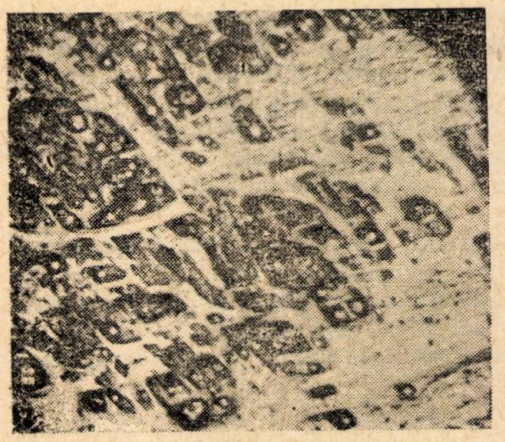


Fig. 7

Fig. 8

Nodulele argiloase poartă în general în centru un grăunte de pirită, iar masa semisterilă conține adesea colonii de cristale cubice de acest mineral.

Din acest punct de vedere, practic, această constatare este importantă pentru stabilirea parametrilor concentrării masei carbonoase prin spălare sau prin alte metode. Se poate astfel preciza necesitatea sdrobirii și gradul de mărunțire înainte de spălare. Cum apoi afară de cea din vitrinitul colinitic, pirita se găsește mai ales în sterilovitrit, aceasta trece la spălare în cea mai mare parte în mixte. Din proporția de pirită constatată la examenul petrografic, din modul ei de repartiție și din legătura cu constituentul în care se găsește înglobată, se pot trage concluzii importante pentru procedeul de desulfurare a cărbunelui.

Dată fiind structura constituentului carbargilitic, variația proporției de substanță minerală, natura și gradul ei de dispersie etc., caracteristicile butonului de cocs sînt foarte variabile și cercetările sînt în curs pentru a găsi unele legi ale acestor variații. În general cocsul este destul de bine topit, compact, constituentul β fiind în proporție de 20—50%.

Pseudoclaritul.

În cărbunii din Valea Jiului este frecvent constituentul microlitotipic cu sructura din fig. 8.

Structuri asemănătoare cu aceasta au fost considerate clarit, deoarece bobițele au fost socotite microspori sau rășină. Examenul a sute de secțiuni ne-a dus însă să stabilim că în cărbunii noștri, bobițele nu sînt altceva decît o substanță carbo-minerală, poate preexistentă în celule.

Constituentul nu este prin urmare un clarit, ci un constituent nou, asemănător cu claritul ca aspect și intermediar între vitrit și sterilovitrit din punct de vedere al naturii substanțelor constitutive. De aceia l-am numit deocamdată *pseudoclarit.* (12 etc.).

Natura lui reese, între altele, și din gama de structuri apropiate întrucîtva de cele sterilovitritice, pe care o poate da.

Cercetări în curs tind să arate că există treceri între șuvițele claritului resinitic, constituentul cu carbonificare slabă al vitritului ornamental, cuticule și aceste bobițe. Este o dovadă în plus că structura huilelor de gaz ese uneori mult mai complexă decît o consideră pînă azi literatura.

Natura pseudoclaritului reese și din aspectul butonului de cocs: neumflat, sfărîmicios, lasă praf pe degete, sărac în constituentul β Bineînțeles, cercetările trebuesc duse și în această privință mai departe și le considerăm în curs.

Cărbunii din Valea Jiului prezintă deci constituenți noi, nesemnalați încă în literatură [1]).

Reese clar din cele de mai sus că constituenții găsiți de noi în cărbunii din Valea Jiului imprimă cocsului caracteristici extrem de diferite, în primul rînd caracteristici care exprimă gradul de topire, gradul de umflare, rezisența, porozitatea.

[1]) Din cauza imposibilității de a executa micrografii în imersiune la măriri mici, n-am putut încă omologa prin Comisia Internațională nici acești constituenți, nici alții observați mai demult... (I.S.).

Această varietate de caracteristici se datorește în special unor anumite macerale și unor anumite aspecte ale acestora : aspectelor diferite ale vitrinitului, cantității apreciabile și repartiției resinitului, gradului variat de dispresie al substanței minerale.

Îmbunătățirea calității cocsului dat de cărbunii din Valea Jiului nu trebue legată deci, de constituenții durit și fuzit, — care de altfel sînt în proporții neînsemnate în cărbunii din Valea Jiului, ci de natura vitritului și de proporția și caracterul constituenților pe care i-am descris.

Ultimii doi din acești constituenți — sterilo vitritul și pseudoclaritul— joacă în anumite împrejurări, un rol pozitiv ; spre ex. cînd proporția de resinit în clarit este prea mare, ei joacă rol de degresant.

Acțiunea degresantă a acestor constituenți depinde atît de natura și proporția substanțelor anroganice, cît și de constituentul în care se găsește, exemplul cel mai bun în această privință constituindu-l diferența de comportare la cocsificare a pseudoclariului și sterilovitritului.

Mai departe aceste considerații scot mai mult în evidență importanța formării de concentrate petrografice pentru rețete de cocsificare. Separarea nu trebue să urmărească însă concentrate pe bază de durit și fuzit, ci concentrate pe baza constiuenților semnalați.

Avînd în vedere influența negativă a procentelor ridicate de cenușă din cărbuni asupra rezistenței mecanice a cocsului, din aceste concentrate trebuesc îndepărtate numai cele prea bogate în cenușe ; celelalte trebuesc folosite în rețetele de cocsificare, în primul rînd pentru a compensa efectul de umflare și de înflorire exagerată a cocsului, exercitat de proporția mare de resinit pe care o conțin uneori cărbunii.

Studii petrografice mai ample pot aduce detalii în aceste privințe.

Studiile privind proporția și gradul de dispersie a piritei în diverșii constituenți pot aduce lumini noi nu numai în problema desulfurării cocsului, ci și în privința celorlalte caracteristici ale lui.

Laboratorul de Combustibili
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *Ionescu-Sisești B.* Structura petrografică a lignitului romînesc. Rev. Min. 6 — 954.
2. *Ionescu-Sisești B.* Aspecte noi în problema structurii microscopice a cărbunilor minerali. Rev. Univ. C. I. Parhon și a Inst. Polit. Buc., nr. 4—5, 1954.
3. *Ionescu-Sisești B.* Cîteva structuri caracteristice în cărbuni. Bul. Inst. Pol. Buc. Tom XIX, 1957, fasc. 1—2.
4. *Ionescu-Sisești B.* Noi puncte de vedere as. noț. act. privitoare la constit. petr. ai cărb. Studii și cerc. de energ. nr. 1, 1957.
5. * * * Fișele Comisiei Internaționale de Petrografia Cărbunilor. Comisia de Nomenclatură 1957 și 1957.
6. *C. Kröger u. H. Gondermann.* Brennstoff-Chemie Bd. 38. august 1957 p. 231.
7. *Stach E.* Lehrbuch der Kohlenmikroskopie. Glückauf Kettwig 1949.

8. *Stach E.* Die Sporen in der Flamm-Gasflamm-und Gas-Glückauf. 67. 1931 p. 1931. p. 1118.

9. * * * Atlas für angewandte Steinkohlenpetrographie. Verlag Glückauf Kettwig. 1951.

10. *Ionescu-Siseşti B.* şi *Ionescu C.* Stabilirea constituenţilor structurali din cărbuni de Petrila, Uricani şi Lupeni (nepublicat).

11. *Ionescu-Siseşti B.* şi *Ionescu C.* Structura petrografică a cărbunilor de Vulcan şi Uricani. (nepublicat).

12. *Ionescu-Siseşti B.* Problèmes fondam. de Pétrogr. des charbons dans structure des houilles jeunes roumaines. Bul. Inst. Pol. Buc. Tom XI, fasc., apr.-iunie 1959.

ИССЛЕДОВАНИЯ ВИТРИТА, КЛАРИТА И КАРБАРАЖИЛИТА УГЛЕЙ ВАЛЯ-ЖИУЛУЙ

(Краткое содержание)

Из проведенных исследований вытекает, что микроскопический вид каменных углей валя жиул й отличается от вида каменных углей более старого возраста в первую очередь тсм, что дурит и физит находятся в меньшей пропорции; *остальные классические составные,* витрит н кларит отличаются искоторыми особенностями от известных в литературе и кроме того эти угли имеют некоторые новые составные часит, еще не описанные в литературе.

Авторы описывают все эти новые формы они показывают, что эти новые составные части углеи ведут себя по разному в процессе коксования.

SOME INVESTIGATIONS ON THE VITRIT, CLARIT AND CARBAGILIT OF „VALEA JIULUI" COALS.

(Summary)

These investigations show that the microscopical aspect of the „Valea Jiului" coals is different on that presented by the hard coals, firstly by a less quantity of durit an fusit; it appears that the others classic petrological constituens, the vitrit and clarit, have particular aspects, quite different from these indicated by the literature.

There are mentioned new others microscopical constituents (macerals) not yet described. The authors presente the all new constituents and their different behaviour on the carbonization.

RECHERCHES SUR LE VITRITE, LE CLARITE ET LE CARBARGILITE DES CHARBONS DE VALEA JIULUI

(Résumé)

Il résulte des présentes recherches que l'aspect microscopique des houilles de Valea Jiului se distingue de celui des houilles plus vieilles, premièrement par ce que le durite et le fusite s'y trouvent en petites proportions ; les autres microlithotypes classiques, le vitrite et le clarite, ont un aspect particulier, en général différent de l'aspect connu dans la littérature, — et encore, elles ont une série de nouveaux constituants qui ne sont pas encore décrits dans la littérature.

Les auteurs décrivent toutes ces nouvelles formes de constituants. Ils montrent enfin que ces constituants se comportent différemment dans le processus de cokéfaction.

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DAS VITRIT UND KARBARGILIT DER KOHLEN AUS DEM JIU—TAL.

(Zusammenfassung)

Die gegenwärtigen Unetrsuchungen ergeben dass das mikroskopische Bild der Steinkohlen aus dem Jiu—Tal von den der älteren Steinkohlen sich in erster Reihe durch den kleineren Anteil an Durit und Fuzit unterscheidet ; die anderen klassischen Bestandteile — Vitrit und Klarit — haben besondere Eigenheiten die im allgemeinen nicht denen aus der Literatur Bekannten ähnlich sind ; die Kohle weist eine Reihe von neuen, in der Literatur noch nicht beschreibenen Bestandteilen auf.

Die Verfasser beschreiben diese neuen Formen und beweisen das ihr Verhalten im Verkokungsprozess verschieden ist.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 4

CERCETĂRI EXPERIMENTALE ASUPRA UNOR SEMICONDUCTORI DIN OXIZI METALICI *

de FLOREA OPREA și PETRE BALTĂ

Semiconductorii oxidici prezintă un mare interes pentru tehnică deoarece proprietățile caracteristice ale semiconductorilor se îmbină în cazul lor cu un preț de cost scăzut față de semiconductorii clasici din germaniu și siliciu.

Semiconductorii oxidici cu anumite proprietăți bine reliefate au început să fie utilizați în ultimii ani în cantități din ce în ce mai mari. Astfel sînt feritele moi cu permeabilitate magnetică mare, feritele dure cu forță coercitivă mare, termistorii cu un coeficient de temperatură ridicat, titanatul de bariu cu proprietăți segnetto-electrice și altele.

La noi în țară unele tipuri de semiconductori oxidici se produc deja pe scară industrială, iar tendința actuală spre automatizare va face ca în viitorul apropiat, sortimentul lor să crească mult.

Prin studiul prezentat mai jos s-a căutat obținerea de date concrete despre influența unor factori tehnologici asupra cîtorva parametri ai semiconductorilor oxidici din CuO și de asemenea despre proprietățile semiconductoare ale unor amestecuri de oxizi din sistemul ternar puțin studiat NiO—CuO—Li_2O.

Condiții de lucru. Pentru obținerea semiconductorilor (1) au fost confecționate corpuri de probă prismatice de 0,3×1×3 cm prin presarea unei cantități anumite de oxizi într-o matriță de oțel, cu ajutorul unei prese hidraulice, la presiuni variind între 200 și 1300 kg/cm^2.

Probele au fost sinterizate într-un cuptor electric cu silite, în nacele de porțelan. Regimul de încălzire a fost în majoritatea cazurilor următorul: o preîncălzire la intrarea în cuptor (cca. 150°C) timp de 5 min, calcinarea la temperatura maximă 30 min și răcirea la ieșirea din cuptor 5 minute.

Pe probele astfel obținute au fost determinate:

1. Rezistivitatea și variația ei cu temperatura, calculîndu-se apoi coeficientul α_{20}.

2. Forța termoelectromotoare diferențială.

---

* Comunicare prezentată la cea de a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice a Institutului Politehnic București (31 octombrie 1959).

Rezistența a fost măsurată cu ajutorul unei punți de măsură tip RFT 221. Pentru introducerea probei în circuitul de măsură a fost utilizat dispozitivul (2) schițat în fig. 1. El se compune dintr-o piesă ceramică (1) pe care sînt fixate 2 tije metalice (2), care susțin proba și un șurub (3) cu ajutorul căruia se presează proba între cele două contacte. De la cele două capete ale probei (4) pleacă 2 fire de legătură (5) cu puntea de măsură, care trec printr-un orificiu din piesa ceramică. Temperatura probei se măsoară cu ajutorul unui termocuplu Fe-

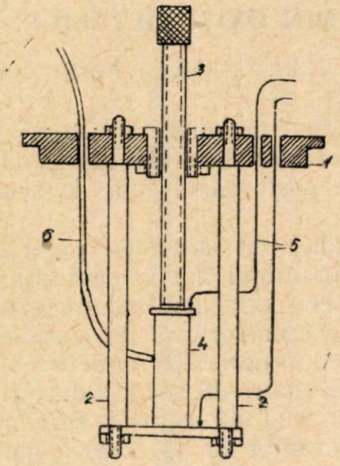


Fig. 1. Dispozitivul pentru determinarea variației rezistivității cu temperatura.

Kon (6). Tot dispozitivul se introduce într-un cuptoraș electric pentru calcinat creuzete, piesa ceramică (1) constituind capacul cuptorului. Încălzirea se reglează cu ajutorul unui reostat. Măsurătorile s-au efectuat între 20 și 200°C. Din valorile obținute s-a calculat rezistivitatea.

Forța termoelectromotoare (3) s-a măsurat cu ajutorul unui alt dispozitiv (fig. 2) compus dintr-un cadru (1) din material izolat în care sînt fixați doi cilindri dn cupru (2) în interiorul cărora se poate trimite apă cu o anumită temperatură din două ultratermostate prin tuburile de cauciuc (3). Proba (4) se fixează între cei doi cilindri cu ajutorul unui șurub de presare (5). Temperatura apei care circulă prin cilindri se măsoară cu două termometre (6) care dau 0,1°C. Măsurătorile s-au efectuat la o diferență de temperatură de cca 15°C. FTEM a fost măsurată prin metoda compensării, cu ajutorul unui potențiometru cu sensibilitatea mult mărită.

I. Influența unor factori tehnologici asupra proprietăților semiconductorilor din CuO

S-a studiat influența temperaturii de sinterizare, a duratei sinterizării, a condițiilor de răcire, a posibilităților de utilizare a unor lianți și influența presiunii de confecționare.

Pentru acest studiu a fost folosit CuO de calitatea p.a. avînd o suprafață specifică de 1200 cm^2/g, cu scopul de a se evita pe cît posibil influența unor impurități întîmplătoare asupra rezultatelor.

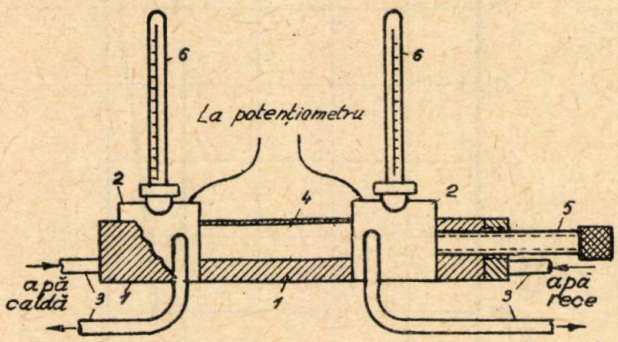


Fig. 2. Dispozitivul pentru măsurarea F.T.E.M.

a) *Influența temperaturii de sinterizare asupra proprietăților semiconductorilor din CuO*

În condițiile arătate mai sus au fost sinterizate probe de CuO la temperaturile de 500—600—700—800—900 și 1000°C. Măsurătorile au fost efectuate imediat după răcirea probelor, adică la cca 30 min după scoaterea lor din cuptor, deoarece rezistivitatea acestor semiconductori variază în timp destul de mult. Rezultatele obținute sînt prezentate pe diagrama din fig. 3.

Se constată că rezistivitatea are tendința să scadă între 500 și 700°C, rămînînd totuși practic constantă. De la 700°C în sus se produce o creștere rapidă a rezistivității odată cu creșterea temperaturii de sinterizare, saltul maxim fiind între 900 și 1000°C. Trebuie să remarcăm că în literatură (4) se vorbește foarte mult de semiconductorii obținuți din Cu_2O oxidul cupric fiind utilizat abia în ultimul timp pentru obținerea unor termistori. Conductivitatea Cu_2O este lacunară și acad. A. F. Ioffe arată că ea crește cu temperatura de sinterizare. Kolomiet (1), care a lucrat cu CuO arată că în acest caz conductivitatea scade cu temperatura de sinterizare, fapt confirmat prin rezultatele obținute de noi. În cazul oxidului cupros, adiționarea unui număr mai mare de atomi de oxigen (creșterea abaterii față de Cu_2O) duce la creșterea numărului de acceptori și deci la creșterea conductivității lacunare. Oxidul cupric poate fi considerat ca avînd abaterea maximă față de Cu_2O. De aceea pierzînd O_2 prin disociere, numărul de acceptori scade și deci conductivitatea

lacunară scade. În literatură există date asupra faptului că tensiunea de disociere a CuO crește cu temperatura și devine importantă în special peste 800°C. Aceste date confirmă ipoteza prezentată mai sus pentru explicarea curbei rezistivitate-temperatură de sinterizare. Pe aceleași

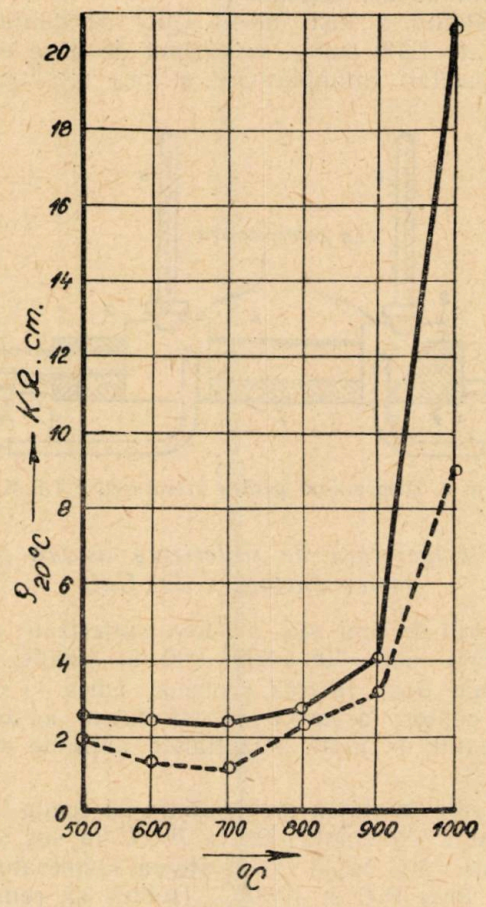


Fig. 3. Influența temperaturii de sinterizare asupra rezistivității:
——— probe fără liant
— — — — probe cu liant

probe s-a determinat variația rezistivității cu temperatura, obținîndu-se curbe de genul celei prezentate în fig. 4.

Aceste curbe prezintă alura exponențială clasică a curbelor de variație a rezistivității cu temperatura, caracteristice semiconductorilor. Ele ne-au permis să calculăm coeficientul de temperatură α_{20} a cărui variație în funcție de temperatura de sinterizare este prezentată în fig. 5.

În condițiile în care s-a efectuat acest studiu s-au obținut valori relativ mici pentru α_{20}. Valoarea de la 1000°C, $\alpha_{20} = -2{,}2\%/°C$ se apropie de cifrele găsite în literatură, $\alpha_{20} = -2{,}6\%/°C$ (1). Pe aceleași probe s-a măsurat forța termoelectromotoare iar rezultatele sînt prezentate în fig. 6.

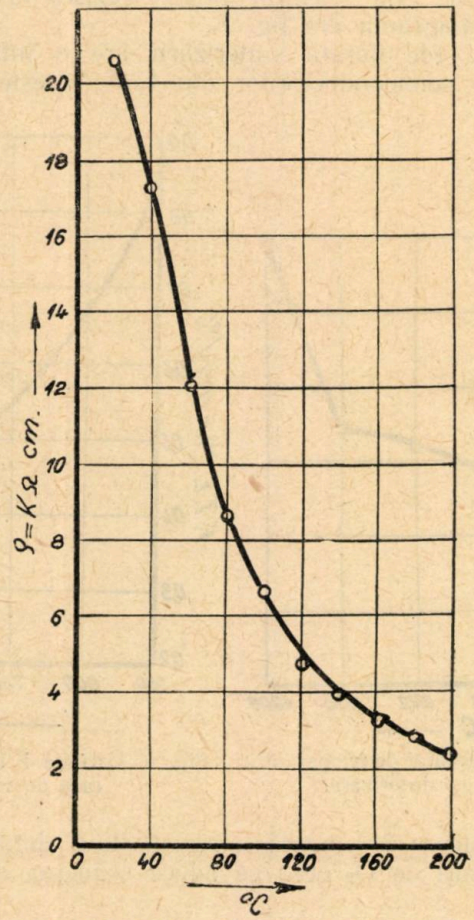


Fig. 4. Variația rezistivității cu temperatura. Proba arsă la 1000°C.

Se observă că valoarea ei scade cu cît crește temperatura de sinterizare. În literatură (4) se indică o valoare a forței termoelectromotoare de 0,7 mV/°C, cifră care corespunde bine cu valorile găsite la temperaturi de sinterizare joase. În același timp s-a măsurat și valoarea curentului termoelectric, constatîndu-se că există un maxim la probele sinterizate la 700°C și anume de 0,011 A/°C.

Aceste date ne arată că semiconductorii din CuO nu prezintă importanță din punctul de vedere al proprietăților termoelectrice.

b) *Studiul influenței duratei sinterizării și a regimului de răcire*

Acest studiu a fost efectuat pe probe presate la 1000 kg/cm² și sinterizate la 900°C, durata menținerii la temperatura maximă fiind de 10, 30, 60 și 90 minute. S-a măsurat numai rezistivitatea iar rezultatele sînt prezentate în diagrama din fig. 7.

După cum se vede durata sinterizării are o influență importantă asupra rezistivității semiconductorilor din CuO. Creșterea duratei sinte-

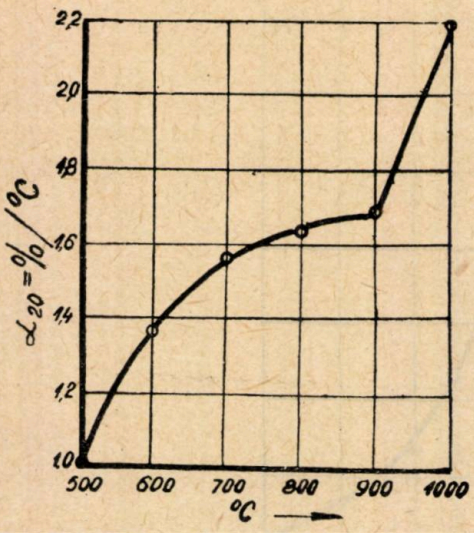


Fig. 5. Variația coeficientului de temperatură cu temperatura de sinterizare.

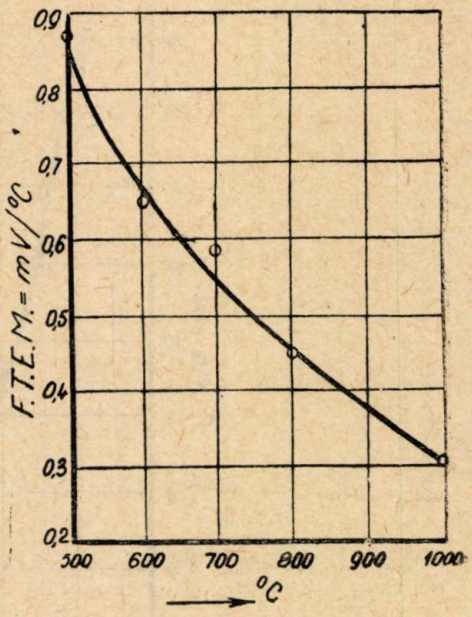


Fig. 6. Variația F.T.E.M. cu temperatura de sinterizare.

rizării duce la creșterea însemnată a rezistivității datorită pierderii unei cantități tot mai mari de O_2 ceea ce aduce scăderea numărului purtătorilor de curent.

Pentru studiul influenței regimului de răcire, o serie de probe sinterizate la 900°C timp de 30 min au fost răcite brusc în felul descris la început, iar altă serie de probe au fost lăsate să se răcească odată cu cuptorul în interior, deci mult mai lent. Rezistivitatea probelor răcite lent a fost cu cca 1000 ohmi cm mai mică decît a celor răcite brusc. Acest rezultat confirmă încă odată mecanismul conductivității oxidului cupric discutat mai sus. Într-adevăr, disocierea termică fiind un proces de echilibru, după un anumit timp la o temperatură dată se pierde o cantitate determinată de O_2. Dacă răcirea este bruscă atunci are loc o „înghețare" a echilibrului de la temperatura respectivă și rezultă la temperatura ordinară o stare de neechilibru. Dacă răcirea se face lent atunci pe măsura

scăderii temperaturii oxidul absoarbe din nou o cantitate de O_2 ceea ce are ca efect creșterea conductivității.

Existența stării de neechilibru explică și nestabilitatea proprietăților semiconductorilor din CuO la încălzire, fapt care face necesar tratamentul de îmbătrînire.

c) *Influența presiunii de presare și posibilitățile de folosire a unor lianți la confecționarea probelor*

Folosirea unui liant pentru aglomerarea la rece a oxizilor folosiți ca materie primă se dovedește de multe ori necesară în industrie, atunci

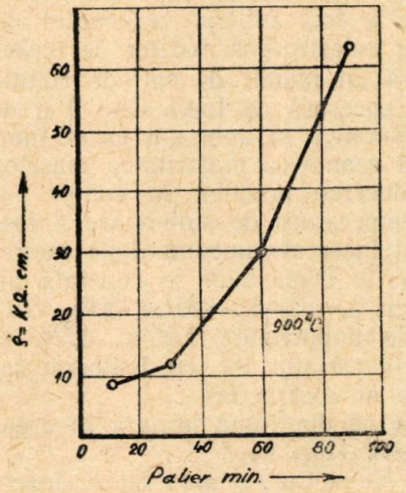


Fig. 7. Influența duratei sinterizării asupra rezistivității.

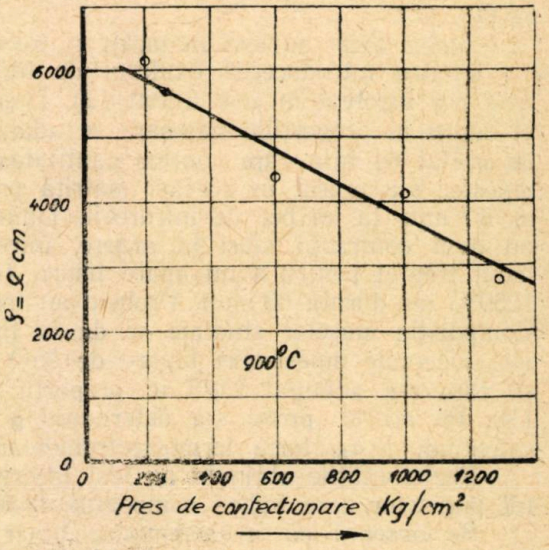


Fig. 8. Influența presiunii de confecționare asupra rezistivității.

cînd confecționarea se face prin extrudere. În cazul nostru pentru studiul influenței presiunii de confecționare, a fost necesară folosirea unui liant, deoarece la finețea arătată mai înainte CuO nu dădea probe rezistente decît la presiuni de peste 800 kg/cm^2.

Drept lianți au fost încercați: apa, parafina, glicerina și o soluție de 10% dextrină în apă. Singurul liant care a condus la rezultate satisfăcătoare a fost soluția de dextrină.

Probele confecționate cu dextrină au fost presate la 200—600—1000 și 1300 kg/cm^2 și arse la 900°C. Rezultatele obținute în urma încercărilor efectuate sînt date în figura 8.

Așa cum era de așteptat, rezistivitatea scade liniar cu creșterea presiunii de confecționare. Deși s-a folosit dextrină pură iar în probă nu a rămas după uscare decît 1% dextrină, totuși impuritățile conținute au

influențat asupra rezistivității așa cum se vede din fig. 3. unde se prezintă paralel și rezistivitatea probelor cu 10% soluție de dextrină în funcție de sinterizare.

II. Studiul proprietăților semiconductoare ale maselor din sistemul NiO-CuO-Li_2O

Pentru confecționarea acestor mase (5) au fost utilizate materii preparate în laborator în felul următor:

— NiO preparat prin calcinarea la 800°C a azotatului de nichel p.a. timp de 30 min.

— CuO preparat din sulfat de cupru prin precipitare cu hidroxid de sodiu, spălare pînă la îndepărtarea ionilor Na^+ și So_4^{--} și uscare la 120°C (1).

Ambii oxizi au fost mojarați și trecuți prin sita cu 900 ochiuri/cm^2.

Pentru introducerea oxidului de litiu a fost utilizat carbonatul de litiu pur dizolvat în acid diluat (2). După amestecarea oxizilor de nichel și cupru în proporțiile necesare se adaugă un număr de cm^3 de soluție de acetat de litiu care conține cantitatea necesară de Li_2O. Cîte 3 g de amestec s-a presat în aceeași matriță prismatică și apoi s-a uscat timp de 30 min la un bec de infraroșii. Ținînd seama că majoritatea maselor au avut contracții mari la ardere, introducerea probelor în cuptor s-a făcut treptat pentru a nu apare fisuri. Temperatura de sinterizare a fost 1250°C iar durata 30 min. Probele au fost încercate imediat după răcire. Compoziția maselor studiate se dă în fig. 9. După cum se constată au fost încercate amestecuri binare de NiO cu 5—10—15—20 și 30% CuO la care s-a adăugat Li_2O în proporții de impuritate; 0,05%, 0,5% și 1%. Pe aceste probe s-a determinat ϱ și variația lui cu temperatura, calculîndu-se α_{20}, forța termoelectromotoare și contracția.

Rezistivitățile obținute au fost înscrise pe diagrama ternară în dreptul punctelor care indică compoziția maselor (fig. 9).

Se observă că în sistemul ϱ binar NiO—CuO ϱ are valori foarte mari, de ordinul sutelor de mii de ohmi — cm, iar pentru proba cu 15% CuO trece de 10 M Ω cm.

Cînd în acest sistem se adaugă cantități mici de Li_2O, ϱ scade brusc, ajungînd la valori de ordinul unităților pentru adaose de 1%Li_2O.

În fig. 10 se prezintă variația coeficientului de temperatură în funcție de conținutul în CuO și Li_2O. În general se constată că valorile coeficienților de temperatură sînt mari, peste 2%/°C. Masele din sistemul binar NiO—CuO prezintă un maxim la 15% CuO. Valoarea corespunzătoare a lui α_{20} este 7%/°C. Se remarcă însă că, la temperatura ordinară, masa respectivă este izolantă. Ea devine semiconductor abia la temperaturi mai mari de 100°C. Masele ternare cu 0,05% Li_2O au coeficienți de temperatură mari, cuprinși între 3 și 4%/°C. Se observă că la conținuturi mici de CuO α_{20} crește pînă la cca 4%/°C iar apoi scade treptat cu creșterea procentului de CuO.

La masele cu 0,5% Li_2O α_{20} e mai mic, cuprins între 2 și 3 avînd aceeași alură ca mai sus iar în cazul maselor cu 1% Li_2O se observă o ușoară tendință de creștere a lui α_{20} cu conținutul în CuO.

Aceste rezultate arată că semiconductorii din sistemul ternar NiO-CuO-Li_2O pot fi utilizați cu succes pentru obținerea unor termistori cu coeficienți de temperatură mari: Se remarcă în special masele cu 5—20% CuO și 0,0—0,5% Li_2O.

Trecînd la forța termoelectromotoare trebuie să spunem că prin aceste măsurători s-a putut verifica și caracterul lacunar al conductibi-

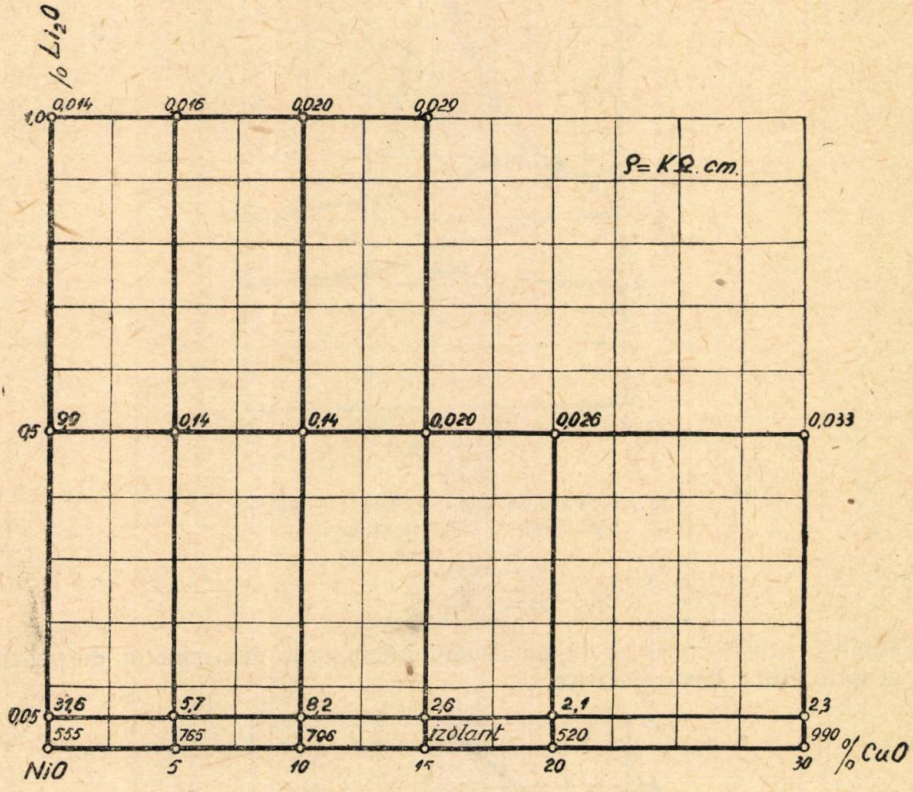


Fig. 9. Compoziția maselor din sistemul NiO—CuO—Li_2O și rezistivitățile obținute.

lității. Într-adevăr este cunoscut faptul că purtătorii de curent migrează sub influența căldurii spre regiunile mai reci. Rezultă că sensul curentului termoelectric ne poate da o informație calitativă asupra naturii purtătorilor de curent. În cazul nostru, atît la semiconductorii de CuO cît și la cei din sistemul ternar NiO-CuO-Li_2O extremitatea pozitivă a semiconductorului este cea care se află la temperatura mai joasă.

Valorile forței termoelectromotoare obținute sînt prezentate în diagrama din fig. 11. Se observă că masele din sistemul binar NiO-CuO au forțe electromotoare relativ foarte mari, ajungînd la 25 mV/°C în cazul masei cu 15% CuO. Adaosele de Li_2O reduc mult valoarea forței termo-

electromotoare astfel că la un conținut de Li_2O de 0,5% și mai mult se obțin valori sub 1 mV/°C. Rezultatele obținute ne arată că, studiate mai

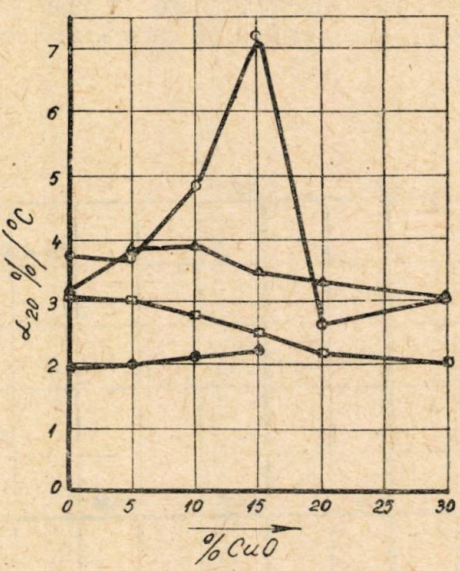


Fig. 10. Variația coeficientului de temperatură cu % CuO și % Li_2O:
○ — 0% Li_2O
△ — 0,05% ,,
□ — 0,5% ,,
● — 1,0% ,,

amănunțit, aceste mase ar putea deveni interesante din punctul de vedere al proprietăților termoelectrice.

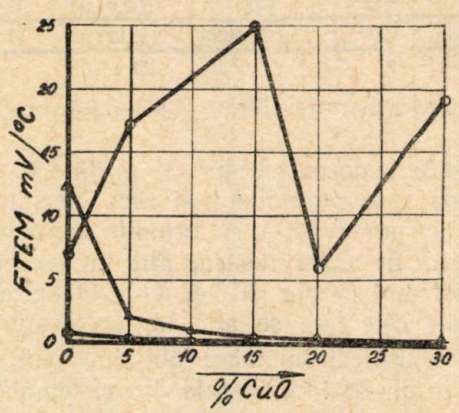


Fig. 11. Variația F.T.E.M cu % CuO și % Li_2O:
○ — 0% Li_2O
△ — 0,05% ,,
□ — 0,5% ,,

Deoarece masele sinterizate prezentau deosebiri vizibile în ceea ce privește gradul de sinterizare, am găsit util să măsurăm contracțiile la ardere, care sînt prezentate în diagrama din fig. 12.

Se remarcă faptul că un adaos de 5% CuO la NiO face să crească brusc contracția de la 6% la aproape 18% Cantități mai mari de CuO influențează puțin sinterizarea. Adaosele mici de Li_2O la NiO aduc o creștere mare a contracției și o bună sinterizare. Nu același efect îl au

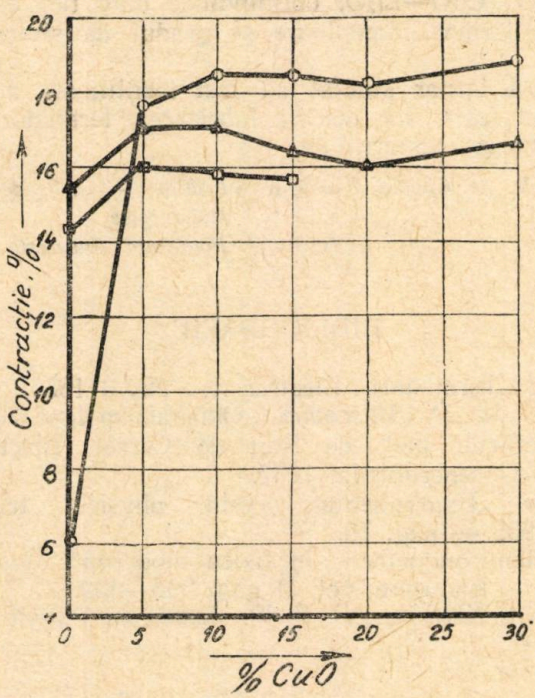


Fig. 12. Variația contracției cu % CuO și % Li_2O:
○ — 0% Li_2O
△ — 0,05% ,,
□ — 0,5% ,,

aceste adaose în cazul amestecurilor binare. Se constată o scădere a contracției cu 1—2%. O influență oarecum asemănătoare a unor cantități mici de Li_2O a fost semnalată și de alți cercetători în legătură cu sinterizarea altor oxizi.

CONCLUZII

Pe baza rezultatelor prezentate în această lucrare se desprind următoarele concluzii:

1. S-a pus la punct aparatura și metodele de determinare a variației rezistivității cu temperatura și a forței termoelectromotoare pentru semiconductorii din oxizi metalici.

2. A fost studiată influența unor factori tehnologici asupra principalilor parametrii ai semiconductorilor din CuO. În urma acestui studiu s-au obținut date concrete asupra influenței temperaturii de sinterizare, a duratei sinterizării, a regimului de răcire, a unor lianți uzuali și a presiunii de confecționare asupra valorii rezistivității, a coeficientului de temperatură și a forței termoelectromotoare la semiconductorii din CuO.

3. Cu ajutorul datelor experimentale s-a putut da o explicație verosimilă a dependenței proprietăților de factorii tehnologici.

4. Au fost studiate un număr de 22 mase semiconductoare, din sistemul ternar NiO—CuO—Li_2O, obținîndu-se date noi asupra unor proprietăți ca forța termoelectomotoare și gradul de sinterizare a acestor mase.

5. În sistemul ternar studiat au fost identificate mase cu proprietăți favorabile utilizării lor pentru fabricarea termistorilor și cu proprietăți termoelectrice, remarcabile.

Lab. de Chimia Fizică a Silicaților — Lab. de Teoria Proceselor Metalurgice
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *B. T. Kolomieț* „Termistorî" Electricestvo Nr. 3 1957.
2. *H. S. Valeev, M. D. Mașcovici* „Okisnaia poluprovodiașciaia keramika" Lucrările Inst. de Stat de Cercet. Electroceramice-seria II, pag. 20 Gosenergoizdat 1957.
3. *W. A. Wooster* „Experimental crystal physics" trad. în lb. rusă Moscova 1958 — pag. 75.
4. *A. F. Ioffe* „Semiconductorii în fizica modernă" Moscova — Leningrad 1954 — traducere, vol. II pag. 396—402.
5. *A. Bol, C. A. M. Klaassen, P. S. W. Joachems* Patent U. S. 2.863.840 dec. 1958.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕКОТОРЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ ИЗ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ОКУСЛОВ

(Краткое содержание)

В преллагаемей работе исследовалесь влияние температуры синтеризации, продолжительности синтеризации, режима охлаждения, некоторых обихедных вяжуцих и давления изготовления на значение удсльного сопротивления, на коэффициент температуры и термо-электродвижумую силу у полупроводников из окиси меди.

Полученые результаты позволили оформление правдоподобных теоретических обьяснений зависимости свойств от технологических факторов.

Были также исследованы некоторых полуцроводщие масы троиной системы $NiO - CuO - Li_2O$.

Были получены новые данные обудельном сопротивлении, термоэлектродвижущей силе и степени синтеризации этих масс, выявляя полупроводники о благоприятными свойствамидля изготовления термисторов и со значительными термо-электрическими свойствами.

Представляется использованная аппар тура для определения удельного сопротивления и термо-электродвижущей силы,

RESEARCHES ON SOME SEMICONDUCTORS FROM METAL OXIDES

(Summary)

The paper studies the influence of the sintering temperature, of the sintering time, of the cooling process, of the usual binding matters and of the forming pressure on the resistivity values. the coefficient of temperature and the thermoelectromotive force, at the semiconductors from CuO.

The results obtained have made passible the draving of a just theoretical explanation of the dependance of the properties on the technological factors.

Some semiconducting masses of the $NiO—CuO—Li_2O$ thernar system have also been studied.

New data on the resistivity, on the termoelectromotive force and on the degree of sintering of these masses have been obtined.

The semiconductors were identified with favorurable properties for the manufacturing of thermistors and with remarkable thermoelectric properties.

The laboratory ustensils used for determining the resistivity and the thermoelectromotive force are also described.

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR QUELQUES SEMICONDUCTEURS A BASE D'OXIDES METALLIQUES

(Résumé)

Dans le présent ouvrage on a étudié l'influence de la température du sintérisation, de la durée du sintérisation, du régime de refrotdessement, des quelques liants usuels et de la pression de fassonage sur la valeur de la résistivité, du coéfficient de température et de la force thérmoélectromotrice aux semiconducteurs du CuO.

Les résultats obtenus ont permis de formuler une explication théorique vraisemblable de la dépendance des propriétés des facteurs technologiques.

On y a étudié également certaines masses semiconductrices du système ternaire NiO—CuO—Li_2O.

On a obtenu de nouvelles données sur la résistivité, sur la force thermoélectromotrice ainsi que sur le degré de sintérisation de ces masses.

On a identifié les semiconducteurs avec des propriétés favorables à la fabrication des thérmistors et des propriétés thermoéléctriques remarquables.

On y a présenté l'appareillage utilisé à la détermination de la résistivité et de la force tehrmoélectromotrice.

UNTERSUCHUNGEN ÜBER EINIGEN HALBLEITER AUS METOXYDEN

(Zusammenfassung)

In vorliegender Arbeit wurde der Einfluss der Sinterizierungstemperatur, der Sinterierungsdauer, des Kuhlvorganges, einiger gebräuchlicher Bindemittel sowie des Arbeitsdrukes auf den Wert der Widerstandskraft den Temperaturkoefizienten und der termoelektromotorischen Kraft bei Halbleitern aus CuO studiert.

Die erzielten Resultate liessen enie warhrheitsgemässe theoretische Erläuterung der Abhängigkeit der der Eigenschaften von den technologischen Faktoren, zu.

Gleichfalls nurden auch einige halbleitende Massen des ternären Systems NiO—CuO—Li_2O studiert.

Es wurden neue Daten über Widerstandskraft Dar über die termoelektromotorische kraft sowie des Sinterizierungsgrades dieser Massen festgestellt und wurden gleichzeitig Halbleiter, geeignet zur Herstellung von *„termistoriu"* mit bedeutenden termoelektrischen Eigenschaften identifiziert.

Es wird die zur Bestimmung des Widerstandes und der ternoelektromotorischen Karft verwedente Apparatur, gezeigt.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 4

DESPRE OBȚINEREA POLIMERILOR PE BAZĂ DE ALCOOL FURFURILIC *

OZIAS SOLOMON, ION CIUTĂ, IRINA SÎRBU

Polimerii alcoolului furfurilic datorită calităților lor precum și prețului scăzut și-au găsit aplicații interesante pe plan industrial. Ei au o excelentă rezistență față de numeroase produse chimice, fiind mult folosiți pentru protejarea sau confecționarea aparatelor chimice rezistente la coroziune.

Alcoolul furfurilic constituie în general materia primă pentru prepararea polimerilor furanici. În cele mai multe cazuri el este folosit singur, dar s-au desprins și metode care folosesc un amestec de alcool furfurilic și aldehidă formică, furfurol sau compuși fenolici, obținîndu-se astfel produși macromoleculari, modificați, foarte apreciați pentru calitățile lor superioare (1).

Transformarea alcoolului furfurilic (A.F.) în produs macromolecular se realizează ușor în prezența catalizatorilor acizi.

Reacția este puternic exotermă din care cauză trebuie prevăzut un mijloc adecvat pentru eliminarea surplusului de căldură. În scopul evitării ambalării reacției se recomandă ca mediu de diluare apa (2).

Excepționala reactivitate a alcoolului furfurilic se datorește structurii sale chimice și anume prezenței grupei metilol în vecinătatea dublei legături conjugate pe de o parte, și hidrogenului din poziția 5 activat de către oxigenul din ciclu, pe de altă parte.

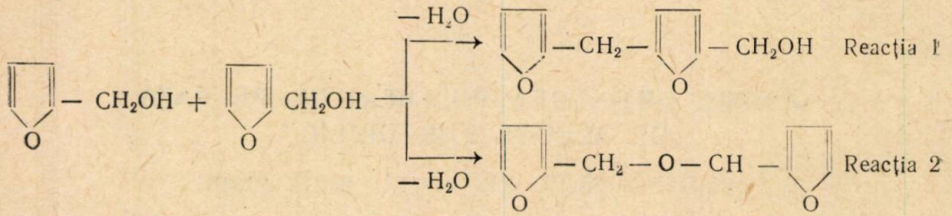
Rapiditatea reacției de condensare depinde de temperatură și de activitatea catalizatorului utilizat. Astfel acizii minerali puternici provoacă o condensare rapidă, în timp ce acizi ca: maleic, oxalic, fosforic, permit obținerea unui produs fluid ce poate fi conservat timp îndelungat la temperatură ordinară.

În general, reacția poate fi oprită la un stadiu intermediar, prin răcirea masei și neutralizarea catalizatorului. Policondensatul cu un pH între 5 și 8 este stabil, putîndu-se depozita pentru o perioadă mai lungă de timp. Pentru a desăvîrși policondensarea, este suficient să se cataliZeze din nou reacția prin adăugare de acid (3).

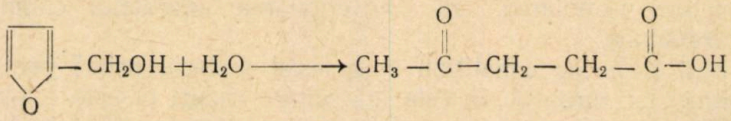
---

* Comunicare prezentată la a IV-a sesiune științifică a cadrelor didactice din Institutul Politehnic București (31 octombrie 1958).

Mecanismul reacției de policondensare a A.F. este complex și nu a putut fi pe deplin elucidat. S-a stabilit că inițial se produce o deshidratare intermoleculară și s-au identificat ca produși intermediari 2,2′ — metilen-difuran (reacția 1) sau difurfuril-eter (reacția 2) (2) (4) (21).

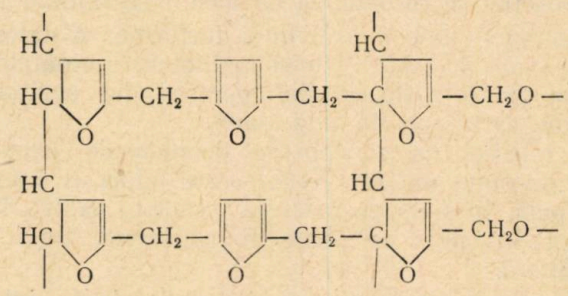


În mod special cînd se lucrează în mediu diluat apos, recția aste însoțită de o desfacere a ciclului furanic cu formare de acid levulinic. În anumite condiții de reacție a rezultat 64% acid levulinic (5).



Produșii de deshidratare intermoleculară rezultați în primul stadiu al reacției se combină din nou cu alcoolul furfurilic obținîndu-se 2-hidroximetil 5 — furfuril-furan și 2 hidroximetil-5 — (5 furfuril-furfuril) furan (4) (21) (22).

Acești produși rezultați în primele stadii ale reacției de policondensare sînt lichizi. Ulterior prin desăvîrșirea reacției are loc o polimerizare concomitent cu o policondensare rezultînd produși de forma:



Se cunosc și polimeri pe bază de alcool furfurilic și furfurol care prezintă avantajul că în scopul obținerii lor se poate utiliza direct alcoolul furfurilic provenit din hidrogenarea catalitică a furfurolului fără a mai fi necesară îndepărtarea prealabilă a furfurolului nereacționat.

În unele condiții, ureea poate fi folosită ca al treilea constituent, obținîndu-se produse cu o uscare mai rapidă (7).

Literatura alcătuită exclusiv din patente nu prezintă date referitoare la conducerea reacției de policondensare. În unele patente este menționat doar raportul dintre componenții reacției. Astfel se arată că

la un amestec de 60—75% A.F. și 40—25% furfurol se adaugă 0,1—4% HCl sau H_2SO_4, obținîndu-se după o încălzire la 40—75°C și după răcire ulterioară, o masă fluidă (8). Aceasta amestecată cu umplutură inertă de exemplu, praf de grafit sau azbest și cu un catalizator acid de tipul p.—toluensulfoclorură la rece sau la cald trece într-un produs solid rezistent la coroziune (9).

A.F. poate fi transformat în produs macromolecular și prin acțiunea catalitică a Al_2O_3, preparat prin încălzirea hidroxidului de aluminiu la 540°C. Reacția se conduce de preferință la temperatura de fierbere a alcoolului 171°, lăsînd să se elimine apa ce rezultă din reacție. După două ore se obține cu o conversie de 90% un produs lichid vîscos cu 8 inele furanice în lanț. Polimerul fluid amestecat cu umplutură și întărit, conduce la un produs rezistent la coroziune (10).

Compușii macromeleculari cu rezistență chimică bună, care sînt capabili să dea pelicule omogene se pot obține folosind BF_3 drept catalizator de condensare a A.F. Reacția se conduce într-un solvent ca de exemplu o cetonă nemiscibilă cu apa. Apoi apa se îndepărtează prin distilare azeotropă la 100—150°C (11).

Mult mai des întîlniți sînt compușii macromoleculari obținuți prin condensarea A.F. cu formaldehidă. În cîteva patente se indică proporțiile dintre componenții reacției precum și catalizatorul și temperatura de lucru (6) (12) (13) (14).

În literatură se descrie și prepararea unui produs de condensare a formaldehidei sau paraformaldehidei $(CH_2O)_x$ cu un polimer lichid al alcoolului furfurilic în prezența acidului lactic drept catalizator. Produsul are o rezistență mult mărită la acțiunea acizilor oxidanți de tipul H_2SO_4 fumans (15).

Polimerii A.F. sînt mult folosiți ca liant în obținerea chiturilor rezistente la acțiunea acizilor și alcaliilor. Ca materiale de umplutură se folosesc: $BaSO_4$, SiO_2, praf de grafit sau asbest. Catalizatori pot fi: H_2SO_4, $NaHSO_4$, acid p-toluensulfonic sau p-toluensulfoclorură. După proporția catalizatorului chitul se poate întări la rece sau la cald (16).

Se mai întîlnesc și alte date referitoare la prepararea chiturilor rezistente la acțiunea acizilor, bazelor și solvenților care se deosebesc prin umplutura sau catalizatorul folosit (17) (18).

Compusul macromolecular obținut din A.F. are o culoare închisă aproape neagră. Pentru a se evita acest neajuns s-au făcut diferite încercări ale căror indicații se găsesc în literatură (19).

Polimerii A.F. se utilizează pentru impregnarea de fibre de sticlă sau a materialelor poroase cum ar fi cuvele de gresie, de lemn, beton, conferindu-le impermeabilitate și ameliorîndu-le rezistența la coroziune sau pentru obținerea de piese turnate cu încărcătură fibroasă (1); produsul cunoscut sub denumirea de „Haveg 60" face parte din această categorie.

Prin turnarea în tipare foarte largi se pot obține tuburi, conducte, cuve, rezervoare prezentînd o bună rezistență la coroziune și la variațiile brusce de temperatură, putînd fi utilizate pînă la 130°C. Compoziția masei de turnare este asemănătoare chiturilor cu întărire la cald, coacerea efectuîndu-se prin încălzire sub joasă presiune în autoclave.

Totuși materialele turnate pe bază de polimeri de A.F. conținînd o umplutură fibroasă, nu rezistă soluțiilor de HNO_3, H_2SO_4, soluții de hipoclorit de sodiu, Br_2, I_2 sau compușilor clorurați susceptibili de a ataca azbestul (1).

Deosebit de interesante sînt produsele obținute prin impregnarea grafitului cu polimeri furanici sau piesele turnate avînd ca umplutură praful de grafit. Acestea rezistă tot așa de bine în aceleași condiții de temperatură, la acțiunea corozivă a acizilor ca și cele fenolice, prezentînd însă o netă superioritate din punct de vedere al rezistenței față de alcalii (1).

De asemenea chiturile furanice cu umplutură de grafit se folosesc ca produs de legătură între cărămizi antiacide sau la căptușirea reactoarelor și turnurilor de absorbție ce funcționează în medii acide, alcaline sau în prezența solvenților și a grăsimilor.

Se mai citează și alte utilizări ale polimerilor A.F. ca de exemplu confecționarea de manșoane pentru protecția contra coroziunii a conductelor îngropate. În acest scop se utilizează pîslă din fibre de sticlă, aglomerată cu polimeri de A.F.

Compușii macromoleculari ai A.F. amestecați cu praf de cărbune și alți ingredienți pot fi extruși în diferite profile rezultînd produse cu o rezistență superioară la șoc și duritate mare (20).

Compușii macromoleculari ai alcoolului furfurilic, sînt compatibili cu un mare număr de plastifianți, de polimeri termoplastici și termorezistenți sintetici și naturali, cauciuc etc.

Produșii lichizi pe bază de A.F. cu greutăți moleculare mici sînt solubili într-un mare număr de solvenți ca: alcooli, acetonă, benzen etc., solubilitatea lor diminuînd odată cu creșterea gradului de policondensare. Lacurile rezultate pot fi folosite pentru obținerea peliculelor de protecție.

Din această scurtă trecere în revistă a literaturii privind prepararea polimerilor A.F., ca și utilizările lor variate se vede interesul deosebit pe care îl prezintă acești polimeri, pentru industria noastră chimică și în special pentru întreprinderea „Anticoroziv" al cărei profil este direct legat de confecționarea și protejarea aparaturii chimice contra acțiunii agenților corozivi.

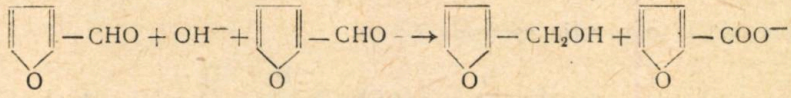
Din aceste motive ni s-a părut interesantă studierea completă a polimerilor alcoolului furfurilic ținînd seama de faptul că materia primă — furfurolul — din care se obține prin hidrogenare catalitică alcoolul furfurilic se găsește în cantitate suficientă în țară. Un studiu amănunțit și sistematic asupra polimerilor A.F. care să cuprindă mecanismul de reacție, influența diferiților factori ca de exemplu: temperatura de reacție, catalizatorul folosit, timpul de reacție etc., precum și tehnologia de obținere a produselor finite avînd la bază polimerii A.F., nu am întîlnit în literatura cercetată. De aceea ne-am propus să studiem pe rînd fiecare din problemele anunțate căutînd a le da o rezolvare cît mai convenabilă necesităților noastre.

Partea experimentală

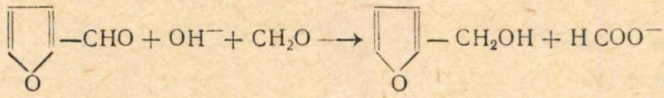
a) *Prepararea alcoolului furfuritic*

Alcoolul furfurilic poate fi obținut din furfurol pe două căi principale și anume :

1. Prin metoda clasică de laborator a disproporționării prin reacția Cannizzaro



sau reacția Cannizzaro mixtă



În primul caz randamentul teoretic al reacției este 50%, în al doilea caz putîndu-se ajunge practic la un randament de 80% (23).

2. Prin hidrogenarea catalitică a furfurolului la presiune sau în ultimul timp la presiune normală (24).

Prin reacția Cannizzaro se poate obține după distilare un alcool pur, dar metoda este greoaie și neindicată unei producții mari. Prin reacția de hidrogenare catalitică a furfurolului la presiune normală, care poate fi condusă cotinuu se obține o productivitate mult mai mare cu un randament de 90—95%, alcoolul obținut cu pînă la 15% furfurol nereacționat putînd fi folosit direct la prepararea compușilor macromoleculari. Este evident că pentru o producție industrială poate fi luată în considerație numai hidrogenarea catalitică.

Procedeele de hidrogenare se pot grupa astfel :

— hidrogenarea catalitică în fază lichidă ;

— hidrogenarea catalitică în fază de vapori.

Procedeul industrial în fază lichidă este discontinuu lucrîndu-se cu un catalizator cromit de cupru 1—2% la temperaturi între 120—170°C și presiune 40—200 at. A.F. se obține cu un randament de 95% (24).

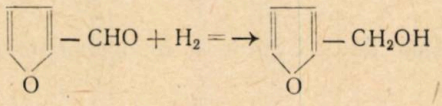
Hidrogenarea în fază de vapori se realizează industrial în instalații continue folosind catalizatori metalici ca : Ni, Cu, Co. Se lucrează cu un exces mare de hidrogen, iar randamentul pare să atingă 97%.

În laborator hidrogenarea poate fi condusă la presiune normală sub acțiunea catalitică a cromitului de cupru (24) sau cupru Raney (25).

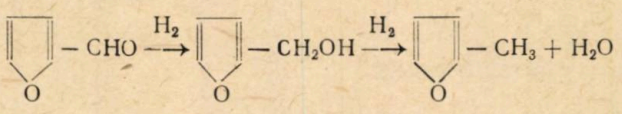
Pentru a vedea cum influențează puritatea alcoolului furfurilic asupra reacției de policondensare s-a preparat la începutul cercetărilor noastre o cantitate de alcool prin reacția Cannizzaro, obținînd final puritatea indicată de literatură. Cu acest alcool s-au făcut cîteva reacții de policondensare pe care le-am comparat cu reacțiile efectuate cu alcoolul preparat prin hidrogenare.

Pentru experiențele ulterioare s-a realizat o instalație de hidrogenare de laborator, folosindu-se doi catalizatori : cromitul de cupru și cupru Raney.

Reacția principală se formulează astfel:



mai are loc și o reacție secundară



Materiile prime.

— furfurol;
— hidrogen;
— substanțe pentru prepararea catalizatorilor;

Furfurolul. S-a utilizat furfurol de proveniență indigenă distilat în vacuum la 20 mm. Hg. Caarcteristicile produsului folosit au fost: $d_4^{20} = 1{,}159 - 1{,}160$, $n_0^{20} = 1{,}5256$. Cantitățile de apă din furfurolul tehnic au fost îndepărtate prin distilare.

Hidrogenul — proveniență Tîrnăveni:
— Conținut în hidrogen 99,9%
— „ „ oxigen 0,1%
— „ „ clor — lipsă

Substanțele pentru prepararea catalizatorului au fost substanțe chimic pure.

Hidrogenarea cu catalizator cromit de cupru s-a realizat într-o instalație compusă în cea mai mare parte din vase de sticlă. Schema instalației este dată în fig. 1.

Hidrogenul din bombă avînd debitul măsurat de fluometru *1* se întîlnește cu hidrogenul recirculat și trece prin fluometru *2*, care măsoară debitul total în vaporizatorul *3* încălzit electric la 160°C și alimentat cu furfurol prin pîlnia *4*. De aici vaporii de furfurol împreună cu hidrogenul în exces trec în reactorul de hidrogenare umplut cu catalizator cromit de cupru depus pe bile de sticlă sablate, drept suport. Reactorul este încălzit la 135°C temperatura fiind reglată cu un termometru Wertex. La ieșirea din reactor produșii de reacție împreună cu excesul de hidrogen trec prin refrigerentul 5 unde se condensează vaporii de alcool furfurilic și furfurol nereacționat și sînt colectați în balonul 6. Excesul de hidrogen se recirculă printr-o pompă de recirculație și se întîlnește apoi cu hidrogenul proaspăt din bombă.

Înainte de a se opri instalația catalizatorul se purjează cu hidrogen timp de două ore. Această purjare este absolut necesară, deoarece vaporii de alcool furfurilic sau furfurol condensați pe suprafața catalizatorului pot da naștere la compuși macromoleculari care acoperă suprafața activă a catalizatorului micșorîndu-i activitatea.

Produsul de hidrogenare colectat în balonul 6, a fost caracterizat prin indicele de refracție conform indicațiilor din literatură (26).

Catalizatorul cromit de cupru a fost preparat după datele lui Brown și Hixon (24). Catalizatorul sub forma unui praf fin negru brun s-a depus pe bile de sticlă sablate și umectate cu apă. După o uscare par-

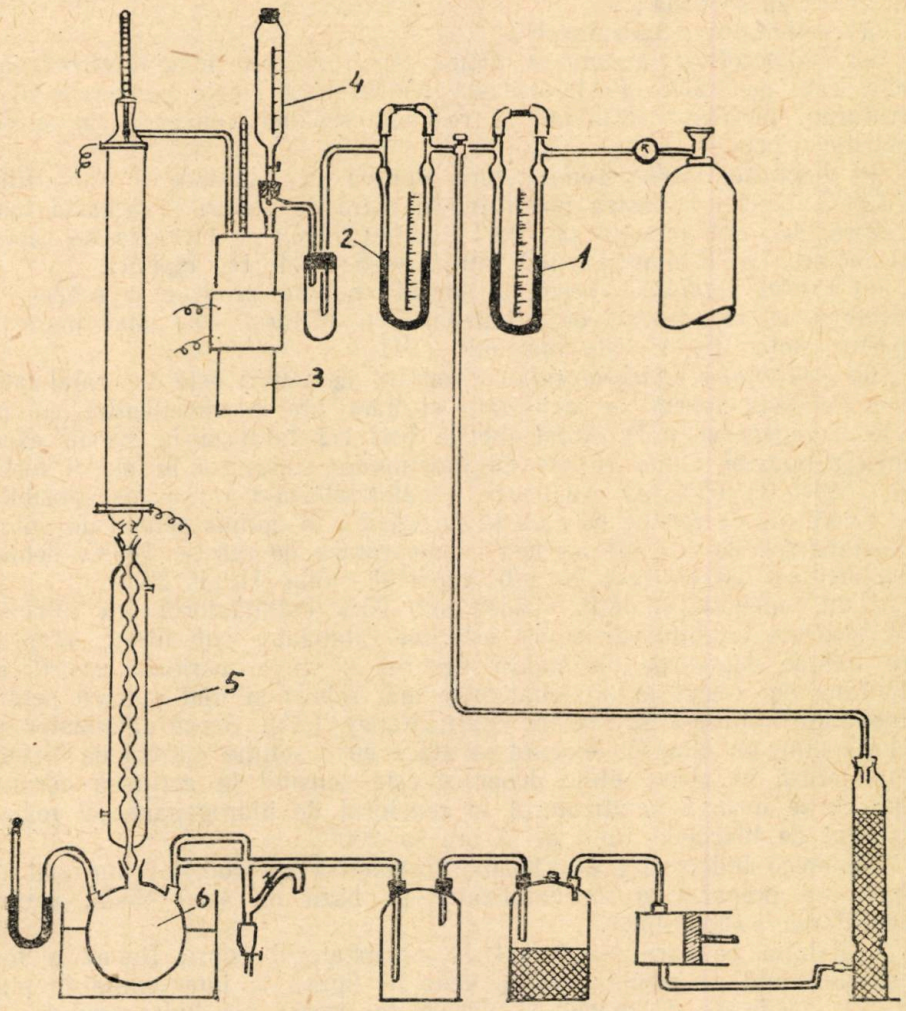


Fig. 1. Instalație de laborator pentru hidrogenarea furfurolului pe catalizator cromit de cupru.

țială în etuvă, bilele cu catalizator s-au introdus în tubul de cataliză și s-au uscat complet într-un curent de hidrogen la 120°C timp de 4 ore.

Reacția de hidrogenare depinde de următorii factori:

a) temperatură;

b) raportul molar H_2/F;
c) viteza spațială;
d) activitatea catalizatorului.

a) *Temperatura* la care se obține cu randament maxim alcool furfurilic este de 135°C. Peste această temperatură crește conversia în 2 metilfuran, produsul secundar al reacției, scăzînd conversia în alcool furfurilic (24).

b) *Raportul molar.* Temperatura optimă de obținere a A.F. fiind de 135°C, pentru a păstra furfurolul în stare de vapori la această temperatură, deci sub punctul său de fierbere (171°C) se lucrează cu raporturi molare $H_2 : F$ mari variind între 15—80 moli $H_2 : F$ (24).

c) *Viteza spațială.* Creșterea vitezei spațiale produce o scădere a conversiei cu cît debitul de alimentare cu furfurol este mai mare și raportul molar $H_2 : F$ este mai mic (24).

d) *Activitatea catalizatorului.* Cromitul de cupru este un catalizator cu o perioadă scurtă de activitate și care are inconvenientul că nu poate fi regenerat (24). Acest fapt a fost constatat și în cursul experiențelor noastre. După 15 ore de funcționare conversia în alcool furfurilic scădea la 65%. O reactivare a catalizatorului nu a fost posibilă.

Condițiile de reacție pe care le-am găsit a fi optime pentru un volum de catalizator de 80 cm^3 au fost: temperatura de reacție 135°C, debitul de alimentare cu furfurol 60 g/h, raportul molar $H_2 : F$ 20 : 1.

Cînd conversia în A.F. scădea sub 85% catalizatorul era înlocuit.

Deoarece cromitul de cupru este un catalizator sub formă de praf, care trebuie depus pe un suport neporos și cu o perioadă scurtă de activitate, am trecut la un catalizator mai robust și mai potrivit pentru o instalație continuă și anume cupru Raney (25). Acest catalizator se prepară dintr-un aliaj Cu-Al care se atacă cu o soluție diluată de NaOH. Se păstrează în alcool etilic deoarece este sensibil la acțiunea aerului. După ce se încarcă catalizatorul în reactorul de hidrogenare, se reduce în curent de hidrogen timp de 4 ore la 200°C.

Deoarece hidrogenul din bombă trebuie să fie complet purificat de oxigen s-a preparat și un catalizator pe bază de aliaj Ni-Al, pentru îndepărtarea oxigenului.

Instalația pe care s-a lucrat cu catalizatorul cupru Raney a fost modificată față de prima cum se vede în figura 2, intervenind în plus soba de purificare de oxigen și vasele de uscare ale hidrogenului.

Modul de lucru pe această instalație a fost identic ca și în cazul hidrogenării cu catalizator cromit de cupru.

Volumul de catalizator cupru Raney a fost mărit la 450 cm^3 ceea ce a permis și mărirea debitului de alimentare cu furfurol. Din mai multe încercări au rezultat condițiile optime de reacție: viteza spațială cuprinsă între 1500—1600 h^{-1}, debitul de alimentare cu furfurol 150 g/h. și raportul molar $H_2 : F = 15 : 1$, temperatura de reacție fiind 135°C. Toți acești factori influențează reacția de hidrogenare în același mod ca și în cazul folosirii catalizatorului cromit de cupru.

Catalizatorul cupru Raney prezintă avantajul față de cromitul de cupru că poate fi reactivat și regenerat prin tratare cu NaOH.

Pentru a împiedica formarea pe suprafața catalizatorului a compușilor macromoleculari, alimentarea cu furfurol se întrerupe cu două ore înainte de a opri instalația să funcționeze.

Produsul din vasul de colectare, caracterizat prin indicele de refracție (26) cu un conținut maxim de 15% furfurol în amestec cu alcool furfurilic a fost folosit direct la prepararea compușilor macromoleculari.

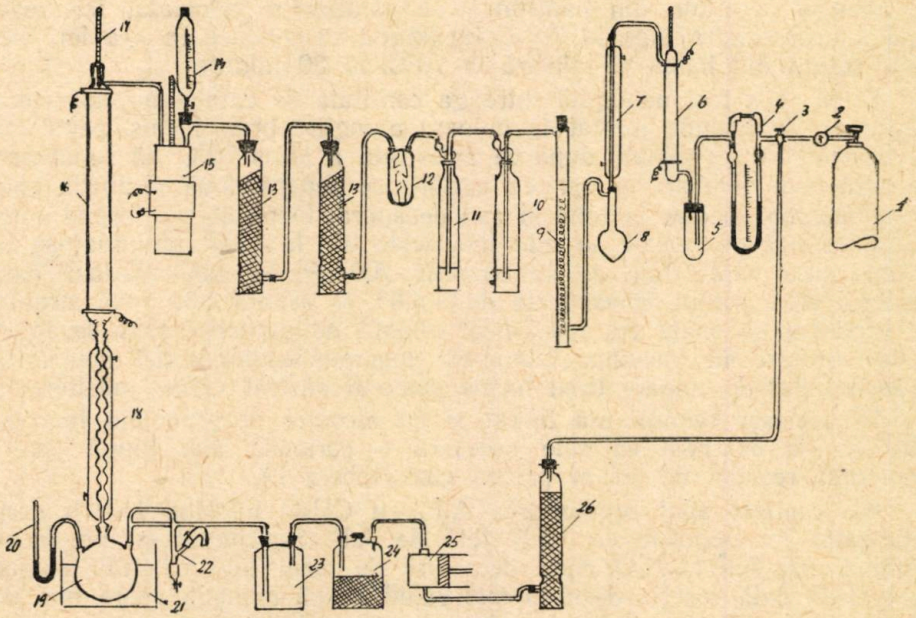


Fig. 2. Instalație de laborator pentru hidrogenarea furfurolului cu catalizator—cupru Raney

1. — Butelie de hidrogen; *2.* — Reductor de presiune; *3.* — Robinet cu trei căi; *4.* — Fluometru; *5.* — Vas de siguranță; *6.* — Sobă de purificare O_2; *7.* — Refrigerent; *8.* — Vas de colectare; *9.* — Vas pentru identificarea prezenței O_2; *10* și *11.* — Vase spălătoare; *12.* — Separator de picături; *13.* — Turn de uscare; *14.* — Pîlnie de alimentare; *15.* — Vaporizator; *16.* — Reactor de hidrogenare; *17.* — Termometru Wertex; *18.* — Refrigerent; *19.* — Vas de colectare; *20.* — Manometru; *21.* — Baie de răcire; *22.* — Sifon; *23.* — Vas tampon; *24.* — Turn de absorbție metil-furan; *25.* — Pompă de recirculație; *26.* — Turn de absorbție.

b) *Transformarea alcoolului furfurilic în compus macromolecular*

Prepararea produșilor macromoleculari ai A.F. s-a realizat într-un balon cu trei gîturi prevăzut cu refrigerent, termometru și agitator. Încălzirea s-a făcut pe baie de apă luîndu-se și temperatura băii. S-a folosit drept catalizator H_3PO_4 85% (d = 1,75) în proporție de 1—2% față de A.F. Catalizatorul s-a adăugat în două porțiuni în soluție diluată la 20%.

S-a ales H_3PO_4 deoarece acizii minerali puternici catalizează prea energic reacția existînd pericolul de ambalare. La început s-a căutat să se lucreze cu A.F. pur, dar s-a observat că și în condițiile catalizei cu

H_3PO_4 reacția este foarte greu de controlat. S-a diluat de aceea A.F. cu apă, care avea rolul să preia căldura de reacție.

Deoarece s-a constatat că apa introdusă în raportul 1 : 1 față de A.F. incomoda în operațiunile ulterioare de neutralizare și deshidratare, s-a căutat să se reducă la minimum conținutul de apă fără a exista totuși pericol de ambalare a reacției. S-a stabilit că raportul 3:1 A.F.:H_2O este cel mai indicat.

Alcoolul fiind miscibil cu apa, la începutul încălzirii este o soluție omogenă în balonul de reacție. Cînd soluția atinge temperatura de 50°C se adaugă jumătate din cantitatea de catalizator calculată, iar restul cînd temperatura ajunge la 70°C. Încălzirea se conduce în așa fel, încît temperatura din balon să ajungă la 70°C. în 30 minute.

După ce a fost adăugată întreaga cantitate de catalizator, amestecul de reacție se închide treptat la culoare ajungînd brun închis, pentru ca la aproximativ 30 minute după ce amestecul a atins 70°C să se observe apariția unei emulsii. La oprirea agitării se separă două straturi: compusul macromolecular la fund și apa deasupra. După ce s-a format emulsia amestecul de reacție se mai încălzește 30′ la 70°C obținîndu-se un produs cu o viscozitate de aproximativ 200 cP. Se neutralizează catalizatorul cu o soluție concentrată de NaOH, se separă cele două straturi, iar produsul se spală cu apă caldă urmată de separare prin decantare și deshidratare în vacuum. Compusul macromolecular astfel neutralizat și deshidratat de culoare brun închis poate fi păstrat vreme îndelungată.

În aceleași condiții s-a lucrat și cu alcoolul provenit din hidrogenare și s-a observat că este necesară o perioadă mai lungă pentru amorsarea reacției de cît în primul caz (tabela 1).

S-a realizat apoi condensarea A.F. cu CH_2O folosind H_3PO_4 drept catalizator în proporție de 1,5% față de A.F. S-a lucrat cu un raport molar 1 : 0,6 A.F. : CH_2O. Spre deosebire de cazul folosirii A.F. singur, de această dată reacția decurge mai rapid, adică emulsia apare mai devreme și viscozitatea produsului obținut este mai mare.

În tabelele 1 și 2 sînt arătate condițiile de lucru în care s-au efectuat reacțiile.

Compusul macromolecular obținut prin policondensarea A.F. singur sau împreună cu CH_2O după neutralizare și deshidratare a fost folosit la prepararea chiturilor. În compoziția acestor intră o parte solidă (amestec de grafit 90% sau nisip cuarțos cu p. toluensulfoclorură 10%) și una lichidă, compusul macromolecular. Raportul între solid și lichid este 60 : 40. Chitul se poate întări la rece sau la cald. Noi am făcut întăriri la rece. După 24 de ore s-a obținut o masă neagră solidă insolubilă. Chitul astfel întărit a fost supus acțiunii H_2SO_4 50%, CH_3COOH glacial, HNO_3 conc. și NaOH 60% la rece și apoi la cald. S-a constatat că rezistă bine la acțiunea H_2SO_4 și NaOH la rece; HNO_3 și CH_3COOH îl distruge. S-a încălzit apoi pe baie de nisip la 125°C și s-a constatat că după 5 zile chitul a fost parțial atacat de H_2SO_4 fiind însă perfect rezistent la acțiunea NaOH cald.

TABELA 1

Nr. crt.	Puritate A. F.	Raport molar A.F.: H_2O	Timp după care apare emulsia	Temp. react. °C.	Timp. de react.	% H_3PO_4 față de A. F.	Observații
1	distilat	fără H_2O	15′	60	—	1,5	Reacția nu poate fi controlată. Rezultă direct stadiul C.
2	distilat	1 : 1	45′	70	30′	1,5 în sol 20%	Reacția decurge normal.
3	distilat	2 : 1	40′	75	20′	1,5 în sol 20%	Reacția decurge ca în cazul precedent.
4	distilat	2 : 1	40′	75	30′	1,5 în sol 20%	S-au repetat condițiile exp. 3 cu cantit. mult mai mari de substanță.
5	distilat	3 : 1	30′	75	20′	1,5 în sol 20%	
6	cu 15% F.	3 : 1	90′	75	30′	1,5 în sol 20%	Emulsia apare mai tîrziu iar cantitatea de catalizator este mai mare.
7	cu 15% F.	4 : 1	70′	75	30′	1,5 în sol 20%	Scăzînd cantitatea de apă se micșorează timpul după care apare emulsia.

TABELA 2

Nr. crt.	Puritatea A. F.	Raport molar * A. F. : CH_2O	Timp după care apare emulsia	Temp. de react. °C.	Timp de react.	% H_3PO_4 față de A. F.	Observații
1	distilat	1 : 0,6	30′	75	15′	1 în sol. 20%	Viscozitatea produsului obținut 500 cP.
2	distilat	1 : 0,6	30′	75	20′	1 în sol. 20%	Reacția decurge ca și în cazul precedent.
3	cu 15% F.	1 : 0,6	30′	75	15′	1 în sol. 20%	Puritatea A. F. influențează mai puțin decît în cazul policondensării A. F. singur.
4	cu 15% F.	1 : 0,6	30′	75	10′	1,5 în sol. 20%	Reacția s-a oprit după 10′, cînd rășina avea viscozitatea dorită.

* Concentrația CH_2O a fost 37%.

c) *Discuția rezultatelor și concluzii*

Analizînd materialul experimental se constată că puritatea A.F. influențează asupra momentului apariției emulsiei. Alcoolul pur se transformă în compus macromolecular mai repede decît cel impurificat cu furfurol. În ceea ce privește catalizatorul este necesară o cantitate mai mare în cel de al doilea caz (experiențele 6 și 7).

Aspectul produsului obținut este același în ambele cazuri.

Indiferent de puritatea A.F. este necesar ca reacția să se conducă într-un diluant. Apa s-a dovedit a fi cel mai indicat și anume în raportul 3 : 1 A.F. : H_2O (experiențele 1 și 5).

Reacția de policondensare începe odată cu apariția emulsiei, iar pentru obținerea unui produs cu o viscozitate de 200—250 cP sînt necesare 20—30′ de la începutul reacției (experiențele 2—7).

Catalizatorul H_3PO_4 în proporție de 1—2% permite o policondensare lentă, fără a fi pericol ca reacția să se ambaleze.

Adăugarea formaldehidei drept component al reacției provoacă o creștere a vitezei de reacție influențînd mai puțin asupra momentului de apariție a emulsiei (experiențele 8—10).

Reacția A.F. cu CH_2O este mai dificil de condus existînd posibilitatea obținerii unui produs de policondensare cu o viscozitate prea avansată (peste 50 cP experiențele 8—10).

În cazul policondensării A.F. cu CH_2O puritatea A.F. are o influență mai mică asupra momentului apariției emulsiei decît în cazul policondensării A.F. singur (experiențele 9 și 10).

Chitul preparat rezistă bine la acțiunea NaOH conc. și cald așa cum indică literatura.

În concluzie din aceste încercări preliminare s-au obținut polimeri ai alcoolului furfurilic care au largă aplicabilitate în obținerea de materiale rezistente în condiții de coroziune puternică.

Laboratorul de chimia compușilor macromoleculari
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *H. Beduneanu* — L'emploi des derives du furane dans la fabrication de vernis et revêtements protecteurs et autres applications. Revue des Produits Chimiques nr. 1214, 30.VI.955, pag. 247—253.
2. *Dunlop A. P. and Peters I.* — Ing. Eng. Chem. 34, 814 (1942).
3. *Delmonte* — „Modern Plastics Encyclopedia" p. 73. Plastics Catalog corp New-York — 1947.
4. *Roberti I. G., Dinelli D.* — Ann. Chim. applicata 36, 321 (1936).
5. *Berkenheim A. M. Dankova* — J. Gen. Chem. (URSS) 9, 924 (1939).
6. General Aniline and Film Corp. U.S. — 2.306 924/1943, Harvel Research Corp. U.S. 2.343.972/944; Harvel Research Corp U.R. 2.343.973/944.
7. *Ellis Foster Co.* — U.S. 2.335.701/943.

8. *G. Thomas* — U.S. 2.571.994/1951 citat după C.A. 2843 a 1952.
9. *P. Mc. Whortee* — U.S. 2.499.257/950.
10. *Erik Nielsen* — U.S. 2.681.836/954.
11. *C. S. Rowland* — U.S. 2.353.677/951.
12. *D. Dinelli* and *Renato Mostardini* — Ital. 469.026/952.
13. *D. Dinelli* — Ital. 469.062/1953.
14. *D. Dinelli* and *R. Mostardini* — Materie Plastiche 17.179—83/951.
15. *M. T. Harden* — Brit. 650.329/951.
16. *R. B. Seymour* — U.S. 2.669.552/954.
17. *A. Edmunds* — U.S. 2.655.491/953.
18. *H. H. Leboch* (Haveg Corp) citat după C. A. 1949 P. 6565 a.
19. *D. Dinelli* and *R. Mostardini* — Ital. 454.618/950.
20. *Joseph M. Walten*—U.S. 2, 774, 110/956 citat după C. A. 6216 b. 1957.
21. *Yoshikazu Hachiahama* and *Toshiyuki Shono Tehnol.* — Repts. Osaka Univ. 4, 413—23 (1954) citat după C. A. 11709 d 1956.
22. *R. B. Seymour* and *R. H. Steiner* — Plastics for corrosion — resistant applications R.P.C. New-York 1955.
23. *Gattermann* — Lucrări practice de chimie organică Moscova 1954.
24. *Brown* and *Hixen* — Ind. Eng. Chem. 41, nr. 7, pag. 1382 (1949).
25. Noviie Metodă Preparativnoi Organicescoi Himii Moscova 1950 p. 218.
26. *Dunlop* and *Trimble* — Ind. Eng. Chem. 32 nr. 7 pag. 1000 (1940).
27. *O. F. Solomon* și *Bălan T.* — Proiect de diplomă 1953. I.P.B.
28. *E. Mistrik* — „Chemicky prumisl" nr. 8—322—324 1956. Industria chimică 5 — 1957. Caiet selectiv.

О ПОЛУЧЕНИИ ПОЛИМЕРОВ ФУРФУРИЛОВОГО СПИРТА

(Краткое содержание)

Были получены полимеры фурфурилового спирта с щироким применениео в области сильной корозии.

Было изучено вляние степена чистоты фурфурилового спирта на ход полимеризации.

ABOUT THE PREPARATION OF POLYMERS WITH FURFURYLALCOHOL

(Summary)

There were obtained polymers of the furfuryl alcohol, having a large field of application for the preparation of resistant materials in conditions of a strong corosivity.

The influence of the puritq of furfuryl alcohol in the polymerisation, was studied

SUR L'OBTENTION DES POLYMÈRES Á BASE D'ALCOOL FURFURILIQUE

(Résumé)

On a obtenu les polymères d'alcool furfurilique qui ont une large application pour l'obtention des matériaux résistents dans les conditions d'une forte corrosion.

On a suivi l'influence de la purité d'alcool furfurilique.

ÜBER DIE HERSTELLUNG VON POLYMEREN MIT FURFURALKOHOL

(Zusammenfassung)

Man erhielt Polymerisate des Furfuralkohols die ein weites Anwendunfsgebiet als sehr widerstandsfähige Stoffe gegenüber starker Korrosion aufweisen, indem man Phosphorsäure als Katalysator verwendete.

Es wurde der Einfluss des Reinheitsgrades des Furfuralkohols verfolgt.

Der hergestellte Kitt, widersteht gut der Einwirkung konzentrierter Natriumlauge.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 4

COPOLIMERIZAREA SISTEMULUI TERNAR: ACETAT DE VINIL, ACRILONITRIL, STIREN.

OZIAS SOLOMON, MARGARETA TOMESCU, DOINA DRAGAN, MIHAI DIMONIE

Nota II Copolimerizarea în bloc.

După cum este cunoscut, copolimerizarea sistemului de monomeri: acetat de vinil-stiren, este posibilă numai în condiții speciale (1), ceea ce este perfect explicabil prin valorile activităților relative ($r_{AcV-S} = 0{,}01$; $r_{S-AcV} = 55$).

Pentru a obține un polimer în care alături de stiren să existe și acetat de vinil, în catenă, trebuie introdus în amestecul inițial un al treilea component care să mărească activitatea radicalilor formați. Un asemenea sistem a fost studiat de noi. Este vorba de sistemul de monomeri: Acetat de vinil, stiren, acrilonitril.

Singurele date de literatură referitoare la copolimerizarea acestui sistem sînt indicațiile din patentul lui Robert J. Slocombe (2).

În lucrarea de față ne-am propus să studiem copolimerizarea în bloc a sistemului de monomeri mai sus indicat, urmărind cinetica de copolimerizare și compoziția catenei copolimere.

Partea experimentală.

Materia primă.

Acetatul de vinil-monomerul tehnic-a fost purificat prin distilare pe o coloană de fracționare ($pf_{760\,mm}$: 72,8°C; n_D^{20}: 1.3956 ; d_4^{20}: 0.9314). Activitatea la polimerizare a fost verificată conform indicațiilor din literatură.

Acrilonitrilul — monomer tehnic — a fost purificat prin distilare pe o coloană de fracționare ($Pf_{760\,mm}$: 77,3°C ; n_D^{20}: 1.3914 ; d_4^{20}: 0,8052).

Stiren — monomer chimic pur — a fost distilat în vid înainte de folosire ($Pf_{20\,mm}$: 44,6°C ; n_D^{20} : 1.5465 ; d_4^{20} : 0.9067).

Comunicare prezentată la a IV-a sesiune științifică a cadrelor didactice a Institutului Politehnic București (31 octombrie 1958).

Peroxid de benzoil — chimic pur — a fost uscat în vid și păstrat apoi în exicator pe $CaCl_2$.

Acetona, metanolul, solvenți tehnici — au fost distilați pe coloană de fracționare.

Copolimerizarea.

S-a studiat comportarea sistemului respectiv de monomeri în cazul copolimerizării în bloc, termic, inițiat.

S-a urmărit influența raportului amestecului de monomeri asupra conversiei și compoziției catenei copolimere.

S-au ales cinci compoziții diferite pentru amestecul de monomeri după cum reiese din tabela 1.

S-au ales concentrații relativ ridicate de acetat de vinil în amestecurile de monomeri, cu scopul de a introduce un procent mai ridicat din monomerul respectiv în copolimer.

Copolimerizările au fost efectuate în fiole de sticlă Jena, închise la flacără după umplerea lor.

Copolimerizarea s-a efectuat în următoarele condiții: Amestecul de monomeri: acetat de vinil, acrilonitril, stiren (conform tabelei 1).

Tabela 1

Compoziția amestecului de monomeri

Nr. crt.	Compoziția amestecului de monomeri în fracții molare			Compoziția amestecului de monomeri în volume		
	X_{AcV}	X_{AN}	X_S	V_{AcV} cc	V_{AN} cc	V_S cc
1	0,4	0,5	0,1	1,822	1,634	0.544
2	0,4	0,4	0,2	1.613	1.284	1.103
3	0,5	0,4	0,1	2.194	1.253	0.553
4	0,5	0,3	0,2	2.070	0.887	1.043
5	0,6	0,3	0,1	2.561	0.927	0.512

Inițiator: peroxid de benzoil 0,5%.

Temperatura de copolimerizare: 65°C±0.02.

Variația conversiei în timp a fost urmărită prin metoda gravimetrică.

Fiolele cu amestecul de monomeri au fost introduse simultan în termostat, apoi scoase pe rînd din oră în oră. Conținutul fiolei a fost apoi solubilizat în acetonă, iar polimerul precipitat cu metanol.

După filtrare pe Gooch precipitatele au fost uscate pînă la greutate constantă. După determinările gravimetrice precipitatele au fost resolubilizate și reprecipitate pentru scopurile analitice.

Cu datele obținute s-au trasat curbele de conversie (1, 2, 3, 4, 5).

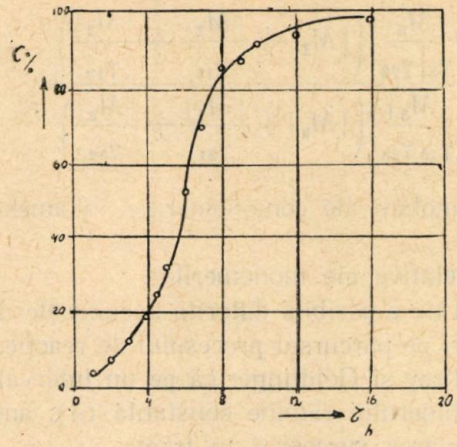


Fig. 1. — Variația conversiei în timp pentru compoziția nr. 1

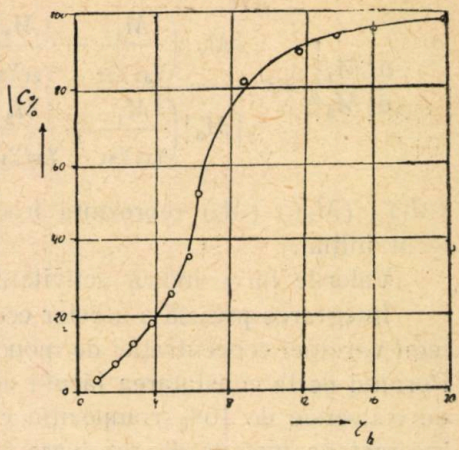


Fig. 2. — Variația conversiei în timp pentru compoziția nr. 2

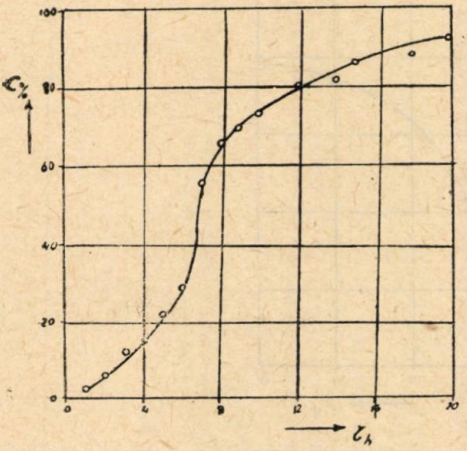


Fig. 3. — Variația conversiei în timp pentru compoziția nr. 3

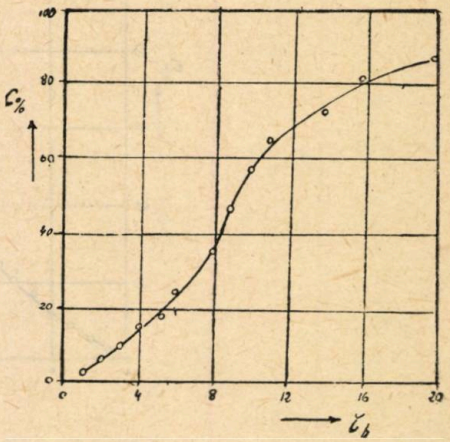


Fig. 4. — Variația conversiei în timp pentru compoziția nr. 4

Compoziția copolimerului

Compoziția catenei copolimere a fost calculată cu ajutorul ecuațiilor diferențiale deduse de T. Alfrey și G. G. Goldfinger (3).

$$\frac{d|M_1|}{d|M_2|} = \frac{|M_1|\left(\frac{|M_1|}{\gamma_{31}\gamma_{21}} + \frac{|M_2|}{\gamma_{21}\gamma_{32}} + \frac{|M_3|}{\gamma_{31}\gamma_{23}}\right)\left(|M_1| + \frac{|M_2|}{\gamma_{12}} + \frac{|M_3|}{\gamma_{13}}\right)}{|M_2|\left(\frac{|M_1|}{\gamma_{12}\gamma_{31}} + \frac{|M_2|}{\gamma_{12}\gamma_{32}} + \frac{|M_3|}{\gamma_{32}\gamma_{13}}\right)\left(|M_2| + \frac{|M_1|}{\gamma_{21}} + \frac{|M_3|}{\gamma_{23}}\right)}$$

$$\frac{d|M_1|}{d|M_3|} = \frac{|M_1|\left(\frac{|M_1|}{\gamma_{31}\gamma_{21}} + \frac{|M_2|}{\gamma_{21}\gamma_{32}} + \frac{|M_3|}{\gamma_{31}\gamma_{23}}\right)\left(|M_1| + \frac{|M_2|}{\gamma_{12}} + \frac{|M_3|}{\gamma_{13}}\right)}{|M_3|\left(\frac{|M_1|}{\gamma_{13}\gamma_{21}} + \frac{|M_2|}{\gamma_{23}\gamma_{12}} + \frac{|M_3|}{\gamma_{13}\gamma_{23}}\right)\left(|M_3| + \frac{|M_1|}{\gamma_{31}} + \frac{|M_2|}{\gamma_{32}}\right)}$$

(M_1) ; (M_2) ; (M_3) reprezintă fracții molare ale comonomerilor în amestecul inițial.

Valorile lui γ indică activitățile relative ale monomerilor.

Integrarea precisă a acestor ecuații nu e posibilă datorită necunoașterii legii variației concentrației de monomeri pe parcursul procesului de reacție. Pornind de la constatarea făcută de Alfrey și Goldfinger că pe un interval de conversie de 10% compoziția copolimerului rămîne constantă (4), am încercat ca metodă de rezolvare însumarea succesivă în trepte.

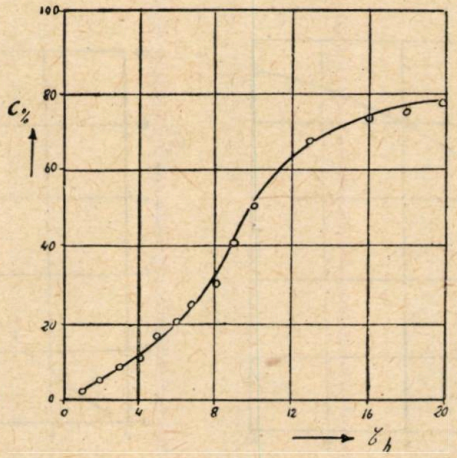


Fig. 5. — Variația conversiei în timp pentru compoziția nr. 5

S-a făcut o aproximație în calcul și anume s-au introdus activitățile relative ale sistemelor ternare de monomeri.

C. Walling și colaboratorii au dovedit prin studierea compoziției unui șir de copolimeri ternari că erorile introduse în calcul de această aproximație sînt neglijabile (5).

În tabela 2 sînt totalizate rezultatele calculului efectuat de noi.

Experimental compoziția copolimerului a fost determinată prin analiză de azot (pentru determinarea acrilonitriului) și grupe acetil (analiza acetatului de vinil).

Tabela 2

Nr. ord. al comp.	Monomeri	Compoziția amestecului de monomeri Fracții mol. *M*	Compoziția copolimerului		
			Fracții molare *m*	% în greutate	Conv. %
	AcV	0,4	0,019	2,3	
	AN	0,5	0,52	35,7	10
	S	0,1	0,461	62,0	
	AcV	0,439	0,034	3,7	
1	AN	0,508	0,517	35,8	19
	S	0,053	0,449	60,5	
	AcV	0,510	0,056	6,3	
	AN	0,465	0,557	39,1	26
	S	0,025	0,387	54,6	
	AcV	0,4	0,012	1,0	
	AN	0,4	0,468	31	10
	S	0,2	0,520	68	
	AcV	0,4	0,012	1,0	
	AN	0,4	0,468	31	19
	S	0,2	0,520	68	
	AcV	0,46	0,017	1,5	
	AN	0,39	0,468	31	34
	S	0,15	0,515	67,5	
	AcV	0,51	0,02	2,1	
2	AN	0,36	0,48	32,2	37
	S	0,13	0,50	65,7	
	AcV	0,57	0,038	4	
	AN	0,32	0,482	32,6	41
	S	0,11	0,490	63,4	
	AcV	0,64	0,043	4,7	
	AN	0,29	0,493	33,4	47
	S	0,07	0,464	61,9	
	AcV	0,710	0,07	7,4	
	AN	0,252	0,51	35	55
	S	0,038	0,42	57,6	
	AcV	0,5	0,030	3,2	
3	AN	0,4	0,470	31,3	10
	S	0,1	0,500	65,5	

Continuare tabela 2

Nr. ord. al comp.	Monomeri	Compoziția amestecului de monomeri Fracții mol. *M*	Compoziția copolimerului		
			Fracții molare *m*	% în greutate	Conv. %
3	AcV	0,545	0,035	4,1	19
	AN	0,386	0,508	34,6	
	S	0,069	0,457	61,3	
	AcV	0,624	0,072	8,1	27
	AN	0,340	0,522	36,3	
	S	0,036	0,406	55,6	
4	AcV	0,5	0,015	1,4	10
	AN	0,3	0,447	29,30	
	S	0,2	0,538	69,3	
	AcV	0,55	0,018	1,9	19
	AN	0,27	0,447	29,5	
	S	0,18	0,535	68,6	
	AcV	0,62	0,022	2,1	27
	AN	0,23	0,447	29,1	
	S	0,15	0,531	68,8	
	AcV	0,69	0,030	3	34
	AN	0,20	0,453	30	
	S	0,11	0,517	67	
	AcV	0,77	0,05	5,4	41
	AN	0,15	0,46	31	
	S	0,08	0,49	63,6	
	AcV	0,85	0,12	13,2	50
	AN	0,11	0,47	32	
	S	0,04	0,41	54,8	
5	AcV	0,6	0,03	3,2	10
	AN	0,3	0,48	32	
	S	0,1	0,49	64,8	
	AcV	0,66	0,045	4,9	19
	AN	0,27	0,490	33	
	S	0,07	0,465	62,1	
	AcV	0,74	0,112	12	23
	AN	0,24	0,530	32,2	
	S	0,02	0,458	55,8	

Procentul de grupe acetil în copolimer a fost obținut prin diferența între totalul grupelor nitril și acetil determinat prin hidroliza completă la grupe carboxil și conținutul de grupe nitril determinat anterior.

Compoziția determinată experimental s-a verificat cu cea calculată, ceea ce dovedește justețea calculului efectuat (tabela 3).

Tabela 3

Nr. crt.	Monomer	Compoziția amestecului de monomeri — M Fracții mo(are	Timp — h	Conv. — %	Compoz. copolimer — calculat	Compoz. copolimer — găsit
I	AcV AN S	0,4 0,5 0,1	4	19	3,7 35,8 60,5	3,9 36,2 59,9
II	AcV AN S	0,4 0,4 0,2	6,5	55	6,4 35 57,6	5,9 35,5 58,6
III	AcV AN S	0,5 0,4 0,1	6	27	8,1 36,3 55,6	— 36 —
IV	AcV AN S	0,5 0,3 0,2	8.5	41	5,4 31 63,6	5 30,9 64,1
V	AcV AN S	0,6 0,3 0,1	6	23	12 32,2 55,8	— 31,9 —

Existența stirenului în catena copolimeră a fost pusă în evidență spectral.

S-a comparat spectrul în ultraviolet al stirenului pur cu spectrul în ultraviolet al copolimerului, trasîndu-se curbele $E = f(\lambda)$; $E =$ extincția; $\lambda =$ lungimea de undă (diagramele 6, 7).

Determinările spectrale au fost efectuate cu un spectrofotometru.

Studiind spectrele în ultraviolet ale acrilonitrilului și acetatului de vinil se observă că acești monomeri nu prezintă absorbție în ultraviolet de la lungimi de undă mai mari de $270 \cdot 10^{-7}$ cm.

Dintre comonomeri doar stirenul prezintă o extincție în acest interval de lungime de undă.

În concluzie este caracteristică — pentru copolimer — doar porțiunea de curbă din regiunea lungimilor de undă mai mari de 270. 10^{-7} cm.

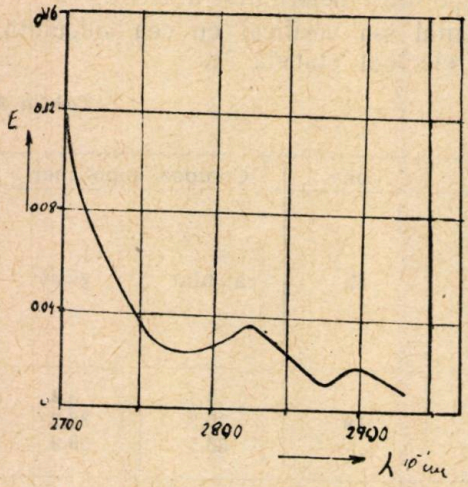


Fig. 6. — Variația extincției funcție de lungimea de undă pentru copolimer, compoziția IV. După 4h de copolimerizare

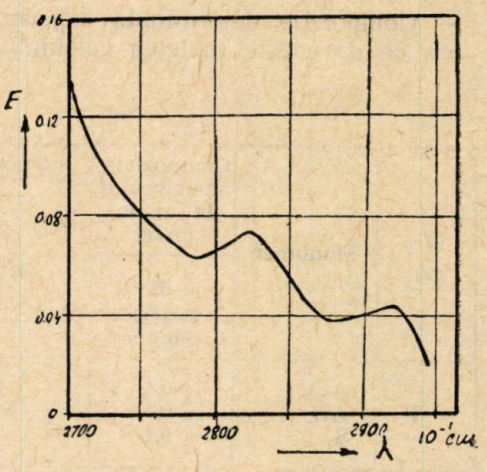


Fig. 7. — Variația extincției funcție de lungimea de undă pentru copolimer, compoziția IV. După 8h de copolimerizare

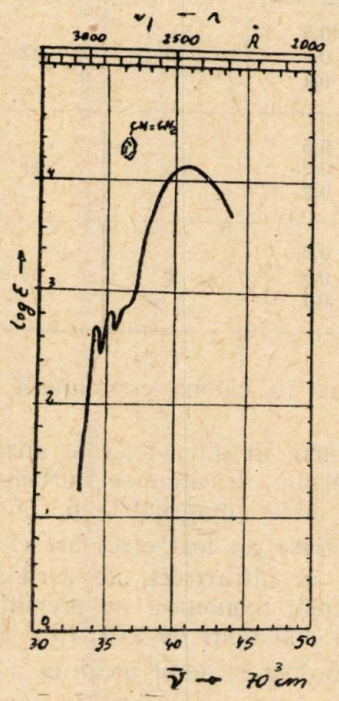


Fig. 7 b

Din diagramele 6, 7, 7 b se observă o aliură asemănătoare a curbei trasate pentru stiren 7 b — cu cele trasate pentru copolimer, toate prezentînd maxime în jurul acelorași valori ale lungimii de undă.

Încercări preliminare efectuate pentru determinarea solubilității, vîscozității, termostabilității și intervalului de topire al copolimerului.

Solubilitatea copolimerului a fost determinată pentru fiecare compoziție în parte, în acetonă și acetofenonă (tabela 4).

Tabela 4

Solubilitatea copolimerului

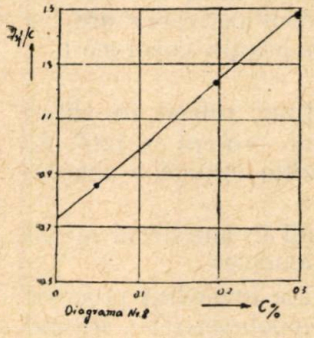
Solventul	Nr. de ordine al compoziției	Solubilitatea % în greutate	Observații
Acetonă	1	0,45	la cald
	2	2,75	la rece
	3	3,5	„
	4	4,5	„
	5	8,0	„
Acetofenonă	1	0,4	la cald
	2	2,0	la rece
	3	2,75	„
	4	3,75	„
	5	6,0	„

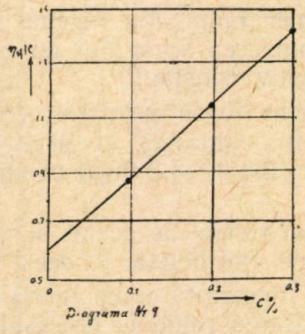
Vîscozitatea intrinsecă a soluțiilor de copolimer a fost determinată pentru fiecare compoziție în parte.

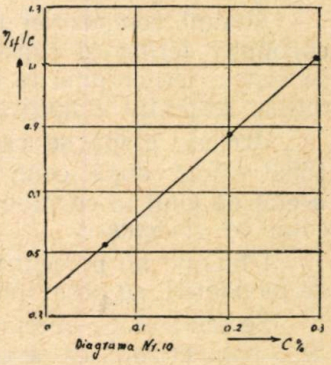
Măsurătorile de vîscozitate ale soluțiilor diluate de copolimer au fost realizate cu un vîscozimetru tip Ostwald termostatat.

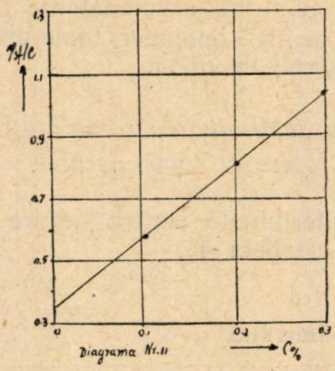
Vîscozitățile relative au fost determinate la 25°C în acetonă pentru copolimerii reprecipitați.

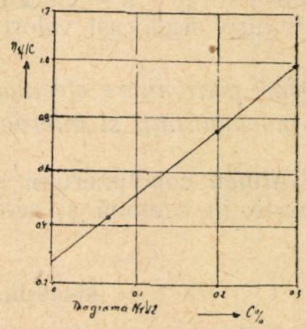
S-au reprezentat curbele $\eta_{sp}/c = f(c)$ (diagramele: 8, 9, 10, 11, 12).











Termostabilitatea după Martens este de aproximativ 97°C.

Intervalul de topire al copolimerului s-a determinat prin metoda obișnuită și este cuprins între 225—260°C.

III. *Discuții.*

Cinetica de reacție a fost urmărită pentru copolimerizarea în bloc a sistemului de monomeri.

Curbele $C = f(t)$ prezintă aliura de S, corespunzătoare unui proces de polimerizare în bloc.

Procesul de polimerizare are loc cu conversii ridicate atingîndu-se după 16 h: 98% pentru compoziția I-a, 95% pentru compoziția II-a, 87% pentru compoziția III-a, 80% pentru compoziția IV-a, 74% pentru compoziția V-a.

Studiul curbelor de conversie al compozițiilor cercetate indică acrilonitrilul drept componentă activă care mărește viteza de copolimerizare.

Comparînd diagramele 1 ; 3 ; 5 și 2 ; 4 în care se dau curbele pentru amestecurile de reacție cu același conținut de stiren, se observă că pe măsură ce cantitatea de acrilonitril în amestecul inițial scade, cu atît viteza de copolimerizare se micșorează.

Studiul compoziției copolimerului indică existența unui amestec de copolimer ternar și copolimer binar. La început copolimerizarea are loc în sistem ternar pînă la epuizarea stirenului iar compoziția copolimerului ternar respectiv e aproximativ constantă.

Această etapă se caracterizează printr-un conținut ridicat în stiren (55.6 + 64.8 după compoziția inițială) și printr-un procent scăzut de acetat de vinil în copolimer (6.3 + 13.2 după compoziția inițială a amestecului de monomeri).

Utilizînd un procent mai ridicat de acetat de vinil în amestecul inițial de monomeri, se obțin catene mai bogate în acest monomer.

Se observă că stirenul reprezintă componenta care împiedică procesul de copolimerizare. El se consumă rapid în procesul copolimerizării, frînînd

procesul copolimerizării ternare care se oprește, în acest caz, la conversii mai mici (26% pentru compoziția I-a ; 55% pentru compoziția II-a ; 27% pentru compoziția III-a ; 50% pentru compoziția IV-a și 23% pentru compoziția V-a).

Compoziția II și IV cu un conținut de 20% molare stiren, duc la conversii mai ridicate pentru copolimerizarea ternară decît compozițiile I, III, V cu un conținut mai scoborît de stiren (10%).

După consumarea stirenului în procesul copolimerizării ternare, copolimerizarea decurge ulterior în sistem binar : acetat de vinil — acrilonitril.

Încercările preliminare efectuate în scopul de a determina caracteristicile tehnologice ale copolimerului, ne permit să prevedem posibilitatea utilizării lui ca fibră sintetică cu proprietăți superioare copolimerului acrilonitril-acetat de vinil.

Laboratorul de chimia compușilor monomoleculari
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

1. *F. Boyer-Hawenoki,* Bull. soc. chim. France, 32, 729, 1959.
2. *Robert J. Slocombe* U.S. 2.757.165 July 31, 1956.
3. *T. Alfrey, G. Goldfinger.* Copolymerisation.
4. *T. Alfrey, G. Goldfinger.* Copolymerisation.
5. *C. Walling, Frank R. Mayo,* J. Am. Chem. Soc. 70, 1523 (1948).
6. *Landolt-Börnstein.* Teil. III. Molekeln II.

СОПОЛИМЕРИЗАЦИЯ ТЕРНАРНОЙ СИСТЕМЫ: ВИНИЛ АЦЕТАТ, АКРИЛОНИТРИЛ, СТИРОЛ

(Краткое содержание)

Сополимеризация мономерной системы: винил ацетат, акрилонитрил и стирол, была проведена совместно.

В работе была рассмотрена кинетика реакции. Выло сосчнтано содержание сополимерной катепы.

Экспериментальные данные совпали с вичисленными данными.

Сополимеризация ведёт к образованию смеси бинарного и тернарного сополимеров.

В работе были сделаны предварительные опыты, для установления технологических свойств сополимеров.

THE COPOLYMERISATION OF THE TERNARY SYSTEM: VINYL ACETATE, ACRYLONITRILE, STYRENE

(Summary)

The copolymerisation of the systems of monomers; vinyl acetate, acrylonitril, e styrene, was carried out in bulk. The kinetic of the reaction was investigated.

There was calculated the composition of the copolymers.

The experimental determined chain composition was found to be according to the calculated composition.

The copolymerisation conducted to a mixture of ternary and binary copolymers.

Preliminary studies to determine the technological properties of the obtained copolymer, were undertaken.

LA COPOLYMÉRISATION DU SYSTÈME TERNARE: VINYLE ACÉTATE, ACRYLONITRILE, STYRÈNE.

(Résumé)

La copolymérisation du système des monomères: vinyle acétate, acrylonitril, styrène a été réalisée par le procédé en masse, suivant la cinétique de réaction.

La composition des chaînes des copolymères a été calculée.

La composition des copolymères, determinée experimentale, correspond à celle trouvée par les calculs.

La copolymérisation conduit à un mélange des copolymères ternares et binares.

Des épreuves préliminaires ont été réalisée pour obtenir des caractéristiques technologiques du copolymère.

DIE COLOPYMERISATION DES TERNÄREN SYSTEM: VINYLACETAT, ACRYLONITRIL, STYROL.

(Zusammenfassung)

Die Copolymerisation des Monomerensystems: Vinylacetat, Acrylonitril, Styrol, wurde in Masse durchgeführt. Es wurde die Reaktionskinetik verfolgt.

Man errechnete die Zusammensetzung der Copolymerisationskette.

Die experimentell festgestellte Zusammensetzung, entsprach der errechneten.

Die Copolymerisation führt zu einer Mischung ternärer und binärer Copolymerisaten.

Es wurden preliminäre Versuche ausgeführt, um die technologischen Eigenschaften des Copolymers zu bestimmen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 4

ON THE CORRELATION OF THE EXPERIMENTAL RESULTS IN THE CASE OF NUCLEATE BOILING *

I Theoretical considerations

by ELLY RUCKENSTEIN

Introduction

The correlation of the experimental results regarding the heat transfer from a horizontal solid surface to a liquid boiling in conditions of free convection was made in the literature by deducing, on the basis of some physical considerations, certain dimensionless groups and by experimentally determining the functional dependence between these dimensionless groups. Two points of view were used, essentially, in the construction of these dimensionless groups. Both bethods of correlation of the experimental results consider that

$$Nu = b\, Re^m\, Pr^{m'}. \tag{1}$$

The difference between these views consists in a different choice of the characteristic lenght and velocity in the expressions of the Nusselt and of the Reynolds number.

Rohsenow [1] considers that the intensive heat transfer in the case of nucleate boiling is due to the stirring caused in the liquid in the vicinity of the heating surface, by the vapour bubbles breaking loose from the „active centers" of the heating surface. On account of this, Rohsenow constructs a Reynolds number and a Nusselt number in which there appear as characteristic length the diameter D_0 of the bubble breaking loose from an „active center" **, and as characteristic velocity a quantity V, proportional to the product between the frequency f of bubble generation at an active center, the number n of active centers per unit surface and the third power of the characteristic length D_0. The characteristic velocity used by Rohsenow is given by

$$V = f\frac{n\pi D_0^3}{6},$$

** This paper was presented at the scientific session from October 17, 1958, of Bucharest Polytechnical Institute.

* The diameter D_0 can be computed with the help of equation (8).

but in the final correlation suggested by Rohsenow there appears, instead of V, a quantity $\frac{q}{r\gamma'}$, considered by him as being proportional to V.

Rohsenow's correlation

$$\frac{\alpha\left(\frac{\sigma}{\gamma'-\gamma''}\right)^{1/2}}{\lambda} = b\left[\frac{q}{\nu r\gamma'}\left(\frac{\sigma}{\gamma'-\gamma''}\right)^{1/2}\right]^{0,67}\left(\frac{\nu}{a}\right)^{-0,7}, \tag{2}$$

suffers from the fact that b depends upon the nature of the fluid and of the heating surface

Ellion [2] and especially Forster and Zuber [3], [4] take a different standpoint. These authors consider that the intensive heat transfer in the case of boiling is, essentially, due to the stirring caused in the liquid in the vicinity of the heating surface, by the vapour bubbles growing on the „active centers" of the surface. As characteristic length and velocity, in the Reynolds number, Forster and Zuber adopt the radius of the bubble, respectively its rate of growth on the active center. For the radius R they use the equation

$$R = \frac{(T_w - T_e)\, c\gamma'\, (\pi a)^{1/2}\, t^{1/2}}{r\gamma''}, \tag{3}$$

which they established for a vapour bubble growing in a superheated liquid [5]. The rate of growth of the bubble radius is therefore given by the expression

$$\frac{dR}{dt} = \frac{(T_w - T_e)\, c\gamma'\, (\pi a)^{1/2}\, t^{-1/2}}{2r\gamma''}. \tag{4}$$

The product $2R\frac{dR}{dt}$ used by Forster and Zuber in the Reynold's number is independent of the time t

$$2R\frac{dR}{dt} = \left[\frac{(T_w - T_e)\, c\gamma'\, (\pi a)^{1/2}}{r\gamma''}\right]^2. \tag{5}$$

As characteristic length in the Nusselts' number they use expression (3) in which they replace $t^{1/2}$ by

$$\left(\frac{2\sigma}{\Delta p}\right)^{1/2}\left(\frac{\gamma'}{g\Delta p}\right)^{1/4}. \tag{6}$$

We remark that, if Clausius-Clapeyron's equation

$$\frac{\Delta p}{T_w - T_e} \approx \frac{Jr}{T_e\left(\frac{1}{\gamma''} - \frac{1}{\gamma'}\right)},$$

is taken into account, expression (6) may be written

$$(2\sigma)^{1/2}\gamma'^{1,4}\,g^{-1/4}\left[\frac{(T_w - T_e)\,J\,r\,\gamma'\,\gamma''}{T_e(\gamma' - \gamma'')}\right]^{-3/4}. \qquad (6')$$

The experimental results, correlated by means of the groups proposed by Forster and Zuber, satisfy, for the maximum heat flux, the equation

$$Nu = 0{,}0015\,Re^{0{,}62}\,Pr^{1/3}\,.$$

The reason for which different lengths are used in Nusselts' and Reynolds' number is the following: the length R and the velocity $\frac{dR}{dt}$ which appear in Reynolds' number are characteristic for the stirring caused by the growth of a bubble on an active center. The length which appear in Nusselts' number takes into account, at least partially, the other process which has an influence on heat transfer in the case of boiling, viz. the nucleation process. In support of this last remark one might bring up as a (not quite convincing) argument, the fact that in the expression of this length appears also the surface energy on which — as is well known — depends the process of nucleation.

Both standpoints quoted above use each a different description for the stirring process *, but they do not make use of any description of the nucleation process. It is true that the length used by Forster and Zuber in Nusselts' number seems to take somehow into account the nucleation process, but this length has been constructed in a completely arbitrary manner.

The purpose of this paper is to establish — starting from a description of both the stirring and nucleation processes — the dimensionless groups which have to appear in the correlation of experimental results concerning nucleate boiling.

Mechanism of heat transfer

In the case of boiling, heat transfer is determind by the hydrodynamic process taking place in the immediate vicinity of the heating surface. The greatest part of this heat quantity is transferred directly to the liquid which — owing to superheating — transfers it further on to the bubble surface. The mixing caused by the bubbles traversing the liquid renders the temperature uniform throughout the bulk of the liquid and leads to a sensible variation of the temperature only in the immediate vicinity of the

* We remark that using equation (3) one may show easily that

$$\frac{2R\frac{dR}{dt}}{\nu} \equiv \pi\,\frac{\nu}{a}\left(\frac{\alpha R_o}{\lambda}\right)^{-2}\left(\frac{qR_o}{r\gamma''\nu}\right)^2$$

From this identity we conclude that the two standpoints concerning the stirring process in the vicinity of an active center do not lead to essentially different results.

heating surface. The heat transfer is thus dependent upon the motions taking place in the immediate vicinity of the heating surface, these motions being caused by the growth of the bubbles on the active centers of the surface. Let us therefore consider a) the problem of the growth of a bubble on an active center, and b) the problem of the number of active centers.

a) A vapour bubble grows on an active center according to a law of the form of equation (3). The bubble breaks loose from the active center as soon as its radius R becoms large enough to allow the ascensional force to overcome the forces due to surface tension. At the moment the bubble breaks loose from the active center, the diameter of a sphere with the same volume as the bubble's, attains the value

$$2R_0 \equiv D_0 = 0{,}02\,\theta\left(\frac{\sigma}{\gamma' - \gamma''}\right)^{1/2}. \tag{8}$$

The duration τ_1, of bubble growth on an active center may be easily estimated by means of equation (3) and (8)

$$\tau_1 = \frac{R_0^2}{\pi a}\left[\frac{r\gamma''}{(T_w - T_e)\,c\gamma'}\right]^2. \tag{9}$$

The growth of the bubble which — as can be checked by means of equation (4) is very quick — leads to a stirring of the liquid in its vicinity.

At the moment when the bubble breaks loose, a new element of liquid comes into contact with the heating surface, and a certain time interval τ_2 elapses until a new bubble starts growing on the same active center. From the experimental data presented by Jakob [6], obtained for relatively low heat fluxes, it follows that τ_1 and τ_2 are of the same order of magnitude. On the other hand, the experimental data of Westwater and Santangelo [7] confirmed by those obtained by Donald and Haslam [8], show that for large heat fluxes $\tau_2 \ll \tau_1$.

b) From thermodynamic considerations one may draw the conclusion that the apparition of vapour bubbles which are to grow, in a liquid subjected to boiling, requires a certain superheating of the liquid as well as the presence of nuclei, i.e., of bubbles whose radius is larger or equal to ϱ_c [6], [9], [10].

$$\varrho_c \approx \frac{2\sigma\gamma'}{(\gamma' - \gamma'')\Delta p}. \tag{10}$$

Clausius-Clapeyron's equation allows equation (10) to be written

$$\varrho_c \approx \frac{2\sigma T_e}{\gamma'' r J \Delta T}. \tag{11}$$

The theory of nucleation in the homogeneous case * shows that the rate of apparition of the nuclei is small (even practically negligible) up

* In the heterogeneous case which interests us, in this paper, things do not generally stand otherwise, from the qualitative point of view, if the solid surface is „smooth".

to a certain critical value of the ratio $\frac{p+\Delta p}{p}$, and becomes infinite for this critical value [11]. Therefore, if the nuclei would only appear owing to the statistical fluctuations, there would follow that the liquid would boil gently until the liquid in the vicinity of the heating surface becomes sufficiently superheated for the ratio $\frac{p+\Delta p}{p}$ to reach its critical value. However, once this value is reached, the rate of nucleation becoms infinitely high and for this reason the layer of liquid in the immediate vicinity of the wall is spontaneously converted into vapour. The fact that the rate of nucleation in the case of nucleate boiling depends otherwise on the superheating $T_w - T_e$ than as shown above, and namely, that it is much higher, is due, as it seems, to the structure of the heating surface and this was proved conclusively by Corty's and Foust's experiments [12]. These authors ascertained that the rougher the surface is, the more intensive is the heat transfer in the case of boiling. This might be explained by the presence of gas-filled cavities on the metal surfaces, which can, for certain values of superheating, play the part of the nuclei. During boiling, the gas is eliminated, so that the prolongation of boiling is rather difficult to explain in this manner. Corty [14], however, put forth the hypothesis — also sustained by Mesler and Banchero [15]— that each vapour bubble breaking loose from the heating surface leaves behind it an extremelly small bubble. The prolonging of boiling could therefore, eventually, be explained in this manner. In other words, the presence of gas-filled cavities on the metal surfaces primes the boiling, but the boiling continues owing to the small bubbles left behind them by the bubbles which break loose.

If we assume that these cavities are of conic shape, we may say that such a gas-filled cavity becomes an active center as soon as the superheating of the liquid is strong enough to allow the size l of the gas-filled cavity to be given by the equation:

$$l = \frac{2\sigma T_e}{(T_w - T_e)\gamma'' r_c J} \cdot \qquad (11')$$

This conclusion has been reached at by the author also in a previous paper [16] and is of fundamental importance for the construction of an equation for the heat transfer coefficient.

Heat transfer coefficient

The process of heat transfer enjoys a double periodicity. A temporal periodicity *, inasmuch as it repeats itself at time intervals τ

$$\tau = \tau_1 + \tau_2$$

* This temporal periodicity is not the same for each active center.

and a spatial quasi-periodicity, repeating itself at distances L (L being the average distance between the „active centers") *). Therefore, the process taking place on a surface of area L^2 around the active center, in the time τ, characterizes the process of heat transfer on the entire plate. It is therefore normal to define the heat transfer coefficient as an average, both on the surface L^2 an in the time τ. (Obviously, for the time τ, an average value must be considered).

In the growing stage of the bubble on the active center, the stirring caused by this growth in a point situated within a surface of area $\approx L^2$, around the active center considered, is dependent on the radius R of the bubble, on its rate of growth $\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}$, on the dynamic viscosity η of the liquid, on the density ϱ of the liquid, on the distance to the active center, on the distances from the point considered to the active centers neighbouring with the active center taken into consideration, and of the radius of the bubbles and their rate of growth in the neighbouring centers. The dependance on the latter distances and lengths is due to the stirring caused at the point taken into consideration by the growth of the bubbles in the neighbouring active centers. For the sake of simplicity, it will be assumed that, at a certain moment, all the bubbles have the same radius. The heat transfer coefficient at the point taken into consideration depends on the quantities mentioned above and on the thermal conductivity λ and the specific heat c. Dimensional considerations permit one to write, for the average value of the heat transfer coefficient on the surface L^2 at the time t, measured from the moment when the nucleus begins to grow **),

$$\frac{\alpha_t R}{\lambda} = F\left(\frac{2R\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}}{\nu}, \frac{\nu}{a}, \frac{R}{L}\right). \tag{12'}$$

The average value α_1 of α_t for the duration τ_1 of the growing stage of the bubble is yielded by the equation

$$\alpha_1 = \frac{1}{\tau_1}\int_0^{\tau_1} \alpha_t \,\mathrm{d}t \tag{13}$$

Therefore,

$$\alpha_1 = \frac{\lambda L}{\tau_1 R \frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}} \int_0^{\frac{R_0}{L}} F\left(\frac{2R\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}}{\nu}, \frac{\nu}{a}, \frac{R}{L}\right) \mathrm{d}\frac{R}{L} \equiv$$

$$\equiv \frac{\lambda L}{\tau_1 R \frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}} F_1\left(\frac{2R\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}}{\nu}, \frac{\nu}{a}, \frac{R_0}{L}\right), \tag{14}$$

* A spatial „quasi"-periodicity is mentioned since the distance between the active centers is not the same.

** The form of the function F also depends on the geometric arrangement of the active centers on the heating surface.

wherefrom

$$\frac{\alpha_1 R_0}{\lambda} = F_2\left(\frac{2R\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}}{\nu}, \frac{\nu}{a}, \frac{R_o}{L}\right). \tag{15}$$

Some comments will now be made with respect to the ratio $\frac{R_0}{L}$ which appears in equation (15). Let us denote by N the number of cavities per unite surface. For a given superheating ΔT of the liquid in the immediate vicinity of the heating surface, only those cavities for which $l \geqslant \frac{2\sigma T_e}{r\gamma'' J \Delta T}$ are liable to become active. Denote by φ the distribution function of the cavities. In other words $\varphi\,\mathrm{d}l$ represents the number of cavities having l comprised between l and $l+\mathrm{d}l$. The function φ is dependent on l and dimensional considerations make it certain that φ is dependent on l through the dimensionless ratio $\frac{l}{l_o}$, l_o being a length whose significance will be discussed hereafter. It is, generally speaking, hardly probable that l_0 should be the only parameter appearing in the expression of φ. One must therefore consider that $\varphi\left(\frac{l}{l_o}\right)$ only characterizes a certain surface.

The fraction of the number of cavities, which is active for a certain superheating, is therefore given by

$$\left(\int_{\frac{2\sigma T_e}{r\gamma'' J \Delta T}}^{\infty} \varphi\left(\frac{l}{l_o}\right)\mathrm{d}l\right) \Bigg/ \left(\int_0^{\infty} \varphi\left(\frac{l}{l_0}\right)\mathrm{d}l\right) = \psi\left(\frac{2\sigma T_e}{l_o r\gamma'' J \Delta T}\right).$$

If the average value $\bar{l}$ of l is formed,

$$\bar{l} = \frac{\int_0^{\infty} l\,\varphi\left(\frac{l}{l_o}\right)\mathrm{d}l}{\int_0^{\infty} \varphi\left(\frac{l}{l_o}\right)\mathrm{d}l},$$

the conclusion is easely reachd that l_0 is proportional to $\bar{l}$.

The average distance L may therefore be estimated with the help of the expression

$$L \approx N^{-1/2}\psi^{-1/2} = L_o\,\psi^{-1/2}$$

Therefore,

$$\frac{L}{R_o} \approx \frac{L_o}{R_o}\psi^{-1/2}. \tag{16}$$

In equation (16) there appear two „lengths" which are characteristic for a given surface, namely: the average distance L_0 between the cavities of the surface and the average value $\bar{l}$ of the sizes of these cavities. As pointed out above, it is possible (and even probable) that the function $\varphi\left(\frac{l}{l_o}\right)$ (and therefore also the function ψ) also are specific for a given surface.

Therefore, for a given surface, there results from equation (15) and (16)

$$\frac{\alpha_1 R_o}{\lambda} = F_2\left(\frac{2R\frac{dR}{dt}}{\nu}, \frac{\nu}{a}, \frac{R_o}{L_o}\psi^{1/2}\right). \tag{17}$$

It should be noted that the elimination of one of the „lengths" characterizing the heating surface is possible, for instance the length L_0, if one takes into account the fact that at the moment film boiling appears *)

$$L \approx 2R_o.$$

In this case

$$\frac{L_o}{R_{o,c}} = 2\left[\psi\left(\frac{2\sigma_c T_e}{l_o r \gamma_c'' J \Delta T_c}\right)\right]^{1/2}. \tag{18}$$

The index c specifies the fact that the physical constants should be computed at the superheating temperature corresponding to the transition and ΔT_c is the superheating of the liquid at the moment of the transition. If ΔT_c is small in comparison with T_e, the physical constants can be computed at the latter temperature. By considering that ΔT_c is small in comparison to T_e one can write that

$$\frac{L}{R_o} = 2\left[\frac{\psi\left(\frac{2\sigma T_e}{l_o r \gamma'' J \Delta T_c}\right)}{\psi\left(\frac{2\sigma T_e}{l_o r \gamma'' J \Delta T}\right)}\right]^{1/2} = 2\left(\frac{\psi_c}{\psi}\right)^{1/2}. \tag{19}$$

Therefore, for a certain heating surface

$$\frac{\alpha_1 R_o}{\lambda} = F_3\left(\frac{2R\frac{dR}{dt}}{\nu}, \frac{\nu}{a}, \frac{\psi}{\psi_c}\right) =$$

$$= F_4\left(\frac{2R\frac{dR}{dt}}{\nu}, \frac{\nu}{a}, \frac{2\sigma T_e}{l_o r \gamma'' J \Delta T_c}, \frac{2\sigma T_e}{l_o r \gamma'' J \Delta T}\right). \tag{20}$$

*) The fact that the transition from nucleate boiling to film boiling takes place when the entire surface is covered by bubbles having a diameter D_0 has been mentioned in [8]. This is probably the situation as long as the superheating ΔT, necessary for the covering of the entire surface with bubbles is lower than the superheating at which the rate of nucleation becomes infinitely large. In this latter case the transition is of spontaneous character.

Equation (20) may be also written as follows:

$$\frac{\alpha_1 R_o}{\lambda} = F_5\left(\frac{2R\frac{dR}{dt}}{\nu}, \frac{\nu}{a}, \frac{\Delta T}{\Delta T_c}, \frac{2\sigma T_e}{l_o r \gamma'' J \Delta T_c}\right). \tag{20'}$$

In the case of boiling, the heat transfer coefficient may be defined by means of the equation:

$$\alpha = \frac{\alpha_1 \tau_1 + \alpha_2 \tau_2}{\tau}, \tag{21}$$

where α_2 is the average value of the heat transfer coefficient during the time interval τ_2.

Since, for usual values of the heat fluxes $\tau_2 \ll \tau_1$, the heat transfer coefficient α_1 corresponding to the growth period of the bubble coincides with the heat transfer coefficient α.

Reynolds' number which appears in equation (20') may be also written in the following equivalent forms:

$$\frac{2R\frac{dR}{dt}}{\nu} \equiv \frac{R_0^2}{\tau_1 \nu} \equiv \pi \frac{\nu}{a}\left(\frac{\alpha R_o}{\lambda}\right)^{-2}\left(\frac{q R_o}{r \gamma'' \nu}\right)^2, \tag{22}$$

wherefore we may draw the conclusion that

$$\frac{\alpha R_o}{\lambda} = \mathfrak{F}\left(\frac{q R_o}{r \gamma'' \nu}, \frac{\nu}{a}, \frac{\Delta T}{\Delta T_c}, \frac{2\sigma T_e}{l_o r \gamma'' J \Delta T_c}\right). \tag{23}$$

Since equation (23) is a consequence of equation (17) it folows easily that the function $\mathfrak{F}$ must behave as follows:

$$\mathfrak{F}_{\Delta T \to \Delta T_c} \to \mathfrak{F}_1\left(\frac{q R_o}{r \gamma'' \nu}, \frac{\nu}{a}\right). \tag{24}$$

We remark also that equation (23) is not the only form to which equation (17) can be brought. For a certain heating surface, equation (17) may be, e.g. written:

$$\frac{\alpha R_o}{\lambda} = \mathfrak{F}_2\left(\frac{q R_o}{r \gamma'' \nu}, \frac{\nu}{a}, \frac{2\sigma T_e}{R_o r \gamma'' J \Delta T}, \frac{2\sigma T_e}{r \gamma'' J \Delta T}\right). \tag{25}$$

Equation (23) is of more general form than (25) since it is valid for the whole class of heating surfaces which can be described — as far as the process of bubble generation is concerned — by means of two lengths (l_o and L) *).

*) These surfaces are described by a single function $\varphi\left(\frac{l}{l_0}\right)$.

The description proposed by the author for the process of stirring and nucleation leads thus to equation (23) in which there appear five dimensionless groups, or to equation (25) with four such groups and a group (the last in the r.h.s.) with the dimensions of length.

If one compares our results to those of Rohsenow and those of Forster and Zuber, one sees that:

a) In Rohsenow's correlation the dimensionless groups describing the process of nucleation do not appear.

b) Such groups do appear in Forster and Zuber's correlation in an uncomplete form.

NOTATIONS

a = Thermal diffusivity ($m^2\ hr^{-1}$)
c = specific heat of the liquid (kcal/kg ^0C)
D = diameter of a bubble (m)
f = generation frequency of the bubbles of an active center (hr^{-1})
g = gravitational acceleration ($m\ hr^{-2}$)
J = mechanical equivalent of heat (kgm/kcal)
p = pressure (kg/m^2)
Δp = supersaturation of the liquid (kg/m^2)
q = heat transmitted per surface unit in unit of time ($kcal\ m^{-2}\ hr^{-1}$)
r = latent heat of vaporisation (kcal/kg)
R = radius of the bubble (m)
t = time (hr)
T_w = temperature at the wall (^0K)
T_e = temperature in the bulk of the liquid (^0K)
$\Delta T = T_w - T_e$ = superheating of the liquid
α = heat transfer coefficient ($kcal\ m^{-2}\ hr^{-1}\ grad^{-1}$)
θ = angle of contact between the bubble and the wall at the moment when the bubble breaks loose (degrees)
σ = surface tension liquid-vapour ($kg\ m^{-1}$)
γ' = specific gravity of the liquid ($kg\ m^{-3}$)
γ'' = specific gravity of the vapour ($kg\ m^{-3}$)
ν = kinematic viscosity of the liquid ($m^2\ hr^{-1}$)
λ = thermal conductivity ($kcal\ m^{-1}\ hr^{-1}\ grad^{-1}$)

Chair of Chemical Engineering
Polytechnical Institute Bucharest

REFERENCES

1. *W. M. Rohsenow*, Trans. ASME, 1952, *74*, 969.
2. *M. E. Ellion*, Ph. D. thesis, California Inst. Technol 1953 (quoted in [3]).

3. *N. K. Forster and N. Zuber,* A. I. Ch. E. Journal 1955 *1,* 531.
4. *N Zuber,* A. I. Ch. E. Journal 1957, *3* number 3, 95.
5. *H. K. Forster and N. Zuber,* J. Appl. Phys. 1954, *25,* 474.
6. *M. Jakob,* Heat transfer, Wiley, N. Y., 1949.
7. *J. W. Westwater and J. G. Santangelo,* Ind. Eng. Chem. 1955, *47,* 1605.
8. *M. B. Donald and F. Haslam,* Chem Eng. Sci 1958, *8,* 287.
9. *M. A. Leontovici,* Vedenie v termodinamiky, Moskow, 1952.
10. *V. Grigull,* Die Grundgesetze der Wärmeübertragung, Springer, Berlin, 1955.
11. *W. E. Garner,* Chemistry of the solid state, Butterworths scientific publications, London 1955.
12. *C. Corty and A. S. Foust,* Ann. Meeting Am. Inst. Chem. Engrs. St. Louis, Preprint No 1 (1953) (quoted in [13]).
13. *J. W. Westwater,* paper in „Advances in Chemical engineering" edited by T. B. Drew and J. W. Hoopes, vol. I, Academic Press, 1956.
14. *C. Corty,* Ph. D. thesis, Univ. Mich., Ann. Arbor, 1951 (quoted in [13]).
15. *R. B. Mesler and J. T. Banchero,* A. I. Ch. E. Journal 1958 *4,* 102.
16. *E. Ruckenstein,* Studii şi Cercetări de Energetică 1958, *8,* 7.

О КОРРЕЛЯЦИИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ В СЛУЧАЕ КИПЕНИЯ

(Краткое содержание)

Исходя из описания процесса перемешивания и нуклеяции в непосредственной близости от нагревающей поверхности, устанавливяются безразмерные группы которые должны появиться при кореляции экспдриментальных данных о теплопередаче в случае нуклеяционного кипения.

ON THE CORRELATION OF THE EXPERIMENTAL RESULTS IN THE CASE OF NUCLEATE BOILING

(Summary)

In this paper one establishes starting from a description of the stirring and nucleation processes in the immediate vicinity of the heating surface the dimensionless groups which have to appear in the correlation of experimental results concerning the heat transfer in the case of nucleate boiling.

SUR LA CORÉLATION DES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX DAS LE CAS DE L'ÉBULLITION NUCLEATE

(Résumé)

Dans cet article on établit en partant d'une description du processus de melange et de nucleation dans le liquide proche de la surface de chauffage les grouppes sans dimenssions qui doivent apparaître dans la correlation des résultats expérimentaux concernat le transfert de chaleur dans le cas de l'ébullition nucleate.

ZUR KORRELATION DER EXPERIMENTALERGEBNISSE FÜR WÄRMEÜBERTRAGUNG BEIM SIEDEN

(Zusammenfossung)

Ausgehend von einer Beschreibung des Mischnungs und Keimbildungsprozesse, in der nächsten Nahe der Heizfläche, werden die dimensionslosen Gruppen aufgestellt die in der Korrelation der Experimentalergebnisse über Wärmeübertragung für den Fall des Siedens mit Keimbildung erscheinen müssen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 4

UNELE PROBLEME PRIVIND HIDRODINAMICA FLUIDIZĂRII I.

de ELLY RUCKENSTEIN şi ION TEOREANU

I. *Introducere.*

Cercetările efectuate pînă în prezent în legătură cu hidrodinamica stratului fluidizat conduc la concluzia că fluidizarea este de două feluri: a) *fluidizare omogenă,* caracterizată prin distribuţia uniformă a particulelor solide şi prin mişcarea lor independentă — se observă mai ales cînd mediul fluidizant este lichid d) *fluidizarea neomogenă* în care particulele solide formează pachete de particule, iar o parte din fluid curge sub formă de „bule" — se observă mai ales în cazul fluidizării cu gaze. Expansiunea uniformă a stratului odată cu creşterea vitezei gazului asigură realizarea unui contact maxim între fluid şi particule, contact ce se micşorează pe măsura apariţiei neomogeneităţilor. Acesta este motivul pentru care odată cu apariţia neomogeneităţilor transferul de căldură dintre particule şi fluid se micşorează mult. Această concluzie rezultă şi din ecuaţia cu caracter teoretic stabilită de autori [1] pentru acest caz. În cazul reacţiilor catalitice apariţia neomogeneităţilor micşorează conversia. Mai mult chiar, dacă de pildă mecanismul unei reacţii este astfel încît reacţia dorită are loc la suprafaţa solidă, în timp ce în faza gazoasă are loc o reacţie nedorită, apariţia neomogeneităţilor favorizează această din urmă reacţie.

Din aceste motive ne-am propus ca, prin compararea unor rezultate experimentale proprii, cît şi a unor rezultate din literatură, privind fluidizarea cu gaze, cu rezultate experimentale privind fluidizarea omogenă, să stabilim acele domenii de fluidizare cu gaze, în care există cel puţin unele tendinţe spre o fluidizare mai omogenă. În prezenta lucrare folosim ca element de comparaţie fracţia de goluri ε şi determinăm acele domenii de fluidizare cu gaze în care ε poate fi corelat cu ecuaţii valabile pentru fluidizarea omogenă. Pe baza materialului experimental pe care îl pre-

---

Comunicarea prezentată la a V-a sesiune ştiinţifică a cadrelor didactice a Institutul Politehnic Bucureşti (31 octombrie 1959).

zentăm, precizăm și criteriile cantitative care permit stabilirea momentului de tranziție către acest domeniu de fluidizare.

Lucrarea conține și un capitol intitulat „Structura stratului fluidizat cu gaze" în care pe baza unor considerații teoretice, ajungem la concluzia că în cazul fluidizării cu gaze sînt posibile a) un domeniu de fluidizare caracterizat prin existența unor neomogeneități stabile, în care participarea

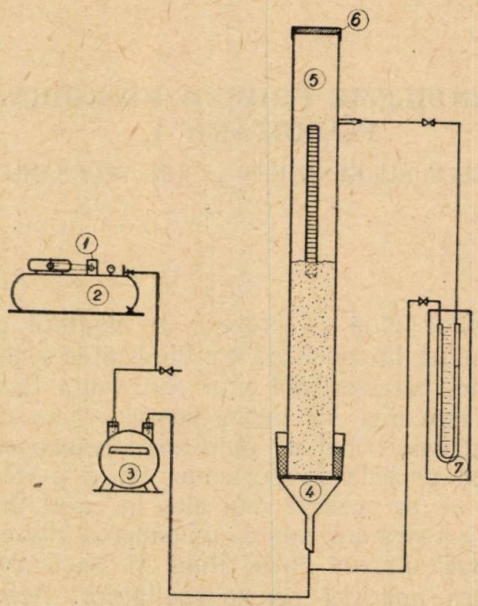


Fig. 1

1, Compresor; *2*. Rezervorul cpmpresorului; *3*. Contor de gaz; *4*. Pîlnie de distribuție a gazului; *5*. Coloană de fluidtzare; *6*. Filtru desprăfuOtor; *7*, Manometru

acestora crește odată cu viteza gazului și în care amestecarea gaz-particule individuale este slabă b) un domeniu de fluidizare la viteze mai mari în care neomogeneitățile sînt instabile și amestecarea gaz-particule individuale este mai bună. În acest din urmă domeniu fracția de goluri poate fi reprezentată prin ecuații valabile pentru fluidizarea cu lichide. În ecuațiile stabilite pentru fracția de goluri punem în evidență și influența unor grupuri nedimensionale care nu au fost luate în considerație pînă acum.

II. *Partea experimentală.*

Cercetarea experimentală a fluidizării cu gaze a fost efectuată în coloane obișnuite de fluidizare discontinuă (fig. 1) cu diametrul de $3{,}9.10^{-2}$, $4{,}3.10^{-2}$ și $5{,}6.10^{-2}$m, folosind drept agent de fluidizare aer sau bioxid de carbon, iar ca material de fluidizare sămînță de mac, sămînță

de rapiță, sămînță de muștar, bicarbonat de sodiu și făină brută de ciment. *)

Diametrul mediu a fost calculat, pe baza analizei granulometrice cu ecuația

$$d = \Sigma x_i d_i \qquad (1)$$

x_i reprezentînd fracțiunea de particule de diametru d_i.
Diametrele obținute au fost verificate și prin determinări microscopice, obținîndu-se o concordanță satisfăcătoare.

III. *Structura stratului fluidizat cu gaze.*

În primul rînd au fost făcute observații vizuale în legătură cu structura stratului fluidizat cu gaze, urmărind modul în care această structură

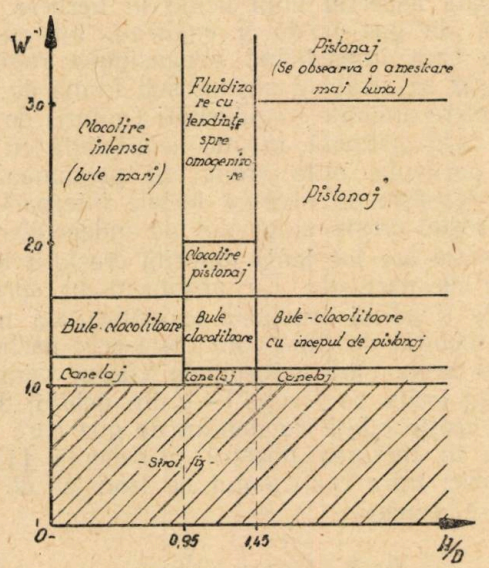


Fig. 2
W = numărul de fluidizare definit prin raportul dintre viteza de fluidizare la un moment dat și viteza minimă de fluidizare

evoluează în raport cu viteza gazului, cu diametrul particulelor solide, cu înălțimea stratului. O sinteză a observațiilor făcute este prezentată, pentru un caz particular, în fig. 2. Considerăm necesar să insistăm asupra unor constatări și să încercăm a le explica.

*) Pentru completarea datelor experimentale de care dispunem s-au făcut deasemeni determinări, în care s-au folosit ca agent de fluidizare apa, iar ca material de fluidizare bile de sticlă.

În cazul fluidizării unui strat de particule solide de dimensiuni mici ($d<1mm$) se observă o expansiune inițială a stratului fără ca particulele să se pună în stare de agitare. Acest fapt se observă într-o măsură mai mică în cazul straturilor formate din particule mai mari. Explicația trebuie căutată în valoarea importantă a forțelor interparticule (ne referim la forțele de frecare interparticule) în straturile formate din particule mici. La viteze mai mari, însă nu mult superioare vitezei minime de fluidizare —, se constată apariția canelajului, mult mai accentuat în straturile formate din particule mici datorită acelorași forțe interparticule. La fluidizarea straturilor formate din particule ceva mai mari nu mai apare canelajul ci există chiar de la început o tendință de formare a unor bule relativ mari de gaz. Aceste bule fiind mari dau naștere la o clocotire în strat, care crește în intensitate la viteze ceva mai mari. În straturile formate din particule mai mici, dimensiunea bulelor de gaz este mai mică și stratul capătă aspectul unui lichid în fierbere.

Apariția bulelor de gaz poate fi explicată tot cu ajutorul forțelor interparticule, forțe care împiedicînd expansiunea regulată a stratului, silesc o parte din gaz să străbată stratul sub formă de bule. Aceste bule au ca nuclee de formare anumite iregularități (goluri) de la baza stratului. Bulele alcătuiesc o fază distinctă, practic nemiscibilă cu gazul care curge prin pachetele de particule, atîta vreme cît presiunea hidrostatică din interiorul bulei nu reușește să învingă forțele interparticule. Pe măsură ce viteza gazului crește, crește și gradul de independență a particulelor solide (această creștere are loc lent) datorită creșterii lente a fracției de goluri în pachetele de particule. Ca argument în sprijinul acestei din urmă afirmații poate fi adusă concluzia experimentală trasă de Wamsley și Johansen [2] că debitul de fluid care trece prin pachetele de particule este mai mare decît acela care corespunde vitezei minime de fluidizare. Se poate deasemenea arăta că fracția $1-\xi$ din debitul de gaz care trece sub formă de bule, crește odată cu debitul de gaz care trece prin întreg stratul. Într-adevăr, în lucrarea noastră precedentă [1] am stabilit pe baza modelului bifazic, între coeficientul de transfer de căldură α_p dintre fluid și particule și ξ, ecuația

$$\alpha_p \approx \frac{cG}{A} \cdot \frac{\xi}{1-\xi}, \tag{2}$$

din care, ținînd seama de concluzia experimentală [2], [3] că α_p este practic independent de viteză, rezultă afirmația făcută mai sus. Prin-urmare, odată cu viteza crește debitul de gaz care curge prin pachetele de particule; debitul de gaz care trece sub formă de bule crește însă mai repede.

De îndată ce fie distanța dintre particule devine suficient de mare pentru ca forțele interparticule să se micșoreze și presiunea hidrostatică în bule să le învingă, fie presiunea hidrostatică în bule crește destul de mult pentru a putea învinge forțele interparticule, *) cele două „faze

*) Menționăm această din urmă posibilitate în eventualitatea că fracția de goluri în pachetele de particule nu crește cu viteza, ci rămîne tot timpul la valoarea corespunzătoare vitezei minime de fluidizare.

devin miscibile între ele și poate avea loc o mai bună amestecare gaz-particule individuale.

Neomogeneități pot să apară și din acest moment. Ele nu mai au însă caracterul stabil de fază distincă nemiscibilă cu „faza" care curge printre particulele solide. Un argument în plus în ce privește existența unui domeniu la viteze mari cu tendințe de fluidizare mai omogenă îl constituie și constatarea că fracția de goluri poate fi reprezentată într-un anumit domeniu de ecuațiile valabile pentru fluidizarea cu lichide. Această problemă va fi examinată amănunțit în capitolul IV. Faptul că fracția de goluri în acest din urmă domeniu poate fi exprimată prin ecuații valabile în cazul fluidizării omogene, se datorește instabilității neomogeneităților, care provoacă, în diverse puncte ale stratului, fluctuații în valoarea lui ε, care se compensează reciproc cînd se consideră o valoare medie în tot stratul a fracției de goluri.

Asupra structurii stratului fluidizat, o influență însemnată o are și înălțimea sa. Valori mici ale raportului $\frac{H}{D}$, deci înălțimi mici ale stratului, favorizează apariția canelajului. Pe de altă parte cu cît stratul este mai înalt, cu atît posibilitatea de contopire a bulelor de gaz (apariția pistonajului) este mai mare. Aceste influențe cu caracter contrar determină existența unei valori optime pentru raportul $\frac{H}{D}$, valoare care depinde de dimensiunea particulelor solide fluidizate.

În concluzie se pot spune următoarele: la fluidizarea cu gaze sînt posibile a) un domeniu de fluidizare caracterizat prin existența unor neomogeneități stabile, în care participarea acestora crește odată cu viteza și amestecarea gaz— particule individuale este slabă b) un domeniu de fluidizare la viteze mai mari în care neomogeneitățile nu mai sînt stabile și amestecarea gaz-particule individuale este mai bună, domeniu pe care-l vom numi cvasi-omogen. Din punct de vedere practic este mai interesant cel de al doilea domeniu datorită tendințelor de fluidizare mai omogenă.

IV. *Comparația între fluidizarea cu gaze și fluidizarea cu lichide.*

Faptul că fluidizarea omogenă este mai avantajoasă din punct de vedere practic decît fluidizarea neomogenă, ne-a determinat să comparăm, prin intermediul fracției de goluri, fluidizarea cu gaze cu fluidizarea cu lichide, cu scopul de a stabili, pentru primul caz, acele domenii în care există cel puțin unele tendințe spre o fluidizare mai omogenă. Existența unui astfel de domeniu pe care l-am numit cvasi-omogen a fost de altfel, anticipată în paragraful precedent prin considerații cu caracter teoretic. Pentru a putea face această comparație vom expune, la început, pe scurt rezultatele obținute într-o lucrare recentă [4] în legătură cu fluidizarea cu lichide. Suciu și Shor [4] lucrînd pentru un raport $\frac{H}{D} \leqslant 2{,}6$ au pus în evidență două domenii de curgere, iar pentru fiecare din aceste domenii au propus ecuațiile:

$$(1-\varepsilon)\, Ar^{*} Re^{*-1} = 4{,}25 \text{ pentru } Re^{*} < 2 \qquad (3)$$

$$(1-\varepsilon)\,\overset{*}{Ar}\,\overset{*}{Re}^{-1,54} = 3{,}10 \text{ pentru } 100 > \overset{*}{Re} > 2 \tag{4}$$

în care

$$\overset{*}{Re} \equiv \frac{l\,w_0}{\varepsilon\,\nu} \tag{5}$$

$$\overset{*}{Ar} \equiv \frac{l^3\,g}{\nu^2} \cdot \frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_f} \cdot \tag{6}$$

Lungimea l care apare în expresiile $\overset{*}{Re}$ şi $\overset{*}{Ar}$ reprezintă raza hidraulică definită prin ecuaţia:

$$l = \frac{\varepsilon\,V}{S} \cdot \tag{7}$$

Pentru particule sferice, singurele pe care le luăm în consideraţie în cele ce urmează, ecuaţia (7) conduce la

$$l = \frac{\varepsilon\,d}{6\,(1-\varepsilon)} \cdot \tag{7'}$$

Comparaţia a fost făcută prin reprezentarea grafică pentru fiecare diametru de particulă a grupului

$$B \equiv (1-\varepsilon)\,\overset{*}{Ar}\,\overset{*}{Re}^{-n}, \qquad n = \begin{cases} 1 \text{ pentru } \overset{*}{Re} < 2 \\ 1{,}54 \text{ pentru } \overset{*}{Re} > 2 \end{cases}$$

caracteristic pentru fluidizarea omogenă, funcţie de Ar^*. De îndată ce fluidizarea cu gaze devine cvasi-omogenă B trebuie să devină independent de Ar^*. Din curbele reprezentate în fig. 3 rezultă existenţa a două domenii şi anume a) un domeniu în care B este independent de Ar^* şi b) un domeniu în care B depinde de Ar^*. Pe baza unor astfel de reprezentări grafice a fost determinată viteza critică de tranziţie către domeniul cvasi-omogen precum şi valoarea lui B pentru acest domeniu (tabelul 1). Corelarea rezultatelor obţinute, privind viteza critică de tranziţie, a fost făcută cu ajutorul grupurilor fără dimensiuni:

$$E \equiv \frac{w_{cr}}{(\nu g)^{1/3}}, \quad Ga \equiv \frac{d^3\,g}{\nu^2}, \quad Z \equiv \frac{d}{D} \cdot 10^4, \quad \Gamma \equiv \frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_f},$$

$$\mathcal{H} \equiv \frac{H}{D},$$

la care conduce analiza dimensională. Aceste grupuri fără dimensiuni au fost astfel construite, încît cele două mărimi importante şi anume viteza w_{cr} şi diametrul d al particulelor să nu apară împreună. Deoarece cele mai multe valori obţinute de noi pentru w_{cr} corespund domeniului caracterizat prin $Re^* > 2$ şi numărul de date pentru $Re^* < 2$ este prea mic, am stabilit o ecuaţie pentru E numai pentru domeniul $Re^* > 2$. Prelucrarea materialului conduce la curba din fig. 4, în care

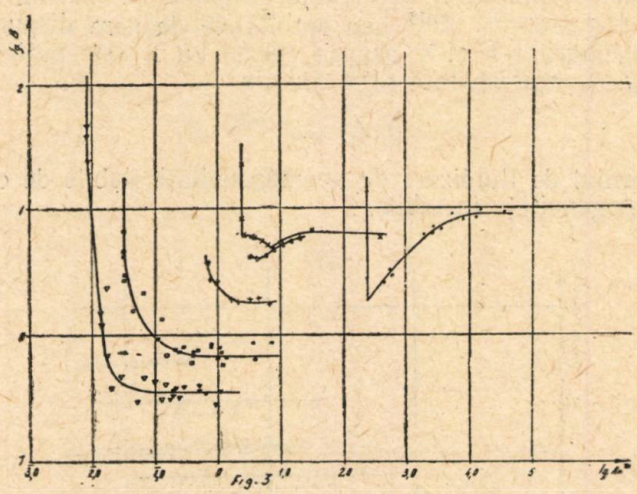


Fig. 3

Fluidizare cu aer-date proprii

▽ Făină brută de ciment $d = 3.10^{-5}$ m

□ Bicarbonat de Na $d = 5.10^{-5}$ m

Date M. Kwauk și H. Wilhelm

× Bile de sticlă d = 2,87.10−4 m

Date Lewis și Colab

\+ Bile de sticlă d = 1,55.10−4 m

△ Bile de sticlă d = 2,845.10−4 m

Fluidizare cu CO_2 — date proprii

. Rapiță d = 1,97.10−3 m

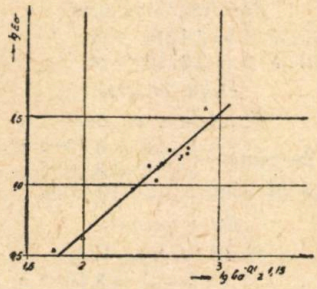


Fig. 4

Fluidizarea cu aer

. Date proprii

△ Date M. Kwauk și H. Wilhelm

Fluidizare cu CO_2

× Date proprii

în ordonată este reprezentat logaritmul grupului de mărimi notat cu E, iar în abscisă log $Ga^{-1/10} \cdot Z^{1,15}$. Din rezultatele de care dispunem, rezultă că influența grupurilor Γ și $\mathcal{H}$ asupra valorii lui E este puțin importantă. Curba din fig. 4, reprezentată prin ecuația

$$E = 0{,}083\ Ga^{-0{,}087} \cdot Z \tag{8}$$

desparte domeniul de fluidizare cu neomogeneități stabile de cel de fluidizare cu neomogeneități instabile.

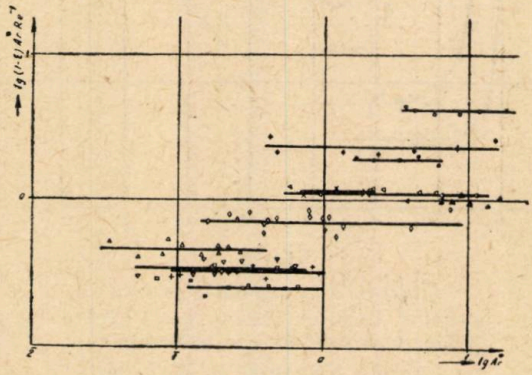


Fig. 5

Date W. K. Lewis și colab

Fluidizare cu aer

. Bile de sticlă d = 1,55.10 4 m

× Bile de sticlă d = 1,015.10−4 m

Date M. Kwauk și H. Wilhelm

Fluidizare cu apă

○ Bile de sticlă d = 5,1210−4 m

⌀ Bile de sticlă d = 2,8710−4 m

Date proprii

Fluidizare cu aer

Făină brută de ciment { △ d = 3,10−5 m d=4,3 cm ▽ d = 3,10−5 m d=5,6 cm

◇ Bicarbonat de sodiu d — 7.10−5 m

Date proprii

Fluidizare cu CO_2

Făină brută de ciment { + d = 3,10−5 m d=5,6 cm □ d = 3,10−5 m d=4,3 cm

◁ bicarbonat de sodiu d = 7,10−5 m

Fluidizare cu apă

▲ Bile de sticlă d — 4,5.10−5 m

În ceea ce privește valorile numerice ale lui B în domeniul cvasiomogen, trebuie subliniat faptul că ele nu au întotdeauna valorile indicate în ecuațiile (3) și (4). Lucrul acesta ne-a determinat să verificăm dacă

și pentru fluidizarea cu lichide sînt valabile întotdeauna aceleași valori ale grupului B. Ne-am folosit în acest scop de datele experimentale din lucrarea (5), precum și de date experimentale proprii privind fluidizarea cu apă a unor particule sferice. Se constată (vezi fig. 5*) și tabelul 1) că valorile numerice ale grupului B, rezultate din prelucrarea datelor experimentale amintite, prezintă abateri de pînă la 100% față de valoarea indicată de ecuațiile (3) și (4).

Folosind rezultatele noastre experimentale, cît și rezultate experimentale din literatură, am stabilit cu ajutorul unor considerațiuni dimen-

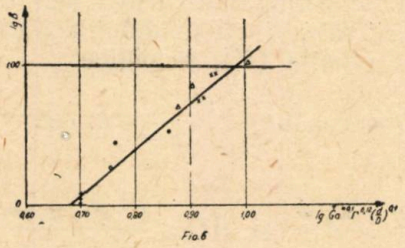


Fig. 6

Fluidizare cu aer

. Date proprii

△ Date H. Wilhelm și M. Kwauk

Fluidizare cu CO_2 .

× Date proprii

Fluidizare cu apă

+ Date proprii

○ Date H. Wilhelm și M. Kwauk

sionale o ecuație pentru B în care regăsim drept caz particular și ecuația (4). Faptul că valorile lui B, corespunzătoare fluidizării cu lichide, se așternpe o aceeași curbă cu valorile lui B corespunzătoare fluidizării cvasi-omogene este un argument în sprijinul existenței acestui din urmă domeniu de fluidizare.

În fig. 6 reprezentăm grafic pentru regimul cvasi-omogen $\log B$ în ordonată, funcție de $\log \left(\frac{d}{D}\right)^{0,1} \cdot \left(\frac{g D^3}{\upsilon^2}\right)^{0,1} \cdot \Gamma^{0,12}$ în abscisă. Pe această cale se obține dreapta, care conduce la ecuația:

$$B = 0{,}0095\, Ga^{*\,0,3} \cdot \left(\frac{d}{D}\right)^{0,3} \cdot \Gamma^{-0,36}. \qquad (9)$$

*) În fig. 5 este reprezentată și comportarea unor particule la fluidizarea cu gaze, în regim cvasi-omogen pentru $Re^{*} < 2$.

V. *Observații privind obținerea unor corelații pentru domeniul neomogen*

Din studierea curbelor reprezentate în fig. 3, se poate trage concluzia că forma acestora depinde, în mod esențial, de dimensiunea particulelor. Acest lucru se datorește influenței importante pe care o are diametrul particulelor asupra valorii forțelor interparticule.

Pentru particule mici valoarea lui B scade cu Ar^* atingînd o valoare constantă în domeniul de fluidizare cvasi-omogenă, iar pentru particule mari mărimea B crește cu Ar^* ajungînd de asemenea la o valoare constantă în același domeniu de fluidizare. Se poate înțelege mai ușor această comportare, dacă transcriem expresia care definește mărimea B sub o formă care să ne permită urmărirea mai comodă a influenții pe care o au asupra valorii sale, viteza fluidului și fracția de goluri.

Folosind pentru l ecuația (7′), se obține

$$B = \text{const.} \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^{2-n}} \cdot Ar \cdot Re^{-n} \qquad (10)$$

în care

$$Re \equiv \frac{w_0 d}{\nu} \quad \text{și} \quad Ar \equiv \frac{d^3 g}{\nu^2} \cdot \frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_f}.$$

Din relația (10), rezultă că pentru un strat format din particule de un anume d, la fluidizarea cu un anumit gaz, numărul lui Arhimede (Ar) fiind constant, variația mărimii B este determinată de variația expresiei $\frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^{2-n}}$ și a mărimii Re^{-n}. Cum fracția de goluri crește cu mărirea vitezei gazului, rezultă că mărimile $\frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^{2-n}}$ și Re^{-n} vor acționa asupra lui B în sens contrar. În cazul straturilor formate din particule mici, forțele interparticule sînt importante și creșterea vitezei în raport cu creșterea fracției de goluri va avea loc într-o măsură mult mai mare decît în cazul straturilor formate din particule mari.

Avînd în vedere faptul că forțele interparticule depind de structura suprafeței particulelor cît și de natura lor și că nu dispunem deocamdată de mărimi măsurabile experimental, care să le caracterizeze, nu este deocamdată posibilă obținerea unei corelații generale pentru fracția de goluri în domeniul neomogen.

VI. *Concluzii*

In prezenta lucrare, pe baza unor considerațiuni teoretice și a rezultatelor experimentale, se pune în evidență posibilitatea existenței, în cazul fluidizării cu gaze: 1) a unui domeniu de fluidizare caracterizat prin formarea unor neomogeneități stabile, în care participarea acestora crește cu viteza gazului și în care amestecarea gaz-particule individuale este slabă, 2) a unui alt domeniu de fluidizare, la viteze mai mari, în care neomogeneitățile sînt instabile și amestecarea gaz-particule individuale este

mai bună, domeniu pe care l-am numit cvasi-omogen. Cel de al doilea domeniu prezintă interes practic. Din acest motiv în lucrarea de față se precizează criteriile cantitative care permit stabilirea momentului de tranziție către acest din urmă domeniu de fluidizare. Din prelucrarea datelor experimentale a rezultat expresia

$$E = 0{,}083\ Ga^{-0{,}087} \cdot Z \tag{8}$$

Se subliniază de asemenea faptul că pentru domeniul cvasi-omogen, fracția de goluri ε poate fi reprezentată de ecuații valabile pentru fluidizarea cu lichide; folosind atît date experimentale proprii cît și date experimentale existente în literatură, se pune în evidență în legătură cu ε și influența unor grupuri nedimensionale care nu au fost luate în considerație pînă în prezent. S-a stabilit astfel, pentru $Re^* > 2$ (caz mai des întîlnit în practică), ecuația

$$B = 0{,}0095\ Ga^{*0,3} \cdot \left(\frac{d}{D}\right)^{0,3} \cdot \Gamma^{0,36} \cdot \tag{9}$$

Lucrarea atrage totodată atenția asupra faptului că pentru obținerea unor corelații generale pentru fracția de goluri în domeniul neomogen, este necesară introducerea unor mărimi, care să caracterizeze forțele interparticule, influența acestora din urmă asupra expandării stratului, în domeniul neomogen al fluidizării cu gaze, fiind importantă.

Catedra de Procedee și Aparate Chimice
Institutul Politehnic București

NOTAȚII

d — diametrul particulelor solide
x_i — fracțiunea de particule de dimensiuni d_i
α_p — coeficient de transfer de căldură
ξ — fracția de gaz care trece prin pachetele de particule ce se formează într-un strat fluidizat cu gaz
c — căldura specifică a gazului
G — debitul de gaz
A — suprafața particulelor solide
H — înălțimea stratului fluidizat
D — diametrul coloanei de fluidizare
Re — numărul lui Reynolds
Re^* — numărul Reynolds modificat
ε — fracția de goluri
Ar — numărul lui Arhimede
Ar^* — numărul lui Arhimede modificat
w_o — viteza fluidului în coloana goală
ν — viscozitatea cinematică a fluidului
l — raza hidraulică
γ_s — greutatea specifică a solidului

γ_f — greutatea specifică a fluidului
V — volumul stratului
S — secțiunea de curgere a gazelor
w_{cr} — viteza fluidului care caracterizează trecerea către domeniul cu tendințe spre omogeneizare
Ga — numărul lui Galileu
$G^*a \equiv \frac{D^3 g}{\upsilon^2}$ — numărul lui Galileu modificat
g — accelerația gravității

BIBLIOGRAFIE

1. *E. Ruckenstein* și *I. Teoreanu:* Rev. Chimie. *11,* nr. 3 1960.
2. *W. W. Wamsley* și *L. M. Iohansen:* Chem. Eng. progres *50,* 347, 1954.
3. *I. Ciborovschi* și *I. Roșak:* Injinerno-fiziceski jurnal Minsk nr. 1, 1959.
4. *G. Suciu* și *V. Shorr:* Rev. Chimie *9,* 482, 1958.
5. *R. H. Wilhelm* și *M. Kwauk:* Chem. Eng. Progres *44,* 201, 1948.

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ГИДРОДИНАМИКИ ФЛЮИДИЗАЦИИ

(Краткое содержание)

Настоящая работа пытается, первым долгом, дать теоретическое объяснение замечаниям относящимся к структуре кипящего слоя с газами. Авторы ирнходят таким образом к заключению что в случае кипящего слоя с газами возможны: а) область кипящего слоя характеризована присутствием устоичивых неоднородностей в которой участвование этих неоднородностей растёт одновременно с ростом скорости газа, и в которой перемешивание газ-индивидуальных частицы, слабое; а) область кипящего слоя при более высоких скоростях, в которой неоднородности неустойчивы и перемешивание газ-индивидуальные частицы лучше, область названную нами квази-однородной.

При переработке экспериментальных данных и на основе теоретических соображений, относительно структуры кипящего слоя с газами определяются и количественные критерии, позволяющие установить момент перехода (транзиции) к области квази-однородной, также как и соответствующие выражения для полой фракции ε.

ON THE HYDRODYNAMICS OF A FLUIDISED BED I

(Summary)

The present paper tries to give a theoretical explanation to the observations concerning the structure of a gas-fluidised bed. One arrives to the conclusion that in the case of fluidisation with gases there are

possible : a) a fluidised state characterised by existence of stable inhomogenities, the participation of which are increasing with the gas velocity and in which state the mixing gas single particles is weak ; b) a fluidised state, at greater velocities, in which the inhomogenities are unstable and the mixing gas-single particles is better, state which we design as quasi-homogeneous.

From the elaboration of the experimental data and on the basis of the theoretical considerations relating to the gas — fluidised — bed, there are established the quantitative criterions, which allow to determine the transition moment towards the quasi-homogeneous state and expressions for the fraction void.

SUR LA HYDRODYNAMIQUE D'UNE COUCHE FLUIDISÉE I

(Résumé)

Dans cet article on cherche en premier lieu, à donner une explication thèorique aux observations concernant la structure d'une couche fluidisée aux gaz. On arrive ainsi à la conclusion que, lorqu'on fluidise aux gaz, ils sont posibles : a) un domaine de fluidisation caractérisé par l'existence de certaines hétérogénéités stables, dont la participation croît avec la vitesse du gaz où le mélange gaz — particules individuelles est faible ; b) un domaine de fluidisation, à de plus grandes vitesses, où les hétérogénéités sont instables et le mélange gaz-particules individuelles est meilleur, domaine que nous avons appelé quasi-homogène.

En nous appuyant sur l'analyse des dates experimentales et sur les considérations thèorique concernant la structure de la couche fluidisée aux gaz, nous avons précisé aussi les criteriums quantitatifs qui permettent l'établissement du moment de transition vers le domaine quasi-homogène ainsi que des expressions pour la fraction de vides ε.

ZUR HYDRODINAMIK DER WIRBELSCHICHTEN I

(Zusammenfassung)

Vorliegende Arbeit bezweckt hauptsächlich Beobachtungen bettreffend die Struktur von mit gas erzeugten Wirbelschichten, theoretisch zu erklären. Man kommt zum Schluss, dass bei solchen Wirbelschichten zwei Gebiete zu unterscheiden sind : a) ein Gebiet, durch Anwesenheit von stabilen Inhomogenitäten gekenn zeichnet, wobei die Durchmischung Gas-Einzelpartikel schwach ist ; b) ein Gebiet nichtstabiler Inhomogenitäten, bei grösseren Gasgeschwindigkeiten, mit besserer Durchmischung ; dieses Gebiet wird als quassi-homogen bezeichnet.

Der Augenblick das Überganges zum quasi-homogen Zustand kann an Hand der in der Arbeit ermittelten Kennzahlen bestimmt werden. Ausdrücke für den Hohlraumanteil ε werden ebenfalls abgeleitet.

Seria nr.	Gazul folosit pentru fluidizare	Natura particulelor solide	Domeniu de curgere pentru care este valabilă valoarea mărimii B	D [m]	γ_s [Kgf/m^3]	d [m]	B	w_{cr} [m/s]	$\frac{w_{cr}^3}{\nu g}$
1	Aer	Sămînță rapiță	$Re^* > 2$	$4{,}30.10^{-2}$	1110	$1{,}97.10^{-3}$	4,00	0,922	5300
2	Aer	Sămînță muștar	$Re^* > 2$	$4{,}30.10^{-2}$	1220	$2{,}04.10^{-3}$	3,20	1,007	6900
3	Aer	Sămînță mac	$Re^* > 2$	$4{,}30.10^{-2}$	1060	$9{,}25.10^{-4}$	—	0,7275	2610
4	Aer	Bicarbonat de sodiu	$Re^* < 2$	$4{,}30.10^{-2}$	2160	$7{,}00.10^{-5}$	0,725	—	—
5	Aer	Sămînță de mac	$Re^* > 2$	$5{,}60.10^{-2}$	1060	$9{,}25.10^{-4}$	—	0,51	898
6	Bioxid de carbon	Bicarbonat de sodiu	$Re^* < 2$	$4{,}30.10^{-2}$	2160	$7{,}00.10^{-5}$	1,145	—	—
7	Bioxid de carbon	Sămînță rapiță	$Re^* > 2$	$4{,}30.10^{-2}$	1110	$1{,}97.10^{-3}$	5,50	0,650	4050
8	Bioxid de carbon	Sămînță muștar	$Re^* > 2$	$4{,}30.10^{-2}$	1220	$2{,}04.10^{-3}$	5,75	0,678	4600
9	Bioxid de carbon	Sămînță rapiță	$Re^* > 2$	$5{,}60.10^{-2}$	1110	$1{,}97.10^{-3}$	8,60	0,582	2910
10	Bioxid de carbon	Sămînță muștar	$Re^* > 2$	$5{,}60.10^{-2}$	1220	$2{,}04.10^{-3}$	8,60	0,592	3070
11	Aer	Sfere de sticlă	$Re^* > 2$	$7{,}62.10^{-2}$	2490	$2{,}87.10^{-4}$	5,00	0,182	41
12	Aer	Idem	$Re^* > 2$	$7{,}62.10^{-2}$	2490	$5{,}12.10^{-4}$	7,25	0,228	80,40
13	Aer	Idem	$Re^* > 2$	$7{,}62.10^{-2}$	2350	$5{,}21.10^{-3}$	10,70	1,960	$5{,}09.10^5$
14	Aer	Idem	$Re^* < 2$	$6{,}35.10^{-2}$	2430	$1{,}01510^{-4}$	1,17	—	—
15	Aer	Idem	$Re^* < 2$	$6{,}35.10^{-2}$	2430	$1{,}55.10^{-4}$	1,86	—	—
16	Apă	Idem	$Re^* > 2$	$7{,}62.10^{-2}$	2490	$5{,}12.10^{-4}$	2,68	—	—
17	Apă	Idem	$Re^* > 2$	$7{,}62.10^{-2}$	2350	$5{,}21.10^{-3}$	3,30	—	—
18	Apă	Idem	$Re^* > 2$	$15{,}2410^{-2}$	2490	$2{,}87.10^{-4}$	1,77	—	—
19	Apă	Idem	$Re^* > 2$	$3{,}8.10^{-2}$	2540	$4{,}50.10^{-4}$	1,080	—	—
20	Apă	Idem	$Re^* > 2$	$3{,}8\cdot10^{-2}$	2540	$4{,}50.10^{-4}$	1.85	—	—
21	Apă	Idem	$Re^* > e$	$3{,}8.10^{-2}$	2540	$4{,}50.10^{-4}$	1,025	—	—

*) În acest tabel sînt redate o parte din datele experimentale obținute, sub

Tabela 1 *)

$\frac{d}{D}$	Γ	Ga	Ga^*	$\frac{H}{D}$	$Ga^* = 0{,}1\ \Gamma^{0{,}12}\left(\frac{d}{D}\right)^{0{,}1}$	$Ga^{-0{,}1}\ Z^{1{,}15}$	Observaţii
$4.59.10^{-2}$	920	335	$3{,}44.10^{6}$	1,25	7,54	578	date proprii
$4{,}74.10^{-2}$	1010	378	$3{,}44.10^{6}$	1,27	7,63	595	date proprii
$2{,}15.10^{-2}$	882	34,80	—	—	—	303	date proprii
$1{,}63.10^{-3}$	1790	$1{,}52.10^{-2}$	—	—	—	—	date proprii
$1{,}65.10^{-2}$	882	34,80	—	—	—	230	date proprii
$1{,}63.10^{-3}$	1095	$7{,}10.10^{-2}$	—	—	—	—	date proprii
$4{,}59.10^{-2}$	564	1580	$1{,}66.10^{7}$	1,23	8,25	495	date proprii
$4.74.10^{-2}$	619	1780	$1{,}66.10^{7}$	1,25	8,36	510	date proprii
$3{,}52{,}10^{-2}$	564	1580	$3{,}59.10^{7}$	1,09	8,66	365	date proprii
$3{,}64.10^{-2}$	619	1780	$3{,}59.10^{7}$	0,96	8,80	376	date proprii
$3{,}78.10^{-3}$	2060	1,04	$1{,}91.10^{7}$	2,78	7,55	61,20	date M. Kwank şi H. Wilhelm
$6{,}70.10^{-3}$	2060	5,90	$1{,}91.10^{7}$	4,97	8,02	99,30	idem
$6{,}85.10^{-2}$	1950	6450	$1{,}91.10^{7}$	2,43	10,10	754,00	idem
$1{,}60.10^{-3}$	2020	$4{,}60.10^{-2}$	—	—	—	—	date Lewis şi colah.
$2{,}44.10^{-3}$	2020	$1{,}62.10^{-1}$	—	—	—	—	idem
$6{,}70.10^{-3}$	1,490	—	$4{,}35.10^{9}$	1,92	5,81	—	date M. Kwank şi H. Wilhelm
$6{,}82.10^{-2}$	1,350	—	$4{,}35.10^{9}$	2,56	7,25	—	idem
$1{,}88.10^{-3}$	1,490	—	$1{,}21.10^{10}$	1,695	5,68	—	idem
$1{,}185.10^{-2}$	1,540	—	$5{,}40.10^{8}$		5,00	—	date proprii
$1{,}185.10^{-2}$	1,540	—	$5{,}40.10^{8}$		5,00	—	date proprii
$1{,}185.10^{-2}$	1,540	—	$5{,}40.10^{8}$		5,00	—	date proprii

forma unor rezultate de sinteză.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 4

APLICAȚII ALE VECTORULUI POYNTING ÎN CALCULUL REZISTENȚEI DE DISPERSIE ÎN SOL A UNOR PRIZE DE PĂMÎNT DE CURENT CONTINUU *

de CONSTANTIN NEMOIANU

Rezistențele de dispersie în sol ale prizelor de pămînt se determină, în mod obișnuit, cu ajutorul metodei imaginilor electrice, calculînd potențialul electric într-un punct oarecare P ce urmează să fie situat apoi pe priză, pentru a se obține potențialul V_0 al prizei și deci rezistența acesteia:

$$R_p = \frac{V_o}{i}.$$

În cele ce urmează vom da o metodă de calcul care se bazează pe determinarea vectorului Poynting nu într-un punct oarecare, ci pe o suprafață de simetrie față de priză și imaginea ei electrică, suprafață ce coincide cu suprafața pămîntului. Vom arăta mai jos principiul metodei, însoțit de cîteva exemple, atît pentru prizele de suprafață, cît și pentru prizele îngropate la mare adîncime.

1) *Prizele de suprafață*

Considerăm o priză de pămînt de suprafață, cu simetrie axială într-o direcție perpendiculară pe suprafața pămîntului și alimentată cu un curent electric de intensitate i. În sol, ca și la suprafața solului, vom avea un cîmp electric staționar și un cîmp magnetic constant în timp. Dacă am cunoaște, într-un punct oarecare M de pe suprafața pămîntului, vectorul densității curentului de energie — vectorul lui Poynting — am putea determina fluxul acestui vector prin întreaga suprafață de la priză și pînă la infinit, și am pune condiția ca acest flux să fie egal cu puterea pierdută prin efect electrocaloric în sol, condiție din care se poate determina rezistența echivalentă de dispersie în sol a prizei considerate:

$$R = \frac{1}{i^2} \int_{S_p} \bar{S} \cdot \mathrm{d}\bar{A}, \qquad (1)$$

* Comunicare prezentată la a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice a Institutului Politehnic București (31 octombrie 1959).

în care:

$\bar{S} = \frac{\bar{E} \times \bar{H}}{\varkappa \gamma_0}$ este vectorul Poynting;

$\varkappa$ este coeficientul de raționalizare (egal cu unitatea în sistemul rațională-zat și cu 4π în sistemul nerațională-zat);

γ_0 este constanta lui Gauss (egală cu unitatea în sistemul MKSA).

În adevăr, puterea pierdută prin efect electrocaloric în semispațiul inferior, ocupat de pământul de rezistivitate ϱ, este:

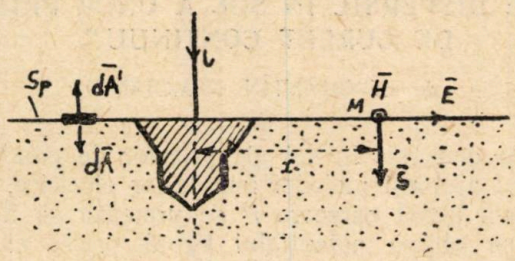


Fig. 1

$$P = \int_v \varrho \bar{J}^2 \, dv = \int_v \bar{J} \cdot \bar{E} \, dv = \int_v \frac{1}{\varkappa \gamma_0} \varkappa \gamma_0 \bar{J} \cdot \bar{E} \, dv = \int_v \frac{1}{\varkappa \gamma_0} \operatorname{rot} \bar{H} \cdot \bar{E} \, dv$$

sau:

$$P = \frac{1}{\varkappa \gamma_0} \int_v (\bar{E} \operatorname{rot} \bar{H} - \bar{H} \operatorname{rot} \bar{E}) \, dv = \int_v \left[- \operatorname{div} \frac{(\bar{E} \times \bar{H})}{\varkappa \gamma_0} \right] dv$$

în care s-a ținut seamă de faptul că în regim staționar *rot* $\bar{E} = 0$; deci:

$$P = \int_v (- \operatorname{div} \bar{S}) \, dv = \int_{S_p} (- \bar{S}) \, d\bar{A}' = \int_{S_p} \bar{S} \, d\bar{A} \quad \text{deoarece} \quad d\bar{A} + d\bar{A}' = 0$$

De aici rezultă că $R = \frac{1}{i^2} \int_{S_p} \bar{S} \cdot d\bar{A}$.

Dacă priza ar fi îngropată în pământul de rezistivitate ϱ care ar ocupa întregul spațiu, am avea o rezistență de două ori mai mică:

$$R_\infty = \frac{1}{2 i^2} \int_{S_p} \bar{S} \cdot d\bar{A} \qquad (2)$$

1°) *Priza emisferică de suprafață.*

Cîmpul electric rezultă din legea lui Ohm, știind că densitatea de curent la distanța r este:

$$\bar{J} = \frac{i}{2\pi r^2} \cdot \bar{u}_r \quad \text{și deci:}$$

$$\bar{E} = \frac{\varrho\, i}{2\pi r^2} \cdot \bar{u}_r$$

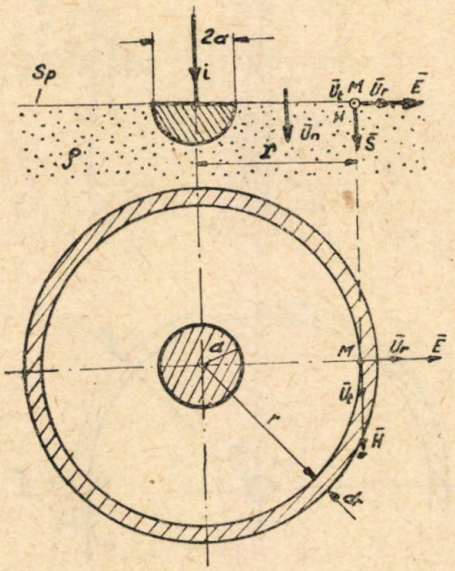


Fig. 2

Cîmpul magnetic rezultă din legea circuitului magnetic aplicată unui contur circular de rază r, situat la suprafața pămîntului și concentric cu priza:

$$2\pi r H = \varkappa \gamma_0 i, \text{ sau } \bar{H} = \frac{\varkappa \gamma_0 i}{2\pi r} \bar{u}_t$$

Vectorul lui Poynting în punctul curent M de la suprafață este,

$$\bar{S} = \frac{\bar{E} \times \bar{H}}{\varkappa \gamma_0} = \frac{i^2 \cdot \varrho}{4\pi r^3} \bar{u}_n$$

Aplicînd formula (1), rezultă rezistența:

$$R = \frac{1}{i^2} \int_{S_p} \bar{S}\, \mathrm{d}\bar{A} = \frac{\varrho}{4\pi^2} \int_a^\infty \frac{1}{r^3} \cdot 2\pi r \cdot \mathrm{d}r = \frac{\varrho}{2\pi} \left| \frac{1}{r} \right|_\infty^a = \frac{\varrho}{2\pi a}. \qquad (3)$$

Rezistența unei prize sferice situată în pământul presupus infinit extins va fi:

$$R_\infty = \frac{\varrho}{4\pi a} \tag{4}$$

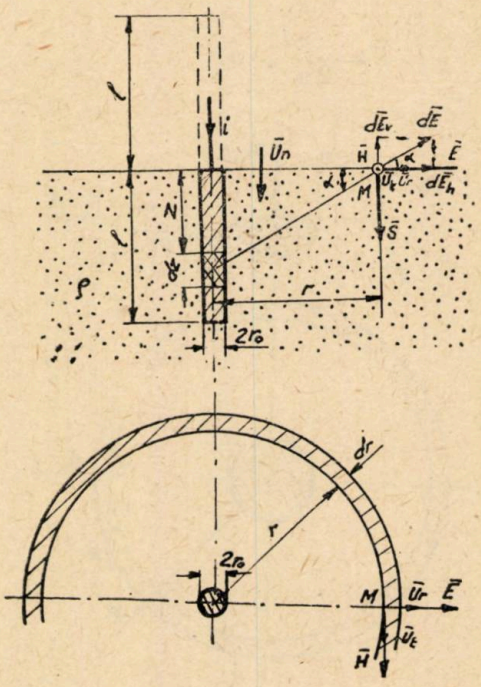


Fig. 3

2⁰) *Priza tubulară verticală, de suprafață.*

Pentru determinarea cîmpului magnetic, se aplică legea circuitului magnetic și se obține:

$$\bar{H} = \frac{\varkappa \gamma_0 i}{2\pi r} \bar{u}_t$$

Pentru determinarea cîmpului electric în punctul curent M, ne folosim de o reprezentare electrostatică a cîmpului electrocinetic, în cadrul căreia utilizăm metoda imaginilor electrice. Avem din motive de simetrie, cu notațiile din fig. 3,

$$E = E_h = \int \mathrm{d}E_h$$

Aproximația pe care o facem este aceea a densității de linie ϱ_e a sarcinii electrice adevărate presupusă constantă în lungul tubului. Avem:

$$E = \int dE \cos\alpha = \frac{\varkappa \varrho_e}{4\pi\varepsilon} \int_{-l}^{l} \frac{r \cdot dz}{(r^2+z^2)^{3/2}} = \frac{\varkappa \varrho_e}{4\pi\varepsilon} \frac{2l}{r\sqrt{r^2+l^2}}$$

Făcînd înlocuirile $\varkappa \varrho_l \, l \to i$ și $\frac{1}{\varepsilon} \to \varrho$, obținem cîmpul electric staționar din punctul curent M:

$$\bar{E} = \frac{\varrho \cdot i}{2\pi r\sqrt{r^2+l^2}} \bar{u}_r$$

Vectorul lui Poynting are valoarea:

$$\bar{S} = \frac{\bar{E} \times \bar{H}}{\varkappa \gamma_0} = \frac{\varrho i^2 \bar{u}_n}{4\varkappa^2 r^2 \sqrt{r^2+l^2}}$$

Aplicînd formula (1) se obține rezistența de dispersie în sol a prizei:

$$R = \frac{1}{i^2} \int_{\mathcal{S}_p} \bar{S}\, d\bar{A} = \frac{\varrho}{4\pi^2} \int_{r_0}^{\infty} \frac{2\pi r\, dr}{r^2\sqrt{r^2+l^2}} = \frac{\varrho}{2\pi} \int_{arctg\frac{r_0}{l}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{l \cdot \sin\theta} = \frac{\varrho}{2\pi l} \ln\frac{2l}{r_0} \qquad (5)$$

În concluzie rezistența de dispersie în sol a prizei tubulare este egală cu ceea ce s-a obținut mai sus pentru prizele de suprafață și egală cu

$R_\infty = \frac{\varrho}{4\pi l} \ln\frac{2l}{r_0}$ pentru prizele îngropate în pămîntul infinit extins. (6)

3°) *Priza de pămînt în formă de disc subțire așezat la suprafața solului.*

Fie a raza discului.
Din cîmpul electric staționar:

$$\bar{E} = \frac{\varrho i}{2\pi} \frac{\bar{u}_r}{r\sqrt{r^2-a^2}}$$

și din cîmpul magnetic:

$$\bar{H} = \frac{\varkappa \gamma_0 i}{2\pi r} \bar{u}_t$$

într-un punct oarecare M de la suprafața solului situat la o distanță $r > a$, se obține vectorul Poynting:

$$\bar{S} = \frac{\bar{E} \times \bar{H}}{\varkappa \gamma_0} = \frac{\varrho i^2}{4\pi^2} \frac{\bar{u}_n}{r^2\sqrt{r^2-a^2}}$$

Aplicînd formula (1), se obține:

$$R = \frac{1}{i^2}\int_{S_p} \overline{S}\,\overline{dA} = \frac{\varrho}{2\pi}\frac{dr}{r\sqrt{r^2-a^2}} = \frac{\varrho}{2\pi}\left| -\arcsin\frac{a}{r}\right|_a^\infty = \frac{\varrho}{4a} \qquad (7)$$

și $R_\infty = \frac{\varrho}{8a}$ (8) pentru priza situată în pămîntul presupus infinit extins.

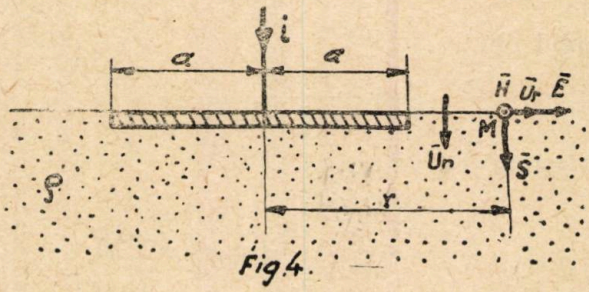


Fig. 4

II. *Prizele de adîncime.*

Pentru a putea aplica simplu și în acest caz metoda imaginilor electrice, priza se presupune îngropată la o adîncime h mult mai mare decît dimensiunile ei, pentru că în caz contrar, repartiția sarcinii pe priză ar fi modificată de prezența conductorului imagine, față de cazul că acesta ar lipsi, ceea ce ar complica mult calculele. Vom căuta să stabilim o formulă de determinare de rezistență de dispersie a prizei, de tipul formulei (1). În fig. 5 se arată că densitatea curentului de conducție $\overline{J}$ și cîmpurile electric și magnetic $\overline{E}$ și $\overline{H}$ din semispațiul inferior v în care este îngropată priza, se obțin prin superpoziția cîmpurilor din semispațiile v' și v'' reprezentate în figurile 5, b și 5, c. Avem deci:

$$\overline{J} = \overline{J}' + \overline{J}'' \quad , \quad \overline{E} = \overline{E}' + \overline{E}'' \quad , \quad \overline{H} = \overline{H}' + \overline{H}'' \cdot$$

Relația $\overline{J} = \overline{J}' + \overline{J}''$ se mai poate scrie ridicînd la pătrat și înmulțind cu rezistivitatea solului, în felul următor:

$$\varrho\,\overline{J}^2 = \varrho\,(\overline{J}' + \overline{J}'')^2$$

Integrînd pentru întregul semispațiu inferior v, se obține:

$$\int_v \overline{J}^2\,dv = \int_v \varrho\,(\overline{J}' + \overline{J}'')^2\,dv \quad \text{sau,}$$

$$\int_v \varrho\,\overline{J}^2\,dv = \int_{v'} \varrho\,\overline{J}'^2\,dv + \int_{v''} \varrho\,\overline{J}''^2\,dv + 2\int_v \varrho\,\overline{J}'\,\overline{J}''\,dv$$

relație în care s-a ținut seama de faptul că semispațiile v, v' și v'' reprezintă același semispațiu inferior.

Primul membru al relației de mai sus reprezintă puterea pierdută prin efect electrocaloric în pămînt, datorită prizei date. Deoarece, din motive de simetrie, puterile pierdute prin efect electrocaloric în semispațiile w' și v'' sînt egale:

$$\int_{v''} \varrho \bar{J}''^2 \, dv = \int_{w'} \varrho \bar{J}'^2 \, dv$$

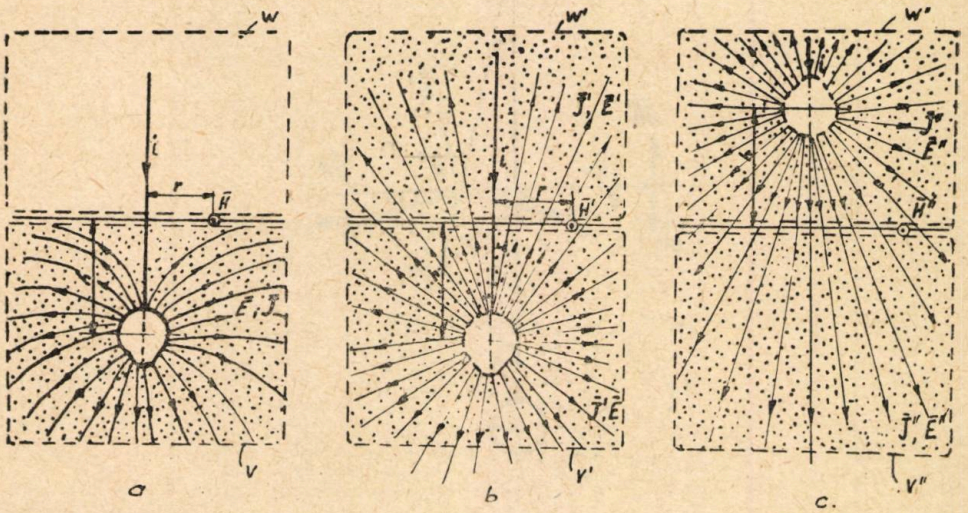


Fig. 5

relația se mai poate scrie astfel:

$$\int_{v} \varrho \bar{J}^2 \, dv = \int_{v'} \varrho \bar{J}'^2 \, dv + \int_{w'} \varrho \bar{J}'^2 \, dv + 2\int_{v} \varrho \bar{J}' \, \bar{J}'' \, dv$$

Se observă că suma primelor doi termeni din membrul al doilea reprezintă puterea pierdută în solul presupus infinit extins P_∞, prin efect electrocaloric, așa încît putem scrie:

$$P = P_\infty + 2\int_{v} \varrho \bar{J}' \, \bar{J}'' \, dv = P_\infty + P''. \qquad (9)$$

Ultimul termen din membrul al doilea se poate transforma în felul următor:

$$P'' = 2\int_{v} \varrho \bar{J}' \, \bar{J}'' \, dv = 2\int_{v} \bar{E}' \, \bar{J}'' \, dv = 2\int_{v} \frac{1}{\varkappa \gamma_0} (\bar{E}' \varkappa \gamma_0 \bar{J}'') \, dv$$

$$P'' = 2\int_{v} \frac{1}{\varkappa \gamma_0} (\bar{E}' \cdot \operatorname{rot} \bar{H}'') \, dv = 2\int_{v} \frac{1}{\varkappa \gamma_0} (\bar{E}' \operatorname{rot} \bar{H}'' - \bar{H}'' \operatorname{rot} \bar{E}') \, dv$$

în care s-a ținut seamă de faptul că în regimul staționar *rot* $\overline{E}'=0$. Deci:

$$P''=2\int_{v}\frac{1}{\varkappa\gamma^{0}}\left[-\operatorname{div}(\overline{E}'\times\overline{H}'')\right]\mathrm{d}v=2\int_{S_p}\left(-\frac{\overline{E}'\times\overline{H}''}{\varkappa\gamma_0}\right)\overline{\mathrm{d}A}'$$

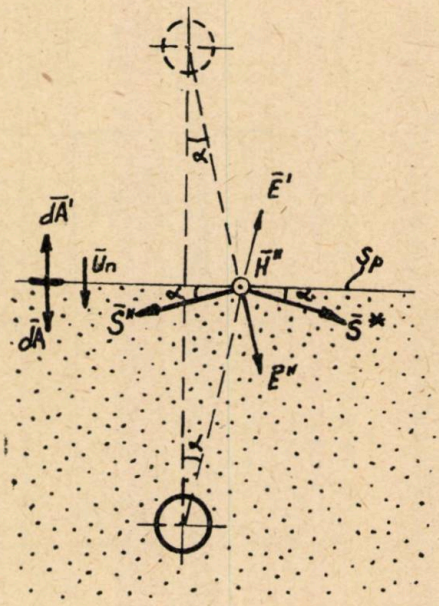


Fig. 6

dar deoarece $\overline{\mathrm{d}A}+\overline{\mathrm{d}A}'=0$ (fig. 6) rezultă:

$$P''=2\int_{S_p}\overline{S}^{*}\,\overline{\mathrm{d}A}$$

unde $\overline{S}^{*}=\dfrac{\overline{E}'\times\overline{H}''}{\varkappa\gamma_0}$ este un vector mixt, de tipul vectorului Poynting, al cărui flux prin suprafața S_p a pământului este egal cu fluxul vectorului Poynting obținut din cîmpurile $\overline{E}''$ și $\overline{H}''$ ai prizei imagine, prin aceeași suprafață S_p:

$$\int_{S_p}\overline{S}^{*}\,\overline{\mathrm{d}A}=\int_{S_p}\overline{S}''\,\overline{\mathrm{d}A}\ \text{în care,}\ \overline{S}''=\frac{\overline{E}''\times\overline{H}''}{\varkappa\gamma_0}\ \text{și deci,}\ P''=2\int_{S_p}\overline{S}''\,\overline{\mathrm{d}A}\quad(10)$$

Din relațiile (9) și (10), prin împărțirea cu pătratul curentului, rezultă, rezistența prizei îngropate la mare adîncime:

$$R = R_\infty + \frac{2}{i^2}\int_{S_p} \bar{S}'' \, \overline{\mathrm{d}A} \tag{11}$$

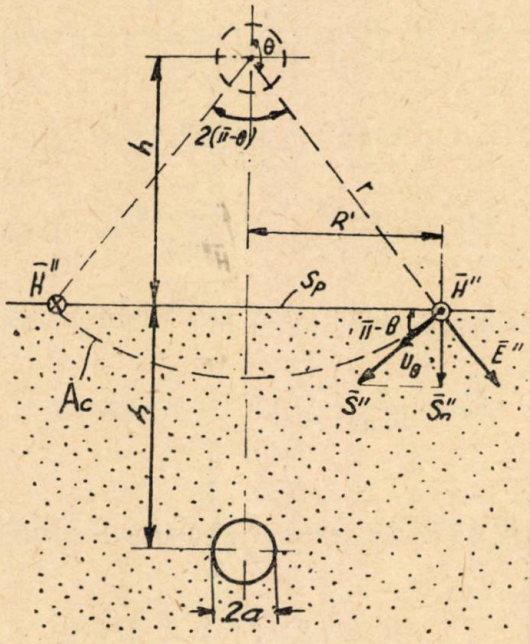


Fig. 7

Priza de pămînt sferică îngropată.

Presupunem o priză de pămînt de formă sferică, avînd raza a și adîncimea $h \gg a$. Rezistența de dispersie în sol se determină cu ajutorul formulei (11); în acest caz rezistența prizei presupusă îngropată în pămîntul presupus infinit extins este $R_\infty = \frac{\delta}{4\pi a}$. Urmează să calculăm termenul $\frac{2}{i^2}\int_{S_p} \bar{S}'' \overline{\mathrm{d}A}$.

Cîmpul electric staționar este:

$$\bar{E}'' = \frac{\varrho \cdot i}{4\pi r^2} \cdot \bar{u}_r$$

Cîmpul magnetic se determină din legea circuitului magnetic aplicată unui contur circular de rază R' avînd ca ax de simetrie dreapta ce unește

centrul prizei sferice cu centrul prizei-imagine. Va trebui determinată în acest scop solenația printr-o calotă sferică A_c de deschidere $2(\pi-\theta)$ de rază r, cu centrul în centrul imaginii. Aria calotei este $A_c = 2\pi r^2 (1+\cos\theta)$ iar densitatea curentului de conducție al imaginei în orice punct al calotei este $J'' = \frac{i}{4\pi r^2}$. Avem:

$$2\pi r \sin(\pi-\theta) \cdot H'' = \varkappa\gamma_0 \frac{i}{4\pi r^2} \cdot 2\pi r^2 (1+\cos\theta)$$

de unde:

$$\overline{H}'' = \frac{\varkappa\gamma_0 i}{4\pi r} \cdot \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} \overline{u}_t \qquad \text{și}$$

$$\overline{S}'' = \frac{\overline{E}'' \times \overline{H}''}{\varkappa\gamma_0} = \frac{\varrho \cdot i^2}{16\pi^2 r^3} \cdot \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} \overline{u}_\theta \cdot \text{Deoarece componenta}$$

normală la suprafața pământului este $S_n'' = S'' \sin\theta$ rezultă:

$$S_n'' = \frac{\varrho \cdot i^2}{16\pi^2 \cdot r^3} (1+\cos\theta) \text{ deci:}$$

$$\frac{2}{i^2}\int_{S_p} \overline{S}'' \, \overline{dA} = \frac{2}{i^2}\int_{S_p} S_n'' 2\pi R' \, dR' = -\frac{\varrho}{4\pi h}\int_{\pi}^{\frac{\pi}{2}} (\sin\theta + \frac{1}{2}\sin 2\theta)\cdot d\theta = \frac{\varrho}{4\pi}\cdot\frac{1}{2\cdot h}$$

rezultă: $$R = \frac{\varrho}{4\pi a}\left(1+\frac{a}{2h}\right) \cdot \qquad (12)$$

Catedra de Electrotehnică I
Institutul Politehnic București

ПРИЛОЖЕНИЯ ВЕКТОРА „POYNTING" В РАСЧЁТЕ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ В ЗЕМЛЕ НЕКОТОРЫХ ЗАЗЕМЛИТЕЛЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

(Краткое содержание)

В работе изложен метод определения распределительных сопротивлений заземлителей с аксиальной симметричностью в перпендикулярное направление к поверхности земли.

Расчёт основан на определение вектора „Poynting" на площадь симметричную по отношению к заземлителю и его электрическому отображению, площадь соответствующая поверхности земли.

Доклзывается что в случае поверхностных заземлителей сопротивление расчигывается по формуле:

$$R = \frac{1}{i^2}\int_{S_p} \bar{S}\, d\bar{A}$$

А в случае углублённых заземлителей по формуле:

$$R = R_\infty + \frac{2}{i^2}\int_{S_p} \bar{S}''\, d\bar{A}$$

Где:

$\bar{S}$ = вектор „Poynting" на поверхности земли;
R_∞ = сопротивление углублённого заземлителя считая землю;
$\bar{S}''$ = вектор „Poynting", расчитан с томощью электрического поля $\bar{E}''$ и магнитного поля $\bar{H}''$ электрического отображения заземлителя к поверхности земли.

APPLICATIONS OF POYNTING'S VECTOR TO THE RESISTANCE CALCULUS OF DISPERSION IN THE GROUND OF SOME GROUND-ELECTRIC CONDUCTORS OF DIRECT

(Summary)

In the following study a new method is presented for determining the resistances of dispersion in the ground of the ground-electric conductors fixed wiht axial symetry in a perpendicular direction on the ground surface. The calculus is based on the detremination of Poynting's vector upon a surface of symetry towards the ground electric conductor and its electric image, surface which coincide with the ground-surface.

It is proved that the surface-ground electric conductors have the resistance:

$$R = \frac{1}{i^2}\int_{S_p} \bar{S}\, \overline{d\,A}$$

and the ground-electric conductors drove deepli in have the resistance:

$$R = R_\infty + \frac{2}{i^2}\int_{S_p} \bar{S}''\, \overline{d\,A}$$

in which:

$\bar{S}$ is Poynting's vector at the ground-surface;

$\bar{R}_\infty$ is the resistance of the ground electric conductor placed in the ground supposed to have an infinite extend;

$\overline{S}''$ is Poynting's vector of the ground surface obtained from the electric and magnetic fields $\overline{E}''$ and $\overline{E}''$ of the electric image of the ground electric conductor.

APPLICATIONS DU VECTEUR POYNGTING AU CALCUL DE LA RÉSISTANCE DE DISPERSION DANS LA TERRE DE CERTAINES PRISES DE COURANT CONTINU

(Résumé)

Nous présentons, dans cette étude, une methode pour la détermination des résistances de dispersion dans la terre des prises de courant continu, avec symétrie axiale en direction perpendicularie à la surface de la terre. Le calcule est basé sur la détermination du vecteur Poynting sur une surface de symétrie vis-à-vis de la prise de courant et son image électrique, surface qui coïncide avec la surface de la terre.

Il est démontré que les prises de surface ont la résistance :

$$R = \frac{1}{i^2} \int_{S_p} \overline{S}\, \overline{\mathrm{d}A}$$

et les prises de courant enforcées à une grande profondeur ont la résistance :

$$R = R_\infty + \frac{2}{i^2} \int_{S_p} \overline{S}^* \, \overline{\mathrm{d}A}$$

dans lesquelles :

$\overline{S}$ — est le vecteur Poynting à la surface de la terre ;

$\overline{R}$ — est la résistance de la prise de courant supposée d'être placée dans une terre ayant une extension infinie ;

$\overline{S}''$ — est le vecteur Poynting de la surface de la terre obtenu des champs électrique E'' et magnetique $\overline{H}''$ de l'image électrique de la prise de courant continu.

APLICATIONEN DES POYNTINGS-VEKTORS IN DER AUSRECHNUNG DES DISPERSIONSWIEDERSTANDES EINER ERDER FÜR UNWECHSELENDEN STROM

(Zusamenfassung)

Im Artikel gibt eine Methode für die Bestimmung des Dispersionswiederstandes der Erder mit axialen Simetrie, in einer rechtwinklingen Richtung auf die Erdoberfläche. Die Basis der Rechnung bestecht in

der Bestimmung des Poyntings-Vektors auf einer Simetrieebene vor dem Erder und seinem elektrichen Bildnisse, Ebene die mit der Erdoberfläche gleich ist.

Man zeigt dass bei den oberflächlichen Erder des Wiederstandes mit der Formel:

$$R = \frac{1}{i^2} \int_{S_p} \overline{S}\, \overline{\mathrm{d}A}$$

ausgerechnet sein kann, und bei den tiefeingegrabenen Erder mit der Formel:

$$R = R_\infty + \frac{2}{i^2} \int_{S_p} \overline{S}'' \, \overline{\mathrm{d}A}$$

wo man hat:

$\overline{S}$ — Poyntigs-Vektor an der Erdoberfläche;

$\overline{R}_\infty$ — Der Wiederstand des Erders im Erdboden, in dem man anwichmt dass der Letzte sich unumschränkt ausdehnt;

$\overline{S}''$ — Poyngtings-Vektor ausgerechnet aus dem elektrischen Feld $\overline{E}''$ und magnetischen Feld $\overline{H}''$ des elektrischen Bildnisses des Erders vor der Erdoberfläche.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 4

ASUPRA METODEI DE STUDIU PE MODELE ELECTRONICE A FENOMENELOR VIBRATORII DIN INSTALAȚIILE DE POMPAJ *

Nota 1

de EDMOND NICOLAU și ION ADAMACHE

1. *Generalități*

În comunicare se prezintă stadiul unor lucrări de modelare electrică a unui sistem de extracție a țițeiului și anume a pompajului de adîncime; aceste lucrări s-au efectuat pentru îmbunătățirea tehnologiei de exploatare și pentru mărirea eficacității acestui sistem de extracție în condițiile existente în țara noastră.

Lucrările s-au efectuat în cadrul unei colaborări între I.C.F.E. Cîmpina și I. P. București.

Pompajul de adîncime este cel mai utlizat sistem de extracție din șantierele noastre petroliere, marea majoritate a sondelor în producție exploatîndu-se în acest mod. Prin acest sistem se obțin anual mai multe milioane de tone de țiței.

Sondele exploatate prin pompaj prezintă probleme variate în ceea ce privește stabilirea regimului lor optim de exploatare. În special, la sondele cu pompele de extracție introduse la adîncimi mai mari de 2 000 m, caz destul de frecvent în cîteva șantiere din țara noastră, se întîlnesc probleme dificile de rezolvat. În prezent, cea mai mare adîncime de fixare a pompelor de extracție este de peste 2 800 m, însă din unele considerente în legătură cu exploatarea sondelor, este de așteptat ca în viitor această adîncime să crească.

În cele ce urmează se face o prezentare succintă a pompajului de adîncime, a obiectivelor de cercetare alese, a modelului electronic și a rezultatelor obținute. La sfîrșit, se redau mai multe concluzii în legătură cu continuarea lucrărilor.

2. *Pompajul de adîncime*

La instalațiile individuale de pompare folosite la exploatarea sondelor în șantierele petroliere, elementul principal al mecanismului de

* Comunicare prezentată la a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice a Institutului Politehnic București (31 octombrie 1959).

mișcare îl constituie organul de transmisiune, bielă-manivelă, care preia mișcarea de la un motor prin intermediul unui reductor de turație și o impune balansierului *(fig. 1)*.

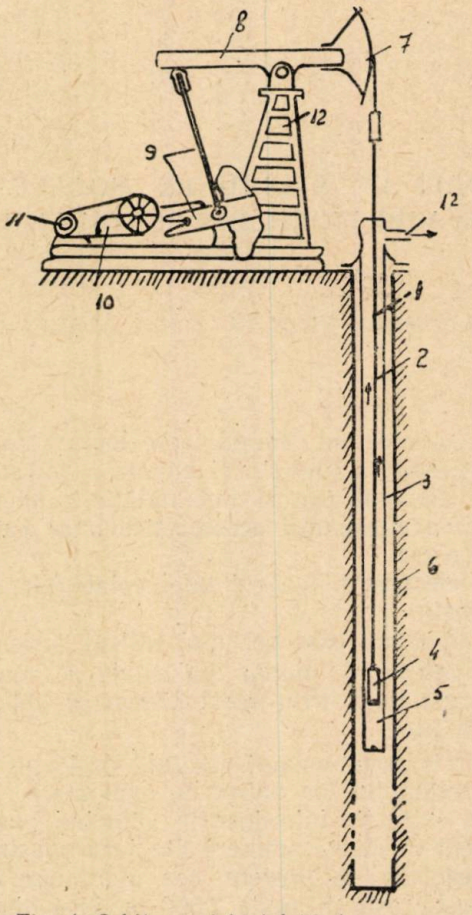


Fig. 1. Schița unei instalații de pompare:
1 — garnitura de prăjini de pompare; *2* — coloană pe lichid în sondă; *3* — garnitura de țevi de extracție; *4* — pistonul pompei de extracție; *5* — pompa de extracție; *6* — coloana de exploatare; *7* — capul de balansier; *8* — balansierul; *9* — mecanismul bielă-manivelă; *10* — reductorul de turație; *11* — motorul electric; *12* — unitatea de pompare.

Garnitura de prăjini de pompare, prevăzută la capătul inferior cu un piston, este suspendată de capul balansierului amintit și capătă o mișcare rectilinie alternativă. Suspendarea garniturii de prăjini de pompare se face cu o punte de agățare, în care se fixează ultima prăjină din garnitură, prăjina lustruită, prin intermediul unor șarniere.

Modul în care funcționează garnitura de prăjini de pompare se caracterizează prin schimbarea, la fiecare cursă a pistonului, ascendentă și descendentă, a sensului de mișcare, precum și prin anularea vitezei în momentele de schimbare a sensului de mișcare. Mișcarea garniturii de prăjini într-un ciclu complet de funcționare se efectuează cu o viteză variabilă ca direcție și ca valoare, astfel că are loc și o variație a accelerațiilor ca direcție și ca valoare. De variația accelerațiilor depinde în primul rînd variația sarcinilor dinamice, care au loc în garnitura de prăjini de pompare. Variația sarcinilor dinamice în anumite cazuri (adîncimi mari de fixare a pompei, regimuri de pompare cu un număr mare de curse pe minut — peste 9—10) prezintă o importanță deosebită.

Garnitura de pompare poate fi constituită din prăjini de același diametru, cazul sondelor de adîncime mică, sau din prăjini de mai multe diametre, garnitură telescopică, cazul sondelor de adîncime medie și de mare adîncime.

Cînd se introduc în sondă prăjinile de pompare ca și țevile de extracție, acestea sînt solicitate la propria lor greutate, care este uniform distribuită pe lungimea garniturii, avînd loc o alungire de o anumită valoare sub acțiunea greutății proprii.

Greutatea coloanei de lichid se transmite periodic garniturii de prăjini de pompare la fiecare cursă ascendentă, iar garniturii de țevi de extracție la fiecare cursă descendentă. Sub acțiunea acestei forțe au loc alungiri atît de prăjini de pompare la cursa ascendentă, cît și la garnitura de țevi de extracție la cursa descendentă ; de asemenea, la eliberarea de sub sarcină, prăjinile — la cursa descendentă — și țevile de extracție — la cursa ascendentă — revin la lungimile inițiale. Din aceste cauze, există o neconcordanță între cursa prăjinii ilustrate și cursa pistonului pompei de extracție.

Controlul și urmărirea funcționării pompelor de extracție se face, în primul rînd, prin măsurarea la suprafață a debitelor de fluid produse și prin măsurarea periodică a tălpii sondei și a nivelului static și dinamic al țițeiului din sondă ; în afară de aceasta, se utilizează aparate numite dinamometre, care înregistrează variația sarcinilor într-un ciclu complet de pompare în punctul de suspendare a prăjinilor. Dinamogramele obținute sînt interpretate, efectuîndu-se totodată și unele calcule cu ajutorul cărora se trag concluzii asupra funcționării pompei de extracție, cît și asupra modului de funcționare a întregii instalații de pompare.

Dinamograma variației sarcinilor în funcție de cursă, înregistrează cu dinamometrul în punctul de suspendare a prăjinilor, pentru o sondă de adîncime mică și care funcționează cu un număr redus de curse pe minut, este de forma unui dreptunghi. Aceeași dinamogramă pentru o sondă de adîncime mai mare față de cazul precedent, acționată tot cu un număr redus de curse pe minut, este de forma unui paralelogram. În cazul sondelor la care instalațiile de pompare funcționează cu un număr mare de curse pe minut și la care, eventual, pompele sînt introduse la adîncimi mari, dinomogramele au forme complicate și a căror interpretare este foarte dificilă.

3. *Obiective de cercetare*

Pînă în prezent în țara noastră nu s-a elaborat o metodă exactă analitică, care să permită determinarea unor elemente utile, ca: variația în timp a vizitei și a efortului la pistonul pompei de extracție sau într-un punct oarecare al garniturii de prăjini în funcție de principalii factori care intervin — variația calculată a vizitei punctului de suspendare a garniturii de prăjini, variația măsurată prin dinamometrarea eforturilor la prăjina lustruită, lungimea cursei la suprafață, numărul de curse pe minut, diametrul pistonului, greutatea specifică a lichidului pompat, componența garniturii de prăjini, frecarea prăjinilor de pompare etc.

De asemenea, proiectarea utilajului de pampaj la sonde cu adîncimi de peste 2 000 m pînă la 3 000 m și mai mult, proiectarea unităților de pompare cu cursă lungă (de peste 3 m), pun problema cunoașterii valorii maxime a sarcinilor din prăjinile de pompare, precum și a cursei reale de fund a pistonului, de care, împreună cu numărul de curse pe minut și de suprafața pistonului pompei depinde debitul de lichid pe care îl poate produce instalația de pompare. Datele amintite nu se pot obține pe cale directă, prin experiență, și nici pe cale teoretică cu o exactitate satisfăcătoare datorită elaborării teoriei într-o măsură insuficientă. Calea de rezolvare o constituie experiențele cu modele electrice.

Metoda de modelare electrică prezintă avantajul că permite determinarea rapidă a elementelor interesante pentru alegerea unui regim de exploatare în pompaj; de asemenea, se pot crea în mod sistematic diferite regimuri, iar prin prelucrarea datelor obținute și prin compararea acestora se pot obține rezultate prețioase, a căror realizare practică în șantiere este costisitoare prin intervențiile de fund necesare, cît și prin durata lor.

Cercetările pe modele electrice pot să dea o bază științifică pentru interpretarea dinamogramelor; în acest mod se poate încerca să se întocmească un catalog cu diagrame tipice pentru diferite condiții întîlnite în gaura de sondă.

Trebuie menționat că în efectuarea acestor lucrări, un sprijin important l-am avut în literatura de specialitate sovietică. Metoda modelării electrice a pompajului constituie de mai mulți ani preocuparea institutului VNII pentru extracția țițeiului, lucrările lui Virnovski A. S., Gutenmaher L. T., Korolikov N. V., Tataișvili O. S. și alții, fiind fundamentale în acest domeniu.

4. *Modelul electric al instalației de pompaj*

Modelarea procesului este bazată pe analogia între fenomenele oscilatorii din prăjinile lungi și oscilațiile din circuite electrice.

Ecuația cu derivate parțiale a oscilațiilor garniturii de prăjini de pompaj, în prezența forțelor de frecare proporționale cu viteza, este de forma:

$$E_1 f_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} = m_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + B_1 \frac{\partial u_1}{\partial t} \qquad (1)$$

în care:

u_1 = este deplasarea unui punct oarecare al garniturii de prăjini de pompare;

x — coordonata secțiunii examinate;
t — timpul;
E — modulul de elasticitate al materialului din care sînt confecționate prăjinile;
f — suprafața secțiunii transversale a prăjinii;
m — masa unei unități de lungime a prăjinii;
B — constanta de frecare.

Oscilațiile coloanei de lichid și ale țevilor de extracție se exprimă tot prin ecuații cu derivate parțiale:

$$E_2 f_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} = m_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} + B_2 \frac{\partial u_2}{\partial t} \tag{2}$$

$$E_3 f_3 \frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} = m_3 \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} + B_3 \frac{\partial u_3}{\partial t} \tag{3}$$

Ecuația oscilațiilor electrice într-o linie lungă cu constante distribuite, fără scurgeri de conductibilitate, este de forma:

$$\frac{1}{C_{oi}} \frac{\partial^2 Q_i}{\partial x^2} = L_{oi} \frac{\partial^2 Q_i}{\partial \tau^2} + R_{oi} \frac{\partial Q_i}{\partial \tau} \tag{4}$$

în care:

L_0, R_0 și C_0 sînt inductanța, rezistența și capacitatea pentru unitatea de lungime a liniei;
Q — sarcina electrică;
τ — timpul;
χ — coordonata secțiunii.

Se pot scrie ecuații de tipul ecuației (4) pentru fiecare linie a modelului care corespund, respectiv, garniturii de prăjini, coloanei de lichid și țevilor de extracție.

Ecuațiile de tipul (1) și ecuațiile de tipul (4) sînt analoge din punct de vedere al structurii, stabilindu-se următorul sistem de corespondențe:

$$m \rightarrow L_0$$
$$B \rightarrow R_0$$
$$\frac{1}{Ef} \rightarrow C_0$$
$$t \rightarrow \tau$$
$$u \rightarrow Q$$
$$v \rightarrow i$$
$$P \rightarrow U$$

în care:

u este tensiunea;
i — intensitatea curentului;

v — viteza elementului din instalaţia de pompaj;
P — efortul din elementul din instalaţia de pompaj.

Experienţele se pot efectua cu modele electronice constituite din trei linii, care corespund, respectiv, garniturii de prăjini de pompare, coloa-

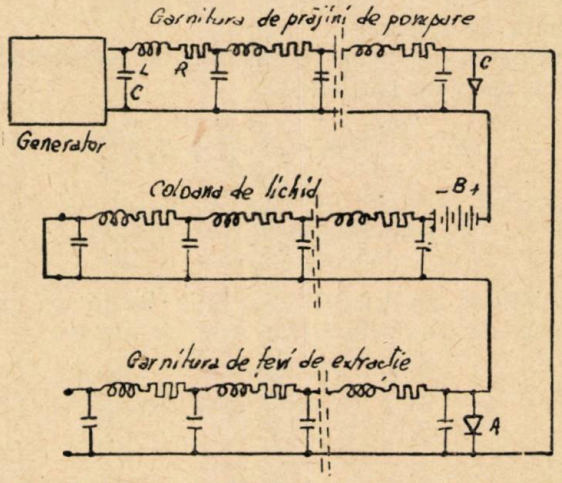


Fig. 2. Schiţa modelului electronic cu trei linii:
L — inductanţă; R — rezistenţă; C — capacitate; A — supapă de aspiraţie; B — dispozitiv care simulează greutatea coloanei de lichid; C — supapă de refulare.

nei de ţevi de extracţie şi coloanei de lichid. In *fig. 2* este redată schema unui model electric cu trei linii.

Prin lucrări teoretice verificate experimental prin modelare electronică — efectuate toate la VNII, Moscova — s-a demonstrat că la adîn-

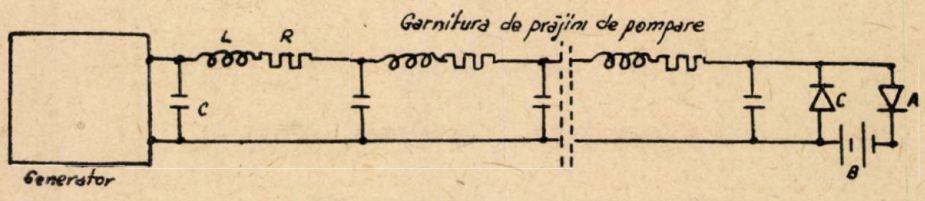


Fig. 3. Schiţa modelului electronic cu o linie.

cimi mari de fixare a pompelor, forţele de inerţie care se dezvoltă în coloana de lichid sînt relativ mici şi, prin urmare, coloana de lichid nu mai este necesar a fi modelată. De asemenea, în cazul sondelor de mare adîncime, ţevile de extracţie se pot ancora, ceea ce conduce la o nouă simplificare a modelului.

In fig. 3 este redată schema unui model cu o singură linie.

5. Asupra primelor rezultate obținute

S-a realizat un model electronic format din 12 celule elementare, constituite din inductanță, capacitate și rezistență, conform schemei din *fig. 3.*

Pe acest model s-au investigat fenomene vibratorii corespunzînd unei sonde de mare adîncime.

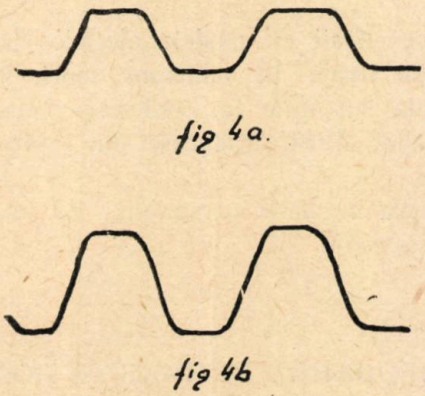


Fig. 4. Variația sarcinilor în timpul unui ciclu complet de pompare la pistonul pompei de extracție.

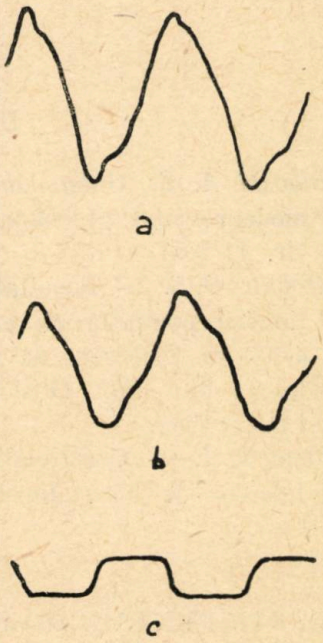


Fig. 5. Variația sarcinilor în timpul unui ciclu complet de pompare :
a — la prăjina lustruită ; *b* — la jumătatea garniturii de prăjini de pompare ; *c* — la pistonul pompei de extracție.

În fig. *4 a și 4 b* se arată variația în timp a efortului la piston corespunzător în primul caz unei greutăți de lichid mai mici și, în al doilea caz, unei greutăți de lichid mai mari.

În fig. *5 a, 5 b, 5 c* sînt redate diagrame ale variației în timp a efortului în trei puncte diferite ale garniturii de prăjini de pompare, și anume : în punctul de suspendare, la jumătatea garniturii și la piston.

6. Concluzii

Din cele expuse anterior rezultă următoarele concluzii :

— Metoda modelării electronice este indicată pentru studierea fenomenelor vibratorii din prăjini, în condițiile specifice din țara noastră.

— Metoda permite obţinerea atît a unor rezultate cu caracter calitativ, cît şi cantitativ.

— În lumina rezultatelor obţinute este indicat a se trece la construirea unui model perfecţionat pe baza unei colaborări între I.C.F.E.-Cîmpina şi I.P.-Bucureşti.

Catedra de Electronică
Institutul Politehnic Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Virnovski A. S., Gutenmaher L. I., Korolikov N. V.* — Elektriceskoe modelirovanie glubokonasosnoi ustanovski; Neftianoe Hozeaistvo Nr. 11/1951.
2. *Tateişvili O. S.* — Rezultatele cercetării cu modele electrice a funcţionării pompelor de extracţie fixate la adîncimi mari, 2 000—4 000 m. Culegere de referate susţinute la Conferinţa consiliului tehnic din 1952, Gostoptehizdat, 1954, traducere din limba rusă, I.D.T., 1956.
3. *Adamache I.* — Contribuţii asupra studierii pompajului de adîncime. Lucrare de dizertaţie în manuscris.

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ НОДСЛИРОВАНИЕ УСТРОЙСТВ ПОМП

(Краткое содержание)

В первой части ралоты указывается, как можно электрически моделировать устройство помп.

Во второй части даются некоторые эксиериментальные итоги полученные авторами.

A SIMULATOR FOR PUMPING UNITS

(Summary)

It is shown that it is possible to study the dynamic regim of a pumping unit with an electronic simulator. The tehory is confirmed experimentally.

UNE ANALOGIE ÉLECTRIQUE POUR LES INSTALATIONS DE POMPAGE

(Résumé)

On établit d'abord d'après Virnovskii le schema électrique équivalent qui permet d'étudier les instalations de pompage. On expose ensuite quelques résultats experimentaux.

EINE ELEKTRISCHE ANALOGIE FÜR PUMPENANLAGEN

(Zusammenfassung)

Es wird gezeigt, dass die Möglichkeit besteht, das dynamische Verhalten einer Pumpeneinheit mit Hilfe eines elektronischen Modells. Die Theorie wurde experimentell bestätigt.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 4

UN GENERATEUR D'IMPULSIONS ELECTRIQUES ET LUMINEUSES DANS LE DOMAINE DES NANOSECONDES *)

par FLORIN ȚINTĂ

Les compteurs à scintillation et les compteurs Cerencov sont basés sur la conversion d'un signal lumineux très court, dans un signal électrique, avec l'aide d'un photomultiplicateur.

Le très bon temps de résolution qu'on peut obtenir avec ces compteurs, de plus en plus utilisée par ce motif dans les expériences de physique nucléaire, est de l'ordre 10^{-9}s. Les limitations temporelles appartienent spécialement aux photomultiplicateurs et sont dues aux éfects de temps de transit des electrons, particulierement dans l'éspace photocathode —prémière dynode. [1].

Il est nécessaire, pour faire de mésures sur le temps de transit dans les photomultiplicateurs et sur sa dispersion, de disposer d'une source d'impulsions lumineuses très courtes et relativement puissantes et des signaux électriques synchrones. Dans ce cas on employe un circuit de coïncidence rapide et on mésure avec l'aide d'une ligne à retard étalonée le temps compris entre le signal électrique direct, synchrone avec l'impulsion lumineuse et celui qui est livré par le photomultiplicateur. On peut obtenir des informations sur la dispersion du temps de transit, en efectuant des mésures pour différentes régions illuminées de la photocathode, déterminer les différences de potentiel les plus avantageuses etc. [3], [4].

Pour atteindre ce but on a realisé des divers dispositifs, basés sur l'utilisation des tubes à gas et des miroirs tournants avec lesquelles on a obtenu des impulsions lumineuses de l'ordre des nanosecondes, à des fréquences de répetition jusqu'à 5000 imp/sec [5], [6]. On a realisé aussi des générateurs d'impulsions luminuses qui utilisent les étincelles électriques [3], [7].

Considérant les résultats satisfaisants anoncés et de plus les travaux sur les performances temporele des compteurs à étincelles, [8], [9], [10], on a étudié et réalise la construction d'un générateur d'impulsions lumineuses, basé sur les étincelles électriques qui apparaissent entre des électrodes séparées par des petites distances en air, dans les conditions normales de température et pression. [8], [9], [10], [11], [12].

---

* Communication présentée, à la V-ème séssion scientifique des cadres didactiques de l'Institut Polytechnique de Bucharest, (le 31 octobre 1959).

La décharge se produit entre des électrodes plans et paralels de platine, la distance qui les sépare peut être réglée par un vis très fin ; nous avons utilisé des distances comprises entre 0,05—0,2 mm. La superficie des électrodes est d'environ 1,5 mm^2 : ainsi la capacité est de l'ordre d'un picofarad. On a pris toutes les précautions pour diminuer au minimum les capacités parasites.

Le schéma simplifiée du montage est présentée dans la *fig. 1*. Tous les éléments du montage sont introduits dans une boîte de métal étanche, dont le parois a une epaisseur de 5 mm., qui a le rôle d'un écran électrique. L'alimentation à haute tension et la transmision du signal sont effectuées par des cables coaxiaux qui sont racordés par des conecteurs speciaux, adaptés. L'étincelle est observable par deux fenêtres circulaires de plexiglass, disposées sur les parois laterals. On obtient les impulsions par un mécanisme de relaxation, l'étincelle se produisant quand la tension

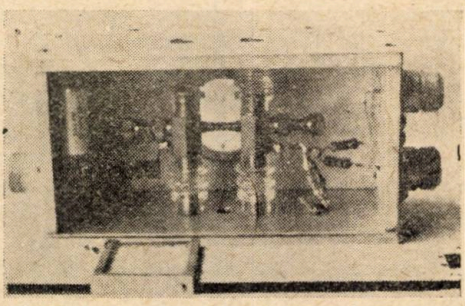


Photo 1. — L'aspect exterieur du generateur (un parois lateral enlevé)

atteint une valeur critique (en corrélation avec la distance cette tension est de 600—1300 volts). La décharge a lieu dans un interval de temps très court, correspondant à la valeur extrêmement réduite de la capacité des électrodes.

L'intensité du courant de décharge est d'habitude de l'ordre des ampères. D'après les recherches citées antérieurement (9), (10), le temps de montée qui apparait dans ces conditions peut atteindre des valeurs de temps moindre que 10^{-11} et la durée, d'après nos calculations peut diminuer jusqu'à 10^{-9} *).

METHODE

On a determiné les caractéristiques des impulsions lumineuses et électriques à l'aide d'un montage de coincidence rapide dans le domaine des nanosecondes. A l'aide d'un générateur standard pour hautes fréquen-

* De ce point de vue le schéma correspond au cas limite $\Delta T \to 0$ d'un générateur d'impulsions du domaine des nanosecondes, décrit dans le livre de Bonci-Bruevici. Utilizarea tuburilor electronice în fizica experimentală. Buc. Ed. Tehnică 1958 pag. 285, la ligne de déharge (la longuer de celle-ci donne la durée de l'impulsion) étant reduite à zero. La resistance sur laquelle se produit la décharge est de 20 Ω; la constante de temps correspondante $\tau = RC = 20.1.10^{-12} = 2.10^{-12}$ s.

ces et déterminant la résonance dans $\lambda/2$ pour différentes points, on a étaloné la ligne de retard variable (du type réalisé par Graham Bell et Petch, avec l'impédence caractéristique de 90 ohms [13].

La fréquence a été determinée l'aide d'un ondemètre à quartz ; on obtient ainsi facilement une précision jusqu'à 10^{-6} en ce qui concerne le standard international de temps.

Pour l'étude des impulsion électriques on a employé un circuit de coincidence rapide du type Rossi-de Benedetti (14) pour des impulsions de polarité négative.

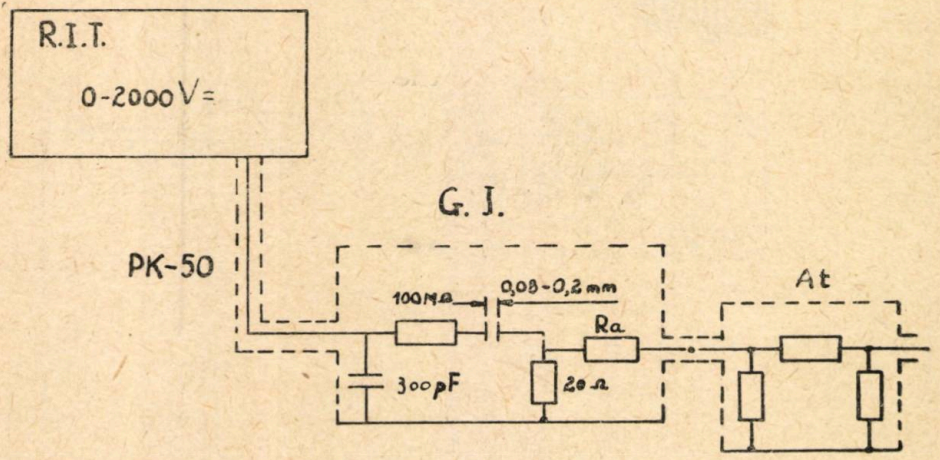


Fig. 1. — Le schémá électrique de l'éctateur-generateur d'impulsions
R. I. T. Redresseur haute tension ; *At* Attenuateur ; *Ra* Resistence d'adaptation

Il a été nécéssaire d'atténuer sensiblement le signal d'entrée, sa amplitude initiale étant de l'ordre 10 volts.

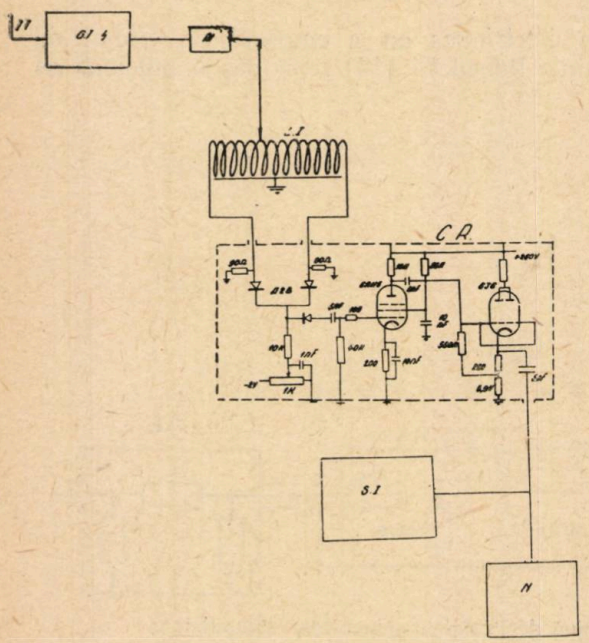
On présente dans la figure 3 le montage employé pour l'étude des impulsions lumineuses.

Une partie des photons de l'impulsion atteint la surface de la photocathode d'un photomultiplicateur. (RCA. 5819).

L'anode du photomultiplicateur produit une impulsion électrique de polarité négative qui est formé à l'aide d'une section de cable coaxial courtcircuité ; la pénultième dynode par un cathode folower donne une impulsion électrique de longue durée, proportionele à l'amplitude de l'impulsion lumineuse. Le courte impulsion de l'anode est apliquée à un montage d'autocoincidence rapide : celle du cathode folower est envoyée à un analysateur d'amplitude.

On compte les impulsions soit directement à la sortie des appareils, soit après les avoir combinées dans un montage de coincidence lente. On obtient ainsi des dates sur la durée totale des impulsions. Utilisant un circuit de coincidence differentielle on peut obtenir des dates sur la partie ascendente de l'impulsion.

Enfin, on a envoyé a un schéma de coincidence différentielle le signal électrique direct et celui obtenu du photomultiplicateur, montage qui fait ressortir les phénomènes qui se passent dans le photomultiplicateur et permet de mesurer des intervalles de temps moindres que celles correspondant à la partie ascendente.



Flg. 2. — Le schéma de l'instalation pour l'étude des impulsions éléctriques

G. I. Generateur d'impulsions; *At.* Attenuateur; *L. I.* Ligne à retard variable; *C. R.* Circuit de coincidence rapide; *N.* Scaler; *S. I.* Synchroscope

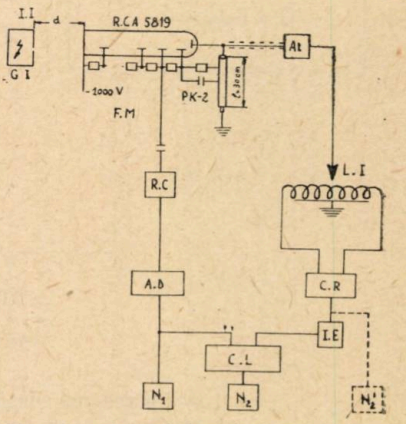


Fig. 3. — Le schéma de l'instalation pour l'étude des impulsions lumineuses

G. I. Generateur d'impulsions lumineuses; *R. C.* Repeteur cathodique; *L. I.* Ligne à retard variable; *I. E.* Retard électronique compensateur; *C, L.* Circuit lent de coincidence. *A. D.* Amplificateur-discriminateur; *C. R.* Circuit de coincidence rapide; N_1 Scaler (moniteur); N_2 (N_2') Scaler (coincidences)

RESULTATS

La générateur ainsi construit présente un fonctionement très stable, la fréquence de répétition étant constante pendant plusieurs heures, si l'alimentation est faite par un rédresseur de haute tension stabilisé. Pour une certaine distance entre les élétrodes on peut regler la fréquence de répétition par la variation de la haute tension, d'aproximativement 30—6000 impulsion/sec.

L'amplitude de l'impulsion lumineuse est suffisament grande *) pouvant dépasser avec ordres de grandeur l'impulsion lumineuse obtenue des scintillateurs organiques rapides (la comparaison a été faite à l'aide d'un

cristal de stilben) excités par des cuante gama de CO^{60} ou par des neutrones rapides d'une source de Po-Bc. On peut étudier ainsi les phénomènes de temps de transit autant sur le photomultiplicateur entier que sur

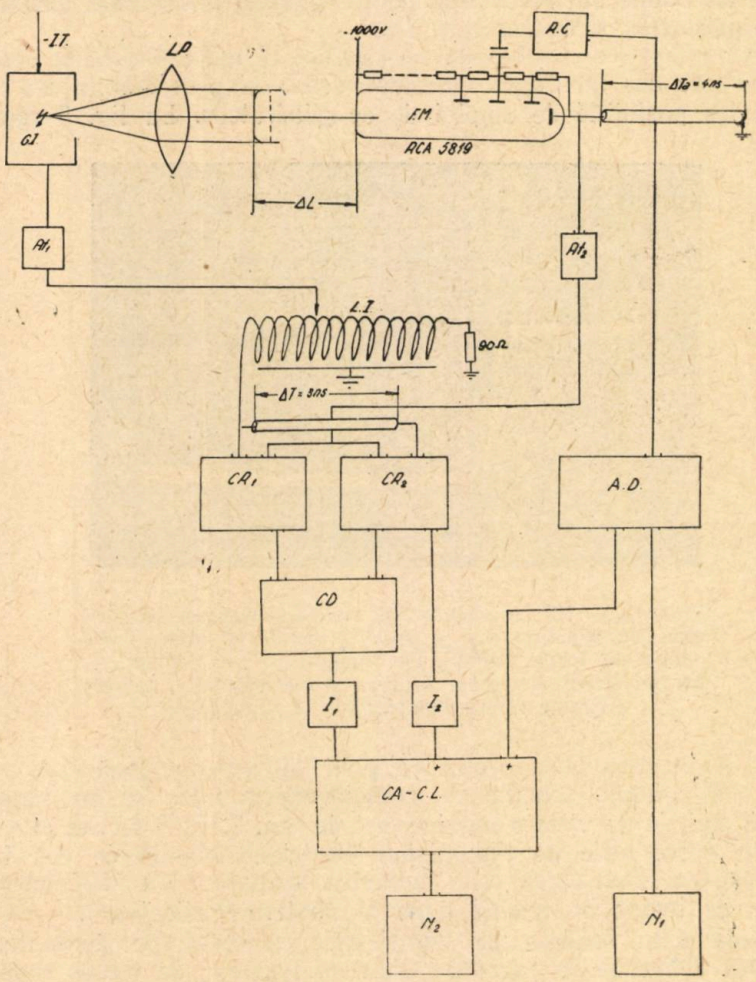


Fig. 4. — Le schéma du montage de coïncidence differentielle à haute resolution temporelle

G. I. Generateur d'impulsions électriques et lumineuses ; *L. P.* Lentille de proection ; *L. I.* Ligne à retard variable ; *C.* $R_{1,2}$ Circuits de coincidence rapide ; *C. D.* Circuit differentiel ; *A. D.* Amplificateur-discriminateur ; $I_{1,2}$ Retards compensateurs ; N_1 Scaler (moniteur) ; N_2 Scaler (coincidences) ; *C.A. - CL.* Circuit de coincidence-anticoincidence

des parties de celui ci. (ex. en enrégistrant le signal rapide d'une dynode). Quoique on n-a pas observé des phénomènes de saturation sur l'anode, il est bien d'atténuer l'impulsion lumineuse correspondante soit en augmantant la distance soit en introduisant des philtres optiques.

L'amplitude de l'impulsion électrique est de l'ordre 10 volts et peut être reglée par l'intercalation des attenuateurs convenables. **)

Les dispersions d'amplitude, autant pour l'impulsion lumineuse que pour celle électrique ont étées trop petites pour être mésurées exactement : on les a appréciées moindres que 3%.

En examinant les courbes de coincidence et autocoïncidence retardées, élevées à l'aide des montages cités ci-dessus, on peut établir des conclusions sur les posibilité de emploi de ce générateur. La fig. 5 représente

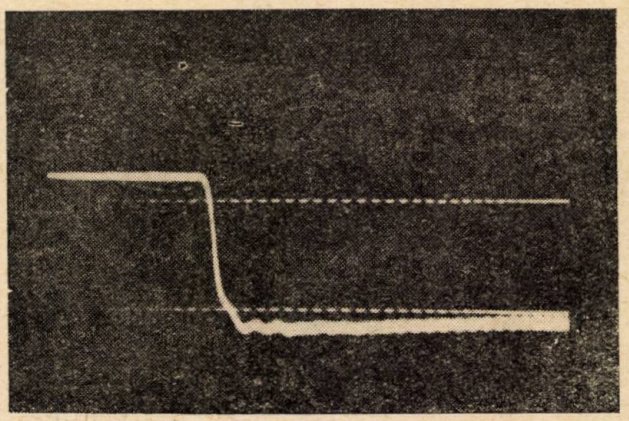


Photo 2. — 10^5 impulsions électriques superposés sur l'écrau du synchroscope $\triangle$ ∋ CO-1 (bande 60 MHz, marquage de temps 10^{-8}s). Les impulsions sont allongeés par un circuit détecteur à diode semiconductrice. L oscilograme releve l'uniformité de l'amplitude

la courbe d'autocoïncidence retardée pour l'impulsion électrique obtenue à l'aide d'un simple schéma de coïncidence rapide. La semidurée $\tau' e$ comptée à moitiée de vitesse maxime est de cca. 7.10^{-10} sec. et elle correspond à la durée utile de l'impulsion électrique nonalterée des facteurs secondaires (ex. l'existence d'un cable de formation ou l'influence d'une dispersion de temps de transit dans le photomultiplicateur).

A l'aide d'un schéma de coïncidence differentielle perfectionée et utilisant les éléments de montage d'un analysateur de temps monocanal (15), on a obtenu les courbes d'autocoïncidence de la fig. 6, correspondant aux impulsions électriques et de la fig. 7 — pour les impulsions lumineuses. Les temps de résolutions obtenus sont $\tau' e = 2{,}5 \cdot 10^{-11}$s, respectivement $\tau' e$ 3.10^{-11}s.

Avec le même montage on a relevé la courbe presentée dans la fig. 8, qui représente la coïncidence retardée entre l'impulsion électrique directe

*) L'amplitude de l'impulsion lumineuse dépend de la distance entre les electrodes et augmente en concordence avec celle-ci.

**) La distance entre les electrodes ne change pas beaucoup l'amplitude de l'impulsion électrique.

et l'impulsion obtenu du photomultiplicateur, quand toute la surface de la photocathode est illuminée. Le temps de résolution $\tau' e,e = 1,7 \cdot 10^{-10}$ sec. dépasse d'un ordre de grandeur celui obtenu dans l'autocoïncidence; celà est due aux fluctuations de la partie ascendente de l'impulsion et correspond aux

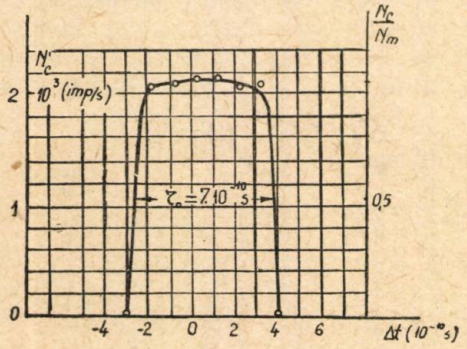


Fig. 5

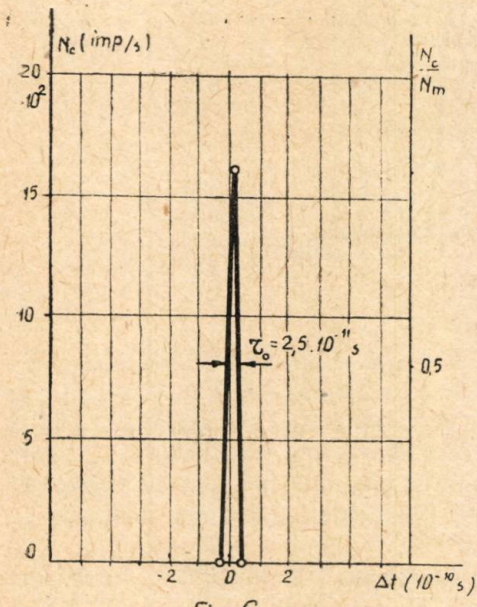


Fig 6

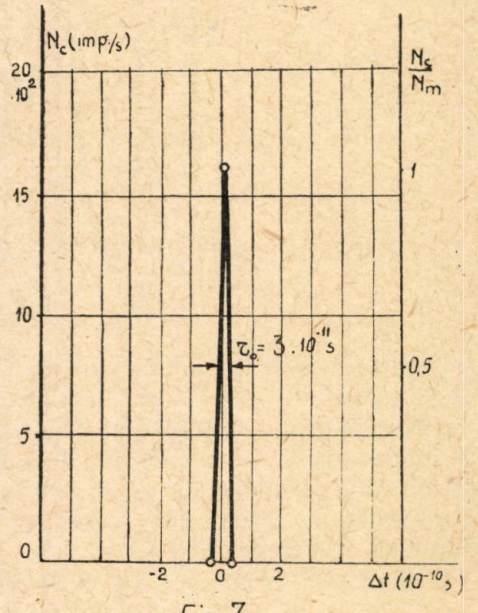


Fig 7

conditions pratiques les plus défavorables dans l'étude des phénomènes de temps de transit dans le photomultiplicateur (dans le cas que seulement des regions limitées de la photocathode sont illuminées, la dispersion du temps de transit des photoélectrons — due aux différentes trajets dans l'espace de la photocathode-première dynode-diminue).

Le photomultiplicateur a été alimenté à une tension totale de 1000 volts.

Tenant compte des résultats obtenus avec le montage de la fig. 4, on a éssayé une experience de verification des performances obtenus, experience qui confirme les posibilités de travail avec ce générateur. On a fait une détérmination (sans grande précision) de la vitesse de la lumière en l'air, en utilisant un trajet de mesure (entre start et stop) de 20 cm. seulement. On a mésuré ainsi la différence de temps Δt qui apparait pour le deplacement de la surface photocathode, toujours pérpéndiculaire sur la diréction de la faisceau de lumière incidente avec $\Delta l = 20$ cm.,

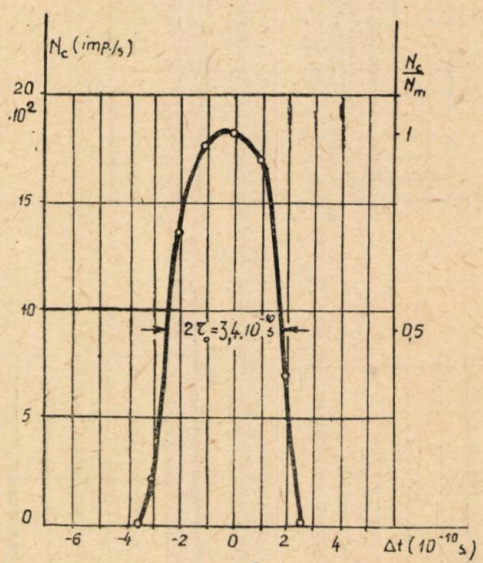


Fig. 8.

les autres conditions restant inchangées. Pour obtenir la même intensitée de l'impulsion lumineuse dans les deux positions, on a employé un système optique de proéction avec des lentilles à grande apperture (1 : 2) à l'aide duquel on a obtenu un faisceau de rayons parallèles (la verification du parallélisme s'est faite autant par des moyens optiques et électriques, en mésurant l'amplitude de l'impulsion électrique obtenue du repeteur cathodique RC).

Dans ces conditions on a obtenu le temps $\Delta t = 6,5 \cdot 10^{-10}$ sec. qui correspondà une vitesse $C = \frac{\Delta l}{\Delta t}\ 3,1.10^{10}$ cm/sec., l'erreur de 30% étant en concordance avec les limites de précision des circuites de coïncidence. On doit spécifier que par ce système „start-stop" on mésure la vitesse de groupe de la lumière, non celle de fase, comme dans les méthodes optiques interferentielles.

Pour élargir le domaine des amplitudes et la durée des impulsions électriques on a employé aussi le montage la fig. 9.

Les impulsions de polaritée negative produites à l'aide de l'éclateur ont été apliquées, en utilisant une diode semiconductrice, à la grille d'une pentode spéciale E-180 F avec une haute pente (16, 5m. A./V) et de petites capacités d'entrée et de sortie, ayant le rôle de limitateur. A l'apparition de l'impulsion sur la grille, le courent anode est brusquement interrompu, dans un temps à peu près egal à la partie ascendente.

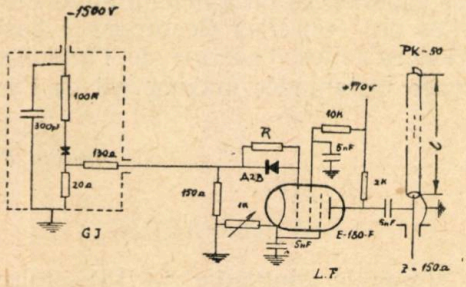


Fig. 9

La pentode reste dans cette situation jusqu'à ce que la différence de potentiel entre la grille et la cathode revienne au dessous du point „cut-off".

Ce temps est determiné par la constante de temps $RCge$ où Cge est la capacité grille cathode plus la capacité de montage $Cge = 9pF$ et peut atteindre jusqu'à la cca. $1\,\mu s$.

Dans le circuit de l'anode on doit connecter une ligne de retard courtcircuitée ; la longueur de celle-ci determine la durée de l'impulsion positive de sortie.

Celà a permit la formation des impulsions durant entre $2\,\mu s - 0{,}2\,\mu s$, d'amplitude I, 5V sur une impédence $150\,\Omega$.

De même on peut régler l'amplitude par une variation du courent dans le tube E 180 F à l'aide d'une résistance variable dans le circuit de cathode.

CONCLUSIONS.

Le générateur d'impulsions électriques et lumineuses qu'on a décrit donne des resultats satisfaisantes dans le cas qu'on essaye les photomultiplicateurs aussi que dans le réglage des différents montages qui utilisent des photomultiplicateurs.

Avec ce générateur d'impulsions électriques dans le domaine des nanosecondes on a obtenu des performances qui sont au moins egales si non supérieurs à celles obtenues avec les appareils de même genre, utilisés ; il peut servir au réglage des schémas de coïncidence rapide, des cronotrons et d'autres dispositives électroniques employés dans la téhnique des nanosecondes.

Ce générateur, construit d'abord pour des mésures sur les photomultiplicateurs, a été employée aussi pour le reglage d'un analysateur de temps monocanal pour les spectomètres des neutrons rapides (15).

Le fonctionement de ce dispositif ne provoque aucune pérturbation électrique (parasites) dans les circuites voisins, à la suite des mésures d'écranage prises.

Une autre variante de ce montage, pas si bien mise à point et qui n'était pas introduite dans une boîte de métal étanche produisait des pérturbations sensibles dans les circuits voisins.

A la suite de ces experiences on a obtenu aussi des dates sur certaines proprietées temporelles des étincelles électriques à basse énergie.

Dans les experiences faites, l'énergie de l'impulsion a été de l'ordre 10 joules : la puissance instantanée maxime est de l'ordre 1 kw.

La Chaire du Physique
Institut Polytehnique de Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *Widmaier W.*: Status of Multiplier — Phototube Developement for Scintillation Counters. I.R.E. Trans. NS-5 (1958), 114—117.
2. *Берлович Э., Шиляев Б.:* Исследование временных свойств фотоумножителей методи задержанных. П. Ш. Э. 1958, 1, 62—68.
3. *Smith R. W.*: Photomultiplier Transit-Time Measurements I.R.E. Trans. NS-3 (1956), 120—122.
4. *Медведев М., Соколова Е., и.д.:* Временные характеристики фотоумножителей. П. Т. Э. 1958, 4, 37—39.
5. *Malmberg I. H.*: Millimicrosecound Duration hight source, Rev. Sci. Instr. 28 (1957), 1027—1029.
6. *Clodis I. B.: Janes C. S., Wickerhein K. A.*: High Speed hight pulse shaper using a 5000 R.P.S. rotating miror. Rev. Sci. Instr. 27 (1956), 83—86.
7. *H. W. Lefevre, I. T. Russell*: Measurement of Time of Flight in the Millimicrosecound Region. I.R.E. Trans. NS-5 (1958) 146—152.
8. *Завойский Е., Фонченко С.:* Физические основы электроннооптическая хронографий. Д. А. И. 108, (1956) 218—221.
9. *Zavoisky E. K., Smolkin G. E.:* An investigation of the Time Resolving Power of Paralel Plate Spark Counter. Journ. Nucl. Energ. 4 (1957), 353—357.
10. *Бадыкин М., Плахов А., Скачков Ю., Шапкин В.:* Плосно-параллельные искровые счётчики для измерения малых времен. Атомнаия Энергия 1 (1956), 4, 38—45.
11. *Muller T., Richert R., Gorodetzky S.:* Sur l'emploi du compteur Rosenblum avec les sélecteurs à coïncidence à temps très courts Comptes rendus 235 (1952), 1385—1386.
12. *Артеменков Л., Бабыкин М.:* Исследование временного разрешения искровых счётчивов. П. Ш. Э. 1958, 5, 48—53.
13. *Bell R. E., Graham R. L., Petch H. E.*: Design and use of coincidence circuit of short rezolving time.

14. *De Benedetti S., Richings H. I.*: On the Resolution of Short Time Intervals with Scintillation Counters. Rev. Sci. Instr. 23 (1952) 37—39.

15. *N. Martalogu, Ţintă Fl., Dumitrescu R., Korgueva I., Molea M.*: Analizor de timp monocanal pentru spectrometria particulelor rapide prin metoda timpului de zbor în domeniul nanosecundelor. Studii şi Cercetări de Fizică 10 (1959) 515—532.

16. *N. Martalogu, M. Molea, N. Scînteie*: Generatoare de impulsuri de nanosecunde. Automatica şi electronica 3 (1959) 126—130.

17. *Castrell L.*: High Repetition-Rate Mercury Pulser. Nucleonics 15 (1957) nr. 11, 112—113.

ГЕНЕРАТОР ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И СВЕТОВЫХ ИМПУЛЬСОВ В ОВЛАСТИ НАНОСЕКУНД

(Краткое содержание)

Прибор основан на искре, которая появляется между злектродами, расположенными на очень малом расстоянии друг от друга.

Полученные импулсы имеют длительность 0,7 10^{-9} сек. и фронт 10^{-10} сек. С помощью электронной схемы продолжительность импульсос может быть увеличена до 200 Н сек. Частота повторения изменяется между 30 - 6000 $\frac{\text{мин.}}{\text{сек.}}$.

Описывается использованная для измерений аппаратура и димонстрируется возможность работы с этим генератором с разрешающим временем 10^{-11} сек.

С помощщ этого прибора возможно проводить снимки временных характеристик фтоумножителей и настройку быстрых электронных схем.

GENERATOR OF ELECTRIC AND LIGHT PULSES IN THE NANOSECOND RANGE

(Summary)

The apparatus make use of sparks between very close electrods. The pulses have a serviceable duration of about 0,7. 10^{-9} s. and a rise time less than 10^{-10} s. With the aid of an electronic forming circuit the duration of the pulses may be raised until 200 ns. One can vary the repetition rate from 30 to 6000 p.p.s.

The used measuring devices are described and the work possibilities with generator are shown by the geting of resolution times of the order of 10^{-11} s.

This generator allows precise measurements upon the time characteristics of the photomultipliers and adjustements of fast electronic circuits.

UN GÉNÉRATEUR D'IMPULSIONS ÉLECTRIQUES ET LUMINEUSES DANS LE DOMAINE DES NANOSECONDES.

(R é s u m é).

L'appareil utilise les étincelles qui apparaissent entre des électrodes séparées par des petites distances.

Les impulsions obtenues ont des durées utiles d'environ $0{,}7.10^{-9}$ s. et des temps de montée inferieurs à 10^{-10} s. Par un dispositif électronique formateur, la durée des impulsions électrique peut être augmentée jusqu'à 200 ns.

La fréquence de répetition est réglable entre les limites 30—6000 imp/seconde.

On décrit l'appareilage de mesure employé et on demontre les posibilités d'usage du générateur, avec lequel on a obtenu des résolutions temporeles de l'ordre de 10^{-11} s.

L'utilisation de cet appareil permet des mesures précises sur les caractéristiques temporeles des photomultiplicateurs et le réglage des circuits électroniques rapides.

ELEKTRISCH UND LICHTIMPULSGENERATOR IM NANOSEKUNDENGEBIET

(Z u s a m m e n f a s s u n g)

Der Apparat verwendet die elektrischen Funken, welche sich zwischen den durch sehr kleine zwischenräume getrennten Elektroden bilden.

Die erhaltenen Impulse haben eine Verwendungsdauer von $0{,}7.10^{-9}$ s. und eine Anwachsungsdauer unter 10^{-10} s. Mit Hilfe eines elektronischen Bildungskreises kann man die elektrische Impulsdauer bis auf 200 ns vergrössern. Die Impulsfolgefrequenz kann zwischen 30—6000 imp/sec. verändert verden.

Es wird die angewandte Messapparatur beschrieben und man beweist die Argeitsmöglichkeiten mit diesen Impulsgenerator durch das Erhalten von Zeitresolutionen von 10^{-11} s.

Mit Hilfe dieses Apparat können Messungen der Zeitcharakteristiken des Photovervielfachers und ebenfalls Einstellungen der schnellen electronischen Kreise gemacht werden.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 4

ON THE VECTOR WAVE EQUATION

I. THE VECTOR WAVE EQUATION IN GENERAL ORTHOGONAL COORDINATES

by EDMOND NICOLAU and MIRCEA RĂDULESCU

1. It is well know that within any closed domain of a homogenous, isotropic, linear, nondissipativ medium from which sources have been excluded, all vectors characterizing the electromagnetic field — $\bar{E}$, $\bar{H}$, $\bar{D}$, $\bar{B}$, $\bar{A}$, $\bar{\Pi}$ — satisfy one and the same differential equation. If $\bar{F}$ denotes any such vector, then

$$\Box \bar{F} \equiv \nabla^2 \bar{F} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{F}}{\partial t^2} = 0 \tag{1}$$

i.e. $\bar{F}$ satisfy the vector wave equation. Because of the liniarity of this equation, fields of quite arbitrary time variation can be constructed from harmonic solutions and there is no loss of generality in the assumption that the vector $\bar{F}$ has a harmonic time variation, i. e. $\bar{F}$ contains the time only as a factor $\exp j\omega t$.

Therefore, in place of (1) we shall write

$$\nabla^2 \bar{F} + k^2 \bar{F} = 0 \tag{2}$$

where

$$k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu$$

In a rectangular cartesian system of coordinates x_i, the operator ∇^2 acting on the vector $\bar{F}$ is equivalent to

$$\nabla^2 \bar{F} = \nabla \cdot \nabla \bar{F} = \sum_{j=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} \left(\frac{\partial^2 F_j}{\partial x_i^2} \right) \bar{i}_j$$

The paper was read before the V the scientific meeting of the Polytechnic Institute of Bucharest. (the 31. oct. 1959).

i.e., the Laplacian acting on the rectangular components of $\bar{F}$. In generalized coordinates

$$\nabla^2 \bar{F} = \nabla \nabla \bar{F} - \nabla \times \nabla \times \bar{F}$$

and the result differs from that which follows a direct application of the Laplacian operator to the curvilinear components of $\bar{F}$. It is clear that (2) can be written also as

$$\nabla \nabla \bar{F} - \nabla \times \nabla \times \bar{F} + k^2 \bar{F} = 0 \tag{3}$$

Now the vector equation (3) can always be replaced by a simultaneous system of three scalar equations, but the solution of this system for any component of $\bar{F}$ is in most cases impractical. It is only when $\bar{F}$ is resolved into its cartesian components that three independent, identical equations are obtained

$$\nabla^2 F_j + k^2 F_j = 0 \cdot$$

i.e. the scalar wave equation.

2 The three-dimensional scalar wave equation is separable in 11 distinct coordinate systems, but the treatement of vector differential equations in curvilinear coordinates involvs great analytic difficulties. We shall try to get some particular solutions of the vector wave equation.

In an orthogonal system of curvilinear coordinates we have :

$$\operatorname{div} \bar{F} = \nabla \bar{F} = \frac{1}{K} \cdot \sum_{n=1}^{3} \frac{\partial}{\partial u^n} \left(\frac{K}{h_n} F_n \right)$$

$$\operatorname{grad} \varphi = \nabla \varphi = \sum_{n=1}^{3} \frac{\bar{i}_n}{h_n} \frac{\partial \varphi}{\partial u^n}$$

$$\operatorname{curl} F = \nabla \times \bar{F} = \frac{1}{K} \cdot \begin{vmatrix} h_1 \bar{i}_1 & h_2 \bar{i}_2 & h_3 \bar{i}_3 \\ \dfrac{\partial}{\partial u^1} & \dfrac{\partial}{\partial u^2} & \dfrac{\partial}{\partial u^3} \\ h_1 F_1 & h_2 F_2 & h_3 F_3 \end{vmatrix}$$

where

$$h_i = \sqrt{g_{ii}} \ ,$$

and

$$K = h_1 h_2 h_3$$

For the $\nabla \nabla \bar{F}$ we have

$$\nabla \nabla \bar{F} = \nabla \left[\frac{1}{K} \cdot \sum_{n=1}^{3} \frac{\partial}{\partial u^n} \left(\frac{K}{h_n} F_n \right) \right] = \sum_{m=1}^{3} \frac{\bar{i}_m}{h_m} \frac{\partial}{\partial u^m} \left[\frac{1}{K} \sum_{n=1}^{3} \frac{\partial}{\partial u^n} \left(\frac{K}{h_n} F_n \right) \right] \tag{4}$$

Let be

$$\bar{G} = \begin{vmatrix} \bar{i}_1 & \bar{i}_2 & \bar{i}_3 \\ \dfrac{\partial}{\partial u^1} & \dfrac{\partial}{\partial u^2} & \dfrac{\partial}{\partial u^3} \\ h_1 F_1 & h_2 F_2 & h_3 F_3 \end{vmatrix} \tag{5}$$

For the curl $\bar{F}$ we have by (5)

$$\nabla \times \bar{F} = \frac{1}{K} [h_1 G_1 \bar{i}_1 + h_2 G_2 \bar{i}_2 + h_3 G_3 \bar{i}_3]$$

and then

$$\nabla \times \nabla \times \bar{F} = \frac{1}{K} \cdot \begin{vmatrix} h_1 \bar{i}_1 & h_2 \bar{i}_2 & h_3 \bar{i}_3 \\ \dfrac{\partial}{\partial u^1} & \dfrac{\partial}{\partial u^2} & \dfrac{\partial}{\partial u^3} \\ \dfrac{h_1^2}{K} G_1 & \dfrac{h_2^2}{K} G_2 & \dfrac{h_3^2}{K} G_3 \end{vmatrix}$$

Finally, the d'Alembertian of a vector $\bar{F}$ is

$$\Box \bar{F} \equiv \sum_{m=1}^{3} \frac{\bar{i}_m}{h_m} \frac{\partial}{\partial u^m} \left[\frac{1}{K} \sum_{n=1}^{3} \frac{\partial}{\partial u^n} \left(\frac{K}{h_n} F_n \right) \right] - \frac{1}{K} \begin{vmatrix} h_1 \bar{i}_1 & h_2 \bar{i}_2 & h_3 \bar{i}_3 \\ \dfrac{\partial}{\partial u^1} & \dfrac{\partial}{\partial u^2} & \dfrac{\partial}{\partial u^3} \\ \dfrac{h_1^2}{K} G_1 & \dfrac{h_2^2}{K} G_2 & \dfrac{h_3^2}{K} G_3 \end{vmatrix} -$$

$$- \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \bar{F}}{\partial t^2} = 0 \tag{6}$$

In any orthogonal system of curvilinear coordinates the vector d'Alembert equation can be resolved into a set of three partial differential equations relating the scalar components of the vector.

$$\frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial u^1} \left[\frac{1}{K} \sum_{n=1}^{3} \frac{\partial}{\partial u^n} \left(\frac{K}{h_n} F_n \right) \right] - \frac{h_1}{K} \left[\frac{\partial}{\partial u^2} \left(\frac{h_3^2}{K} G_3 \right) - \frac{\partial}{\partial u^3} \left(\frac{h_2^2}{K} G_2 \right) \right] -$$

$$- \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 F_1}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial u^2} \left[\frac{1}{K} \sum_{n=1}^{3} \frac{\partial}{\partial u^n} \left(\frac{K}{h_n} F_n \right) \right] - \frac{h_2}{K} \left[\frac{\partial}{\partial u^3} \left(\frac{h_1^2}{K} G_1 \right) - \frac{\partial}{\partial u^1} \left(\frac{h_3^2}{K} G_3 \right) \right] - \tag{7}$$

$$- \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 F_2}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{1}{h_3}\frac{\partial}{\partial u^3}\left[\frac{1}{K}\sum_{n=1}^{3}\frac{\partial}{\partial u^n}\left(\frac{K}{h^n}F_n\right)\right]-\frac{h_3}{K}\left[\frac{\partial}{\partial u^1}\left(\frac{h_2^2}{K}G_2\right)-\frac{\partial}{\partial u^2}\left(\frac{h_1^2}{K}G_1\right)\right]-$$

$$-\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 F_3}{\partial t^2}=0$$

3. We shall try to get some particular solutions of the Eqs. (7). Let be

$$\bar{F}=F\bar{i}_1+0\,\bar{i}_2+0\,\bar{i}_3$$

According to (5), $\bar{G}$ is

$$\bar{G}=\begin{vmatrix} \bar{i}_1 & \bar{i}_2 & \bar{i}_3 \\ \dfrac{\partial}{\partial u^1} & \dfrac{\partial}{\partial u^2} & \dfrac{\partial}{\partial u^3} \\ h_1 F & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

hence

$$G_1=0$$

$$G_2=+\frac{\partial}{\partial u^3}(h_1F) \tag{8}$$

$$G_3=-\frac{\partial}{\partial u^2}(h_1F)$$

The values of F_i introduced into (7) now lead to

$$\frac{1}{h_1}\frac{\partial}{\partial u^1}\left[\frac{1}{K}\frac{\partial}{\partial u^1}\left(\frac{K}{h_1}F\right)\right]+\frac{h_1}{K}\left[\frac{\partial}{\partial u^2}\left(\frac{h_3^2}{K}\frac{\partial}{\partial u^2}(h_1F)\right)+\frac{\partial}{\partial u^3}\left(\frac{h_2^2}{K}\frac{\partial}{\partial u^3}(h_1F)\right)\right]-$$

$$-\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}=0 \tag{9}$$

$$\frac{1}{h_2}\frac{\partial}{\partial u^2}\left[\frac{1}{K}\frac{\partial}{\partial u^1}\left(\frac{K}{h_1}F\right)\right]-\frac{h_2}{K}\frac{\partial}{\partial u^1}\left[\frac{h_3^2}{K}\frac{\partial}{\partial u^2}(h_1F)\right]=0 \tag{10}$$

$$\frac{1}{h_3}\frac{\partial}{\partial u^3}\left[\frac{1}{K}\frac{\partial}{\partial u^1}\left(\frac{K}{h_1}F\right)\right]-\frac{h_3}{K}\frac{\partial}{\partial u^1}\left[\frac{h_2^2}{K}\frac{\partial}{\partial u^3}(h_1F)\right]=0 \tag{11}$$

Eqs. (10) and (11) are analogous.
We try to transform (10). Let be

$$E_2\equiv\frac{\partial}{\partial u^2}\left[\frac{1}{K}\frac{\partial}{\partial u^1}\left(\frac{K}{h_1}F\right)\right]-\frac{h_2^2}{K}\frac{\partial}{\partial u^1}\left[\frac{h_3^2}{K}\frac{\partial}{\partial u^2}(h_1F)\right] \tag{12}$$

and

$$h_1F=\varnothing \tag{13}$$

The relation (12) becomes

$$E_2 \equiv \frac{\partial}{\partial u^2}\left[\frac{1}{K}\frac{\partial}{\partial u^1}\left(\frac{K}{h_1^2}\,\varnothing\right)\right] - \frac{h_2^2}{K}\frac{\partial}{\partial u^1}\left(\frac{h_3^2}{K}\frac{\partial \varnothing}{\partial u^2}\right)$$

It is readily shown that

$$E_2 \equiv \frac{\partial}{\partial u^2}\left[\frac{1}{K}\left(\varnothing\,\frac{\partial}{\partial u^1}\left(\frac{K}{h_1^2}\right)+\frac{K}{h_1^2}\frac{\partial \varnothing}{\partial u^1}\right)\right] - \frac{h_2^2}{K}\left[\frac{\partial \varnothing}{\partial u^2}\cdot\frac{\partial}{\partial u^1}\left(\frac{h_3^2}{K}\right)+\right.$$

or

$$\left.+\frac{h_3^2}{K}\frac{\partial^2 \varnothing}{\partial u^1 \partial u^2}\right]$$

$$E^2 \equiv \frac{\partial}{\partial u^2}\left[\varnothing\cdot\frac{1}{K}\frac{\partial}{\partial u^1}\left(\frac{K}{h_1^2}\right)+\frac{1}{h_1^2}\frac{\partial \varnothing}{\partial u^1}\right] - \frac{h_2^2}{K}\frac{\partial}{\partial u^1}\left(\frac{h_3^2}{K}\right)\frac{\partial \varnothing}{\partial u^2} -$$

or

$$-\left(\frac{h_2 h_3}{K}\right)^2 \frac{\partial^2 \varnothing}{\partial u^1 \partial u^2}$$

$$E_2 \equiv \frac{1}{K}\frac{\partial}{\partial u^1}\left(\frac{K}{h_1^2}\right)\cdot\frac{\partial \varnothing}{\partial u^2}+\frac{\partial}{\partial u^2}\left[\frac{1}{K}\frac{\partial}{\partial u^1}\left(\frac{K}{h_1^2}\right)\right]\cdot\varnothing+\frac{\partial}{\partial u^2}\left(\frac{1}{h_1^2}\right)\cdot\frac{\partial \varnothing}{\partial u^1}+$$

$$+\frac{1}{h_1^2}\frac{\partial^2 \varnothing}{\partial u^1 \partial u^2} - \frac{h_2^2}{K}\frac{\partial}{\partial u^1}\left(\frac{h_3^2}{K}\right)\cdot\frac{\partial \varnothing}{\partial u^2} - \frac{1}{h_1^2}\frac{\partial^2 \varnothing}{\partial u^1 \partial u^2}$$

This leads to

$$E_2 \equiv A_2\cdot\frac{\partial \varnothing}{\partial u^2}+A_1\cdot\frac{\partial \varnothing}{\partial u^1}+A_0\,\varnothing \tag{14}$$

where

$$A_2 = -\frac{h_2^2}{K}\frac{\partial}{\partial u^1}\left(\frac{h_3^2}{K}\right)+\frac{1}{K}\frac{\partial}{\partial u^1}\left(\frac{K}{h_1^2}\right)$$

$$A_1 = \frac{\partial}{\partial u^2}\left(\frac{1}{h_1^2}\right) \tag{15}$$

$$A_0 = \frac{\partial}{\partial u^2}\left[\frac{1}{K}\frac{\partial}{\partial u^1}\left(\frac{K}{h_1^2}\right)\right]$$

4. We shall try to transform Eqs. (15)

$$A_2 = -\frac{h_2^2}{K}\frac{1}{K^2}\left[2h_3\frac{\partial h_3}{\partial u^1}\cdot K - h_3^2\frac{\partial K}{\partial u^1}\right]+\frac{1}{K}\frac{1}{h_1^4}\left[\frac{\partial K}{\partial u^1}h_1^2 - 2h_1\frac{\partial h_1}{\partial u^1}K\right]$$

which can be written in either of the forms

$$A_2 = -\frac{2h_2^2 h_3}{K^2}\cdot\frac{\partial h_3}{\partial u^1}+\frac{h_2^2 h_3^2}{K^2\cdot K}\frac{\partial K}{\partial u^1}+\frac{1}{K h_1^2}\frac{\partial K}{\partial u^1}-\frac{2}{h_1^3}\frac{\partial h_1}{\partial u^1}$$

$$A_2 = -\frac{2}{h_1^2 h_3}\frac{\partial h_3}{\partial u^1} - \frac{2}{h_1^3}\frac{\partial h_1}{\partial u^1} + \frac{2}{K h_1^2}\frac{\partial K}{\partial u^1}$$

$$A_2 = \frac{2}{h_1^2}\left[\frac{1}{K}\frac{\partial K}{\partial u^1} - \frac{1}{h_3}\frac{\partial h_3}{\partial u^1} - \frac{1}{h^1}\frac{\partial h_1}{\partial u^1}\right]$$

But

$$K = h_1 h_2 h_3$$

so that

$$\ln K = \ln h_1 + \ln h_2 + \ln h_3$$

and

$$\frac{1}{K}\frac{\partial K}{\partial u^1} = \frac{1}{h_1}\frac{\partial h_1}{\partial u^1} + \frac{1}{h_2}\frac{\partial h_2}{\partial u^1} + \frac{1}{h_3}\frac{\partial h_3}{\partial u^1}$$

or

$$\frac{1}{K}\frac{\partial K}{\partial u^1} - \frac{1}{h_1}\frac{\partial h_1}{\partial u^1} - \frac{1}{h_3}\frac{\partial h_3}{\partial u^1} = \frac{1}{h_2}\frac{\partial h_2}{\partial u^1}$$

Therefore

$$A_2 = \frac{2}{h_1^2 h_2}\frac{\partial h_2}{\partial u^1}$$

Finally we have

$$A_2 = +\frac{2}{h_1^2}\frac{\partial}{\partial u^1}(\ln h_2)$$

$$A_1 = -\frac{2}{h_1^2}\frac{\partial}{\partial u^2}(\ln h_1) \qquad (16)$$

$$A_0 = \frac{\partial}{\partial u^2}\left[\frac{1}{K}\frac{\partial}{\partial u^1}\left(\frac{K}{h_1^2}\right)\right]$$

5. Upon replacing the terms of (14) by (16), we obtain

$$E_2 \equiv \frac{2}{h_1^2}\frac{\partial}{\partial u^1}(\ln h_2)\cdot\frac{\partial \varnothing}{\partial u^2} - \frac{2}{h_1^2}\frac{\partial}{\partial u^2}(\ln h_1)\cdot\frac{\partial \varnothing}{\partial u^1} + \frac{\partial}{\partial u^2}\left[\frac{1}{K}\frac{\partial}{\partial u^1}\left(\frac{K}{h_1^2}\right)\right]\varnothing$$

This leads to

$$E_2 \equiv \frac{\partial}{\partial u^2}\left[\frac{1}{K}\frac{\partial}{\partial u^1}\left(\frac{K}{h_1^2}\right)\right]\varnothing + \frac{2}{h_1^2}\left[\frac{\partial}{\partial u^1}(\ln h_2)\cdot\frac{\partial \varnothing}{\partial u^2} - \frac{\partial}{\partial u^2}(\ln h_1)\frac{\partial \varnothing}{\partial u^1}\right]$$

Eqs. (9), (10), (11) now assume the form

$$E_1 \equiv \frac{\partial}{\partial u^1}\left[\frac{1}{K}\frac{\partial}{\partial u^1}\left(\frac{K}{h_1^2}\varnothing\right)\right] + \frac{h_1^2}{K}\left[\frac{\partial}{\partial u^2}\left(\frac{h_3^2}{K}\frac{\partial \varnothing}{\partial u^2}\right) + \frac{\partial}{\partial u^3}\left(\frac{h_2^2}{K}\frac{\partial \varnothing}{\partial u^3}\right)\right] -$$

$$-\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \varnothing}{\partial t^2} = 0$$

$$E_2 \equiv \frac{\partial}{\partial u^2}\left[\frac{1}{K}\frac{\partial}{\partial u^1}\left(\frac{K}{h_1^2}\right)\right]\varnothing + \frac{2}{h_1^2}\left[\frac{\partial}{\partial u^1}(\ln h_2)\cdot\frac{\partial \varnothing}{\partial u^2} - \frac{\partial}{\partial u^2}(\ln h_1)\cdot\frac{\partial \varnothing}{\partial u^1}\right] = 0 \quad (17)$$

$$E_3 \equiv \frac{\partial}{\partial u^3}\left[\frac{1}{K}\frac{\partial}{\partial u^1}\left(\frac{K}{h_1^2}\right)\right]\varnothing + \frac{2}{h_1^2}\left[\frac{\partial}{\partial u^1}(\ln h_3)\frac{\partial \varnothing}{\partial u^3} - \frac{\partial}{\partial u^3}(\ln h_1)\frac{\partial \varnothing}{\partial u^1}\right] = 0$$

where

$$\varnothing = h_1 F$$

Properties of Some Elementary Systems

6. *Rectangular Cartesian system of coordinates.* The variables are.

$$u^1 = x \qquad u^2 = y \qquad u^3 = z$$

It is apparent that the metrical coefficients are

$$h_1 = 1 \qquad h_2 = 1 \qquad h_3 = 1$$

so that

$$K = 1$$

Let be

$$\overline{F} = \overline{i} F$$

$$\varnothing = F$$

we find from Eqs. (17)

$$E_1 \equiv \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = 0$$

$$E_2 \equiv 0$$

$$E_3 \equiv 0$$

This leads to

$$\Box F \equiv \Delta F - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = 0$$

i.e. the d'Alembertian acting on the rectangular component of $\overline{F}$.

7. *Cylindrical Coordinates.* a) The variables are

$$u^1 = z \qquad u^2 = \varrho \qquad u^3 = \theta$$

The metrical coefficients are

$$h_1 = 1 \qquad h_2 = 1 \qquad h_3 = \varrho$$

so that

$$K = \varrho$$

Let be

$$\overline{F} = \overline{i}_z F$$

and

$$\phi = F$$

We find

$$E_1 \equiv \frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial z}(\varrho F)\right] + \frac{1}{\varrho}\left[\frac{\partial}{\partial \varrho}\left(\varrho\frac{\partial F}{\partial \varrho}\right) + \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{1}{\varrho}\frac{\partial F}{\partial \theta}\right)\right] - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = 0$$

$$E_2 \equiv \frac{\partial}{\partial \varrho}\left[\frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial z}(\varrho)\right] F = 0$$

$$E_3 \equiv \frac{\partial}{\partial \theta}\left[\frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial z}(\varrho)\right] F + 2\frac{\partial}{\partial z}(\ln \varrho)\cdot\frac{\partial F}{\partial \theta} = 0$$

We have

$$E_1 \equiv \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} + \frac{1}{\varrho}\cdot\frac{\partial}{\partial \varrho}\left(\varrho\frac{\partial F}{\partial \varrho}\right) + \frac{1}{\varrho^2}\frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = 0 \qquad (18)$$

$$E_2 \equiv E_3 \equiv 0$$

b) The variables are

$$u^1 = \varrho \qquad u^2 = z \qquad u^3 = \theta$$

so that the metrical coefficients are

$$h_1 = 1 \qquad h_2 = 1 \qquad h_3 = \varrho$$

and

$$K = \varrho$$

Let be

$$\overline{F} = \overline{i}_\varrho F$$

and

$$\Phi = F$$

We have

$$E_1 \equiv \frac{\partial}{\partial \varrho}\left[\frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial \varrho}(\varrho F)\right] + \frac{1}{\varrho}\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\varrho\frac{\partial F}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{1}{\varrho}\frac{\partial F}{\partial \theta}\right)\right] - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = 0$$

$$E_2 \equiv \frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial \varrho}(\varrho)\right] F = 0$$

$$E_3 \equiv \frac{\partial}{\partial \theta}\left[\frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial \varrho}(\varrho)\right] F + 2\frac{\partial(\ln \varrho)}{\partial \varrho}\cdot\frac{\partial F}{\partial \theta} = 0$$

We find

$$E_1 \equiv \frac{\partial}{\partial \varrho}\left[\frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial \varrho}(\varrho F)\right] + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} + \frac{1}{\varrho^2}\frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = 0$$

$$E_2 \equiv 0$$

$$E_3 \equiv 2\frac{1}{\varrho}\frac{\partial F}{\partial \theta} = 0 \qquad \text{i.e.} \quad \frac{\partial F}{\partial \theta} = 0$$

so that

$$F = F(\varrho, z, t)$$

and

$$E_1 \equiv \frac{\partial}{\partial \varrho}\left[\frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial \varrho}(\varrho F)\right] + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = 0 \tag{19}$$

c) The variables are

$$u^1 = \theta \qquad u^2 = \varrho \qquad u^3 = z$$

The metrical coefficients are

$$h_1 = \varrho \qquad h_2 = 1 \qquad h_3 = 1$$

and

$$K = \varrho$$

Let be

$$\overline{F} = \overline{i}_\theta F \quad \text{and} \quad \varnothing = \varrho \cdot F$$

We have

$$E_1 \equiv \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{1}{\varrho}\frac{\partial F}{\partial \theta}\right) + \varrho\frac{\partial}{\partial \varrho}\left[\frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial \varrho}(\varrho F)\right] + \varrho\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial z}(\varrho F)\right] - \frac{1}{v^2}\varrho\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = 0$$

$$E_2 \equiv \frac{\partial}{\partial \varrho}\left[\frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{1}{\varrho}\right)\right]\cdot \varrho F - \frac{2}{\varrho^2}\frac{\partial}{\partial \varrho}(\ln \varrho)\cdot\frac{\partial}{\partial \theta}(\varrho F) = 0$$

$$E_3 \equiv \frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{1}{\varrho}\right)\right]\cdot \varrho F - \frac{2}{\varrho^2}\frac{\partial}{\partial z}(\ln \varrho)\cdot\frac{\partial}{\partial \theta}(\varrho F) = 0$$

so that the Eqs. (17) can be written

$$E_1 \equiv \frac{1}{\varrho^2}\frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + \frac{\partial}{\partial \varrho}\left[\frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial \varrho}(\varrho F)\right] + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} + \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = 0$$

$$E_2 \equiv -\frac{2}{\varrho^2}\frac{\partial F}{\partial \theta} = 0 \qquad \text{i.e.} \quad \frac{\partial F}{\partial \theta} = 0$$

$$E_3 \equiv 0$$

We have

$$F = F(\varrho, z, t)$$

and finally

$$E_1 \equiv \frac{\partial}{\partial \varrho}\left[\frac{1}{\varrho}\frac{\partial}{\partial \varrho}(\varrho F)\right] + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = 0$$

8. *Spherical coordinates.* a) The variables are

$$u^1 = r \qquad u^2 = \theta \qquad u^3 = \varphi$$

The metrical coefficients are

$$h_1 = 1 \qquad h_2 = r \qquad h_3 = r \sin \theta$$

and

$$K = r^2 \sin \theta$$

Let be

$$\overline{F} = \overline{i}_r F$$

and

$$\Phi = F$$

We have

$$E_1 \equiv \frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 \sin\theta\, F)\right] + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta \frac{\partial F}{\partial\theta}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial F}{\partial\varphi}\right)\right] - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = 0$$

$$E_2 \equiv \frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 \sin\theta)\right] \cdot F + 2\frac{\partial}{\partial r}(\ln r) \cdot \frac{\partial F}{\partial\theta} = 0$$

$$E_3 \equiv \frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 \sin\theta)\right] \cdot F + 2\frac{\partial}{\partial r}(\ln r \sin\theta)\frac{\partial F}{\partial\varphi} = 0$$

and

$$E_1 \equiv \frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 F)\right] + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial F}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial^2 F}{\partial\varphi^2}\right] - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = 0$$

$$E_2 \equiv 2\frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial\theta} = 0$$

$$E_3 = 2\frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial\varphi} = 0$$

so that

$$F = F(r, t)$$

and finally

$$E_1 \equiv \frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 F)\right] - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = 0 \tag{20}$$

b) The variables are

$$u^1 = \theta \qquad u^2 = r \qquad u^3 = \varphi$$

the metrical coefficients are

$$h_1 = r \qquad h_2 = 1 \qquad h_3 = r \sin\theta$$

and

$$K = r^2 \sin\theta$$

Let be

$$\overline{F} = \overline{i}_\theta \cdot F$$

and

$$\varnothing = rF$$

We have

$$E_1 \equiv \frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(r\sin\theta F)\right] + \frac{1}{\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\sin\theta\frac{\partial(rF)}{\partial r}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial(rF)}{\partial\varphi}\right)\right] - \frac{1}{v^2}r\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = 0$$

$$E_2 \equiv \frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta)\right]rF - \frac{2}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(\ln r)\frac{\partial(rF)}{\partial\theta} = 0$$

$$E_3 \equiv \frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta)\right]rF + \frac{2}{r^2}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}(\ln r\sin\theta)\frac{\partial(rF)}{\partial\varphi} - \right.$$

$$\left. - \frac{\partial}{\partial\varphi}(\ln r)\frac{\partial(rF)}{\partial\theta}\right] = 0$$

and

$$E_1 \equiv \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta F)\right] + \frac{1}{r\sin\theta}\left[\sin\theta\frac{\partial^2(rF)}{\partial r^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{h^2\sin\theta}\frac{\partial^2(rF)}{\partial\varphi^2}\right] - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = 0$$

$$E_2 \equiv -\frac{2}{r^3}\operatorname{ctg}\theta\cdot rF - \frac{2}{r^2}\cdot\frac{1}{r}\cdot r\frac{\partial F}{\partial\theta} = 0$$

$$E_3 \equiv \frac{2}{r^2}\ln r\cdot\cos\theta\cdot r\frac{\partial F}{\partial\varphi} = 0$$

and, hence,

$$\operatorname{ctg}\theta\cdot F + \frac{dF}{d\theta} = 0 \qquad \text{i.e } F = \frac{F^*}{\sin\theta}$$

$$\frac{\partial F}{\partial\theta} = 0$$

so that

$$F = F(r, \theta, t)$$

and finally

$$F = \frac{F^*(r, t)}{\sin\theta}$$

and

$$E_1 \equiv \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\, F)\right]+\frac{1}{r}\frac{\partial^2(rF)}{\partial r^2}-\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}=0 \quad (21)$$

c) The variables are

$$u^1=\varphi \qquad u^2=r \qquad u^3=\theta$$

the metrical coefficients are

$$h_1=r\sin\theta \qquad h_2=1 \qquad h_3=r$$

and

$$K=r^2\sin\theta$$

Let be

$$\overline{F}=\overline{i}_\varphi F$$

and

$$\varnothing = r\cdot\sin\theta\cdot F$$

We have

$$E_1 \equiv \frac{\partial}{\partial\varphi}\left[\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi}(rF)\right]+\sin\theta\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial r}(r\cdot\sin\theta\cdot F)\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(r\cdot\sin\theta\cdot F)\right)\right]-\frac{r\sin\theta}{v^2}\cdot\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}=0$$

$$E_2 \equiv \frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r^2\cdot\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{1}{\sin\theta}\right)\right]r\sin\theta\cdot F-$$

$$-\frac{2}{r^2\sin^2\theta}\cdot\frac{\partial}{\partial r}(\ln(r\sin\theta))\cdot\frac{\partial(r\sin\theta\cdot F)}{\partial\varphi}=0$$

$$E_3 \equiv \frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{1}{\sin\theta}\right)r\sin\theta\cdot F+\frac{2}{r^2\sin^2\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\varphi}(\ln r)\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}(r\cdot\sin\theta\cdot F)-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{\partial}{\partial\theta}(\ln(r\sin\theta))\cdot\frac{\partial(r\sin\theta\cdot F)}{\partial\varphi}\right]\right]=0$$

and

$$E_1=\frac{1}{r^2\cdot\sin^2\theta}\cdot\frac{\partial^2 F}{\partial\varphi^2}+\frac{1}{r}\left[\frac{\partial^2(rF)}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{1}{\sin\theta}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\cdot F)\right)\right]-\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}=0$$

$$E_2 \equiv -\frac{2}{r^2\cdot\sin^2\theta}\cdot\frac{1}{r}\cdot r\cdot\sin\theta\cdot\frac{\partial F}{\partial\varphi}=0$$

$$E_3 \equiv -\frac{2}{r^2\cdot\sin^2\theta}\cdot\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\cdot r\cdot\sin\theta\cdot\frac{\partial F}{\partial\varphi}=0$$

so that

$$F=F(r,\theta,t)$$

and

$$E_1 \equiv \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 (rF)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \cdot F) \right] - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = 0 \quad (22)$$

Chaire of Electronics Polytechnic Institute of Bucharest

ВЕКТОРНОЕ УРАВНЕНИЕ ВОЛН

(Краткое содержание)

В настоящеи работе рассматривается вектор $\bar{F}$, котороий удовслетворяет векторное уравнение волн и котороий иммеет только одну составную часть

$$\bar{F} = \bar{i} F$$

в рассматриваемой трехпрямоугольной системе.

Автор становливают дифференциальные уравнения которые удовитворяет F.

Работа занимается, в частности, примоуголный, цилиндрической, сферической системани координат.

ON THE VECTOR WAVE EQUATION

(Sumary)

The aim of the paper is to establish the partial differential equations for $\bar{F}$, if

$$\Box \bar{F} = 0 \quad ,$$

and if

$$\bar{F} = \bar{i} F$$

We are considering the following systems of coordinates: rectangular, cylindrical and spherical.

L'ÉQUATION VECTORIELLE DES ONDES

(Résumé)

On considère un vecteur F qui est une solution de l'équation vectorielle des ondes et qui, dans le système considéré se réduit à une seule composante :

$$\bar{F} = \bar{i} F$$

On établit les équations différentielles qui sont vérifiées par F.

On considère en particulier les systèmes : cartésien, cylindrique, sphérique.

UEBER DIE VEKTORIELLE WELLENGLEICHUNG

(Zusammenfassung)

Der Zweck der Abhandlung ist es, die partiellen Differentialgleichungen für F abzuleiten, wo.

$$\overline{F} = \overline{i}\, F$$

ist und

$$\square F = 0$$

Im besondern werden das rechtwinklige, das zylindrische und das sphärische System behandelt.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI
Tomul XXI — 1959, Fascicola 4

CONTRIBUȚIE LA STUDIUL ARDERII NORMALE IN MOTORUL CU APRINDERE PRIN SCINTEIE *

de CONSTANTIN ARAMA, NICOLAE APOSTOLESCU, BERTHOLD GRÜNWALD, ANDREI MANOLE

Cunoașterea mecanismului de desfășurare a arderii în motor este etapa inițială pe calea descoperirii mijloacelor de guvernare practică a acesteia.

În motorul cu aprindere prin scînteie, procesul de ardere este indisolubil legat de acela al propagării flăcării.

Ca atare, devine deosebit de importantă acțiunea de a căuta să se stabilească modul în care diferiți factori fizici și chimici influențează propagarea flăcării în motor.

Pornind de la lucrările lui G. Damköhler (1) și K. I. Scelkin (2), asupra propagării flăcărilor laminare și turbulente, A. S. Sokolik, A. N. Voinov și Iu. B. Sviridov (3) au elaborat o teorie unitară, bazată pe reprezentări generale, a arderii în motorul cu aprindere prin scînteie. În cadrul acestei noi teorii, autorii atrag atenția asupra necesității de a considera procesul de propagare a flacării ca fiind format din trei părți, diferite din punctul de vedere al mecanismului acționării turbulenței asupra flăcării:

1. Faza inițială în care flacăra este acționată numai de microturbioane și ca urmare este posibilă o influență a funcțiilor de stare (presiune, temperatură) și chimice (dozaj, natura combustibilului) ale încărcăturii proaspete asupra duratei arderii.
2. Faza principală în care volumul ocupat de flacără crescînd, aceasta este acționată și de macroturbioane cu rezultatul fărămițării ei și ca urmare viteza de propagare a flacării este guvernată numai de intensitatea macroturbulenței, microturbulența și factorii fizico-chimici guvernînd numai procesele din zona de ardere.
3. Faza finală în care din nou, datorită reducerii volumelor ocupate de flacără, frontul acesteia este acționat doar de microturbioane, făcîndu-se posibile influențele factorilor fizico-chimici.

Autorii au furnizat un material experimental bogat, care a confirmat justețea teoriei noi, recoltat pe un monocilindru monociclu de construcție proprie, acordîndu-se atenția principală influenței avansului la aprindere,

* Comunicare prezentată la a V-a sesiune științifică a cadrelor didactice a Institutului Politehnic București (31 octombrie 1959).

turației și dozajului. Utilizarea unei baze materiale experimentale de laborator a conferit rezultatelor o mare acuratețe. S-au putut menține invariabili orice factori la variația unuia singur, a fost posibilă fotoînregistrarea deplasării frontului flacării în camera de ardere.

Extrapolarea cercetărilor la motoarele cu funcționare continuă, în condiții obișnuite, cu aparataj obișnuit, nu a fost încă realizată.

Pentru a elimina atît deosebirile constructive și funcționale esențiale dintre monocilindrul monociclu și motorul de serie, cît și discuțiile legate

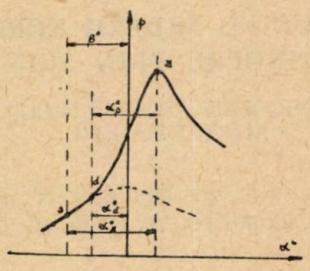


Fig. 1

de dispersarea ciclică și de aparatajul cel mai potrivit din punct de vedere al aplicațiilor tehnice ale rezultatelor obținute, ne-am propus să studiem influențele unor factori esențiali mai puțin sau deloc cercetați, asupra arderii normale într-un motor monocilindric de tipul celui pentru determinarea cifrei octanice, în lumina noii teorii, care conferă turbulenței și scărilor sale rolul hotărîtor în propagarea arderii.

Pentru aplicațiile practice s-a considerat că este convenabilă ridicarea diagramei presiune-unghi de manivelă (p—α^0).

De asemenea, în același scop, s-a considerat că perioada de inducție și prima fază a arderii, arderea inițială, sînt ilustrate în diagrama p—α^0 de intervalul cuprins între declanșarea scînteii electrice (s) și desprinderea (d) curbei presiunii de pe linia compresiei (fig. 1).

Faza principală a arderii (α_p^0), care începe în d, se termină cu o bună aproximație în momentul atingerii presiunii maxime (z).

În modul acesta, în unghiuri ale arborelui cotit:

β^0 = avansul la aprindere,

α_d^0 = avansul la desprindere,

α_p^0 = durata arderii principale,

α_z^0 = durata primelor două faze ale arderii (împreună cu durata perioadei de inducție).

Făcînd să varieze temperatura încărcăturii proaspete în colectorul de aspirație (fig. 2), în condițiile păstrării invariabile pe ciclu a fazei principale ($\alpha_d^0 = ct$), deci nemodificînd intensitatea turbulenței care acționează asupra fazei principale a arderii, se constată că durata acesteia (α_p^0) nu este afectată de temperatura inițială.

În modul acesta se confirmă faptul că faza principală a arderii nu este afectată de către temperatură, deci ea este practic independentă de viteza de reacție, din acest punct de vedere.

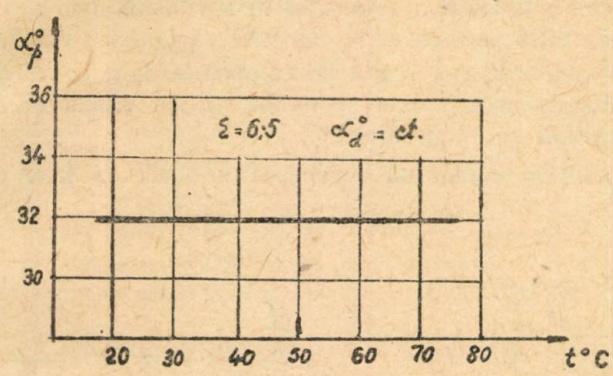


Fig. 2

Variațiile contrapresiunii la evacuare (fig. 3), cu menținerea neschimbată a începutului pe ciclu a arderii principale ($\alpha_d^0 = ct$), duc la observația că durata acesteia (α_p^0) nu acuză nici o modificare.

Aceste rezultate demonstrează că faza principală a arderii nu este influențată de către cantitatea de gaze arse reziduale, în limitele obișnuite

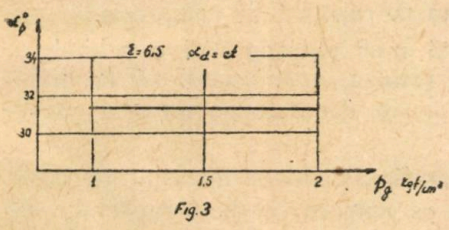


Fig. 3

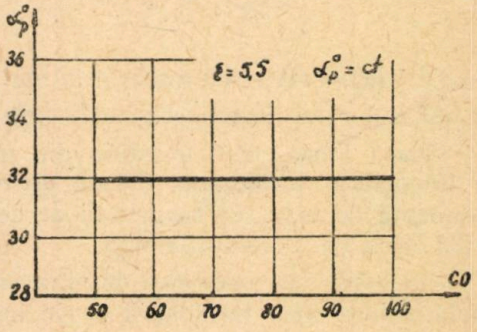


Fig. 4

ale variației acesteia, și ca urmare că viteza de reacție are o acțiune neînsemnată asupra arderii principale.

Experiențele conduse cu amestecuri de combustibili etalon între 50 și 100 cifră octanică și cu menținereaa neschimbată a începerii pe ciclu a fazei principale a arderii ($\alpha_d^0 = ct$) au arătat că durata acesteia (α_p^0) este practic independentă de valoarea cifrei octanice (fig. 4).

Cum variația cifrei octanice a fost realizată prin modificarea compoziției combustibilului, se poate trage concluzia că durata fazei principale

a arderii, pentru materialul menționat, este practic independentă și de natura combustibilului.

Se cunosc rezultatele obținute la creșterea raportului de compresie (ε), cu menținerea constantă a avansului la aprindere (β^0). Astfel în condițiile motorului de cifră octanică, se constată că (fig. 5) durata arderii α_z^0 scade odată cu creșterea raportului de compresie. Din astfel de experiențe s-a dedus că durata arderii este strîns legată de viteza de reacție (prin intermediul presiunii și temperaturii).

Dacă se menține constantă începerea pe ciclu a fazei principale a

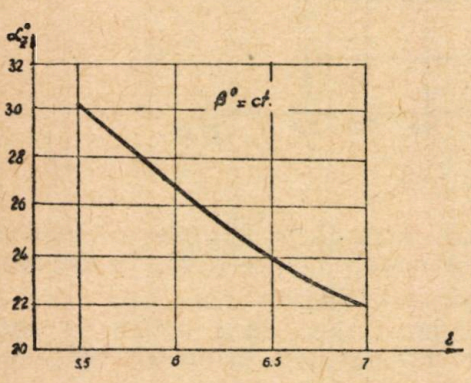


Fig. 5

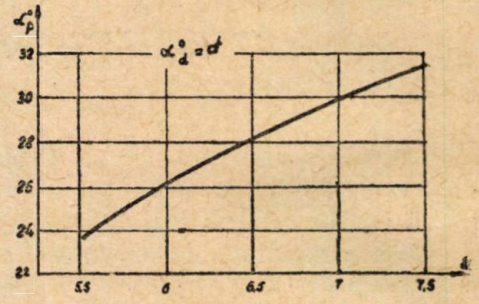


Fig. 6

ciclului ($\alpha_d^0 = ct$) și nu avansul la aprindere, se poate observa o altă dependență a duratei arderii principale (α_p^0) față de raportul de compresie.

Dacă modificarea acestuia din urmă n-ar antrena nici o schimbare a intensității turbionare, durata arderii principale ar trebui să fie independentă de valoarea raportului de compresie, deoarece ea nu este guvernată decît de macroturbulență.

În condițiile motorului de cifră octanică, cu supapa de aspirație ecranată, intensitatea turbionară scade însă pe măsura creșterii raportului de compresie.

Ca urmare a acestei amortizări a mișcărilor turbionare de scară mare, la creșterea raportului de compresie, cu menținere neschimbată a începutului fazei principale pe ciclu, se înregistrează (fig. 6) o creștere a duratei fazei principale a arderii (α_p^0), ceea ce atrage din nou atenția asupra faptului că aceasta din urmă este guvernată de macroturbulență și aproape de loc de viteza de reacție.

Catedra de cazane și mașini termice
Institutul Politehnic București

BIBLIOGRAFIE

[1] *G. Damköhler* — Z. fEl. Chem, 1940, vol. 36, nr. 11, pag. 601.
[2] *K. I. Scelkin* — Rev. de Fiz. Tehn. Ac. de Șt. U.R.S.S, 1943, vol, 13, nr. 9—10, pag. 520.
[3] *A. S. Socolic, A. N. Voinov, In. B. Sviridov* — „Arderea în motoare de tracțiune cu piston", 1951, Ed. Acad. de Șt. U.R.S.S.

К ТЕОРИИ НОРМАЛЬНОГО СГОРАНИЯ У ДВИГАТЕЛЕЙ С ИСКРОВЫМ ЗАЖИГАНИЕМ

(Краткое содержание)

Авторы поставили перед собой задачу расширить исследование влияния некоторых факторов на нормальное сгорание, посредством изучения влияния начальной температуры смеси, противодавления выхлопных газов, характеристик топлива и степени сжатия, в свете теории развитой А. С. Соколиком и его сотрудниками (3), согласно которой видимая фаза горения (α_p^0 в фиг. 1) определяется только макротурбулентностью.

Пользуясь экспериментальным двигателем и индикатором p-α°, и считая, что основная фаза горения α_p^0 начинается (фиг. 1) в момент отрыва (d) кривой давления от линии сжатия и заканчивается в момент достижения максимального давления (z), устанавливается что α_p^0 практически не зависит от начальной температуры свежей смеси (фиг 2), от противодавления газов на выхлопе (фиг. 3) и от октанического числа топлива (фиг. 4).

На исследуемом двигателе, интенсивность турбулентности понижается одновременно с ростом степени сжатия; одновременно зарегистрировался и рост α_p^0 (фиг. 6).

Во всех опытах сохранялось неизменяемым положение основного горения в цикле ($\alpha_d^0 = \text{конст}$), что доказывает предложенный тезис, что продолжительность основного горения (т.е. распространение пламени в этот период) практически не зависит от скорости реакции (фактора состояния: давления, температуры; химических факторов: род топлива), находясь почти в полной зависимости от макротурбулентности.

CONTRIBUTION TO THE STUDY OF THE NORMAL COMBUSTION IN SPARK — IGNITION ENGINES.

(Summary)

Authors propose to extend the investigation of the influence of certain factors on the normal combustion of spark ignition engines, by studying the effects of the mixture initial temperature, outlet pressure, fuel octane

rating and compression ratio. The study was made in the light of Sokolik's theory (3), according to which the combustion main phase ($s\alpha_p$ in fig. 1) is governed by macroturbulence only.

By using a C.F.R. engine and an p-α^0 indicator and assuming that the combustion main phase (α_p^0) starts at the moment at which the pressure curve separates from the compression line (d) and ends when the maximum pressure is reached (z), authors conclude that α_p^0 is practically independent of the mixture initial temperature (fig. 2), outlet pressure (fig. 3) and fuel octane rating (fig. 4).

As for the considered engine the turbulence intensity decreases with the increase of the compression ratio, the increase of α_p^0 was simultaneously recorded (fig. 6).

The position of the starting point of the main combustion phase during the cycle has been kept constant ($\alpha_d^0 = ct.$), a fact which proves that the main combustion duration (the flame propagation within this period) is practically independent of the reaction rating and depends almost exclusively on the macroturbulence.

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE LA COMBUSTION NORMALE DANS LE MOTEUR À ALLUMAGE COMANDÉ

(Résumé)

Les auteurs se proposent d'étendre la recherche concernant l'influence de certains facteurs sur la combustion normale, par l'étude des influences de la température initiale du mélange, de la pression des gazes d'échappement, du nombre d'octanes du combustible et du taux de compression, dans la lumière de la théorie fondamentale de A. S. Sokolik et colaborateurs (3), par laquelle la principale phase de combustion (α_p^0 dans la fig. 1) n'est gouvernée que par la macroturbulence.

En utilisant un moteur C.F.R., un indicateur $p-\alpha^0$ et en considérant que la phase principale de la combustion (α_p^0) commence (fig. 1) au moment où la courbe de pression se détache de la ligne de compression (d) et finit au moment où est atteinte la pression maxima (z) on constate que α_p^0 est pratiquement indépendante de la température initiale du mélange (fig. 2), de la pression des gazes d'échappement (fig. 3), et du nombre d'octanes du combustible (fig. 4).

Etant donné que chez le moteur étudié l'intensité de la turbulence décroit simultanément avec la croissance du taux de compression, on a enrégistré en même temps la croissance de α_p^0 (fig. 6).

Dans toutes les expérimentations, la position par cycle du commencement de la combustion principale a été gardée inchangée ($\alpha_d^0 = ct.$), ce qui démontre la thèse proposée : la durée de la combustion principale (res-

pectivement la propagation de la flamme dans cette période) est pratiquement indépendante de la vitesse de réaction (facteurs d'état: pression, température; facteurs chimiques: nature du combustible), dépandant presque intégralement de la macroturbulance.

BEITRÄGE ZUM STUDIUM DER VERBRENNUNG IN MOTOREN MIT FUNKZÜNDUNG

(Zusammenfassung)

Die Verfasser haben sich vorgenommen, die Erforschung des Einflusses einiger Faktoren auf die normale Verbrennung durch die Untersuchung des Einflüsse der Anfangstemperatur der Mischung und Gegendruck der Abgase, der Oktanzahl des Brennstoffes und des Verdichtungsgrades anzuwenden. Dabei wollen sie die grundlegende Theorie A. S. Sokoliks mit seiner Mitarbeiter in Betracht ziehen, nach der die Hauptphase der Verbrennung (α_p^0 in Fig. 1) nur von der Makroturbulenz beherrscht wird.

Wird für ein C.F.R. Motor und ein Indikator $p—\alpha^0$ benützt und angenommen dass die Hauptphase der Verbrennung (Fig. 1) in dem Augenblick beginnt, wo sich die Druckkurve von der Verdichtungslinie loslöst (d) und in dem Augenblick zu Ende geht, wo der Druck den Höchstpunkt erreicht (z), so stellt man fest, daβ von der Anfangstemperatur der Frischladung (Fig 2), von Gegendruck der Abgase (Fig. 3) und von der Oktanzahl des Brennstoffes (Fig. 4) praktisch unabhängig ist.

In allen Versuchen ist die Lage des Beginns der Hauptverbrennung unverändert beibehalten worden ($\alpha_d^0 =$ kt), was für die uns vorgenommene These den Beweis führt: die Dauer der Hauptverbrennung (bzw die Fortpflanzung der Flamme in dieser Periode) ist von der Reaktionsgeschwindigkeit (Zustandsfaktoren: Druck, Temperatur; Chemische Faktoren: Natur des Brennstoffes) praktisch unabhängig und wird fast vollkommen von der Makroturbulenz beherrscht.

TIPOGRAFIA ŞI LITOGRAFIA
ÎNVĂŢĂMÎNTULUI
C. 3631

INDICAŢII REDACŢIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri şi colaţionate de autor. Relaţiile matematice şi formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele şi graficele vor fi executate în tuş negru pe hîrtie de calc, numerotate şi prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent şi legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referinţă şi, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile: rusă, franceză, germană şi engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu: numele şi iniţialele de pronume ale autorului, titlul şi volumul lucrării, editura, locul şi anul apariţiei, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina iniţială şi finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text şi se va numerota curent. Referinţele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experienţelor şi afirmaţiilor ştiinţifice revine numai autorilor. Conducerea revistei îşi rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.